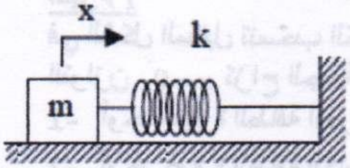
جامعة محمد خيضر – بسكرة -   السنـة الثانية (LMD/ ST)

كلية العلوم والتقنيات   السنـة الدراسية 2018 / 2019

إمتحـان إستدراكي في   مادة فيزيـاء 3

مسألة:

الجزء I



في الشكل المقابل تنسحب الكتلة m على مستوى أملس بدون إحتكاك عند التوازن $x=0$ تزاح الجملة عن وضع توازنها وتترك تهتز حرة

1- أوجد عبارة الطاقة الحركية للجملة $E_C(x)$

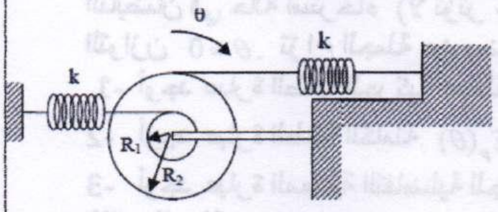
2- أوجد عبارة الطاقة الكامنة $E_p(x)$

3- بين أن استطالة النابض عند التوازن معدومة (الاستطالة الابتدائية) $\Delta\ell=0$

4- أوجد عبارة المعادلة التفاضلية للجملة واستنتج عبارة النبض الذاتي للجملة w_{01}^2

5- أعط العبارة العامة للحل $x(t)$ مع رسم شكل تغير $x(t)$

الجزءII لتكن أسطوانة كتلتها M كما في الشكل تدورا حول محورها الثابت بدون احتكاك عند التوازن النابضان في حالة استرخاء (لا تؤثر عليهما أي قوة, $\Delta\ell=0$) وعند التوازن $\theta=0$. تزاح الجملة عن وضع توازنها وتترك تهتز حرة



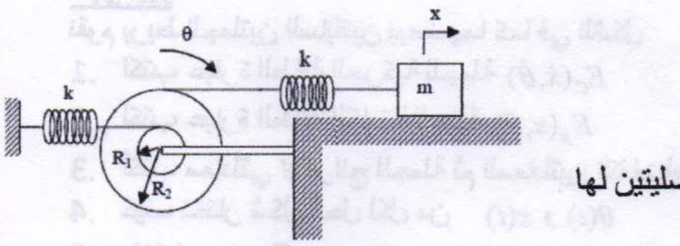
1- أوجد عبارة الطاقة الحركية للجملة $E_C(\theta)$

2- أوجد عبارة الطاقة الكامنة $E_p(\theta)$

3- أوجد عبارة المعادلة التفاضلية للجملة واستنتج عبارة النبض الذاتي للجملة w_{02}^2

الجزءIII

نقوم بربط الجملتين السابقتين ببعضهما كما في الشكل



1. اكتب عبارة الطاقة الحركية للجملة $E_C(\dot{x},\dot{\theta})$

2. أكتب عبارة الطاقة الكامنة للجملة $E_p(x,\theta)$

3. أكتب معادلتي لاغرانج للجملة ثم المعادلتين التفاضليتين لها

4. كيف نختار شكل الحل لكل من $x(t)$ و $\theta(t)$

5. باختيار معين لقيم m و M و R_1 و R_2 تصبح $w_{01}^2=w_{02}^2=w_0^2$ لنتحصل على المعادلتين التفاضليتين من الشكل: $\begin{cases}\ddot{\theta}+w_0^2\theta-a^2x=0\\ \ddot{x}+w_0^2x-b^2\theta=0\end{cases}$ حيث a^2 و b^2 ثابتان موجبان . فأكتب معادلة النبضات الذاتية. ثم اوجد عبارة النبضين الذاتيين للجملة w_1^2 و w_2^2

تمرين: تعطى المعادلات التالية:

$$\begin{cases}y_1(x,t)=2\sin(t^2+x^2+2xt)\\ y_2(x,t)=2\sin(t^2+x^2-2xt)\\ y_3(x,t)=2\sin(t^2-x^2+2xt)\\ y_4(x,t)=2\sin 4(t^2+x^2+2xt)\end{cases}$$

1. أي المعادلات تمثل حل لموجة منتشرة بين ذلك

2. أوجد سرعة الانتشار من مباشرة من شكل المعالة المعطاة وذلك بالنسبة للمعادلة أو المعادلات التي تصف موجة منشرة

3. أوجد السرعة أو السرعات السابقة بالتعويض في معادلة الانتشار للأمواج $\frac{\delta^2 y(x,t)}{\delta t^2}=v^2\frac{\delta^2 y(x,t)}{\delta x^2}$

بسكرة في 2019/01/24

تمياتنا لكم بالتوفيق سليماني م.

التصحيح النموذجي

ملاحظة: تمنح للطالب العلامة كاملة لكل سؤال توصل إلى إجابة صحيحة بطريقة صحيحة، أما في حالة عدم توصله إلى الإجابة الصحيحة تعود إلى سلم التنقيط.

المسألة: جزء I:

1- $E_c = \frac{1}{2} m\dot{x}^2$ (1)

2- $E_p = \frac{1}{2} K x^2$ ou $\frac{1}{2} K(x+\Delta l)^2$ (1)

3- عند التوازن، طريقة نيوتن أو الطاقة

$$\frac{\partial E_p}{\partial x}\Big|_{x=0} = 0 \Rightarrow K\Delta l = 0 \Rightarrow \Delta l = 0 \quad (0,5)$$

4- طريقة نيوتن أو الطاقة.

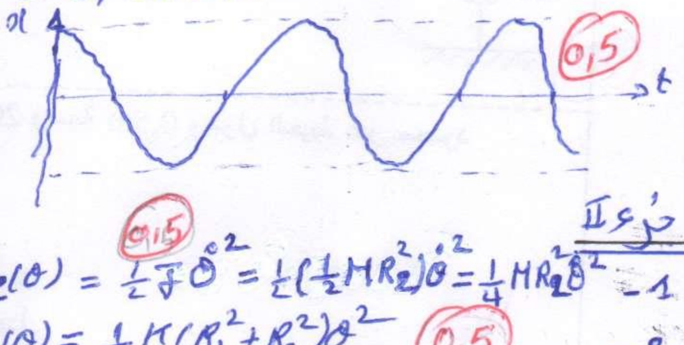
$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot x}\right) - \frac{\partial L}{\partial x} = 0, \text{ ou } \frac{dE}{dt} = 0 \quad (1)$$

$$m\ddot x + Kx = 0 \Rightarrow \ddot x + \frac{K}{m}x = 0 \quad (0,5)$$

$$\ddot x + \omega_{01}^2 x = 0 \Rightarrow \omega_{01}^2 = \frac{K}{m} \quad (0,5)$$

5- $x(t) = A\cos(\omega_{01} t + \varphi)$, ou. (1)

$= C_1 \cos \omega_0 t + C_2 \sin \omega_{01} t$



(0,5)

جزء II

(0,5)

1- $E_c(\theta) = \frac{1}{2} J\dot\theta^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}MR_2^2\right)\dot\theta^2 = \frac{1}{4}MR_2^2\dot\theta^2$

2- $E_p(\theta) = \frac{1}{2}K(R_1^2+R_2^2)\theta^2$ (0,5)

3- طريقة نيوتن او الطاقة:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot\theta}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0, \text{ ou } \frac{dE}{dt} = 0 \quad (0,5)$$

$$\frac{1}{2}MR_2^2\ddot\theta + K(R_1^2+R_2^2)\theta = 0$$

$$\ddot\theta + \frac{2K(R_1^2+R_2^2)}{MR_2^2}\theta = 0 \quad (0,5)$$

$$\omega_{02}^2 = \frac{2K(R_1^2+R_2^2)}{MR_2^2} \quad (0,5)$$

جزء III

1) $E_c = E_{cm} + E_{cM} = \frac{1}{2}m\dot x^2 + \frac{1}{4}MR_2^2\dot\theta^2$ (0,5)

2) $E_p = \frac{1}{2}K(R_1\theta)^2 + \frac{1}{2}K(x-R_2\theta)^2$ (0,5)

$E_p = \frac{1}{2}KR_1^2\theta^2 + \frac{1}{2}K(x-R_2\theta)^2$

3- معادلتي لاغرانج:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot x}\right) - \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \;\cdots (1)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot\theta}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \;\cdot (2) \quad (1)$$

$$L = E_c - E_p$$

$$L = \frac{1}{2}m\dot x^2 + \frac{1}{4}MR_2^2\dot\theta^2 - \frac{1}{2}KR_1^2\theta^2 - \frac{1}{2}K(x-R_2\theta)^2$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot x} = m\dot x, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot x}\right) = m\ddot x$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = -K(x-R_2\theta)$$

$$m\ddot x + K(x-R_2\theta) = 0 \quad \div m$$

$$\boxed{\ddot x + \frac{K}{m}x - \frac{KR_2}{m}\theta = 0} \;\cdots (1) \quad (0,5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot\theta} = \frac{1}{2}MR_2^2\dot\theta, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot\theta}\right) = \frac{1}{2}MR_2^2\ddot\theta$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = -KR_1^2\theta - K(x-R_2\theta)(-R_2)$$

$$\frac{1}{2}MR_2^2\ddot\theta + K(R_1^2+R_2^2)\theta - KR_2 x = 0 \quad \div \frac{1}{2}MR_2^2$$

$$\boxed{\ddot\theta + \frac{2K(R_1^2+R_2^2)}{MR_2^2}\theta - \frac{2Kx}{MR_2} = 0} \;\cdots (2) \quad (0,5)$$

$$\begin{cases} \ddot x + \omega_{01}^2 x - \frac{KR_2}{m}\theta = 0 \\ \ddot\theta + \omega_{02}^2\theta - \frac{2K}{MR_2}x = 0 \end{cases}$$

$$\omega_{01}^2 = \frac{K}{m}, \quad \omega_{02}^2 = \frac{2K(R_1^2+R_2^2)}{MR_2^2}$$

4) نختار الحل على شكل جيبي

$x(t) = A_1 e^{i\omega t}$ ou $A_1\cos(\omega t + \varphi_1)$ (0,5)

$\theta(t) = A_2 e^{i\omega t}$ ou $A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$ (0,5)

-5

$$\begin{cases} \ddot\theta + \omega_0^2\theta - a^2 x = 0 \;\cdots (1) \\ \ddot x + \omega_0^2 x - b^2\theta = 0 \;\cdots (2) \end{cases}$$

بالتعويض عن شكل الحل في (1) و (2) نجد:

$(\omega_0^2 - \omega^2)A_2 - a^2 A_1 = 0 \;\cdots \text{I}$ (0,5)

$(\omega_0^2 - \omega^2)A_1 - b^2 A_2 = 0 \;\cdots \text{II}$ (0,5)

$$\begin{cases} (\omega_0^2 - \omega^2)A_1 - b^2 A_2 = 0 \\ -a^2 A_1 + (\omega_0^2 - \omega^2)A_2 = 0 \end{cases}$$

(0,5) $\Delta = 0$ يجب أن يكون

$$\Delta = (\omega_0^2 - \omega^2)^2 - a^2b^2 = 0$$

$$\Rightarrow (\omega_0^2 - \omega^2 - ab)(\omega_0^2 - \omega^2 + ab)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \omega_1^2 = \omega_0^2 - ab \\ \omega_2^2 = \omega_0^2 + ab \end{cases}$$

(0,5)

(0,5)

الصورة:

1- يجب أن تكون المعادلة من الشكل:

$$y_i(x,t) = f\left(t \pm \frac{x}{v}\right)$$

$$y_1 = 2\sin(t+x)^2 = 2\sin\left(t+\frac{x}{1}\right)^2$$ 0,5 حل

$$y_2 = 2\sin(t-x)^2 = 2\sin\left(t-\frac{x}{1}\right)^2$$ 0,5 حل

$$y_3(x,t) \neq f\left(t \pm \frac{x}{v}\right)$$ 0,5 ليس حل

$$y_4(x,t) = 2\sin 4(t+x)^2 = 2\sin 4\left(t+\frac{x}{1}\right)^2$$ حل 0,5

2- $v_1 = v_2 = v_4 = 1$

0,5 0,5 0,5

3-

$$\frac{\partial y_1}{\partial x} = 2\cos(t+x)^2 \times 2(t+x)$$

$$\frac{\partial^2 y_1}{\partial x^2} = -8\sin(t+x)^2 \times (t+x)^2 + 4\cos(t+x)^2$$ 0,5

$$\frac{\partial y_1}{\partial t} = 2\cos(t+x)^2 \times 2(t+x)$$

$$\frac{\partial y_1}{\partial t^2} = -8\sin(t+x)^2 \times (t+x)^2 + 4\cos(t+x)^2$$ 0,5

$$\frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} = 1\,\frac{\partial^2 y_1}{\partial x^2} \Rightarrow v_1^2 = 1 \Rightarrow \boxed{v_1 = 1}$$ 0,5

يكفي أن يبرهن الطالب سرعة واحدة.