

22000

علي
اسماعيل
2008 / 2007

تطبيقات محلولة في الاقتصاد الجزئي

95 تطبيق محلول

الأستاذ الدكتور :

عمار عماري

دار المناهج للنشر و التوزيع

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

دار المناهج للنشر و التوزيع

دار المناهج للنشر و التوزيع

جميع الحقوق محفوظة

الطبعة الأولى

1422 هـ / 2002 م

رقم الإجازة المتسلسل لدى دائرة المطبوعات و النشر 2002 / 1 / 266

رقم الإيداع لدى دائرة المكتبات و الوثائق الوطنية 2001 / 1 / 287

عمان - الأردن شارع الملك حسين - بناية الشركة المتحدة للتأمين

الهاتف 4650624 فاكس (009626) 4650624

ص.ب - 215308 عمان 111212 الأردن

البصائر الأولى

تطبيقات على العرض والطلب والتوازن

التمرين الأول: إذا كانت دالة الطلب السوقية على السلعة X كالتالي :

$$Q = 100 - 5P$$

المطلوب : 1 - أوجد سعر الطلب إذا كانت الكمية المطلوبة هي : 12.5

و 25 وحدة .

2 - أوجد الكمية المطلوبة إذا كان السعر يساوي 7.5 و 12 دينار .

التمرين الثاني : يوضح الجدول أدناه جدولي طلب فرد ما على سلعة ما،

أولهما Q(1) وثانيهما Q(2) الذي جاء نتيجة زيادة الدخل النقدي للفرد بينما

بقيت كل العوامل الأخرى ثابتة.

P	6	5	4	3	2	1
Q(1)	18	20	24	30	40	60
Q(2)	38	40	46	55	70	100

المطلوب : 1 - ارسم المنحنيين على نفس الإحداثيات .

2 - ما الذي يحدث لو انخفض السعر من 5 إلى 3 دينار قبل أن يزيد

الدخل الفردي ؟

3 - ما الذي يحدث إذا ما ارتفع دخل الفرد مع بقاء السعر عند 5 دينار ؟

ويتطرق الاقتصاد الكلي إلى تحليل المستوى التجميعي للنشاط الاقتصادي ككل، كالدخل الوطني، مستوى التشغيل، مستوى الأسعار إلى غير ذلك، بحيث يقدم صورة شاملة عن الاقتصاد ككل.

هناك العديد من الكتب التي تناولت موضوع الاقتصاد الجزئي بالدراسة والتحليل، ولكن معظم هذه الدراسات اقتصرت على الجوانب النظرية فقط. غير أن لهذا الكتاب توجهها خاصا، حيث يعمل على تقديم نظرية الاقتصاد الجزئي من الجانب العملي التطبيقي في شكل تمرينات وتطبيقات مختارة مع حلونها النموذجية لفهم واستيعاب الجوانب النظرية باستعمال البيانات والوسائل التقنية الرياضية.

إن جميع الذين يرغبون في معرفة القواعد الأساسية للاقتصاد الجزئي بشكلها التطبيقي، وعلى الأخص طلاب العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير والإدارة، يجدون في هذا العمل كتابا موجه لهم بالتحديد في دراساتهم.

أخيرا أود تقديم كلمة شكر إلى الأستاذ الدكتور محمد السعيد

أو كليل على ملاحظاته وتوجيهاته لإنجاز هذا العمل و إلى كل من قدم مساعده أو توجيهها عند إعداد هذا الكتاب الذي يعتبر إضافة ومساهمة في إثراء المكتبة العربية التي تفتقر لمثل هذه الكتب، كما ارحب بأي نقد بناء من شأنه تطوير المحاولة القادمة وإثرائها.

المؤلف

المطلوب: 1 - مثل بيانيا عرض هذه المؤسسة.

2 - ماذا نلاحظ على شكل منحني العرض؟

التمرين الخامس: مؤسستان A , B تنتج منتجات مختلفة ولكنها تستعمل نفس النوع من اليد العاملة. وكما هو معروف فان الطلب على اليد العاملة L هو دالة في معدل الأجر W. لتكن لدينا دالة الطلب على اليد العاملة بالنسبة للمؤسستين على الشكل التالي:

$$W = 500 - L(A)$$

$$W = 250 - L(B)$$

المطلوب: 1 - مثل بيانيا: متحنيات الطلب الفردي والطلب السوقي

على اليد العاملة في نفس الرسم البياني

2 - بافتراض أن العرض السوقي من اليد العاملة هو مستقل عن معدل الأجر ويساوي 550. ما هي كمية العمل المستعملة من طرف المؤسسة A والمؤسسة B كل عن حدة.

التمرين السادس: بافتراض أن العرض السوقي للسلعة مصدره

إنتاج عشر مؤسسات لها نفس منحني العرض. الجدول الموالي يبين لنا الكميات المعروضة من طرف مؤسسة واحدة والأسعار الموافقة لذلك كالتالي:

السعر	1	2	3	4	5	6	7
الكميات	2	8	12	16	20	22	22

4 - ما الذي يحدث إذا ما ارتفع الدخل النقدي وفي نفس الوقت انخفض

سعر السلعة من 5 إلى 3 دينار؟

5 - ما نوع السلعة؟ ولماذا؟

التمرين الثالث: الأرقام الواردة في الجدول أدناه تبين التغير في الاستهلاك المنزلي من القهوة والشاي عندما يرتفع سعر القهوة مع بقاء العوامل الأخرى على حالها.

	قبل	بعد	قبل	بعد
	السعر	الكمية	السعر	الكمية
القهوة	20	50	30	30
الشاي	10	40	10	50

المطلوب: ارسم الشكل الذي يوضح هذه التغيرات. وشرح هذا الشكل

المرسوم.

التمرين الرابع: مؤسسة إنتاجية تقوم بإنتاج المنتج Q في السوق،

وان عدد الوحدات المعروضة من المنتج تتغير بدلالة السعر، والعلاقة الموجودة بين الكمية المعروضة والسعر معطاة حسب الجدول التالي:

السعر	1	2	3	4	5
الكمية	200	300	350	400	425

المطلوب: 1 - مثل بيانياً منحنى الطلب السوقي.

2 - بافتراض أن الطلب السوقي ثابت و يعادل 160 وحدة. ما هو سعر التوازن و كمية التوازن.

3 - بافتراض أن هناك 10 مؤسسات أخرى مماثلة للمؤسسة الأولى، قررت عرض نفس السلعة في نفس السوق. وان الطلب ثابت ويساوي 240 وحدة. أوجد سعر و كمية التوازن.

4 - في حالة فرضية العرض السوقي المدرجة في المطلب الثالث وبافتراض أن الطلب الفردي ثابتا ويساوي 20 وحدة، ما هي وضعية التوازن في حالة وجود 22 مستهلك.

التمرين السابع: ليكن لدينا جدول الطلب والعرض السوقي لسلعة

ما كالتالي:

السعر	5	4	3	2	1
Q(D)	1000	4000	7000	10000	13000
Q(S)	5000	6000	7000	8000	9000

حدد ما إذا كان توازن سوق هذه السلعة مستقراً أو غير مستقر أو حيادي

ولماذا؟

التمرين الثامن: ليكن لدينا منحنى الطلب على المنتج X

الزراعي والممثل بخط مستقيم AB حيث إحداثياتها $B(P=0, X=1200)$

و $A(P=20, X=0)$. أما العرض السوقي في الفترة فهو ممثل بخط مستقيم

CD حيث إحداثياتها هي: $D(P=16, X=1200)$, $C(P=4, X=0)$.

المطلوب: بافتراض أن الطلب على X يبقى ثابتا في الفترة $(t+2)$

$(t+1)$ ، أما العرض السوقي في الفترة $(t+1)$ ، والذي يتوافق ومحصول زراعي

رديء فهو ممثل بواسطة منحنى مستقيم CE حيث إحداثياته $C(P=4, X=0)$

. أما العرض السوقي في الفترة $(t=2)$ فيتوافق ومحصول

زراعي جيد وممثل كذلك بخط مستقيم CF حيث أن

$C(P=4, X=0)$, $F(P=8, X=700)$. والسؤال المطروح هو. ما اثر هذه

التغيرات في العرض السوقي على سعر السوق وعلى الإيراد الإجمالي

للفلاحين؟ احسب ذلك؟ مع العلم أن الإيراد الإجمالي هو عبارة عن حاصل

ضرب عدد الوحدات المباعة في السعر أي أن $TR = PQ$

2 - كيف سوف يتطور الدخل أو الإيراد الإجمالي الذي يشتمه الفلاحون

من مبيعاتهم في السوق عندما ينتقل منحنى العرض انطلاقاً من CD. احسب

ذلك واشرح؟

3 - يظهر أن منحنى العرض CD هو منحنى وسطي يعكس محصول زراعي

متوسط أي لا جيد ولا رديء وهذا على مدى 5 سنوات مثلاً. على غرار

اكتشاف علمي هام فإن هذا المنحنى انتقل إلى اليمين وبشكل مواز للمنتحن

الأصلي وبأخذ شكل مستقيم $C'D'$. فإذا بقي منحنى الطلب السوقي دون

تغيير. ما هي نتائج هذا الأجراء أمام سعر ثابت ومقداره

$P=10$ على الفلاحين الذين يموتون هذه السوق؟

4 - مثل بيانياً الوضعيات المختلفة.

الكميات عندما ($P=0, X=9$). هذا السلوك ينعكس في منحنى الطلب الذي نرسم إليه بالرمز d والذي يأخذ الصيغة التالية:

$$P = -X + 9$$

المطلوب: 1 - مثل بياننا إنفاق هذا المستهلك وكذلك فائضة عند

ما يكون السعر $P=5$ ؟

2 - إن ارتفاع السعر إلى $P=6$ سوف يدخل تغيرات في إنفاق هذا

المستهلك وكذلك في فائضة. حلل هذه التغيرات من الرسم البياني؟

3 - إن منحنى الطلب d يبين بأنه عند السعر $P=5$ فإن $X=4$ وأنه

عند $P=4$ فإن $X=5$

- احسب إنفاق و فائض المستهلك عند كل من النقطتين وقيمة فائض

المستهلك الإضافية التي ستظهر عندما ينتقل السعر من 5 إلى 4؟

- ما هي استعمالات هذه القيمة الإضافية من فائض للمستهلك؟

التمرين التاسع: يمكن افتراض وجود ثلاثة أصناف من مشتريين (A, B, C) للسلعة (Q) كل مستهلك يعبر عن الكمية المطلوبة من طرفه وذلك كعلاقة مع السعر مثلما هو واضح من الجدول التالي:

السعر P	الطلب على السلعة Q		
	المستهلك A	المستهلك B	المستهلك C
7	0	0	0
6	0	10	0
5	0	20	10
4	10	50	30
3	30	60	50
2	50	80	60
1	80	90	100

المطلوب: 1- احسب الطلب السوقي على السلعة (Q) بافتراض

وجود 10 مستهلكين من كل صنف؟

2 - ارسم منحنيات الطلب الفردية ومنحنى الطلب السوقي؟

3- بافتراض أن سعر السلعة ثابت ومحدد من طرف الدولة عند $P=5$.

هل أن دخول مستهلكين جدد من الصنف (A) سيكون له أثر على الإنفاق

الكلي في السوق عند هذا السعر؟

التمرين العاشر: طلبنا من مستهلك ما، ما هي الكمية من السلعة

X التي يكون مستعدا لشراؤها عند الأسعار من 9 إلى 0. فأمكن تمثيل

سلوك هذا الأخير بواسطة خط مستقيم (AB) حيث أن النقطة A تقع على

محور الأسعار عند ($P=9, X=0$). أما النقطة B فهي نقطة تقع على محور

حل تطبيقات العرض والطلب والتوازن

حل التمرين الأول:

1 - سعر الطلب عند الكمية 12.5 و 25.

نعوض الكمية في دالة الطلب لنجد: $12.5 = 100 - 5P \Rightarrow P = 17.5$

$25.5 = 100 - 5P \Rightarrow P = 14.9$

2 - الكمية المطلوبة عند الأسعار 12 و 7.5

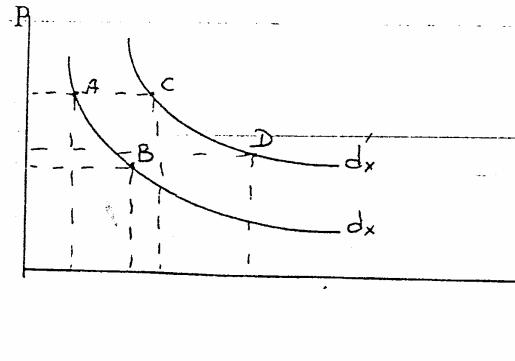
نعوض السعر في دالة الطلب فنجد:

$Q = 100 - 5(7.5) \Rightarrow Q = 62.5$

$Q = 100 - 5(12) \Rightarrow Q = 40$

حل التمرين الثاني:

1 - التمثيل البياني:

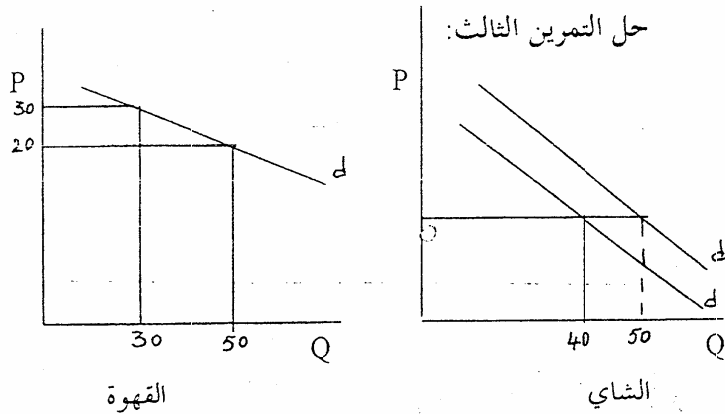


2 - إذا انخفض سعر السلعة من 5 إلى 3 قبل ارتفاع دخل الفرد فإن الكمية المطلوبة تزيد من 20 إلى 30

3 - عندما يزيد دخل الفرد فإن منحنى الطلب ينتقل إلى الأعلى وإلى اليمين من $D(1)$ إلى $D(2)$. يشتري الفرد الآن 40 وحدة من السلعة بدلا من 20 وحدة.

4 - عندما يرتفع دخل الفرد مع انخفاض السعر من 5 إلى 3 فإن الفرد يشتري 35 وحدة إضافية

5 - إذا ما انتقل $D(1)$ إلى $D(2)$ عندما يزيد دخل الفرد فإن السلعة محل الدراسة تكون سلعة عادية بالنسبة لهذا الفرد.



نلاحظ انه عندما يرتفع سعر القهوة من 20 إلى 30 فإن الكمية المطلوبة تنخفض من 50 إلى 30. و بصور هذا بالتحرك على منحنى الطلب على القهوة في الاتجاه إلى الأعلى. ولما كان الشاي بديل للقهوة، فإن ارتفاع

2 - الطلب الكلي على اليد العاملة هو عبارة عن

$$L = L(A) + L(B)$$

وبناء على دوال الطلب فان:

$$L(A) > 0 \iff 0 < W < 500$$

$$L(B) > 0 \iff 0 < W < 250$$

وبالتالي يكون لدينا:

من اجل:

$$L(A) = 0 \iff W > 500$$

$$L = L(A) = 500 - W \iff 500 > 250$$

$$W = 500 - L$$

$$L = L(A) + L(B) = 750 - 2W \iff 0 \leq W < 250$$

من اجل:

$$W = 375 - \frac{L}{2}$$

منحنى الطلب الكلي سيتكون من جزأين في المجال $L > 0, W > 0$

الجزء الأول يتمثل بالعلاقة:

$$W = 500 - L$$

$$W = 375 - L/2$$

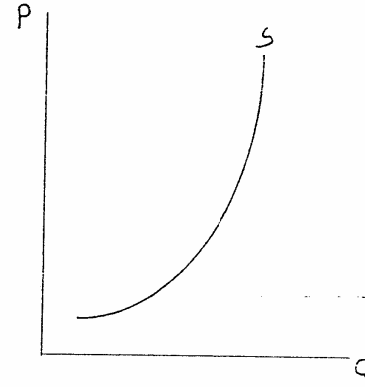
3 - إذا كان عرض اليد العاملة مستقل عن معدل الأجور، فهذا

يعني انه مهما كان معدل الأجر فان الأفراد يستمرون في عرض نفس العدد

من اليد العاملة والتي مقدارها 550 مثلما هو واضح من الرسم البياني.

تحقيق التعادل ما بين العرض الكلي والطلب الكلي هو كالتالي:

سعر القهوة يتسبب في انتقال المنحنى الفرضي للطلب على الشاي إلى الأعلى $D(1)$ إلى $D(2)$ كما هو واضح من الشكل. معنى هذا إذا ثبت سعر الشاي عند 10 فان الفرد يزيد استهلاكه من الشاي إلى 50.



حل التمرين الرابع:

1 - التمثيل البياني:

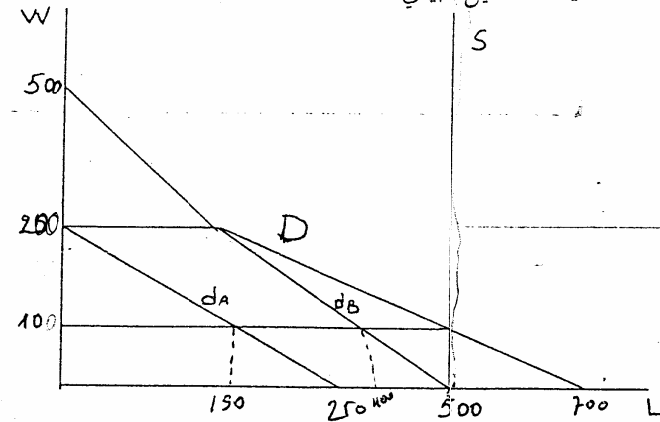
2 - نلاحظ بان منحنى العرض متزايد

من اليسار إلى اليمين وبالتالي نقول

بان العرض هو دالة متزايدة مع السعر

حل التمرين الخامس:

1 - التمثيل البياني



فإذا كانت الكمية المطلوبة هي 160 وثابتة، فإن Q تعادل الطلب السوقي

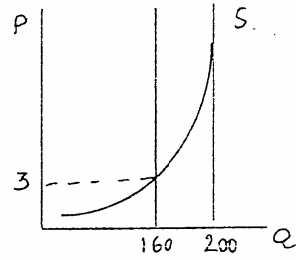
والعرض السوقي يتحقق عند: $P=4, Q=160$

3 - إذا دخلت السوق 10 مؤسسات أخرى أضافت عرضها

للمؤسسات الأولى فإن العرض السوقي سوف ينتقل إلى اليمين ويصبح S' .

والجدول الموالي يبين عرض السوق.

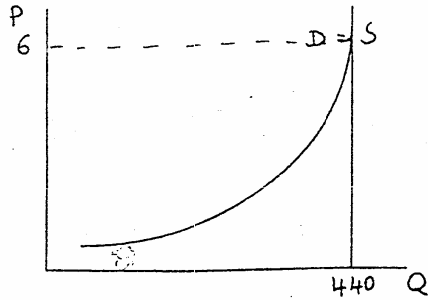
السعر	1	2	3	4	5	6	7
الكمية	40	160	240	320	400	440	440



إذا كان الطلب هو $D(2)$ ويساوي 240 فإن السعر الذي يتحقق عنده

التوازن هو $P=3$ مثلما هو واضح من الرسم البياني السابق.

3 - في الحالة هذه يظهر بان العرض السوقي يبقى دون تغيير عند S



إذا كان $W=100$ من أجل $L=550$ فإن معدل الأجر $W=375 - L/2$

حيث أن $W=375 - 550/2 = 100$

عند هذا المعدل $W=100$ فإن الطلب على اليد العاملة

بالنسبة للمؤسسة A سيكون: $L(A) = 400 \implies 100 = 500 - L(A)$

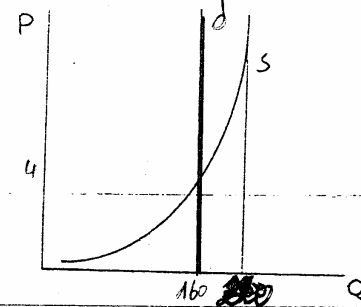
بالنسبة للمؤسسة B: $L(B) = 150 \implies 100 = 250 - L(B)$

مثلما هو واضح من الرسم البياني السابق.

حل التمرين السادس:

1 - التمثيل البياني لمنحنى الطلب السوقي:

السعر	1	2	3	4	5	6	7
الكميات	20	80	120	160	200	220	220



2 - ما دام الطلب غير مرن فبالتالي يمكن تمثيل منحنى الطلب بخط

عمودي على محور الكميات.

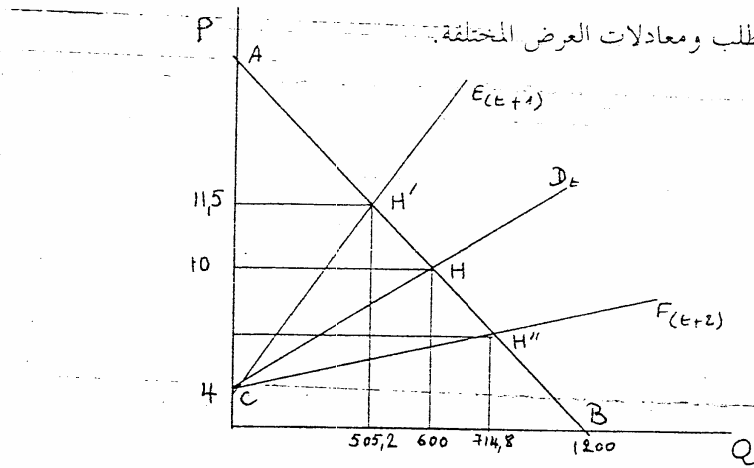
حل التمرين الثامن:

I - بناء على التغيرات في منحنى العرض في الفترتين (t+1), (t+2)

من الشكل أدناه يمكن ملاحظة:

- في الفترة (t+1) ارتفاع سعر التوازن وانخفاض في الكمية المتبادلة.
- في الفترة (t+2) انخفاض في سعر التوازن وزيادة في الكمية المتبادلة أو البعثة.

أمام كل وضعية فإن الإيرادات الإجمالية للمنتجين هي مختلفة ويمكن احتسابها عن طريق إيجاد النقاط H, H', H'' ولأجل هذا يجب إيجاد



معادلة الطلب AB: هذه المعادلة هي من الشكل $Y = aX + b$

أو بشكل آخر وحسب معطيات التمرين فيبي تأخذ الشكل التالي:

$$P = -aX + b$$

لدينا $b=20$ وعندما $(P=20, X=0)$ كذلك $X=1200$ عندما $P=0$

$$0 = -a(1200) + 20 \iff$$

الطلب الفردي هو 22 وحدة، الطلب السوقي إذا أصبح

$Q = 22(20) = 440$ ، والذي يمكن إيجاده بالتجميع الأفقي لمنحنيات الطلب

الفردي.

منحنى العرض والطلب في هذه الحالة يتطابقان وبالتالي فإن سعر

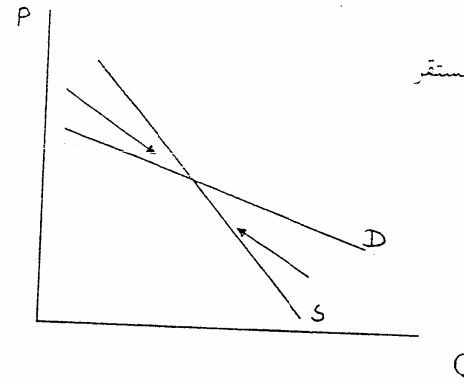
التوازن هو $P \geq 6$ أي أن أي سعر أكبر أو يساوي 6 يحقق التوازن داخل

السوق مهما كانت الكمية.

حل التمرين السابع:

يدل الجدول على سوق مستقر

مثلما هو واضح من الرسم



ذلك انه عند الأجور التي تزيد عن سعر التوازن، يتوافر فائض في عرض

السلعة وانخفاض في الطلب عليها مما يشد السعر تجاه مستوى التوازن

وعندما تنخفض الأجور دون سعر التوازن يتولد عجز في الكمية المعروضة

وفائض في الطلب عليها الذي يشد السعر إلى اعلى تجاه مستوى

التوازن. من جهة أخرى فإن منحنى العرض السوقي اشد انحدارا من منحنى

الطلب السوقي مثلما هو واضح من الشكل.

$$P = -\frac{1}{60} + 20, P = \frac{3}{200}X + 4 \Rightarrow \frac{-1}{60} + 20 = \frac{3}{200}X + 4$$

$$16 = \frac{3}{200}X \Rightarrow \frac{X}{60} \Rightarrow \frac{18X + 20X}{1200} = 16 \Rightarrow \frac{38}{1200}X = 16 \Rightarrow$$

$$X = 505,27P = 11,58$$

التوازن في الفترة (t+2) عند النقطة H'' أي عند وضعية المحصول الجيد

$$P = \frac{-1}{60}X + 20 \Rightarrow P = \frac{1}{175}X + 4 \Rightarrow -\frac{1}{60}X + 20 = \frac{1}{175}X + 4 \Rightarrow$$

$$P = 8,08 \Rightarrow X = 714,89$$

كل نقطة توازن هي معطاة بتقاطع كل من العرض والطلب

السوقيين، وبالتالي فإن إيراد المنتجين عند النقاط المختلفة هي كالتالي:

$$TR(H) = 600(10) = 6000 \quad \text{إيراد المنتجين عند النقطة H}$$

إيراد المنتجين عند النقطة H'

$$TR(H') = 505,27(11,58) = 5851,02$$

إيراد المنتجين عند النقطة H''

$$TR(H'') = 714,89(8,08) = 5776,31$$

نستنتج أنه إذا كان المحصول جيد أو رديء فإن الإيراد الإجمالي

للفلاحين سوف يتجه إلى الانخفاض انطلاقاً من CD.

ففي حالة المحصول المتوسط بلغ الإيراد الإجمالي 6000، أما في حالة

المحصول الجيد فقد بلغ 5776,31 وهذا الرقم المحصل عليه هو نتيجة

ارتفاع الكمية المباعة والتي لا يمكنها تغطية الخسارة نتيجة انخفاض الأجر.

وبالتالي يمكن كتابة معادلة الطلب كالتالي حيث إن:

$$a = \frac{1}{60}$$

$$P = -\frac{1}{60}X + 20$$

معادلة العرض في الفترات المختلفة:

CD

$$C(P=4, X=0), D(P=16, X=1200)$$

$$Y = aX + b \Rightarrow P = aX + b$$

$$P = 4 \Rightarrow 4 = a(0) + b \Rightarrow b = 4$$

$$P = 16 \Rightarrow 16 = a(1200) + 4 \Rightarrow a = 12/1200$$

$$a = 0,01$$

$$P = 0,01X + 4 \quad \text{معادلة العرض CD هي:}$$

معادلة العرض CE في الفترة (t+1)

$$P = \frac{3}{200}X + 4 \quad \text{هي: } C(P=4, X=0), E(P=16, X=800)$$

معادلة العرض CF في الفترة (t+2)

$$P = \frac{1}{175}X + 4 \quad \text{هي } C(P=4, X=0), F(P=8, X=700)$$

توازن هي معطاة بتقاطع كل من منحنى العرض والطلب أي بتساوي دالة

العرض والطلب. ويمكن أن نرسم إلى نقطة التوازن ب H في الفترة (t)

$$P = -\frac{1}{60} + 20, P = 0,01X + 4 \Rightarrow -\frac{1}{60}X + 20 = \frac{1}{100}X + 4$$

$$16 = \frac{1}{100}X + \frac{1}{60}X \Rightarrow \frac{8X}{300} = 16 \Rightarrow X = 600, P = 10$$

التوازن في الفترة (t+1) عند النقطة H' عند وضعية المحصول السيئ هو:

- أما ما بين 10 إلى 20 فإن الإيراد الكلي سوف ينخفض باستمرار وهذا دائما يرجع إلى المرونات.

إن المحصول الجيد الذي يعمل على انخفاض الأجر يمكن أن يكون له أثر على الإيراد الكلي كالتالي:

- زيادة في الإيراد الكلي للفلاحين إذا كان منحنى الطلب مرنا
النقطة A في اتجاه H؛

أما المحصول الرديء الذي يعمل إلى ارتفاع السعر فإن أثره على الإيراد الكلي سوف يكون كالتالي:

- زيادة الإيراد الكلي للفلاحين إذا كان الطلب غير مرن النقطة B
في اتجاه H؛

- انخفاض في الإيراد الكلي للفلاحين إذا كان الطلب مرنا، النقطة
H في اتجاه A مثلما هو واضح من الشكل.

3 - إن أسئلة الثالث تتعلق بإجراء تدخل الدولة في السوق. فالتطور العلمي التكنولوجي يؤثر بشكل مباشر على الكمية المعروضة أمام كل سعر، ذلك أن المنتجين سوف يطرحون كميات أكبر من الإنتاج في السوق أمام التطور العلمي المدخل في العملية الإنتاجية. وبالتالي فإن التوازن في السوق يتحقق عند أسعار أقل والتي تعمل على انخفاض في الإيرادات الإجمالية للفلاحين.

أما في حالة المحصول الرديء والذي يبلغ الإيراد عنده 5851.02 فهذا الرقم المحصل عليه نتيجة ارتفاع الأجر لا يكفي لتغطية الخسارة وبالتالي انخفاض الإيراد الناتج عن انخفاض الكمية.

2 - عند انتقال منحنى العرض بينما تبقى وضعية الطلب دون تغيير فإن توازن السوق يتحقق على مدى منحنى الطلب AB. إن إيرادات المنتجين تتوافق والنفقات الإجمالية للمستهلك عند كل نقاط المنحنى، وبالتالي فإن اتجاه التغيير في الإيرادات المرتبطة بمنحنى الطلب ترجع لما يعرف بمرونات منحنى الطلب.

$$TR = PX = -\frac{1}{60}X^2 + 20X$$

معادلة الإيراد الإجمالي ما هي إلا:

منحنى الإيراد الكلي لا يكون له معنى اقتصادي إلا إذا كان X موجب أو أكبر من الصفر أي أن:

$$TR > 0 \implies 0 < X < 1200$$

فمن أجل X يأخذ القيم من 0 إلى 600 فإن الإيراد الكلي يتزايد باستمرار بانخفاض الأجر.

من أجل X = 600 فإن الإيراد الإجمالي يصل إلى أقصى قيمة له أي أنه يساوي 6000.

من أجل X يأخذ القيم من 600 إلى 1200 فإن الإيراد الكلي ينخفض باستمرار بانخفاض الأجر.

يمكننا تشكيل النتائج بشكل آخر كالتالي:

- عندما يرتفع سعر التوازن من 0 إلى 10 فإن الإيراد الكلي سوف

يزداد باستمرار؛

حل التمرين التاسع:

1 - الطلب السوقي لسلعة ما يمكن الحصول عليه بالتجميع الأفقي للطلب الفردي. الكمية المطلوبة الإجمالية عند سعر معين تساوي مجموع الكميات المطلوبة من طرف كل مستهلك عند هذا السعر. في حالة تمريننا يوجد 10 مستهلكين من كل نوع، الطلب الإجمالي D يمكن الحصول عليه كالتالي:

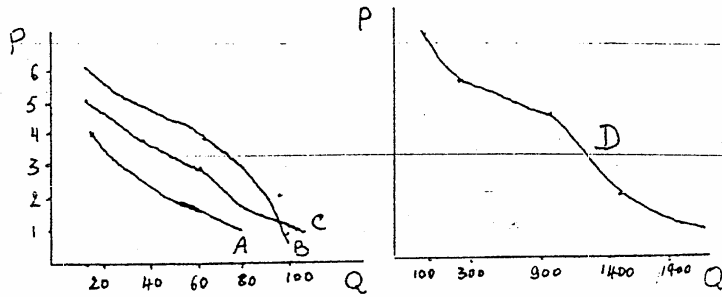
من اجل $P = 4$ يكون لدينا:

$$D = (10 \times 10) + (50 \times 10) + (30 \times 10) = 900$$

في المجموع يكون لدينا الجدول التالي:

P	7	6	5	4	3	2	1
Q	0	100	300	900	1400	1900	2700

2 - التمثيل البياني:



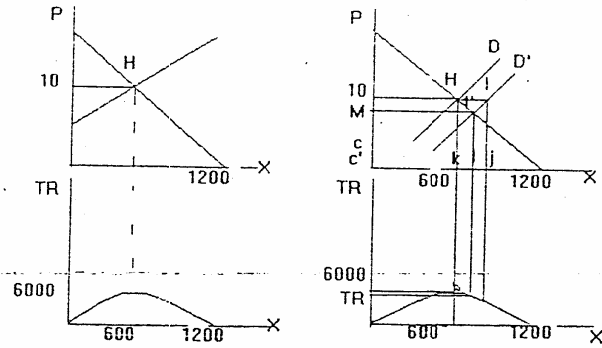
أما إذا كان هذا الأجراء أمام سعر مضمون وثابت عند 10 مثلما جاء في السؤال، فإننا نتوقع وجود فائض في البرض بمقدار HI مثلما هو واضح من الرسم والذي يعادل 400.

ان تحديد السعر الثابت $P = 10$ سوف يعمل على:

- فائض في الإنتاج (عرض فائض) بمقدار المساحة HIJK المعادلة لمقدار $400(10) = 4000$ ؛

- إيراد كلي مقداره 6000 وهو اكبر من ذلك الذي يمكن تحقيقه إذا تم تحديد السعر في السوق بشكل آلي ومقدار هذا الأخير تعادل المساحة MI'LO أو TR على الرسم البياني الخاص بالإيراد المرافق للرسم الخاص

بالعرض والطلب في السوق.



3 - النقطة التي إحداثياتها $X=4$, $P=5$ تتوافق والنقطة C من

المطلب الأول.

النقطة التي إحداثياتها $X=5$, $P=4$ تمثل النقطة E من الرسم البياني.

عند النقطة C، الإنفاق الإجمالي هو: $P_1CX_1O = 4 \times 5 = 20$

فائض المستهلك هو: $P_1AC = \frac{4 \times 4}{2} = 8$

عند النقطة E الإنفاق الكلي هو $P_2EXO = 4 \times 5 = 20$

فائض المستهلك هو: $P_3AE = \frac{5 \times 5}{2} = 12.5$

يمكن إذا مشاهدة بان الانتقال من C إلى E لا يدخل أي تغيير في

الإنفاق الإجمالي للمستهلك، ولكن يعمل على الزيادة في فائض المستهلك.

القيمة الإضافية في فائض المستهلك بعد انخفاض السعر ممثلة بالمساحة:

$$P_1CEP_3 = 12.5 - 8 = 4.5$$

هذا الفائض يتركب من جزأين:

- المساحة P_1CFP_3 تتوافق وزيادة في فائض المستهلك من جراء شراء 4

وحدات من X. هذا المكسب يستخدم في شراء الوحدة الخامسة بسعر $P =$

4 حيث أن الإنفاق الإجمالي لم يتغير.

- المساحة CFE المساوية لقيمة $CFE = 4.5 - 4 = 0.5$.

إذا أن انخفاض السعر سوف يعمل على زيادة فائض المستهلك حيث الجزء

الأول يوجه لشراء وحدة إضافية من السلعة X أما الجزء الثاني، أي المساحة

$CFE=0.5$ فلا تنفق الشراء المادي بقدر ما لها أهمية بيكولوجية على

المشتري.

3 - إذا كان سعر السلعة هو $P = 5$ فإن دخول مستهلكين جدد

من الصنف A لن يكون له أي تأثير على الطلب الإجمالي عند هذا السعر.

بينما يكون لهم تأثير عند الأسعار الأقل. وبالتالي لن يكون هناك أي أثر

على الإنفاق الإجمالي المحقق عند هذا السعر.

حل التمرين العاشر:

I - التمثيل البياني لمنحنى الطلب:

من أجل $P=5$ فإن الإنفاق الكلي يعادل 20

وهو يتوافق والمساحة OP_1CX_1

فائض المستهلك الإجمالي هو عبارة عن مساحة

المثلث P_1AC أي أن: $\frac{P_1A \times P_1C}{2} = 8$

فائض المستهلك يتوافق والمساحة المحددة بنقاط منحنى الطلب الموافقة

والأسعار الأعلى من (الخط AC)

2 - ارتفاع السعر حتى $P = 6$ سوف يدخل تغيرات على الإنفاق

الكلي الإجمالي. المساحة الجديدة للإنفاق الإجمالي تصبح: $P_2DX_2O = 18$

هناك انخفاض في فائض المستهلك التي تصبح:

$$P_2DA = \frac{3 \times 3}{2} = 4.5$$

الخسارة في فائض المستهلك هي ممثلة بالمساحة: $P_1P_2DC = 8 - 4.5 = 3.5$

التمرين السادس: يوضح الجدول أدناه كميات قطع اللحم التي

تشتريها سنويا أسرة عند المستويات المختلفة للدخل.

الدخل	4000	6000	8000	10000	12000	14000	16000	18000
الكمية	100	200	300	350	380	390	350	250

المطلوب: 1 - أوجد المرنة الدخلية لطلب هذه الأسرة بين

مستويات الدخل المختلفة لهذه الأسرة؟

2 - ما هو مدى الدخل الذي تعترف فيه هذه الأسرة قطع اللحم سلعة

كالمالية أو دنيا؟

3 - ارسم المنحنى الذي يبين العلاقة ما بين الكمية المطلوبة والدخل

التقدي. ماذا يطلق على هذا المنحنى؟

التمرين السابع: لتكن لدينا دالة العرض التالية : $Q = 80 + 20P$

أوجد مرونة العرض السعرية عندما يكون السعر معادلا لـ 4؟

التمرين الثامن: إذا كان الطلب السوقي على سلعة اللحم مرنا، هل

أن زفع السعر يؤدي إلى زيادة أو تخفيض في دخول بائعي هذه السلعة؟

التمرين التاسع: تكلم باختصار عن العوامل المؤثرة في معامل مرونة

العرض السعرية؟

التمرين الرابع: بافتراض أن الكمية المطلوبة من السلعة Q هي دالة في

سعر هذه السلعة P وأسعار السلع الأخرى P_i وكذا الدخل التقدي R.

المطلوب: 1 - ماذا يطلق على المؤشرات التي تقيس التغير النسبي في

الكمية المطلوبة الناتج عن التغير في كل من سعر السلعة وأسعار السلع الأخرى

والدخل التقدي.

2 - بافتراض أن الطلب على السلعة ممثل بالدالة التالية :

$$Q = P^{-0.3} P_i^{0.1} R^{0.4}$$

ما هي نسبة التغير في الكمية المطلوبة إذا ما حدث وان:

أ - ارتفع سعر السلعة ب 10% مع بقاء العوامل الأخرى ثابتا.

ب - ارتفعت أسعار السلع الأخرى ب 5% مع بقاء العوامل الأخرى دون

تغيير؟ اشرح النتيجة؟

ج - ارتفع الدخل التقدي ب 10% مع بقاء العوامل الأخرى دون تغيير؟

ما نوع السلعة؟

التمرين الخامس: لتكن لدينا دالة الطلب على سلعة ما كالتالي:

$$Q = 40 - 0.5P$$

بافتراض تواجد دالة طلب على سلعة أخرى هي السلعة Y. هذه الدالة

هي خطية يتقاطع منحناها مع منحنى دالة الطلب الأولى عند النقطة A عندما

السعر يكون معادلا لـ 8. كما أن مرونة الطلب السعرية بالنسبة للسلعة Y

تساوي ضعف مرونة الطلب السعرية بالنسبة للسلعة X عند نقطة التقاطع.

المطلوب إيجاد معادلة الطلب على السلعة Y.

التمرين العاشر: في سنة ما بينت الإحصائيات، بان هناك عائلة تمتلك دخلا سنويا مقداره 170000 دج سنويا يخصص على مكونات الاستهلاك حسب الجدول التالي:

مجال الاستهلاك	هيكل الإنفاق %	المرونة الدخلية
الصحة	13.9	1.04
السكن	18.2	1.08
النقل والاتصال	13.8	1.38
السياحة والاستحمام	6.3	1.18
تجهيز السكن	8.3	0.11
اللباس	6.4	0.22
المواد الغذائية	20.7	0.40
سلع وخدمات أخرى	12.4	1.21

خلال السنة المالية تحصلت هذه العائلة على زيادة حقيقية مقدارها 1% من دخلها المتاح.

المطلوب: 1 - احسب مقدار الإنفاق لكل تخصيص من تخصيصات دخل هذه العائلة، قبل وبعد الزيادة في الدخل وكذا نسبة التغير في الإنفاق لكل تخصيص؟

2 - أوجد مرونة الطلب الدخلية لهذه العائلة؟

3 - أوجد نسبة الادخار (ذلك الجزء من الدخل غير المنفق) لهذه

العائلة؟ وشرح النتيجة؟

التمرين الحادي عشر: مؤسسة اقتصادية متخصصة في إنتاج وبيع المشروبات الغازية، تخطط لوضع سياسة جديدة لأسعارها وإيراداتها. بافتراض أنهما على علم بالمعطيات التالية:

نوع السلعة	مرونة الطلب الدخلية	مرونة الطلب السعرية
مشروبات غازية عادية	- 0.02	0.14
مشروبات الكوكاكولا	0.79	0.56
مشروبات الفانتا	0.53	1.61
مشروبات السينا	0.59	- 0.47

ملاحظة: اسبقنا مرونة الطلب السعرية عند حسابها بإشارة (-) للحصول على قيم صحيحة.

المطلوب: 1 - بافتراض أن الدولة عملت على تثبيت أسعار هذه السلع. احسب نسبة التغير في الكمية المطلوبة لكل مشروب من هذه المشروبات وفي أي اتجاه سوف تتطور إيرادات هذه المؤسسة (دخولها) من كل سوق من هذه الأسواق الأربعة، إذا ما توقعنا بأن القوة الشرائية (الدخل) للمستهلكين ستزيد بنسبة 2%؟ اشرح ذلك؟

2 - نفترض الآن بان القدرة الشرائية للمستهلكين تبقى ثابتة، وان

الأسعار تحددها المؤسسة بكل حرية في هذه الأسواق الأربعة. ما هي سياسة المؤسسة السعرية بالنسبة لكل سلعة إذا كانت تهدف هذه المؤسسة إلى الرفع من إيراداتها؟ اشرح ذلك؟

التمرين الثاني عشر: لتكن لدينا أربع شركات D, C, B, A تعمل في صناعة تنافسية ولها دوال العرض التالية:

$$S_A = 16 + 4P, \quad S_B = 32 + 5P, \quad S_C = 5 + P^{**}, \quad S_D = 60 + 7P$$

المطلوب: 1 - أوجد دالة العرض السوقي؟

2 - أن الطلب على سلعة هذه الشركات يتشكل من ثلاث مجموعات من المستهلكين 1, 2, 3 لها دوال الطلب التالية:

$$D_1 = 500 - 5P, \quad D_2 = 400 - 4P, \quad D_3 = 413 - 4P$$

أوجد دالة الطلب لسوقي؟

3 - حدد سعر وكمية التوازن السوقيين؟

4 - أوجد مرونة الطلب السعرية للسوق؟ وكذا المرونة الفردية؟

التمرين الثالث عشر: في دراسة قام بها صاحب مسرح لتحديد

أفضل سعر لتذكرة الدخول، تبين بان دالة الطلب على تذاكر الدخول لها

$$D = \frac{a}{P} - b$$

الشكل التالي:

حيث أن: P هو سعر التذكرة؛ D هو عدد المتفرجين؛ a, b

ثوابت.

كما نعلم بان عدد الأماكن في هذا المسرح هو بالتحديد 500 مكان.

لقد تبين لصاحب المسرح بأنه عندما يكون سعر التذكرة الواحدة 40 دينار

فان عدد المتفرجين يصل إلى 250-متفرجا، أما عند السعر 35 دينار فان عدد المتفرجين يصل إلى 300 متفرجا.

المطلوب: 1 - أوجد الثوابت a, b ؟

2 - أوجد السعر المناسب لكي تستنفذ كل الأماكن؟

3 - إن صاحب هذا المسرح يتوقع بأنه عند السعر 30 دينار فان

الأماكن سوف تستغل بنسبة 90% هل هذا التوقع صحيح؟

التمرين الرابع عشر: لنفترض منحنى طلب متناقص على شكل

خط مستقيم يقطع المحور العمودي في النقطة A والمحور الأفقي في النقطة B .

لتأخذ أي النقطة على المنحنى المحدد ولتكن C_1 والتي لها الإحداثيات

$$OP_1 \quad OQ_1$$

1 - أوجد الصيغة الهندسية لمرونة الطلب السعرية عند النقطة C_1 ؟

2 - انطلاقاً من نتيجة المطلب الأول بين كيف يتطور معامل المرونة

عند التحرك على المنحنى AB ؟

3- نفترض بان منحنى الطلب AB لها الشكل التالي: $P = 6 - 2Q$

. باستعمال نتيجة المطلب الأول أوجد قيمة إحداثيات النقطة C_1 عندما

يكون معامل المرونة معادلاً لـ: $1, 0, \infty$

التمرين الخامس عشر:

قرر صاحب محل لبيع الكتب أن يغير من سياسته السعرية، وكل

هدفه هو زيادة مبيعاته وبالتالي زيادة إيراداته. إن الفكرة الأساسية هي إجراء

حل تطبيقات حساب المرونات

حل التمرين الأول:

$$E_D = -\frac{\Delta Q}{\Delta P} \frac{P}{Q} \quad \text{مرونة الطلب السعرية لها الشكل التالي:}$$

$$dQ/dP = -0.025 \quad \text{اشتقاق الدالة هو:}$$

عندما يكون السعر معادلا لـ 300000 فإن الكمية المطلوبة

تعاادل:

$$Q = 100000 - 0.025(300000)$$

وبالتالي تكون المرونة

$$E_D = 0.025 \frac{300000}{10^4 - 0.025 \times 3 \times 10^5} = +3$$

حل التمرين الثاني:

السعر	الكميات من X	الإنتاج الكلي على X	الكميات من Z	الإنتاج الكلي على السلعة Z
6	100	600	100	600
5	110	550	150	750
4	120	480	225	900
3	150	450	325	975
2	200	400	500	1000
1	200	300	1100	1100

تخفيض مقداره 20% من أسعار الكتب. في الواقع أن صاحب المكتبة اتخذ هذا الرهان بهدف زيادة رقم أعماله. إذا كنت على علم بمعامل مرونة الطلب السعرية، هل تستطيع أن توضح بان السياسة الجديدة المتبعة ستسمح بإعطاء نتائج إيجابية؟ ولماذا؟ بين ذلك؟

التمرين السادس عشر:

بافتراض انه لدينا دالة الطلب على السلعة X معطاة على الشكل

التالي:

$$Q_x = 4850 - 5P_x + 1.5P_y + 0.1R$$

حيث ان R يمثل الدخل و P_y, P_x هما سعري السلعتين Y, X على

التوالي.

المطلوب: 1 - احسب مرونة الطلب الدخلية بالنسبة للسلعة X

واشرح النتيجة؟

2- احسب المرونة التفاضلية للطلب على السلعة X مع تفسير

النتيجة؟

3- تكلم باختصار عن العوامل المؤثرة في مرونة العرض؟

$$\text{علما ان: } P_x = 200, P_y = 100, R = 1000$$

يطلق عليه بالمرونة. أي مرونة Y بالنسبة لـ X والذي يعادل العلاقة التالية:

$$E_{X,Y} = \frac{\Delta Y}{\Delta X} \frac{X}{Y}$$

وبالتالي يكون لدينا من التمرين أن الكمية المطلوبة تابع لمتغيرات

ثلاث. أي أن:

$$Q = F(P, P_i, R)$$

يمكننا حساب ثلاثة أنواع من المرونات وهي:

$$E_D = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \frac{P}{Q} \quad \text{- مرونة الطلب السعرية:}$$

$$E_{X,Y} = \frac{\Delta Q}{\Delta P_i} \frac{P_i}{Q} \quad \text{- مرونة الطلب التقاطعية:}$$

$$E_R = \frac{\Delta Q}{\Delta R} \frac{R}{Q} \quad \text{- مرونة الطلب الدخلية:}$$

$$Q = P^{-0.3} P_i^{0.4} R^{0.4}$$

2- أ:

$$E_D = \frac{-0.3 P^{-0.3} P_i^{0.4} R^{0.4}}{P^{-0.3} P_i^{0.4} R^{0.4}} = 0.3$$

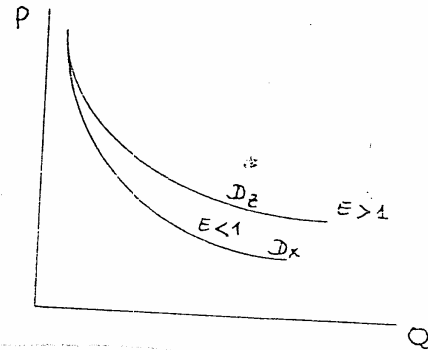
ما دامت مرونة الطلب السعرية تعادل 0.3 فإن الطلب غير مرن.

هذا يعني أنه إذا ارتفع السعر ب 10% فإن ذلك سوف يؤدي إلى انخفاض

في الكمية المطلوبة بـ 3%.

ب -

$$E_{X,Y} = \frac{0.1 P^{-0.3} P_i^{0.4} R^{0.4}}{P^{-0.3} P_i^{0.4} R^{0.4}} = 0.1$$



حيث أن الإنفاق الكلي على السلعة X ينخفض باستمرار مع انخفاض سعرها فإن معامل مرونتها السعرية يكون أقل من الواحد الصحيح على طول المنحنى D(x). أما في حالة السلعة Z فإن الإنفاق الكلي عليها يرتفع باستمرار مع انخفاض سعرها. لذلك فإن معامل المرونة السعرية يكون أكبر من الواحد الصحيح على طول منحنى الطلب D(z).

حل التمرين الثالث:

$$Q = 30 + 0.75M \quad \text{لدينا دالة الطلب الدخلية كالتالي:}$$

عندما يعادل الدخل 2000 فإن الكمية المطلوبة سوف تصبح:

$$Q = 1530$$

$$E_M = \frac{\Delta Q}{\Delta M} \frac{M}{Q} = 0.75 \frac{2000}{1530} = 0.98 \quad \text{مرونة الطلب الدخلية هي:}$$

حل التمرين الرابع:

1 - بشكل عام عندما يكون المتغير التابع Y للمتغير المستقل X فإن

التغير كنسبة مئوية لـ Y كدالة للتغير النسبي في X ينعكس في مؤشر

$$\frac{dQ_x}{dP_y} = \frac{1}{2} \frac{dQ_y}{dP_y} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \frac{dQ_y}{dP_y} \Rightarrow \frac{dQ_y}{dP_y} = 1$$

نستنتج بان:

أن دالة الطلب على السلعة Y هي دالة خطية من النوع: $Q(y) = a$
 $P(y) + b \Rightarrow Q(y) = -P(y) + b$

من جهة أخرى إن الدالة تمر بالنقطة: A حيث ان $P = 8$ و $a = 36$

وبالتالي يمكن الحصول على قيمة b.

$$36 = -8 + b \Rightarrow b = 44$$

وفي النهاية نحصل على دالة الطلب على السلعة Y كالتالي:

$$Q(y) = -P(y) + 44$$

حل التمرين السادس:

1 - باستعمال قانون إيجاد المرونة الدخلية، فانه من الجدول يمكن

إيجاد المرونات الدخلية للمستويات المختلفة من الدخل:

المرونة	2.0 و 1.5	0.67 و 0.43 و 0.16	-0.72 و -2.29
نوع السلعة	سلعة كمالية	سلعة ضرورية	سلعة دنيا

2 - نلاحظ انه عند المستويات الدنيا من الدخل لهذه الأسرة من

4000 إلى 8000 فان اللحم يعتبر سلعة كمالية. أما ما بين 8000

و 14000 فان اللحم يعتبر سلعة ضرورية، بينما عند المستويات العليا أي

بين 14000 و 18000 فان الأسرة بدأت في تخفيض استهلاكها لهذه

السلعة رغم ارتفاع الدخل و بالتالي تعتبر السلعة سلعة دنيا.

3 - الرسم البياني هو واضح كالتالي:

إذا ارتفعت أسعار السلع الأخرى ب- 5% و مادامت مرونة الطلب
التقاطعية تساوي 0.1 فان التغير النسبي في الكمية المطلوبة سوف يكون
بنسبة 0.5%. و مادامت المرونة موجبة فان السلعتين بدلتين لبعضهما

ج -

$$E_R = \frac{0.4 P^{-0.3} P_i^{0.1} R^{-0.6} R}{P^{-0.3} P_i^{0.1} R^{0.4}} = 0.4$$

إذا ارتفع الدخل بـ 10% و مادامت المرونة التقاطعية تساوي 0.4

فان التغير النسبي في الكمية المطلوبة سوف يكون ب- 4%. و مادام معامل
المرونة موجب و اقل من الواحد الصحيح فان هذه السلعة هي سلعة عادية
و ضرورية.

حل التمرين الخامس:

عندما يساوي السعر 8 وحدات نقدية، فان الكمية المطلوبة من

السلعة X تعادل $Q(x) = 36$.

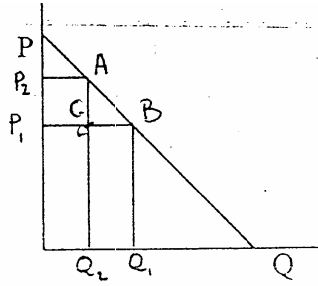
عند النقطة A يتقاطع المنحنيين للطلب على السلعتين و بالتالي فان:

$$\frac{P_x}{Q_x} = \frac{P_y}{Q_y}$$

لدينا عند نقطة التقاطع مرونة Y ضعف مرونة X، و بالتالي يمكن

كتابة:

$$\frac{dQ_x}{dP_x} \frac{P_x}{Q_x} = \frac{1}{2} \frac{dQ_y}{dP_y} \frac{P_y}{Q_y}$$



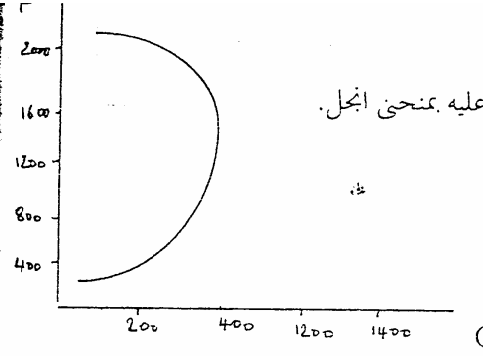
ان ارتفاع سعر اللحم يعني انخفاض الكمية المطلوبة من هذه السلعة. فعند السعر P_1 فان الجزائر ين سوف يبيعون الكمية Q_1 إذا ارتفع السعر إلى P_2 فان الكمية المباعة تصح Q_2 ، أي انخفاض في الكمية المباعة.

ما دام الجزائريين يتعاملون مع منحنى طلب مرّن أي أن درجة حساسية الكمية للتغير في السعر تكون كبيرة وبالتالي تتواجد في الجزء الأعلى من منحنى الطلب.

فإذا ارتفع سعر اللحم فان دخل الجزائريين سوف يزداد بمقدار المساحة P_1P_2AC بينما ينخفض بمقدار المساحة Q_1Q_2CB كما نلاحظ بان المساحة الأولى اقل من الثانية، أي ان الزيادة في الدخل هي اقل من الانخفاض في الدخل. وبالتالي فان ارتفاع السعر سوف يؤدي إلى انخفاض في دخول بائعي اللحم مثلما هو واضح من الرسم البياني.

حل التمرين التاسع:

العوامل المؤثرة في مرونة العرض السعرية:



يطلق على المنحنى المحصل عليه بمنحنى انجبل.

حل التمرين السابع:

عند السعر $P=4$ فان الكمية المعروضة هي:

$$Q = 80 + 20(4) = 160$$

$$\frac{dQ}{dP} = 20$$

لدينا كذلك:

$$E = \frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q} \Rightarrow \frac{20 \times 4}{160} = 0.5$$

يمكن إيجاد مرونة العرض كالتالي: 0.5. نلاحظ بان العرض غير مرّن ذلك ان معامل المرونة اقل من الواحد.

حل التمرين الثامن:



الجدول الموالي يمثل الحسابات المختلفة.

التخصيصات	المرونة E	تخصيصات الدخل قبل ارتفاعه F	نسبة التغير X	مقدار التغير FX	التخصيصات بعد التغير F+FX
الدخل		170000	%1	1700	171700
الصحة %	1.04	23630	%1.04	245.75	23875.75
السكن	1.08	30940	%1.08	334.15	31274.15
النقل والمواصلات	1.38	23460	%1.38	323.75	23783.78
السياحة والاستحمام	1.18	10710	%1.18	126.38	10836.38
تجهيز السكن	0.11	14110	%0.11	15.52	14125.52
اللباس	0.22	10880	%0.22	23.93	10903.93
المواد الغذائية	0.40	35190	%0.40	140.76	35330.76
سلع وخدمات أخرى	1.21	21080	%1.21	255.07	21335.07
المجموع		170000		1465.31	171465.31
الإذخار الإضافي				234.69	234.69

العمود F تم الحصول عليه بضرب الدخل المتاح بمعامل أو نسبة كل تخصيص من الميزانية أو الدخل:

$$\text{مثال على ذلك: } 23630 = 170000 \times 0.139$$

نعرف فقط مرونة الطلب الدخلية بالنسبة لكل تخصيص إذا:

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta R}{R} E \Leftrightarrow E = \frac{\Delta X}{\Delta R} \frac{R}{X} = \frac{\Delta X / X}{\Delta R / R}$$

مادام:

$$\frac{\Delta X}{X} = 0.01 E \Leftrightarrow \frac{\Delta R}{R} = 0.01$$

- مرونة الطلب الدخلية: 2

1 - الطاقات الإنتاجية المتاحة: عندما تكون قدرة المنتجين على زيادة الناتج أو إنقاظه لا تتعلق مباشرة بالسعر وإنما بالطاقات الإنتاجية، لذلك عندما يرتفع سعر سلعة ما وتوفر طاقات غير مستغلة أو يمكن زيادة الطاقات الحالية بسرعة كافية يمكن زيادة العرض نتيجة لارتفاع السعر، فيكون العرض في هذه الحالة مرنا. أما إذا لم يحدث ذلك فإن زيادة السعر لن تقود إلى زيادة العرض مما يجعل العرض غير مرن في هذه الحالة.

2 - طبيعة السلعة ودرجة تعميمها: عندما ينخفض سعر سلعة ما، فإن عرضها سوف يتأثر بطبيعة السلعة ودرجة تعميمها. فالسلعة التي لا يمكن الاحتفاظ بها مدة طويلة ولا يمكن تخزينها إلا بتكاليف باهظة تحمل المنتج على عرضها للبيع حتى ولو كان السعر اقل مما يتوقع في هذه الحالة ينتظر بان تكون مرونة السلعة كبيرة والعكس صحيح.

حل التمرين العاشر:

1 - مقدار الإنفاق لكل تخصيص من تخصيصات دخل هذه العائلة قبل وبعد الزيادة في الدخل وكذا نسبة التغير في الإنفاق لكل تخصيص.

المشروبات المختلفة	E	التغير في الطلب	اتجاه التغير في الإيرادات
مشروبات غازية عادية	-0.02	-0.04 %	انخفاض في الإيرادات
مشروبات الكوكا كولا	0.79	1.58 %	زيادة في الإيرادات
مشروبات الفانتا	0.53	1.06 %	زيادة في الإيرادات
مشروب السبينا	0.59	1.18 %	زيادة في الإيرادات

التغير في الطلب تم حسابه انطلاقاً من: $\frac{\Delta X}{X} = E \left(\frac{\Delta R}{R} \right)$

$$\frac{\Delta Q}{Q} = -0.02(2\%) = -0.04\%$$

وهكذا بالنسبة للسلع الأخرى.

الشرح: نلاحظ بان المشروبات الغازية العادية لها مرونة طلب دخلية سالبة لذلك فان ارتفاع الدخل سوف يعمل على تخفيض الطلب عليها. وبما أن السعر لم يتغير فإن الإيراد الكلي من هذا المشروب سوف ينخفض. بينما المشروبات الأخرى حيث المرونات الدخلية موجبة فان زيادة الدخل الحقيقي ب 2 % فان ذلك سوف يؤدي إلى تغير الطلب في الاتجاه الموجب، وبالتالي ترتفع إيرادات المؤسسة من هذه المشروبات الثلاثة.

2 - إن معرفة مرونة الطلب السعرية تسمح لنا بمعرفة في أي اتجاه يمكن للمؤسسة تغيير أسعارها من اجل زيادة رقم أعمالها. بالنسبة للمشروبات الغازية العادية و مشروب الكوكا كولا حيث المرونة

معدل الزيادة في الطلب الإجمالي هو:

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{1465}{170000} = 0.00862$$

مرونة الطلب الدخلية تساوي:

$$E_R = \frac{\frac{\Delta X}{X}}{\frac{\Delta R}{R}} = \frac{0.00862}{0.01} = 0.86$$

3 - الادخار بالتعريف هو ذلك الجزء من الدخل غير المنفق. وبعادل

الدخل مخفضاً منه مقدار الاستهلاك أي:

$$S = 171700 - 171465.31 = 234.69$$

$$\text{نسبة الادخار هي: } \frac{\Delta S}{S} = \frac{234.69}{171700} \times 100 = 0.14\%$$

يلاحظ بان نسبة الدخل المخصصة للادخار تزداد في نفس الوقت الذي يزداد فيه الدخل.

هذا المثال يؤكد مبدأ كيتز والذي مررناه انه كلما زاد الدخل، كلما زاد معدل الادخار. مع ملاحظة أن النظرية النيوكلاسيكية للمستهلك لا تلاحظ الادخار لاستهلاك آخر: حيث أن مقدار الادخار يبقى مرتبطاً بالحكم الذي يقرره المستهلك ما بين الاستهلاك الحالي والمستقبلي.

حل التمرين الحادي عشر:

1 - إذا لم يتغير السعر بينما يزداد الدخل الحقيقي ب 2 % فان

الطلب والإيرادات المحققة على هذه السلع سوف تكون كالآتي:

$$D_T = D_1 + D_2 + D_3$$

$$D_T = 500 - 5P + 400 - 4P + 413 + 4P$$

$$D_T = 1313 - 13P$$

التوازن يتحقق عندما يتعادل كل من العرض والطلب:

$$S_T = D_T$$

$$113 + 17P = 1313 - 13P$$

$$P = 40$$

$$Q = 793$$

$$E_D = -\frac{\Delta Q}{\Delta P} \frac{P}{Q} = -(-13) \frac{40}{793} = 0.656$$

مرونة الطلب السعرية: مرونة الطلب الجزئية:

$$E_{D1} = -(-5) \frac{40}{500 - 200} = 0,667$$

$$E_{D2} = -(-4) \frac{40}{400 - 160} = 0,667$$

$$E_{D3} = -(-4) \frac{40}{413 - 160} = 0,632$$

حل التمرين الثالث عشر:

1- قيمة الثوابت. - هناك حالتين للتوازن:

$$250 = \frac{a}{40} - b$$

$$350 = \frac{a}{35} - b$$

$$350 - 250 = \frac{a}{35} - \frac{a}{40} \Rightarrow 100 = \frac{40a - 35a}{1400} \Rightarrow 5a = 140000$$

$$a = 28000$$

$$b = \frac{28000}{40} - 250 = 450$$

[1, 0] فان رفع أسعارها سوف يؤدي إلى الرفع من إيرادات المؤسسة. أما بالنسبة لمشروب الفانتا حيث المرونة اكبر من الواحد، فان تخفيض أسعارها سوف يؤدي إلى الزيادة من إيرادات المؤسسة.

بينما مشروب السينيا حيث مرونة الطلب السعرية سالبة، إذ أن منحني الطلب هو متزايد، في هذه الحالة فان رفع السعر سوف يسمح بزيادة إيرادات المؤسسة. ويمكن توضيح كل هذه الحالات في الجدول التالي:

المشروبات المختلفة	مرونة الطلب السعرية	سياسة المؤسسة
مشروبات غازية عادية	0.14	رفع السعر
مشروبات الكوكاكولا	0.58	رفع السعر
مشروب الفانتا	1.61	تخفيض السعر
مشروب السينيا	- 0.47	رفع السعر

حل التمرين الثاني عشر:

1- العرض السوقي لهذه الشركات الأربع يتحدد بالتجميع الأفقي

لدوال العرض الأربع:

$$S_T = S_A + S_B + S_C + S_D$$

$$S_T = 16 + 4P + 32 + 5P + 5 + P + 60 + 7P$$

$$S_T = 113 + 17P$$

الطلب السوقي يتحدد كذلك بالتجميع الأفقي لدوال الطلب الثلاث

كالتالي:



$$E = \frac{O_1 Q_2 \cdot OP_1}{P_1 P_2 \cdot OQ_1}$$

$$O_1 Q_2 = DC_2$$

$$P_1 P_2 = C_1 D$$

$$E = \frac{DC_2 \cdot OP_1}{C_1 D \cdot OQ_1}$$

يمكننا تصور المثلثين: $DC_1 C_2$, $O_1 C_1 B$ وهما متماثلين، وبالتالي يمكن

كتابة الصيغ التالية:

$$\frac{DC_2}{C_1 D} = \frac{O_1 B}{C_1 O_1}$$

ما دام $C_1 O_1 = OP_1$ فيكون لدينا:

$$\frac{DC_2}{C_1 D} = \frac{O_1 B}{OP_1} \Rightarrow E = \frac{O_1 B \cdot OP_1}{OP_1 \cdot OQ_1}$$

$$E = \frac{O_1 B}{OQ_1}$$

2- بمساعدة الصيغة السابقة يمكن توضيح كيف يتغير معامل المرونة وذلك

بتحرك C_1 في اتجاه AB

- إذا تطابقت C_1 مع A فإن:

$$BC_1 = BA, \quad AC_1 = AA = 0$$

$$E = \frac{BA}{0} = \infty$$

- إذا ما تطابقت C_1 مع B فإن:

$$BC_1 = BB = 0, \quad AC_1 = AB$$

$$E = \frac{0}{AB} = 0$$

- إذا ما وقعت C_1 في منتصف AB فإن

2- السعر الأمثل لتشغيل القاعة كاملة:

$$D = \frac{28000}{P} - 450$$

إن دالة الطلب تصبح كالتالي:

القاعة تمتلئ عندما يكون العرض الإجمالي مساويا لـ 500.

$$S = 500 = D = \frac{28000}{P} - 450$$

$$P = \frac{28000}{950} = 29,47$$

$$D = \frac{28000}{30} - 450 = 483,33$$

$$\frac{483,33 \times 100}{500} = 96,6\%$$

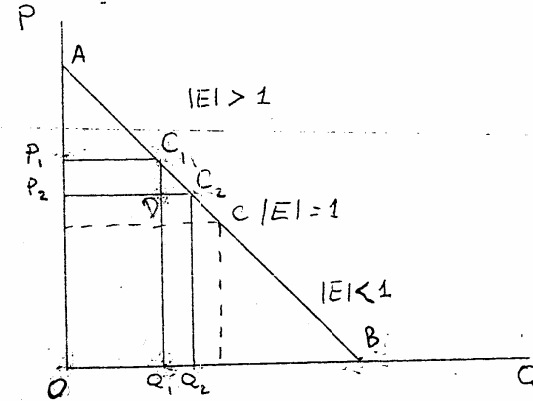
إذا نسبة تشغيل القاعة هي:

وبالتالي يمكن اعتبار تصور صاحب السينما تصورا صحيحا.

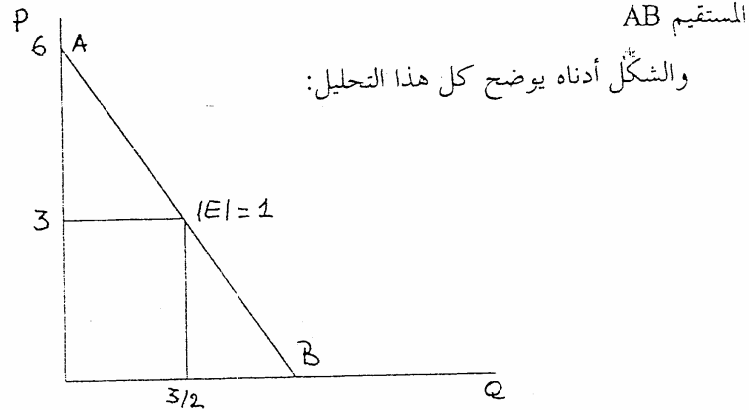
حل التمرين الرابع عشر:

1- الصيغة الهندسية لمرونة الطلب عند النقطة C_1

يمكن الاستعانة بالرسم البياني أدناه لإيجاد الصيغة كالتالي:



نعلم بان $OB = OQ_1 + Q_1B = 3$ من اجل الحصول على $E = 1$ يجب ان يكون $OQ_1 = \frac{3}{2}$ و $OP_1 = 3$ النقطة $C\left(3, \frac{3}{2}\right)$ تتواجد في منتصف



والشكل أدناه يوضح كل هذا التحليل:

حل التمرين الخامس عشر:

لأجل توضيح جدوى هذه السياسة الجديدة ومدى سدادها لابد من الرجوع إلى معامل مرونة الطلب السعرية. ذلك ان هذا المعامل هو الذي يعكس شكل منحنى الطلب. وبالتالي هل ان تخفيض الأسعار سيؤدي إلى زيادة رقم أعمال صاحب المكتبة أم لا؟

- فإذا كان معامل المرونة السعرية $E_D > 1$ فان تخفيض الأسعار بنسبة 20% سوف يؤدي إلى زيادة إيرادات صاحب العمل. ذلك انه سيتفق جزء من إيراده المقدر بالمساحة P_1P_2AB ويكسب جزءا أكبر مقداره المساحة O_1Q_2AB والشكل البياني رقم 1 أدناه يبين ذلك.

- أما إذا كان معامل المرونة $E_D < 1$ فان قرار تخفيض الأسعار هو قرار غير صائب، ذلك ان البائع بقراره هذا سوف يخسر جزءا من إيراده المقدر

$$BC_1 = \overline{BC} = AC_1 = \overline{AC}$$

$$E = 1$$

- إذا تواجدت C_1 ما بين A و \bar{C} فان:

$$BC_1 > AC_1$$

$$\infty > E > 1$$

- إذا وقعت C_1 ما بين \bar{C} و B فان:

$$BC_1 < AC_1$$

$$0 < E < 1$$

3 - منحنى الطلب له الصيغة التالية: $P = 6 - 2Q$

وبالتالي يكون لدينا $OA = 6$ وكذلك $OB = 3$ عند كل نقطة C_1

على المنحنى AB تتحدد بالتالي:

$$OP_1 = 6 - 2(OQ_1)$$

$$OP_1 \cdot OQ_1$$

هي إحداثيات النقطة C_1

من أجل الحصول على المرونة $E = \infty$ يجب أن يكون الكسر

$$\frac{Q_1B}{OQ_1} = \infty$$

والذي يتحقق عندما $OQ_1 = 0$.

إذا كانت $OP_1 = 6$ و $OQ_1 = 0$ فان هذا يتطابق والنقطة $A(6,0)$

من اجل الوصول إلى المرونة $E = 0$ يجب أن يكون $\frac{Q_1B}{OQ_1} = 0$ وهذا

ما يتحقق من أجل $Q_1B = 0$

إذا كانت $OQ_1 = OB = 3$ و $Q_1B = 0$ و $OP_1 = 0$ فان C_1 تكون

متطابقة مع النقطة $B(0,3)$

من اجل الحصول على المرونة $E = 1$ يجب ان يكون $\frac{Q_1B}{OQ_1} = 1$ والذي

يتحقق عندما: $Q_1B = OQ_1$

2 - المرونة التقاطعية:

$$E_{x/y} = \frac{\partial Q_x}{\partial P_y} \frac{P_y}{Q_x} \Rightarrow E_{x/y} = 1,5 \frac{100}{5000} = 0.03$$

هذا يعني ان كل زيادة في سعر السلعة Y بمقدار 1% سيؤدي إلى زيادة الطلب على السلعة X بنسبة 0.03%.

السلعتان هما بديلتان لبعضهما.

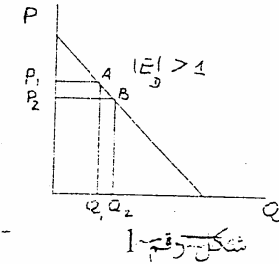
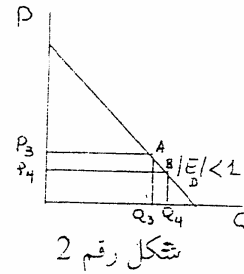
3 - العوامل المؤثرة في مرونة العرض السعرية هي:

- الطاقات الإنتاجية المتاحة: فعندما تكون قدرة المنتج على زيادة الإنتاج أو تخفيضه لا تتعلق مباشرة بالسعر، فانه بارتفاع السعر ولو بنسبة طفيفة و تتوافر طاقات إنتاجية غير مستعملة، فان الإنتاج سوف يزداد بنسب كبيرة، والعكس صحيح.
- طبيعة السلعة ودرجة تعميمها: ان السلع غير القابلة للتخزين عادة ما تكون مرونتها السعرية كبيرة جدا. ذلك ان زيادة السعر بنسبة بسيطة تؤدي إلى زيادة الكمية المعروضة بنسبة كبيرة جدا.

بالمساحة: P_3P_4AB وهو اكبر مما يكسبه من إيراد والمقدر بالمساحة: BCQ_3Q_4 مثلما هو واضح من الشكل البياني رقم 2 أدناه.

- أما إذا كان معامل المرونة يعادل الواحد $E_D = 1$ فان يمثل هذا القرار لن يكون له أي اثر.

ذلك ان ما يكسبه كإضافة من إيراد بفعل اثر الزيادة في الكمية المباعة سوف يحسره بفعل انخفاض السعر.



حل التمرين السادس عشر:

لدينا:

$$P_x = 200, P_y = 100, R = 1000$$

$$Q_x = 4850 - 5P_x = 1,5P_y + 0,1R = 4700$$

1 - مرونة الطب الداخلية:

$$E_R = \frac{\partial Q}{\partial R} \frac{R}{Q} \Rightarrow E_R = 0,1 \frac{1000}{4700} = 0,1(2) = 0,0213$$

هذا يعني انه زاد الدخل بمقدار 1% فان ذلك سيؤدي إلى زيادة الكمية

المطلوبة من السلعة X بنسبة 0.02%.

السعة هي سعة عادية ضرورية.

القضايا الثلاثة

تطبيقات على توازن السوق

التمرين الأول : إذا كانت دالة الطلب على سلعة ما تأخذ الشكل التالي :

$$P = a - 0.001Q$$

حيث ان : a ثابت ، P يمثل السعر ، Q تمثل الكمية

أما عرض هذه السلعة فهو ثابت ومحدد بـ 100000 وحدة . وعند نقطة

تقاطع منحنى العرض مع منحنى الطلب فإن المرونة تساوي 1.

المطلوب :

- 1 - أوجد توازن السوق ؟
- 2 - أوجد فائض المستهلك وفائض المنتج ؟
- 3 - إذا قررت الحكومة منح إعانة بمعدل 20 دينار على كل وحدة منتجة . من هو المستفيد الأكبر من هذه الإعانة ، البائع أم المشتري ؟ حدد نصيب كل منهما ؟

التمرين الثاني : لدينا دالة العرض والطلب على سلعة ما لهما

الصيغتان التاليتان :

$$S = 2P - 5$$

$$D = 10 - P$$

المطلوب :

- 1 - أوجد سعر وكمية التوازن ؟

3 - يبين منحنى الطلب بأنه عند $P = 5$ فإن $Q = 4$ وعند $P = 4$ فإن $Q = 5$. احسب واطرح التغيرات التي تحدث في كل من الإنفاق الكلي وفائض المستهلك؟

التمرين الخامس: في الفترة الزمنية (t) استطعنا تقدير الطلب الكلي على السلعة X بحيث حصلنا على منحنى طلب مستقيم سالب الميل على الشكل التالي:

$$P = -0.5Q + 7$$

المطلوب: I - بافتراض ان الدخل المخصص في الفترة (t) من طرف المستهلكين لشراء هذه السلعة هو $R_t = 20$. احسب مقدار فائض المستهلك؟

2 - بافتراض ان المرونة الدخلية للطلب على السلعة هي موجبة، وفي الفترة (t+1) يكون المستهلكون مستعدين لإنفاق ما مقداره $R_{t+1} = 30$ لشراء السلعة، كما ان معادلة الطلب في الفترة (t+1) معطاة بالعلاقة التالية:

$$P = -0.4Q + 7$$

احسب مقدار فائض المستهلك في الفترة الزمنية الثانية (t+1)؟

التمرين السادس:

طلبنا من مستهلك ما، ما هي الكمية من السلعة X التي يكون مستعدا لشراؤها عند الأسعار بين 9 إلى 0. فأمكن تمثيل سلوك هذا الأخير بواسطة خط مستقيم (AB) حيث ان النقطة A تقع على محور الأسعار

2 - تفرض ضريبة بمقدار 3 دينار على كل وحدة منتجة. احسب سعر التوازن وكمية التوازن؟

3 - تمنح إعانة من طرف الدولة بمقدار 3 دينار على كل وحدة منتجة. احسب سعر التوازن وكمية التوازن؟

4 - ما هو مقدار الضريبة الأفضل الذي يعظم إيرادات الدولة؟

التمرين الثالث: لتكن لدينا دالة الطلب على السلعة X كالتالي:

$$P = 39 - 3Q^2$$

ودالة العرض للسلعة نفسها كالتالي: $P = 9Q + 9$

المطلوب: 1 - حساب سعر وكمية التوازن؟

2 - احسب معدل الضريبة الأفضل الذي يسمح برفع السعر الخاص بالسلعة بمقدار 3 دينار؟ (صقنار الضريبة الوحيدة)

التمرين الرابع: أجريت دراسة على استهلاك مستهلك للسلعة X عند الأسعار من 0 إلى 9 دينار. هذه الدراسة أعطت منحنى الطلب التالي:

$$P = -Q + 9$$

المطلوب: 1 - مثل بيانيا منحنى الطلب؟ وحدد إنفاق هذا المستهلك على هذه السلعة وكذلك فائض المستهلك عند السعر $P = 5$ علما ان الإنفاق على السلعة هو $PQ = TD$ ؟

2 - نفترض بان السعر ارتفع إلى $P = 6$ والذي احدث تغيرات على الإنفاق الكلي وفائض هذا المستهلك. احسب الإنفاق الكلي وفائض المستهلك واطرح النتائج؟

حل تطبيقات توازن السوق

حل التمرين الأول:

1 - سعر وكمية التوازن:

$$P = a - 0.001Q \Rightarrow Q = 1000a - 1000P$$

لدينا:

$$E_D = \frac{dQ}{dP} \frac{P}{Q} \Rightarrow 1 = 100 \frac{P}{100000}$$

$$P^0 = 100$$

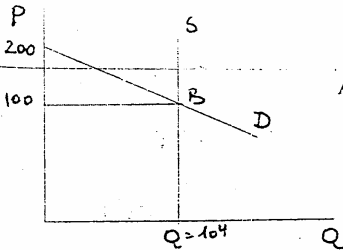
سعر التوازن:

$$Q = 1000a - 1000P \Rightarrow 1000a = 100000 + 100000$$

$$a = 200$$

$$Q = 200(1000) - 1000(100) \Rightarrow Q^0 = 100000$$

2 - فائض المستهلك هو عبارة عن مساحة المثلث: PaB



$$SC = \frac{(200-100)100000}{2} = 5 \times 10^6 \text{ أي: } 5 \times (10)^6$$

فائض المنتج هو عبارة عن المساحة ABOQ

$$SP = 100(100000) = 10^7 \text{ أي: } 10^7$$

عند $(P=9, X=0)$. أما النقطة B فهي نقطة تقعر على محور الكميات عندما $(P=0, X=9)$. هذا السلوك ينعكس في منحني الطلب الذي نرسمه إليه بالرمز d والذي يأخذ الصيغة التالية:

$$P = -X + 9$$

المطلوب: 1- مثل بياننا إنفاق هذا المستهلك وكذلك فائضه

عند ما يكون السعر $P=5$ ؟

2 - إن ارتفاع السعر إلى $P=6$ سوف يدخل تغيرات في إنفاق هذا

المستهلك وكذلك في فائضه. حلل هذه التغيرات من الرسم البياني؟

3 - إن منحني الطلب d يبين بأنه عند السعر $P=5$ فإن $X=4$ وأنه

عند $P=4$ فإن $X=5$.

- احسب إنفاق و فائض المستهلك عند كل من النقطتين وقيمة

فائض المستهلك الإضافية التي ستظهر عندما ينتقل السعر من 5 إلى 4؟

- ما هي استعمالات هذه القيمة الإضافية من فائض للمستهلك؟

التمرين السابع: بافتراض أن دالتي العرض والطلب لسلعة ما

لهما الشكل التالي:

$$P = 4 + 2Q, \quad P = 20 - 2Q$$

المطلوب: 1 - أوجد كل من فائض المشتري وفائض البائع؟

2 - نفترض بان الدولة تريد زيادة إيراداتها الضريبية، ما هو مقدار

الضريبة الذي يعظم هذه الإيرادات؟

3 - أوجد سعر وكمية التوازن بعد فرض هذه الضريبة؟

$$T = XQ^o = X\left(5 - \frac{2}{3}X\right)$$

حصيلة إيرادات الدولة من فرض الضريبة:

$$T = 5X - \frac{2}{3}X^2$$

شرط تعظيم الدالة ان نشتق ونعدم المشتق فنحصل على:

$$\frac{dT}{dX} = 5 - \frac{4}{3}X = 0 \Rightarrow X = \frac{15}{4}$$

سعر وكمية التوازن الجديدين:

$$P_4^o = \frac{2}{3}\left(\frac{15}{4}\right) + 5 = \frac{25}{4}, \quad Q_4^o = 5 - \frac{2}{3}\left(\frac{15}{4}\right) = \frac{5}{2}$$

حل التمرين الثالث:

1 - حساب سعر وكمية التوازن:

$$39 - 3Q^2 = 9Q + 9 \Rightarrow 3Q^2 + 9Q - 30 = 0$$

$$Q_1 = -5, \quad Q_2 = 2$$

$$P = 9(2) + 9 = 27$$

$$P^o = 27, \quad Q^o = 2$$

2 - حساب معدل الضريبة الذي يسمح برفع السعر بمقدار 3

دينار:

$$P = 39 - 3Q^2 \Rightarrow Q = \sqrt{13 - P/3}$$

$$P = 9Q + 9 \Rightarrow Q = \frac{P}{9} - 1$$

$$P = 27 + 3 = 30$$

السعر الجديد هو:

نفرض ان معدل الضريبة هو (t) عند التوازن نجد:

3 - ما دام منحنى العرض غير مرن بشكل تام مثلما هو واضح من الرسم، فإن المستفيد الوحيد من هذه الإعانة هو البائع فقط. أما المشتري فلا يستفيد من هذه الإعانة.

$$\Delta SP = QW \Rightarrow \Delta SP = 20(100000) = 2(10)^6$$

استفادة البائع هي:

حل التمرين الثاني:

1 - سعر وكمية التوازن:

$$2P - 5 = 10 - P$$

$$3P = 15 \Rightarrow P^o = 5, \quad Q^o = 5$$

2 - عند فرض ضريبة بمقدار 3 دينار يصبح العرض:

$$S_1 = 2(P - T) - 5 \Rightarrow S_1 = 2(P - 3) - 5 = 2P - 11$$

$$2P - 11 = 10 - P \Rightarrow 3P = 21 \Rightarrow P^o = 7, \quad Q^o = 3$$

3 - في حالة منح إعانة بمقدار 3 دينار تصبح دالة العرض:

$$S_2 = 2(P + W) - 5 \Rightarrow S_2 = 2P + 1$$

$$2P + 1 = 10 - P \Rightarrow P^o = 3, \quad Q^o = 7$$

4 - معدل الضريبة الأفضل الذي يعظم حصيلة إيرادات الدولة. نفرض

ان معدل الضريبة، دالة العرض الجديدة تصبح:

$$S_3 = 2(P - X) - 5 \Rightarrow S_3 = 2P - 2X - 5$$

$$2P - 2X - 5 = 10 - P \Rightarrow 3P - 2X = 10 + 5$$

$$P = \frac{2}{3}X + 5$$

$$Q = 10 - P \Rightarrow Q = 10 - \frac{2}{3}X - 5 \Rightarrow Q = 5 - \frac{2}{3}X$$

$$P^o = \frac{2}{3}X + 5, \quad Q^o = 5 - \frac{2}{3}X$$

سعر وكمية التوازن هما:

الإنفاق الكلي يصبح ممثلاً بالمساحة الجديدة:

$$TD_2 = P_2 DQ_2 O \Rightarrow TD_2 = 6 \otimes 3 = 18$$

فائض المستهلك يصبح ممثلاً بالمساحة:

$$SC_2 = P_2 DA \Rightarrow SC_2 = \frac{3 \otimes 3}{2} = 4.5$$

نلاحظ بان الإنفاق الكلي انخفض بالمقدار:

$$\Delta TD = TD_1 - TD_2 = 20 - 18 = 2$$

أما فائض المستهلك فانخفض بالمقدار: $\Delta SC = 8 - 4.5 = 3.5$

3 - الإنفاق الكلي عند النقطة $P = 5$

$$TD_1 = PQ = 5 \otimes 4 = 20$$

الإنفاق الكلي عند النقطة: $P = 4$

$$TD_3 = PQ = 4(5) = 20$$

فائض المستهلك عند النقطة: $P = 5$

$$SC_1 = \frac{4 \otimes 4}{2} = 8$$

فائض المستهلك عند النقطة $P = 4$

$$SC_3 = \frac{5 \otimes 5}{2} = 12.5$$

نلاحظ ان التغير في الإنفاق الكلي يساوي الصفر:

$$\Delta TD = TD_1 - TD = 20 - 20 = 0$$

التغير في فائض المستهلك: $\Delta SC = SC_1 - SC_3 = 12.5 - 8 = 4.5$

حل التمرين الخامس:

1 - فائض المستهلك في الفترة (t)

$$\frac{P-t}{9} - 1 = \sqrt{13 - P/3}$$

$$\left(\frac{P-t}{9}\right)^2 - 2\left(\frac{9-t}{9}\right) + 1 = 13 - \frac{P}{3}$$

$$\left(\frac{30-t}{9}\right)^2 + 2\left(\frac{30-t}{9}\right) + 1 = 13 - 10$$

$$Y = \frac{30-t}{9} \text{ نفرض بان:}$$

$$Y^2 = -2Y - 2$$

$$Y_1 = \frac{1 - \sqrt{3}}{1} < 0, Y_2 = \frac{1 + \sqrt{3}}{1}$$

$$\frac{30-t}{9} = 1 + \sqrt{3} \Rightarrow t = 21 - 15.566 = 5.412$$

حل التمرين الرابع:

1 - يمكن تمثيل منحنى الطلب على الشكل التالي:

A

عند $P = 5$ فان الإنفاق الكلي تمثله المساحة $TD = P_1 CQ_1 O$

$$TD = PQ = 5(4) = 20$$

فائض المستهلك تمثله المساحة: $SC = P_1 CA$

$$SC = \frac{4(4)}{2} = 8$$

2 - إذا ما ارتفع السعر من 5 إلى 6 فان ذلك سوف يدخل

تغيرات على كل من الإنفاق الكلي وفائض المستهلك.

$$\text{أولاً: } SC_3 = \frac{1}{2}(7-5)7.5 = 11.25 \Leftarrow P_3 = 4, \quad Q_3 = 7.5$$

$$\text{ثانياً: } SC_4 = \frac{1}{2}(7-3)10 = 20 \Leftarrow P_4 = 3, \quad Q_4 = 10$$

حل آخر:

أ - من اجل الفترة (t) حيث:

$$Q_2 = 10, \quad P_2 = 2, \quad Q_1 = 4, \quad P_1 = 5, \quad R_1 = 20$$

$$SC_1 = \int_0^4 \left(-\frac{1}{2}Q + 7\right) dQ - 5(4) = \left[-\frac{1}{4}Q^2 + 7Q\right]_0^4 - 20 = 4 \Leftarrow Q_1 = 4, \quad P_1 = 5$$

$$SC_2 = \int_0^{10} \left(-\frac{1}{2}Q + 7\right) dQ - 10(2) = \left[-\frac{1}{4}Q^2 + 7Q\right]_0^{10} - 20 = 25 \Leftarrow Q_2 = 10, \quad P_2 = 2$$

ب - من اجل الفترة (t+1) حيث:

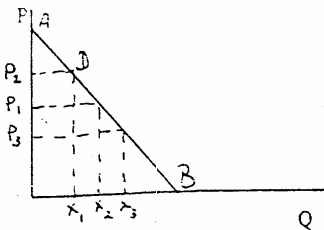
$$Q_3 = 3, \quad P_4 = 3, \quad Q_3 = 7.5, \quad P_3 = 4, \quad R_2 = 30$$

$$SC_3 = \int_0^{7.5} (-0.4Q + 7) dQ - 30 = \left[7Q - 0.2Q^2\right]_0^{7.5} - 28 = 11.25 \Leftarrow Q_3 = 7.5, \quad P_3 = 4$$

$$SC_4 = \int_0^{10} (-0.4Q + 7) dQ - 30 = \left[7Q - 0.2Q^2\right]_0^{10} - 30 = 20 \Leftarrow Q_4 = 10, \quad P_4 = 3$$

حل التمرين السادس:

1 - التمثيل البياني لمنحنى الطلب:



من اجل $P=5$ فان الإنفاق الكلي يعادل 20 وهو يتوافق والمساحة:

لدينا $P = -0.5Q + 7$ نستطيع معرفة حجم الإنفاق الكلي المرتبط بكل نقطة

على منحنى الطلب وبالتالي فان الدخل الضروري لشراء Q هو PQ.

$$\text{الإنفاق الإجمالي هو: } PQ = -0.5Q^2 + 7Q$$

ما دام الدخل المتاح للإنفاق هو: $R_1 = 20$

$$\text{نستطيع كتابة: } 0.5Q^2 - 7Q = 20$$

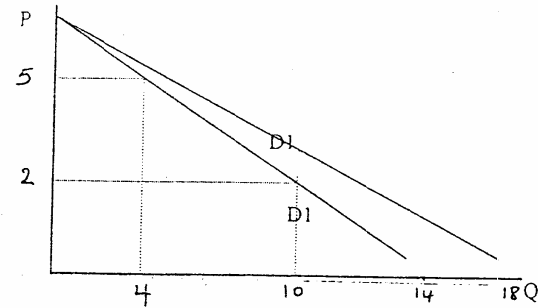
$$\text{بحل هذه المعادلة نجد: } Q_2 = 10, \quad Q_1 = 4$$

من اجل $R_1 = 20$ فان الطلب يكون أما: $Q_1 = 4$ بسعر $P_1 = 5$ أو

$$Q_2 = 10 \text{ بسعر } P_2 = 2$$

$$\text{أولاً: } SC_1 = \frac{1}{2}(7-5)4 = 4 \text{ فائض المستهلك } P_1 = 5, \quad Q_1 = 4$$

$$\text{ثانياً: } SC_2 = \frac{1}{2}(7-2)10 = 25 \text{ فائض المستهلك } P_2 = 2, \quad Q_2 = 10$$



2 - حساب فائض المستهلك في الفترة (t+1)

لدينا معادلة الطلب الجديدة: $R_2 = 30 \quad \alpha \quad P = -0.4Q + 7$

$$PQ = -0.4Q^2 - 7Q \Rightarrow 0.4Q^2 - 7Q + 30 = 0$$

$$Q_3 = 7.5, \quad Q_4 = 10 \quad \text{إذا:}$$

$$P_3 = 4, \quad P_4 = 3$$

القيمة الإضافية في فائض المستهلك بعد انخفاض السعر ممثلة بالمساحة:

$$P_1CEP_3 = 12.5 - 8 = 4.5$$

هذا الفائض يتركب من جزأين:

- المساحة P_1CFP_3 تتوافق وزيادة في فائض المستهلك من جراء شراء 4

وحدات من X. هذا المكسب يستخدم في شراء الوحدة الخامسة بسعر P

= 4 حيث ان الإنفاق الإجمالي لم يتغير.

- المساحة CFE المساوية لقيمة $CFE = 4.5 - 4 = 0.5$.

إذا فان انخفاض السعر سوف يعمل على زيادة فائض المستهلك حيث

الجزء الأول يوجه لشراء وحدة إضافية من السلعة X أما الجزء الثاني، أي

المساحة $CFE = 0.5$ فلا تنفق الشراء المادي بقدر ما لها أهمية

بسيكولوجية على المشتري.

حل التمرين السابع:

1 - فائض المشتري وفائض البائع:

سعر وكمية التوازن:

$$S = D \Rightarrow 4 + 2Q = 20 - 2Q$$

$$Q_0 = \frac{16}{4} = 4, \quad P_0 = 12$$

أ - فائض المستهلك: $\int_{P_0}^4 (4 + 2Q) dQ$

$$PS = P_0Q_0 - \int_0^{Q_0} (4 + 2Q) dQ \Rightarrow PS = 12(4) - [4Q + Q^2]_0^4$$

$$PS = 48 - [16 + 16] = 16$$

ب - فائض المستهلك:

OP_1CX_1

فائض المستهلك الإجمالي هو عبارة عن مساحة المثلث P_1AC أي ان:

$$\frac{P_1A \times P_1C}{2} = 8$$

فائض المستهلك يتوافق والمساحة المحددة بنقاط منحني الطلب الموافقة

والأسعار الأعلى من 5 (الخط AC)

2 - ارتفاع السعر حتى $P = 5$ سوف يدخل تغيرات على الإنفاق الكلي

الإجمالي. المساحة الجديدة للإنفاق الإجمالي تصبح $P_2DX_2O = 18$ هناك

انخفاض في فائض المستهلك الذي تصبح:

$$P_2DA = \frac{3 \times 3}{2} = 4.5$$

احسارة في فائض المستهلك هي ممثلة بالمساحة: $P_1P_2DC = 8 - 4.5 = 3.5$

3 - النقطة التي احداثياتها $X=5, P=5$ تتوافق والنقطة C من

المطلب الأول.

النقطة التي احداثياتها $X=5, P=4$ تمثل النقطة E من الرسم البياني.

عند النقطة C، الإنفاق الإجمالي هو: $P_1CX_1O = 4 \times 5 = 20$

فائض المستهلك هو: $P_1AC = \frac{4 \times 4}{2} = 8$

عند النقطة E الإنفاق الكلي هو $P_2EXO = 4 \times 5 = 20$

فائض المستهلك هو: $P_2AE = \frac{5 \times 5}{2} = 12.5$

يمكن إذا مشاهدة بان الانتقال من C إلى E لا يدخل أي تغيير

في الإنفاق الإجمالي للمستهلك ولكن يعمل على الزيادة في فائض

المستهلك.

2 - نفرض ان سعر السلعة X هو $P_x=2$ وسعر السلعة Y هو $P_y=1$ وان دخل المستهلك المتاح للإنفاق على السلعتين هو $R=10$ متى يكون هذا المستهلك في حالة إشباع كامل؟

3 - نفرض ألان بان أسعار السلعتين هما: $P_x=2, P_y=2$ كم سوف يكون عليه الدخل المنفق السلعتين من اجل الحصول على نفس الإشباع المحقق في المطلب الثاني؟

(درسينك دن 55)

© التميرين الخامس: يوضح الجدول أدناه المنفعة الحدية للفردين A و B من السلعتين X, Y افرض ان الفرد A مبتدئاً يستهلك 4 وحدات من X و 3 وحدات من Y بينما يستهلك الفرد B 6 وحدات من X و 2 وحدة من Y.

	Q	1	2	3	4	5	6
A	MU _x ,	11	10	9	8	7	6
	MU _y	8	7	6	5	4	3
B	MU _x	26	21	17	13	8	3
	MU _y	11	9	8	6	4	2

المطلوب: 1 - وضح ما إذا كان هناك مجال لإجراء المبادلة المرجحة لكل من الطرفين؟

2 - إلى أي مدى تستمر المبادلة المرجحة بين الفردين A, B إذا كان معدل الاستبدال المتفق عليه بينهما هو وحدة من X مقابل وحدة من Y؟

التميرين الثالث: لتكن لدينا دالة منفعة مستهلك ما على الشكل التالي:

$$TU = X^{1/2}Y^{1/4}$$

حيث ان TU تمثل المنفعة الكلية التي يشتتها المستهلك من استهلاكه للسلعتين X, Y.

المطلوب: 1 - احسب مقدار المنفعة التي يحصل عليها هذا المستهلك عند

$$\text{النقطة A احداثياتها } X=4, Y=1?$$

2 - احسب مقدار الزيادة في المنفعة عند ما تزيد الكمية المستهلكة من السلعة X بمقدار وحدة واحدة؟

3 - أوجد المعدل الحدي للإحلال MRS_{xy} واحسب قيمته عند النقطة A؟

4 - بافتراض ان سعري السلعتين هما $P_x=1, P_y=2$ وان دخل المستهلك هو $R=10$ متى يكون هذا المستهلك في حالة توازن؟

5 - نفترض بان الدخل النقدي لهذا المستهلك هو R، وان أسعار السلعتين هما P_x, P_y . أوجد دالتي الطلب على كل من السلعتين بدلالة الدخل النقدي وأسعارهما، وشرح النتيجة؟ صانع الملح؟

التميرين الرابع: بافتراض ان دالة إشباع مستهلك ما هي على الشكل التالي: $S=2XY$

حيث ان X, Y السلعتان المستهلكتان، S المنفعة الكلية.

المطلوب: 1 - اشرح باختصار ماذا تعني بالسلوك العقلاني للمستهلك؟

التمرين السادس: لتكن لدينا دالة منفعة مستهلك ما على الشكل

$$U = XY$$

التالي:

حيث ان: U تمثل المنفعة التي يشتقها المستهلك من السلعتين Y, X .
بافتراض ان سعري السلعتين هما: $P_x = 80, P_y = 40$ وان الدخل
التقدي لهذا المستهلك هو $R = 2400$ وينفقه جميعه على السلعتين.

المطلوب: 1 - احسب الكميات من السلعتين التي تحقق اعظم

إشباع ممكن لهذا المستهلك؟

2 - نفرض ان سعر السلعة Y تغير واصبح $P_y = 10$ مع ثبات العوامل

الأخرى. بين الأثر الإحلال والأثر الدخلي، وشرح النتائج؟

3 - اشرح كيف يعمل الأثر الإحلال والأثر الدخلي عندما يرتفع سعر

السلعة Y بينما مع ثبات باقي العوامل؟

التمرين السابع: ان دالة إشباع مستهلك ما معطاة حسب الصيغة

$$S = \sqrt{X} \sqrt{Y}$$

التالية:

حيث ان: Y, X هما الكميات من السلعتين المستهلكتين؟

S مستوى الإشباع المحقق من استهلاك السلعتين.

المطلوب: 1 - ادرس دوال الإشباع الحدي؟

2 - ما هي قيمة المعامل التي يمكن للمستهلك ان يضاعف بما طلبه على

السلعة X من اجل زيادة أو مضاعفة إشباعه الكلي دون تغيير طلبه على

السلعة Y وذلك بعشر مرات؟

التمرين الثامن: لتكن لدينا دالة منفعة مستهلك ما على الشكل

التالي:

$$TU = 15X + 20Y - X^2 - Y^2$$

إذا كان دخل المستهلك يعادل 200 وحدة نقدية وينفقه كله على

السلعتين X, Y .

المطلوب: 1 - إذا كانت أسعار السلعتين $P_y = 2, P_x = 6$ ما هي

الكميات المثلى المستهلكة من السلعتين؟

2 - كم سوف يكون استهلاك المستهلك للسلعة X إذا ما انخفض سعرها

إلى 1.5 بينما تبقى كل العوامل الأخرى ثابتة؟ (وكذلك السلعة Y)

3 - هل ان الطلب على السلعة X مرن أو غير مرن أو ذو مرونة الوحدة

ولماذا؟

4 - تمثل نتائج الجواب الأول والثاني نقاط لمنحنى بالنسبة للسلعة X . ماذا

يطلق على هذا المنحنى؟

5 - ما نوع السلعة X هل هي عادية أم دنيا ولماذا؟

التمرين التاسع: ليكن لدينا مستهلكا يملك دخلا مقداره 2000

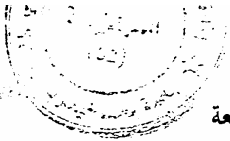
وحدة نقدية وله دالة اشباع لها الشكل التالي:

$$TU = X^{0.5} Y^{0.5}$$

كما أن أسعار السلعتا هما: $P_x = 1, P_y = 1$

المطلوب: 1 - المستهلك يرغب في الحفاظ على منفعته الأولى.

احسب استهلاكه من السلعتين إذا ما تضاعف سعر السلعة X ؟



حل تطبيقات سلوك المستهلك / نظرية المنفعة

حل التمرين الأول :

1 - جدول المنفعة الكلية والحدية:

Qy	0	1	2	3	4	5	6	7
TUy	0	4	14	20	24	26	26	24
MUy	0	4	10	6	4	2	0	-2

2 - التمثيل البياني للمنفعة الحدية والكليّة وشرح العلاقة بينهما .

من النقطة 0 حتى النقطة B على منحنى المنفعة الكلية، تتزايد المنفعة الكلية بمعدل متزايد، كما تتزايد أيضا المنفعة الحدية . وعند النقطة B يتغير

اتجاه منحنى المنفعة الكلية بينما يصل منحنى المنفعة الحدية إلى نهايته العظمى .

وتسمى هذه النقطة بنقطة الانعطاف . فيما يلي النقطة B تتزايد المنفعة الكلية

بمعدل متناقص ، بينما المنفعة الحدية تتناقص باستمرار . وعند النقطتين F, E تبلغ

المنفعة الكلية نهايتها العظمى عندها تكون المنفعة الحدية مساوية للصفر .

وفما يلي النقطة F يبدأ منحنى المنفعة الكلية في التناقص فتكون المنفعة الحدية

سالبة .

2- احسب مقدار الخسارة في فائض هذا المستهلك التي يمكن أن تحدث

بسبب هذا التغيير؟

3- نفس السؤال لما يرغب المستهلك في الحفاظ على مستوى الإشباج؟

4- نفس السؤال لما يرغب المستهلك في الحفاظ على نفس الدخل؟

5- استخلص النتائج؟

على كل من الوحدة الثانية من X والوحدة السادسة من Y وبهذا يكون الفرد قد انفق دخله بشكل عقلاي واستنفذ هذا الدخل.

2 - مقدار المنفعة التي يحصل عليها الفرد عندما يكون في حالة

توازن هو:

$$TUy = 19 + 17 + 15 + 13 + 12 + 11 + 10 = 107u.u$$

$$\frac{MUx}{Px} = \frac{MUy}{Py}$$

3 - شرط توازن المستهلك هو:

$$M = Px + Py$$

امام قيد الدخل:

حل التمرين الثالث:

1 - مقدار المنفعة الكلية عند النقطة A

$$TUa = 4^{1/2} 1^{1/4} = 2u.u$$

2 - مقدار الزيادة في المنفعة عندما تزيد الكمية المستهلكة من

السلعة X بوحدة واحدة.

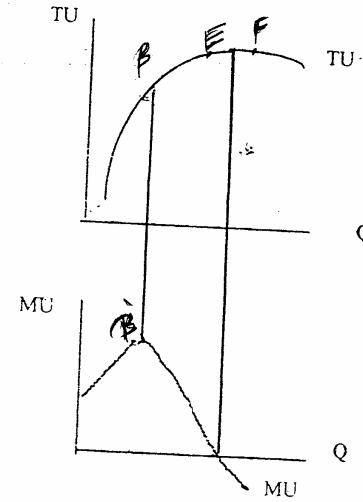
عندما تزيد الكمية المستهلكة من السلعة X بوحدة واحدة ولتكن عند

النقطة B فان احداثياتها هي $X=5, Y=1$ فان المنفعة الكلية هي:

$$TUb = 5^{1/2} 1^{1/4} = \sqrt{5} = 2.236$$

$$\Delta TU = TUb - TUa = 2.236 - 2 = 0.236$$

3 - المعدل الحدي للإحلال الحدي:



3 - ان الجزء المناسب اقتصاديا من حيث تحليل سلوك المستهلك هو

ذلك الجزء الذي تتزايد فيه المنفعة الكلية بمعدل متناقص (من النقطة B إلى النقطة E) وهذا يناظر الجزء الموجب المتناقص من منحنى المنفعة الحدية.

حل التمرين الثاني :

1 - ينبغي على الفرد ان ينفق الدينار الأول على شراء الوحدة الأولى من Y

التي يحصل منها على 19 وحدة منفعة ، وينفق الدينار الثاني والثالث والرابع

والخامس كذلك على الوحدات الثانية والثالثة والرابعة والخامسة من السلعة Y

والتي يحصل منها على 17 ، 15 ، 13 ، 12 و.م على التوالي . بينما يجب

عليه ان ينفق الدينار السادس على شراء الوحدة الأولى من X التي يحصل من

ورائها على 11 و.م . من جهة أخرى ينفق الدينار السابع والثامن

$$MRS(xy) = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{\frac{1}{2} X^{-1/2} Y^{1/4}}{\frac{1}{4} X^{1/2} Y^{-3/4}} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow \frac{P_x}{P_y} = 2 \left(\frac{Y}{X} \right) \Rightarrow X = \frac{2YP_y}{P_x}$$

نعوض في دالة الدخل لنجد دوال الطلب على كل من السلعتين:

$$R - P_x X - P_y Y = 0$$

$$R = P_x \left(\frac{2YP_y}{P_x} \right) - P_y Y = 0 \Rightarrow R - 2YP_y - YP_y = 0$$

$$Y = \frac{R}{3P_y};$$

$$X = \frac{2R}{3P_x}$$

نلاحظ بان السلعتين منفصلتين عن بعضهما البعض. كما ان الطلب

على السلعتين متزايد مع زيادة الدخل أي ان الكمية المطلوبة والدخل

تربطهما علاقة طردية، بينما الكمية المطلوبة تتناقص بتزايد السعر، أي

تجمعهما علاقة عكسية. هذه السلعة X ولا من السلع العادية.

حل التمرين الرابع:

1 - السلوك العقلاني للمستهلك هو ذلك التصرف الذي ينعكس

في الإنفاق الرشيد للدخل على مختلف السلع والخدمات لتحقيق اعظم إشباع

يمكن وبالتالي يمكن أن نقول بان:

$$MRS(xy) = \frac{MU_x}{MU_y} = \left| \frac{\Delta Y}{\Delta X} \right|$$

$$\frac{dTU}{dX} = \frac{1}{2} X^{-1/2} Y^{1/4}$$

$$\frac{dTU}{dY} = \frac{1}{4} X^{1/2} Y^{-3/4} \Rightarrow MRS(xy) = \frac{\frac{1}{2} X^{-1/2} Y^{1/4}}{\frac{1}{4} X^{1/2} Y^{-3/4}} = 2 \left(\frac{Y}{X} \right)$$

مقدار المعدل الحدي للإحلال عند النقطة A هو:

$$MRS(xy) = 2 \left(\frac{1}{4} \right) = 0.5$$

4 - نريد تعظيم دالة منفعة هذا المستهلك تحت قيد الدخل.

نشكل دالة لاغرانج فنجد:

$$L = X^{1/2} Y^{1/4} + \lambda \cdot (10 - X + 2Y)$$

$$\frac{dL}{dX} = \frac{1}{2} X^{-1/2} Y^{1/4} - \lambda = 0 \rightarrow 1$$

$$\frac{dL}{dY} = \frac{1}{4} X^{1/2} Y^{-3/4} - \lambda = 0 \rightarrow 2$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = 10 - X - 2Y = 0 \rightarrow 3$$

من 1 و 2 و 3 نجد ان:

$$X = 4Y$$

$$-Y = (5/3) = 1.66, X = (20/3) = 6.66$$

5 - إيجاد دوال الطلب على X, Y بدلالة R, P_x, P_y

نستعمل كذلك دالة لاغرانج أو مباشرة المعدل الحدي للإحلال عند وضع

التوازن فنجد:

$$L = 2X + 2Y + \lambda(25 - 2XY)$$

$$\frac{dL}{dX} = 2 - \lambda(2Y) = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{Y}$$

$$\frac{dL}{dY} = 2 - \lambda(2X) = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{X}$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = 25 - 2XY = 0$$

$$25 - 2Y^2 = 0 \Rightarrow Y^2 = \frac{25}{2} \Rightarrow Y = \frac{5}{\sqrt{2}} \quad X = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

أدنى دخل لتحقيق منفعة مقدارها 25 و.م أمام أسعار $P_x = 2$; $P_y = 2$

$$R = 2 \frac{5}{\sqrt{2}} + 2 \frac{5}{\sqrt{2}} = 14,14 \text{ هو:}$$

حل التمرين الخامس

1 - نسبة المنفعتين الخديتين MU_x/MU_y للفرد A تساوي 8/6.

نسبة المنفعتين الخديتين MU_x/MU_y للفرد B تساوي 3/9.

نظرا لاختلاف النسبتين فهناك أساس للمبادلة المرجحة بين الطرفين أي ان:

$$\left(\frac{MU_x}{MU_y}\right)^A \neq \left(\frac{MU_x}{MU_y}\right)^B \Rightarrow \frac{8}{6} \neq \frac{3}{9}$$

2 - عندما يكون معدل التبادل وحدة من X مقابل وحدة Y من

يكسب كل من الفردين. يتنازل الفرد عن الوحدة الثالثة من Y فيخسر 6

و.م مقابل حصوله على الوحدة الخامسة من X فيكسب 7 و.م. بينما الفرد

فيتنازل عن الوحدة السادسة من X فيخسر 3 و.م مقابل وحدة ثالثة من Y

فيكسب 8 و.م.

- المستهلك يكون العقلاني، إذا عمل على تعظيم منفعة الكلية أمام دخل معين؛

- المستهلك يكون عقلانيا، إذا عمل على تخفيض إنفاقه إلى أدنى حد ممكن من أجل تحقيق منفعة معينة.

2 - يكون المستهلك في حالة توازن أو إشباع عند:

$$L = 2XY + \lambda(10 - 2X - Y)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X} = 2Y - 2\lambda = 0 \rightarrow 1$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = 2X - \lambda = 0 \rightarrow 2$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 10 - 2X - Y = 0 \rightarrow 3$$

من 1 و 2 و 3 نجد ان الكسبات التي تحقق توازن المستهلك من السلعتين هما:

$$Y = 5, \quad X = 2,5$$

3 - الدخل الضروري من أجل الحصول على المنفعة الكلية المحققة

في المطلب الثاني.

المنفعة المحققة في المطلب الثاني هي:

$$TU = 2(2,5)(5) = 25$$

باستعمال دائما دالة لاغرانج نجد:

2 - عندما يتغير سعر السلعة Y يصبح معادلا ل-10 مع ثبات العوامل الأخرى فيظهر تغيراً في استهلاك المستهلك نتيجة لأثرين اثنين هما: اثر إحلالي و اثر دخلي.

أولاً: الأثر الإخلال، هنا المنفعة الكلية لا تتغير وبالتالي:

$$U = XY \implies Y = U/X \implies Y = 450/X$$

$$Y' = -450/X^2 \quad \text{نشق هذه الدالة الأخيرة فنجد}$$

نعادل هذه المساواة مع النسبة بين السعرين:

$$-450/X^2 = -80/10 \implies X = 7.5, Y = 60$$

نستنتج بأنه عندما انخفض سعر السلعة Y ارتفعت الكمية المطلوبة من السلعة نفسها، بينما انخفضت الكمية المطلوبة من السلعة الثانية وهذا هو الأثر الإخلال.

ثانياً: الأثر الدخلي، عندما يبقى الدخل النقدي ثابتاً بينما سعر السلعة Y انخفض. يمكن التوصل إلى توازن المستهلك سواء عن طريق مضاعف لاغرانج أو يجعل الدالة كتاباً لسلعة واحدة. سوف نستخدم هذه الطريقة الثانية لأنه توجد لدينا سلعتين فقط.

$$2400 = 80X + 10Y \quad \text{لدينا قيد الدخل:}$$

$$X = 30 - (1/8)Y$$

لدينا هذه المعادلة 113 تصريحي لتابع

وبالتالي فإن الفرد A سوف يستهلك 5 وحدات من X و 2 وحدة من Y فتكون نسبة المنفعتين 7/7.

أما الفرد B فيستهلك 5 وحدات من X و 3 وحدات من Y وتكون نسبة المنفعتين 8/8.

تتوقف المبادلة بين الطرفين لان النسبتين تساوت أي ان:

$$\left(\frac{MU_x}{MU_y}\right)^A = \left(\frac{MU_x}{MU_y}\right)^B \implies \frac{7}{7} = \frac{8}{8}$$

حل التمرين السادس:

$$40X + 80Y = 2400 \quad \text{لدينا قيد الدخل}$$

1 - حساب الكميات من السلعتين التي تعظم إشباع هذا

المستهلك.

نستعمل مضاعف لاغرانج:

$$L = XY + \lambda(2400 - 40X - 80Y)$$

$$\frac{dL}{dX} = Y - 40\lambda = 0 \rightarrow 1$$

$$\frac{dL}{dY} = X - 80\lambda = 0 \rightarrow 2$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = 2400 - 40X - 80Y \rightarrow 3$$

$$X = 30; Y = 15$$

وهي الكميات التي تعظم إشباع هذا المستهلك و مقدار هذا الإشباع هو: $U = 15(30) = 450$

$$S = \sqrt{X} \sqrt{Y} \quad \text{مادام:}$$

فان

$$\frac{dS}{dX} = 0.5 \left(\frac{Y}{X} \right)^{0.5} = MU_x$$

$$\frac{dS}{dY} = 0.5 \left(\frac{X}{Y} \right)^{0.5} = MU_y$$

ان الإشباع من سلعة ما يتحدد بتثبيت الكميات الأخرى. بمعنى تثبيت

التغيرات الأخرى لدالة الإشباع وبالتالي يمكن كتابة:

$$\frac{dS}{dX} = 0.5 \left(\frac{Y_0}{X} \right)^{0.5} = 0.5 \frac{A}{\sqrt{X}} = MU_x$$

حيث ان: $A = Y_0^{0.5}$

$$\frac{dS}{dY} = 0.5 \left(\frac{X_0}{Y} \right)^{0.5} = 0.5 \frac{B}{\sqrt{Y}} = MU_y$$

حيث ان: $B = X_0^{0.5}$

ان المشتقات الأولى لكل دالة إشباع حدي هي سالب، أي ان:

$$\frac{dMU_x}{dX} = -\frac{0.25A}{X^{1.5}} < 0$$

$$\frac{dMU_y}{dY} = -\frac{0.25B}{Y^{1.25}} < 0$$

وان المشتقات الثانية موجبة أي ان:

$$\frac{d^2 MU_x}{dX^2} = \frac{0.75A}{X^{2.5}} > 0$$

$$\frac{d^2 MU_y}{dY^2} = \frac{0.75B}{Y^{2.5}} > 0$$

$$U = XY \implies U = Y(30 - Y/8)$$

$$dU/dY = 30 - 2Y/8 = 0 \quad \text{نشتق ونعده المشتق فنجد:}$$

$$Y = 120, \quad X = 15$$

نستنتج بأنه عندما انخفض سعر السلعة Y فان اثر الإحلال عمل على زيادة الطلب على هذه السلعة الأخيرة، وكذلك يزداد الطلب على السلعة الأخرى. أي ان الأثرين - الدخلي والإحلالي يعملان في اتجاه واحد وبالتالي فان السلعة هي سلعة عادية.

3 - عندما يرتفع سعر السلعة الدنيا فان الأثر الإحلال يعمل بذاته على تخفيض الكمية المطلوبة من هذه السلعة التي انخفض سعرها. بينما يعمل الأثر الدخلي على زيادة الطلب عليها لأنها سلعة دنيا. وحيث ان الأثر الدخلي يكون غالباً أكبر من الأثر الإحلال المضاد فان منحني الطلب على هذه السلعة عادة ما يكون سالب الميل.

حل التمرين السابع:

$$S = F(X, Y) \iff Y, X \text{ هي دالة في كل من } Y, X$$

الإشباع الحدي من X هو:

$$\frac{dS}{dX} = \lim_{\Delta X \rightarrow 0} \frac{f(X + \Delta X, Y) - f(X, Y)}{\Delta X}$$

$$\frac{dS}{dY} = \lim_{\Delta Y \rightarrow 0} \frac{f(X, Y + \Delta Y) - f(X, Y)}{\Delta Y} \quad \text{الإشباع الحدي من } Y \text{ هو:}$$

$$X = 27,75$$

$$Y = 16,75$$

2 -- الاستهلاك الجديد بعد انخفاض سعر السلعة X:

$$L = L = 15X + 20Y - X^2 - Y^2 - \lambda(1,5X + 2Y - 200)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X} = 15 - 2X - 1,5\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{15 - 2X}{6}$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = 20 - 2Y - 2\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{20 - 2Y}{2}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 200 - 1,5X - 2Y = 0$$

بحل المعادلات الثلاث نجد الكميات الجديدة من السلعتين:

$$X = \frac{300}{6,25} = 48$$

$$Y = \frac{2(48)}{1,5} = 64$$

3 -- الطلب على السلعة X هو طلب غير مرن لأن الكمية المطلوبة

من السلعة الأخرى Y ارتفع بانخفاض سعر السلعة X.

4 -- نتائج الجواب الأول والثاني تمثل نقاط لمنحنى يطلق عليه منحنى

الاستهلاك السعر.

5 -- السلعة X هي سلعة عادية لأن انخفاض سعرها أدى إلى زيادة

الطلب عليها.

حل التمرين التاسع:

وبالتالي يمكن استخلاص بان الدوال هي متناقصة ومقعرة بالنسبة إلى

نقطة الأصل. ومادام X, Y لا يمكن ان تكون إلا موجبة فان الدوال تكون

معرفة في المجال $0 \leq X, Y < \infty$

2 -- يمكن إعطاء Y قيمة وهي Y_0 يكون لدينا: $S = \sqrt{X}A$

حيث ان: $A = \sqrt{Y_0}$

إذا أراد المستهلك مضاعفة إشباعه ب- 10 مرات عليه ضرب X

بمعامل 2 بالشكل الذي يحقق:

$$10S = \sqrt{XY}A \Rightarrow 10S = \sqrt{\lambda} \sqrt{X}A \Rightarrow 10S = \sqrt{\lambda}S$$

$$10 = \sqrt{\lambda} \Rightarrow \lambda = 100$$

من اجل مضاعفة إشباع المستهلك ب- 10 مرات يجب عليه

مضاعفة السلعة X ب 100 مرة.

حل التمرين الثامن:

1 -- الكميات المستهلكة من السلعتين:

نستخدم طريقة مضاعف لاغرانج.

$$L = 15X + 20Y - X^2 - Y^2 - \lambda(6X + 2Y - 200)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X} = 15 - 2X - 6\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{15 - 2X}{6}$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = 20 - 2Y - 2\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{20 - 2Y}{2}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 200 - 6X - 2Y = 0$$

بحل المعادلات الثلاث نجد الكميات المستهلكة من السلعتين وهي:

$$L = X^{0.5}Y^{0.5} + \lambda(2^{0.5}2000 - X - Y)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X} = 0.5 \frac{Y^{0.5}}{X^{0.5}} - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = 0.5 \frac{X^{0.5}}{Y^{0.5}} - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 2^{0.5}2000 - X - Y = 0$$

$$X = Y$$

$$X = 2^{0.5}1000$$

$$Y = 2^{0.5}1000$$

عندما يتضاعف سعر السلعة X يكون لدينا

$$X = 2Y$$

$$X = 1866.66$$

$$Y = 933.33$$

$$L = P_x X + P_y Y + \lambda(TU - X^\alpha Y^\beta)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X} = P_x - \lambda \alpha TU X^{-1} \dots\dots\dots 1$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = P_y - \lambda \beta TU Y^{-1} \dots\dots\dots 2$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = TU - X^\alpha Y^\beta \dots\dots\dots 3$$

من 1 و 2 و 3 نجد:

$$Y = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^\alpha \left(\frac{P_x}{P_y}\right)^\alpha TU$$

$$X = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^\beta \left(\frac{P_y}{P_x}\right)^\beta TU$$

دوال التكلفة:

$$TC = P_x X + P_y Y \Rightarrow TC = P_x \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^\beta \left(\frac{P_y}{P_x}\right)^\beta TU + P_y \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^\alpha \left(\frac{P_x}{P_y}\right)^\alpha TU$$

$$TC = TU P_x^\alpha P_y^\beta \left[\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^\beta + \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^\alpha \right]$$

$$X = \left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta}\right) \left(\frac{R}{P_x}\right)$$

حسب معطيات السؤال يكون لدينا:

البصائر الجامعين

تطبيقات على سلوك المستهلك / نظرية منحنيات السواء

- التمرين الأول : ارسم على إحداثيات مختلفة منحنيات سواء توضح
- أ- الإحلال التام بين سلعتين Y, X ، أي لسلعتين بديلتين بشكل تام.
- ب- ان Y, X سلعتين مكملتين بشكل تام .
- ج- ترايد معدل الإحلال الحدي بين Y, X كلما تحركنا إلى اسفل
- منحنى السواء .
- د- ما هو الفرق بين معامل الإحلال الحدي و المنفعة الحدية .

/ التمرين الثاني : بعد الدراسة التي أجريت على مجموعة من المستهلكين تبين ان هناك مستهلك قام بترتيب عدة تركيبات من السلعتين Y, X كالتالي :

I = (A, B, C) : التركيبة الأولى

II = (D, E, F, G) : التركيبة الثانية

III = (H, I, J, K) : التركيبة الثالثة

IV = (L, M, N) : التركيبة الرابعة

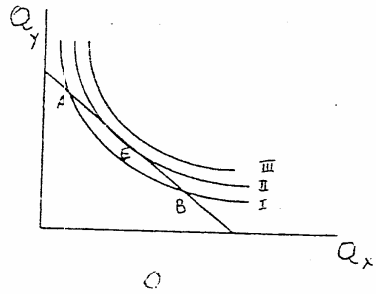
أما الكميات من السلعتين لكل تركيبة فهي معطاة حسب الجدول

أدناه ، علما ان مستوى الإشباع هو كالتالي : $IV > III > II > I$

3 - إلى أي مدى تصل عملية المبادلة؟ وما هي الكميات من السلعتين بالنسبة للطرفين التي تتوقف عندها المبادلة؟

4 - كيف نحصل على منحني العقد للاستهلاك؟ وما الذي يوضحه؟
على أنه من الممكن الحصول على كل شيء من كل شيء.

التمرين الرابع: ان تحديد التركيب الأمثل الذي يحقق توازن المستهلك باستخدام المخطط البياني، يتطلب تمثيل توابع المنفعة للمستهلك بخارطة السواء، كما يتطلب منا تمثيل معادلة ميزانية المستهلك بمستقيم الميزانية. ليكن لدينا الرسم البياني الموالي. لماذا لا تعتبر النقطتين A, B هي نقاط التوازن بالنسبة للمستهلك؟ بين ذلك رياضياً؟



التمرين الخامس: بينت دراسة الاختيارات المثلى لمستهلك ما بانه عندما يبقى سعر السلعتين Y, X مساوياً - 5 ديناراً، فإن الطلب على السلعة X يتغير مع تغير الدخل النقدي لهذا المستهلك حسب ما يبينه الجدول التالي:

الكمية Q	4	3	2	1
الدخل R	30	40	50	60

الترابك	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
X	2	4	8	4	5	7	12	4	6	9	13	5	7	10
Y	5	2	1	5	3	2	1	7	4	3	2	9	5	4

كما ان خط الميزانية يأخذ الشكل التالي: $R = P_x X + P_y Y$

حيث ان $P_x = P_y = 5$
المطلوب: 1 - بافتراض ان المستهلك عقلاني، حدد الكميات المطلوبة من السلعتين لهذا المستهلك؟
2 - ماذا يمكن قوله عن الطبيعة الاقتصادية لهاتين السلعتين؟

التمرين الثالث: افرض ان منحنيات السواء I, II, III تصور أذواق الفرد A، بينما منحنيات السواء I', II', III' تصور أذواق الفرد B. افرض كذلك ان الفردين يملكان مجموعاً مشتركاً من السلعتين هو 18 وحدة من X و 12 وحدة من Y مثلما يوضح ذلك الجدول الموالي:

الفرد A				الفرد B							
I		II		III		I'		II'		III'	
X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
3	11	7	9	9	10	3	8	9	9	13	11
4	5	8	7	12	8	6	5	10	6	14	9
6	2	11	4	15	7	15	2	13	3	16	5

المطلوب: 1 - ارسم منحنيات السواء للفردين على رسم بياني واحد بحيث تكون للفرد A نقطة الأصل في الأسفل والفرد B في الجهة المقابلة إلى الأعلى؟
2 - وضح ما إذا كان هناك تبادل مربح بدءاً من نقطة تقاطع منحنيات السواء I, I'؟

التمرين السابع: (صموم في الصفحة 139 التمرين الخامس عشر)
 لتكن لدينا دالة إشباع مستهلك ما من السلعتين X, Y على الشكل
 التالي:

$$TU = Y\sqrt{X}$$

علما أن كميات السلعتين هما: $Y = X = 4$.

- المطلوب: 1 - أوجد أسعار السلعتين حتى يكون هذا المستهلك
 الذي يملك دخلا مقداره $R = 10$ في حالة توازن؟ مثل ذلك بيانيا؟
 2 - أوجد دوال الطلب على كل من السلعتين بدلالة الأسعار والدخل؟
 3 - أوجد مرونة الطلب السعرية لكل من السلعتين؟
 4 - أوجد مرونة الطلب الدخلية لكل من السلعتين وشرح النتائج؟
 5 - اشرح باختصار المعنى الاقتصادي لمضاعف لاغرانج عند استخدامه في
 البحث في توازن المستهلك؟

التمرين الثامن: بافترض ان دالة إشباع مستهلك ما تأخذ الشكل
 التالي:

$$S = X^\alpha Y^\beta$$

حيث أن α, β مقاييس استدلالية.

X, Y كميات السلعتين المطلوبتين.

المطلوب: 1 - بافترض ان Y تبقى ثابتة وان X ترتفع ب 10%.

- ما هو مقدار زيادة الإشباع؟

- ما هو المعنى الاقتصادي لكل من α, β ؟

المطلوب: 1 - اشرح ما تعرفه عن منحنى الاستهلاك/الدخل وارسم

هذا المنحنى انطلاقا من معطيات الجدول؟

2 - عرف منحنى الإنجمل، وارسم هذا المنحنى بالنسبة للسلعة X ، وحدد
 طبيعة هذه السلعة؟

التمرين السادس: لتكن لدينا دالة المنفعة التالية لمستهلك ما على

الشكل التالي:

$$S = X^{3/4} Y^{1/4}$$

$$R = P_x X + P_y Y$$

كما ان ميزانية هذا المستهلك هي:

المطلوب: 1 - حدد دالتي الطلب على كل من السلعتين؟

2 - يمكن إعطاء قيم لكل من R, P_x, P_y حيث ان $P_x = 2, P_y = 1$ وتبقى

ثابتة. أما R فتأخذ القيم 10:20 في كل مرة. مثل بيانيا توازن المستهلك؟

ماذا يطلق على المنحنى المحصل عليه من نقاط توازن المستهلك؟ مثل بيانيا

منحنى الطلب على السلعة Y ؟ ماذا يطلق على هذا المنحنى؟

3 - بافترض ان سعر السلعة Y يتغير ويأخذ القيم 1، 2، 4 أما سعر

السلعة X فيبقى ثابتا عند 2، كذلك الدخل النقدي يبقى ثابتا عند 10

مثل على رسم بياني عن طريق منحنيات السواء توازن المستهلك؟ ماذا يطلق

على المنحنى المحصل عليه من نقاط توازن المستهلك؟ اشتق منحنى الطلب

على السلعة Y ؟

4 - إذا ضربنا الدخل وأسعار السلعتين بنفس القيمة، هل يتغير الطلب؟

التمرين العاشر:

تكن لدينا دالة منفعة مستهلك ما على الشكل التالي:

$$TU = X^{\frac{1}{3}} Y^{\frac{2}{3}}$$

وان أسعار السلعتين هما P_x ، P_y

المطلوب:

1 باعتبار ان المستهلك عقلاني ويمتلك دخلا مقداره $R = 1200$

$$\text{وان } P_x^1 = 1, P_y^2 = 2$$

1- أوجد التركيبة المثلى من السلعتين التي يختارها هذا المستهلك؟

2- إذا ما تضاعف دخل هذا المستهلك مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة

دون تغيير. أوجد التركيبة الاستهلاكية المثلى؟ وضح العلاقة ما بين الكميات المستهلكة والدخل والأسعار؟ ما هي العلاقة ما بين السلعتين؟ احسب مرونة الطلب الدخلية عند نقطة التوازن وشرح النتيجة؟

3- أن نظام الأسعار أصبح كالتالي: $P_x^2 = P_y^2 = 2$ بينما بقي الدخل ثابتاً

دون تغيير. أوجد التركيبة المثلى للاستهلاك؟ افصل الأثرين الدخلي والإحلال؟ ما هو نوع السلعة؟

(التمرين 6 ص 74) : الأثرين الدخلي والإحلال.

2 - حدد العلاقة الموجودة بين :

- المعدل الحدي للإحلال RMS_{xy} والمرونة الجزئية للإشباع بالنسبة

لكل من السلعتين؟

- مرونة منحنى السواء E ومرونة الإشباع بالنسبة للسلعتين؟

3 - بافتراض ان مرونة منحنى السواء $E = 1$ و مرونة الإشباع بالنسبة

للسلعة X هي $e = 0.5$. بكم سوف نضاعف الإشباع إذا ما ضربنا X, Y

ب 4 مرات؟

التمرين التاسع: مستهلك يملك دالة منفعة لها الصيغة التالية:

$$TU = 15X^{0.6} Y^{0.5}$$

حيث ان X, Y هما كميات السلعتين المستهلكتين

المطلوب: 1- اشرح باختصار السلوك العقلاني للمستهلك؟

2 - بافتراض ان سعري السلعتين هما: $P_x = 2, P_y = 1$ وان دخل

المستهلك المخصص للإنفاق على هاتين السلعتين هو $R = 200$ أوجد توازن

المستهلك؟

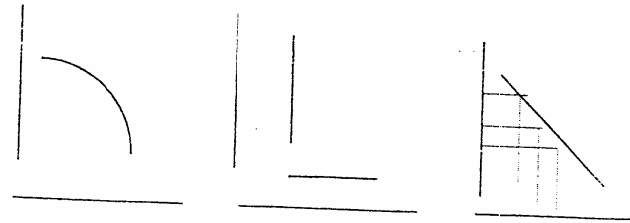
3- نفترض الآن بان سعر السلعة Y ارتفع واصبح 2 مع ثبات العوامل

الأخرى ، أوجد الأثر الإحلال والأثر الدخلي للتغير في الاستهلاك؟

4- ما هو نوع السلعة Y ؟ ولماذا؟

حل تطبيقات سلوك المستهلك/ نظرية منحنيات السواء

حل التمرين الأول:



أ - إحلال تام بين السلعتين ب - سلعتين مكملتين ج - تزايد معدل
سلعتين بديلتين بشكل تام بشكل تام الإحلال الحدي

أ - حتى تكون السلعتين بديلتين بشكل تام يجب ان يكون المعدل الحدي ثابتا ، بمعنى انه يجب التنازل عن نفس الكمية من Y مقابل وحدة إضافية من X . فعند التحرك من النقطة A إلى B النقطة يكون المعدل الحدي للإحلال هو نفسه عند التحرك من النقطة B إلى النقطة C .

ب - في الحالة الثانية حتى تكون السلعتين مكملتين بشكل تام ، عادة ما تكون منحنيات السواء خطوطا مستقيمة أو خطوطا التقطت عند زوايا مستقيمة . والمثال على ذلك السيارة والبنزين . وحتى يتحقق ذلك يجب ان يساوي كل من المعدل الحدي للإحلال بين X , Y أي MRS_{xy} و نظيره MRS_{yx} والصنر .

ج - الحالة الثالثة توضح تزايد المعدل الحدي للإحلال بين السلعتين . فكلما تحركنا إلى الأسفل على منحنى السواء يتزايد المعدل الحدي للإحلال .

فنلاحظ انه بتحركنا من A إلى B ثم من B إلى C يتزايد المعدل الحدي للإحلال . هذه الحالة تشد عن تحليلنا لسلوك المستهلك والتي تفترض ان منحنيات السواء مقعرة في اتجاه نقطة الأصل . لأنه إذا ما افترضنا خطا للميزانية ومس هذا المنحنى عند أدنى هذه النقاط A , B , C ، فان المستهلك لا يكون عقلانيا عند هذه النقاط بل يمكنه الوصول إلى مستوى آخر اعلى للإشباع من هذا المستوى .

د - يقيس المعدل الحدي للإحلال كمية السلعة التي يرغب المستهلك في التنازل عنها مقابل وحدة إضافية من X مع بقاء استمراره على نفس المنحنى

أي ان $MRS_{xy} = \frac{\Delta Q_y}{\Delta Q_x}$ أما بالنسبة للمنفعة الحدية للسلعة X فتقيس

التغير في المنفعة الكلية المحصل عليها من نفس السلعة عندما تتغير هذه الأخيرة بوحدة واحدة . أي ان $MU_x = \frac{\Delta TU}{\Delta Q_x}$ وبالتالي فان ما يقيسه المعدل

الحدي للإحلال الحدي يختلف عن ما يقيسه المنفعة الحدية .

حل التمرين الثاني :

I - الكميات المطلوبة من طرف هذا المستهلك من السلعتين

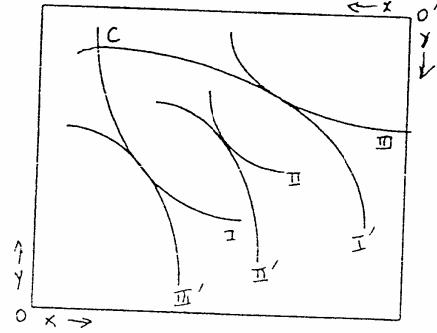
ان مستقيم الميزانية يأخذ المعادلة التالية :

$$R = 5X + 5Y \implies Y = -X + (R/5)$$

إذا لم تتغير الأسعار فان ميل مستقيم الدخل سوف لن يتغير . وإذا تغير الدخل فقط فان مستقيم الدخل سوف ينتقل إلى اليمين أو إلى اليسار وبالتوازي إلى المستقيم الأصلي .

حل التمرين الثالث :

1 - التمثيل البياني لمخطط ادجورث.



2 - عند نقطة تقاطع المنحنيين I, I' فان المستهلك A يستهلك 3 وحدات من X و 10 وحدات من Y. بينما المستهلك B يستهلك 15 وحدة X و 2 من Y.

عند هذه النقطة فان المعدل الحدي للإحلال يختلف لدى الفردين

وبالتالي يمكن إجراء عملية المبادلة المرهبة أي ان :

$$(MRS_{XY})^A = (MRS_{XY})^B \Rightarrow \left| \frac{\Delta Y^A}{\Delta X^A} \right| = \left| \frac{\Delta Y^B}{\Delta X^B} \right|$$

$$\left(\frac{10-5}{1} \right)^A = \left(\frac{2}{9} \right)^B \Rightarrow \left| \frac{5}{3-4} \right| = \left| \frac{2-2}{6-15} \right| \Rightarrow \left| \frac{5}{1} \right| = \left| \frac{2}{9} \right|$$

3 - يمكن للفرد A ان يتخلى عن 3 وحدات من Y للمستهلك B

مقابل حصوله على 5 وحدات من X من طرف المستهلك B وبالتالي يصبح

من اجل تحديد الكميات المطلوبة المثلى من السلعتين فان ذلك يتطلب إيجاد التوافق المثلى من السلعتين لتحقيق منفعة معطاة بدخل أدنى. فعلى سبيل المثال نأخذ المستوى الأول أي منحني السواء الأول :

$$R_a = (2.5) + (5.5) = 35 \quad \text{النقطة A تتطلب دخلا مقداره :}$$

$$R(b) = (4.5) + (9.5) = 30 \quad \text{النقطة B تتطلب دخلا مقداره :}$$

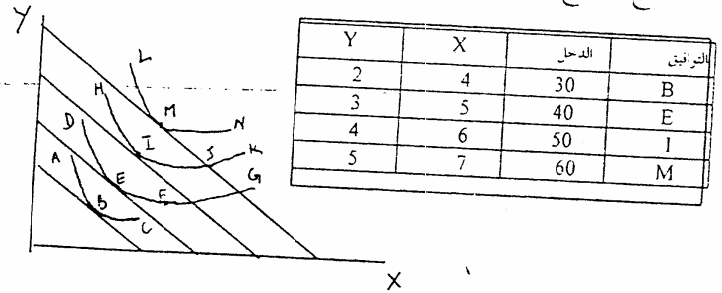
$$R(c) = (8.5) + (1.5) = 45 \quad \text{النقطة C تتطلب دخلا مقداره :}$$

إذا الترفيق المثلى لهذا المستهلك من السلعتين هي النقطة B لأنها تحقق نفس مستوى الإشباع للنقاط C, A ولكنها تتطلب دخلا اقل من هذه النقاط أي ان : $B = (X=4, Y=2)$.

وبإعادة نفس الحسابات لكل منحني نجد التوافق المثلى وهي : M,

B, E, I, وان مستويات الدخل هي عى التوالي 30, 40, 50, 60.

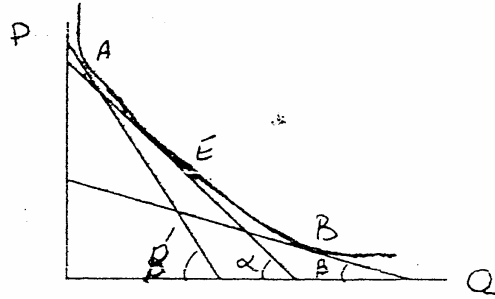
هذه النتائج تسمح بكتابة جدول الطلب والتمثيل البياني كالتالي :



ان تطور الطلب على السلعتين كعلاقة مع الدخل يبين بان التغير في

كل من المتغيرين هو في نفس الاتجاه، أي ان العلاقة هي طردية وبالتالي فان

السلعتين هما عاديتين.



ان هذه النتيجة مخالفة لشرط التوازن وبالتالي فان النقطة A لا تحقق المنفعة القصوى ولا تمثل التركيب الأمثل المنشود.

ان وضع المستهلك اقتصاديا عند النقطة A يعني ان آخر دينار منفق يعطي منفعة اكبر في شراء السلعة X منها في شراء Y . لذلك فمن مصلحة المستهلك الحصول على كميات إضافية من X وتخفيض الكميات من Y وبالتالي عليه ان يتجه نحو تركيب يقع يمين النقطة A على مستقيم الميزانية.

- أما في النقطة B فان الوضع يكون معاكسا نظرا لان:

$$\alpha > \beta \Rightarrow \frac{P_x}{P_y} > \frac{MU_x}{MU_y} \Rightarrow \frac{MU_y}{P_y} > \frac{MU_x}{P_x}$$

وبالتالي فان وضع المستهلك اقتصاديا في النقطة B يعني ان آخر دينار منفق يعطي منفعة اكبر في شراء السلعة Y منها في شراء السلعة X. لذلك فمن مصلحة المستهلك الحصول على كميات إضافية من Y وتخفيض الكميات من X. أي الاتجاه نحو تركيب يقع يسار النقطة B على مستقيم الميزانية. أي الاتجاه في كلتا الحالتين إلى النقطة E حيث $\frac{P_x}{P_y} = \frac{MU_x}{MU_y}$ وبالتالي يتحقق التوازن المنشود.

لديه 8X و 7Y. في المقابل المستهلك B يتخلى عن 5 وحدات من X مقابل 3 Y من المستهلك A وبالتالي يصبح لديه 6Y , 10X.

من الرسم البياني نلاحظ ان كلا من الفردين حققا زيادة في مستوى الإشباع ذلك انهما انتقلا من منحنيات السواء الأولى إلى منحنيات السواء الثانية. هذان المنحنيان يتماسان عند هاتين التركيبتين وبالتالي تتوقف عملية المبادلة.

$$A \begin{bmatrix} X=10 \\ Y=8 \end{bmatrix} \alpha B \begin{bmatrix} X=7 \\ Y=5 \end{bmatrix}$$

4 - بتوصيل جميع نقاط التماس للمنحنيات المتعاكسة نحصل على منحنى عقد الاستهلاك الذي يمتد من نقطة الأصل في الأسفل إلى نقطة الأصل في الأعلى بالنسبة للطرفين. تدل أية نقطة لا تقع على منحنى العقد ان هناك أساس للتبادل المربح للطرفين، أما إذا وقع الطرفين على هذا المنحنى فلا يتحقق هُما مكاسب من وراء عملية التبادل. وبهذا تنتهي العمليات التبادلية.

حل التمرين الرابع :

ان كلا من النقطتين لا تحققان شرط التوازن لان:

- ميل منحنى السواء الثابت لمستقيم الميزانية في مختلف نقطه هو α أي P_x/P_y .

وبما ان الزاوية $\beta > \alpha$ فهذا يعني ان:

$$\left| \frac{P_x}{P_y} \right| < \frac{MU_x}{MU_y} \Rightarrow \frac{MU_y}{P_y} < \frac{MU_x}{P_x}$$

المستهلك من سلعة ما في وحدة الزمن عند المستويات المختلفة من دخله.
وبالتالي هو ذلك المنحنى الذي يعكس الكميات التي يتناول المستهلك في
شرائها عند المستويات المختلفة من دخله النقدي.
هذه السلعة هي سلعة عادية ضرورية لان منحنى انجمل موجب الميل
ويقطع محور الكميات.

حل التمرين السادس :

1 - دوال الطلب على كل من السلعتين :

$$L = X^{2/3}Y^{1/4} + \lambda(R - P_xX - P_yY)$$

$$\frac{dL}{dX} = \frac{3}{4}\left(\frac{Y}{X}\right)^{1/4} - \lambda P_x = 0$$

$$\frac{dL}{dY} = \frac{1}{4}\left(\frac{X}{Y}\right)^{3/4} - \lambda P_y = 0$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = R - P_xX - P_yY = 0$$

من المعادلات 1، 2، 3 نجد :

$$R = \frac{P_x 3Y}{P_x} + P_y \Rightarrow Y = \frac{R}{4P_y}, \quad X = \frac{3R}{4P_x}$$

الدالتين ترتبط كل منهما بعلاقة عكسية بسعر السلعتين وبالدخل بعلاقة
طرديّة.

$$2 - \text{ لدينا } P_x = P_y = 2$$

من اجل $R = 10$ فان تركيبة التوازن هي :

حل التمرين الخامس :

1 - منحنى الاستهلاك الدخل هو المحل الهندسي لنقاط توازن

المستهلك عندما يتغير الدخل النقدي للمستهلك دون غيره.

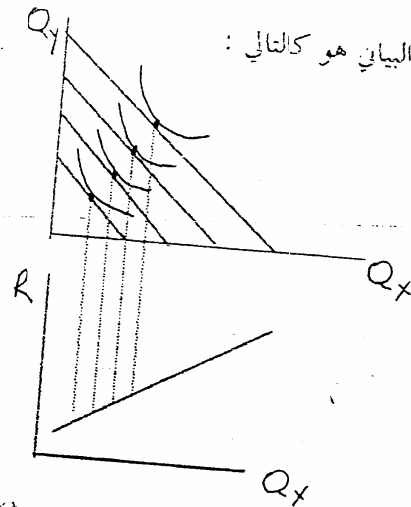
لأجل رسم منحنى الاستهلاك الدخل نطلق من تحديدي خط الميزانية

$R = 5X + 5Y$ وبالتالي فان الكميات المستهلكة من السلعتين أمام

المستويات المختلفة من الدخول، يوضحها الجدول ادناه.

الدخل R	30	40	50	60
الكمية X	4	5	6	7
الكمية Y	2	3	4	5

التمثيل البياني هو كالتالي :



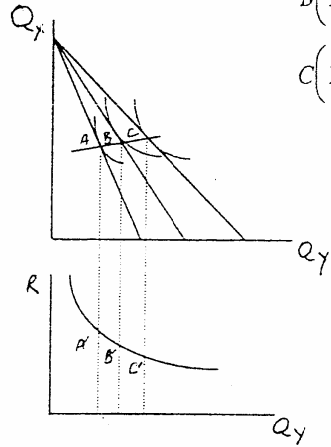
2 - يوضح منحنى انجمل الكميات التي يشتريها

من اجل $P_y = 1$, $P_y = 2$, $P_y = 4$ يكون لدينا

$$A \left(Y = \frac{10}{4.4} = \frac{5}{8}, X = \frac{15}{4} \right)$$

$$B \left(Y = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}, X = \frac{15}{4} \right) :$$

$$C \left(Y = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}, X = \frac{15}{4} \right)$$



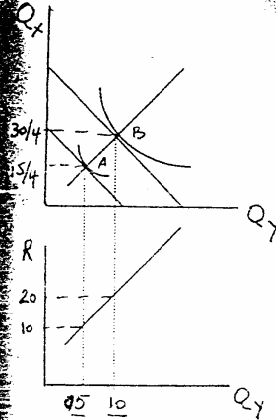
النقاط A, B, C تمثل توازن المستهلك عندما يتغير سعر السلعة Y مع ثبات سعر السلعة X والدخل النقدي. أما المنحنى الواصل بينهم فيطلق عليه اسم منحنى الاستهلاك السعر ABC. النقاط A', B', C' تمثل النقاط المختلفة للكميات من السلعة Y أمام الأسعار المختلفة من السلعة Y. ويمكن إيجاد عن طريق الإسقاط مباشرة مثلما هو واضح من الرسم البياني أعلاه.

4 - إذا ضربنا كل من الدخل والأسعار بنفس المقدار ولتكن β فإن

الطلب على السلعتين لن يتغير حيث ان :

$$Y = \frac{R}{4P_y}, \quad X = \frac{3R}{4P_x}$$

$$Y_1 = \frac{R\beta}{4P_y\beta} = Y, \quad X_1 = \frac{3R\beta}{4P_x\beta}$$



$$X = \frac{3R}{4P_x} = \frac{(10)3}{(4)2} = \frac{15}{4}$$

$$Y = \frac{R}{4P_y} = \frac{10}{2(4)} = \frac{5}{4}$$

$$A \left(X = \frac{15}{4}, Y = \frac{5}{4} \right)$$

من اجل $R = 20$ فإننا نحصل على النقطة B.

$$X = \frac{3.20}{4.2} = \frac{60}{8} = \frac{30}{4}$$

$$Y = \frac{20}{2.4} = \frac{20}{8} = \frac{10}{4}$$

$$B \left(X = \frac{30}{4}, Y = \frac{10}{4} \right)$$

النقطة A, B تمثلان توازن المستهلك عندما يتغير الدخل وتبقى أسعار السلعتين ثابتة عند 2. المنحنى الواصل بينهما يطلق عليه منحنى الاستهلاك الدخل.

النقاط A', B' تمثلان الكميات المستهلكة من السلعة Y أمام المستويين من الدخل $R=10$, $R'=20$ والمنحنى الواصل بينهما هو منحنى الدخل. ويمكن

إيجاده مباشرة عن طريق الإسقاط مباشرة.

$$A' (R=10, Y = 5/4), \quad B' (R=20, Y = 10/4)$$

3 - لدينا $P_x = 2, R = 10$

لدينا $\frac{\Delta X}{X} = 10\%$ يمكننا إذا ان نكتب :

$$\frac{\Delta S}{X} = \frac{dS}{dX} \frac{\Delta X}{X} \Rightarrow \frac{\Delta S}{X} = \alpha AX^{\alpha-1} \frac{\Delta X}{X} \Rightarrow \Delta S = \alpha AX^{\alpha} \frac{\Delta X}{X} = \alpha S \frac{\Delta X}{X} \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta S}{S} = \alpha \frac{\Delta X}{X} = \alpha \frac{10}{100}^*$$

التغير في الإشباع أو مقدار الزيادة في الإشباع عند التغير في X بـ 10% هو $\alpha 10\%$.

من العلاقة الأخيرة يمكننا ان نكتب : $\frac{\Delta S}{\Delta X} \frac{S}{X} = \alpha$

S هي عبارة عن المتغير التابع بينما X فهو المتغير المستقل، لذلك يمكننا ان نقول بان α هي مرونة الإشباع بالنسبة لـ X أي التغير النسبي في S عندما يتغير X بنسبة معينة.

يمكننا ان نبرهن بنفس الطريقة بان β هي مرونة الإشباع بالنسبة لـ Y.

2 - المعدل الحدي للإحلال للدالة $S = X^{\alpha} Y^{\beta}$

$$\frac{dY}{dX} = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{\alpha X^{\alpha-1} Y^{\beta}}{\beta X^{\alpha} Y^{\beta-1}} = -\frac{Y\alpha}{X\beta}$$

α هي مرونة الإشباع بالنسبة للسلعة X أي $E(X)$

β هي مرونة الإشباع بالنسبة للسلعة Y أي $E(Y)$

والعلاقة بين المعدل الحدي للإحلال والمرونات الجزئية هي :

$$RMS_{xy} = -\frac{E_x Y}{E_y X} = \left| \frac{dY}{dX} \right|$$

حل التمرين السابع :

البحث عن أسعار السلعتين أي P_x, P_y

يكون المستهلك في حالة توازن عندما.

$$L = \sqrt{XY} + \lambda(R - P_x - P_y)$$

$$\frac{dL}{dx} = \frac{1}{2} \frac{Y}{\sqrt{X}} - \lambda P_x = 0 \rightarrow 1$$

$$\frac{dL}{dY} = \sqrt{X} - \lambda P_y = 0 \rightarrow 2$$

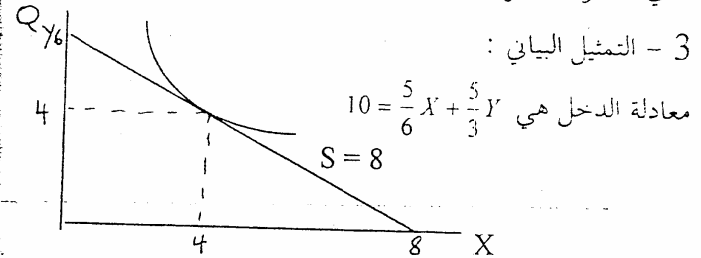
$$\frac{dL}{d\lambda} = R - P_x - P_y = 0 \rightarrow 3$$

من 1، 2، 3 يمكننا إيجاد أسعار السلعتين $P_x = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$ ، $P_y = \frac{5}{3}$ وهي

أسعار السلعتين التي تسحق بشراء $Y = X$

بدخل نقدي مقداره 10 وحدات نقدية.

3 - التمثيل البياني :



حل التمرين الثامن :

1 - إذا بقيت Y ثابتة يمكننا ان نكتب $S = AX^{\alpha}$

حيث ان : $A = Y^{\beta}$

كذلك يمكننا ان نكتب هذه المساواة للتغير في S بالنسبة لـ X

$$\frac{\Delta S}{\Delta X} = \frac{dS}{dX} \Rightarrow \Delta S = \frac{dS}{dX} \Delta X$$

$$L = 15X^{0.5}Y^{0.5} - \lambda(2X + Y - 200)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X} = \frac{15Y^{0.5}}{2X^{0.5}} - 2\lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = \frac{15X^{0.5}}{2Y^{0.5}} - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 2X + Y - 200 = 0$$

$$2X + 2X = 200 \Rightarrow$$

$$X_1 = 50$$

$$Y_1 = 100$$

وهي كميات التوازن.

$$TU = 15\sqrt{50}\sqrt{100} = 1060,5 \quad \text{المنفعة القصوى هي:}$$

3 - الأثر الإجمالي والأثر الدخل بعد ارتفاع الدخل: المسعر Y :

$$TU = 15X^{0.5}Y^{0.5} = 1060,5 \Rightarrow Y^{0.5} = \frac{1060,5}{15X^{0.5}}$$

$$Y = \frac{4998,49}{X}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial X} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow \frac{-4998,49}{X^2} = -\frac{2}{2} \Rightarrow$$

$$X_2 = 70,7$$

$$Y_2 = 70,7$$

نلاحظ انه بعد ارتفاع سعر السلعة Y فان الطلب عليها انخفض، أي إحلال

X محل Y .

$$\Delta Y = Y_2 - Y_1 = 70,7 - 100 = -29,3$$

$$\Delta X = X_2 - X_1 = 70,7 - 50 = 20,7$$

اثر الإحلال هو:

اثر الدخل:

وما دامت لدينا العلاقة الأخيرة، يمكننا ان نكتب: $\frac{dY}{dX} \frac{X}{Y} = -\frac{E_x}{E_y}$ الطرف

الأول من العلاقة هو عبارة عن مرونة Y بالنسبة لـ X وبالتالي هو مرونة منحنى السواء.

فإذا رمزنا إلى هذه المرونة بالرمز E يكون لدينا: $E = -\frac{E_x}{E_y}$

نلاحظ بان مرونة منحنى السواء تساوي نسبة المرونات الجزئية للإشباع بالنسبة لكل سلعة. كما انما ظهرت بإشارة سالبة وذلك للعلاقة العكسية بين X, Y العكسية في منحنيات السواء.

$E = -1 - 3$ في كل نقاط منحنى السواء، ومرونة الإشباع

بالنسبة لسلعة X هي E_x نستطيع ان نكتب:

$$S = X^{0.5}Y^{0.5}$$

الكميات X, Y مضروبة في 4، يكون لدينا:

$$S^2 = (4X)^{0.5}(4Y)^{0.5} = 4X^{0.5}Y^{0.5} = 4S$$

أي اننا سنضاعف S بـ 4 مرات إذا ما ضاعفنا X, Y بـ 4 مرات.

حل التمرين التاسع:

1 - يتمثل السلوك العقلاني للمستهلك في تعظيم تابع المنفعة لهذا

الأخير أمام دخل معلوم، أو تخفيض تابع الدخل أمام منفعة معلومة.

2 إيجاد توازن المستهلك:

- نستخدم طريقة مضاعف لاغرانج لنجد:

$$L = X^{1/3}Y^{2/3} - \lambda(1200 - X - 2Y)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X} = \frac{1}{3} \frac{Y^{2/3}}{X^{2/3}} - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = \frac{2}{3} \frac{X^{1/3}}{Y^{1/3}} - 2\lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 1200 - X - 2Y = 0$$

$$X = Y$$

$$X = 400 \quad Y = 400$$

2 - الدخل يتضاعف مع ثبات العوامل الأخرى:

$$2400 - X - 2Y = 0$$

$$X = Y$$

$$X = 800 \quad Y = 800$$

ب - العلاقة بين الدخل والكميات المستهلكة.

$$L = X^{1/3}Y^{2/3} - \lambda(R - P_x X - P_y Y)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X} = \frac{1}{3} \frac{Y^{2/3}}{X^{2/3}} - \lambda P_x = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = \frac{2}{3} \frac{X^{1/3}}{Y^{1/3}} - \lambda P_y = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = R - P_x X - P_y Y = 0$$

$$X = \frac{R}{3P_x}$$

$$Y = \frac{2R}{3P_y}$$

نلاحظ بان الكميتين المستهلكتين مرتبطتان طرديا مع الدخل وعكسيا مع

سعرهما كل على حدة.

$$L = L = 15X^{0.5}Y^{0.5} - \lambda(2X + 2Y - 200)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X} = \frac{15Y^{0.5}}{2X^{0.5}} - 2\lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = \frac{15X^{0.5}}{2Y^{0.5}} - 2\lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 2X + 2Y - 200 = 0$$

$$X_3 = 50$$

$$Y_3 = 50$$

نلاحظ أن الأثر الدخلي أدى إلى انخفاض الطلب على Y بمقدار:

$$\Delta Y = 50 - 70.7 = -20.7$$

4 - الأثران يعملان في نفس الاتجاه. فالأثر الاحلالي أدى إلى

انخفاض الطلب على Y بمقدار 29.3 - وكذلك الأثر الدخلي أدى إلى

انخفاض الطلب على Y بمقدار 20.7 - وبالتالي الأثر الكلي يعادل:

$$T = -29.3 + 20.7 = 50$$

السلعة Y هي سلعة عادية لان الأثر الدخلي أدى إلى انخفاض الطلب

عليها.

حل التمرين العاشر:

- I

$$\Delta X = 200 - 251,98 = -51,98$$

عند X :

$$\Delta Y = 400 - 503 = 103,96$$

عند Y :

نلاحظ بان الأثرين يعملان في نفس الاتجاه. ذلك انه بارتفاع سعر

السلع X فان اثر الإحلال عمل على تخفيض الكمية المطلوبة كما ان اثر

الدخل عمل كذلك على انخفاض الكمية المطلوبة. وبالتالي فان السلعة X

هي سلعة عادية.

كما ان السلعتين غير مرتبطتين مع بعضهما البعض.

ج - مرونة الطلب الدخلية لكل من السلعتين:

$$E_R = \frac{\partial Q}{\partial R} \frac{R}{Q}$$

$$E_{RX} = \frac{1}{3} \frac{2400}{800} = 1$$

$$E_{RY} = \frac{2}{3} \frac{2400}{800} \cdot \frac{P_X}{P_Y} = 1 = \frac{-6R}{3P_X} \cdot \frac{P_X}{4} = \frac{-6R}{12P_Y} \cdot \frac{P_Y}{2R} = \frac{-6R}{24R} \cdot \frac{P_Y}{2R} = \frac{-6}{24} \cdot \frac{P_Y}{2R} = \frac{-1}{4} \cdot \frac{P_Y}{2R} = \frac{-P_Y}{8R}$$

السلعتان عاديتان ضروريتان

3 - سعر السلعة الكلي يتضاعف، وبالتالي فان التركيبة المثلى من

الأثر

السلعتين هي:

$$X = \frac{R}{3P_X} = \frac{1200}{3(2)} = 200$$

$$Y = \frac{2R}{3P_Y} = \frac{2(1200)}{3(2)} = 400$$

لأجل المحافظة على نفس مستوى الإشباع كما كان في الحالة

الأولى:

$$TU = (900)^{1/3} (400)^{2/3} = 400$$

$$400 = X^{1/3} (2X)^{2/3} \Rightarrow 2^{2/3} X = 400 \Rightarrow X = \frac{400}{2^{2/3}}$$

$$X = 251,98$$

$$Y = 503,96$$

اثر الإحلال:

$$\Delta X = 251 - 400 = -148,02$$

عند X :

$$\Delta Y = 503,96 - 400 = 103,96$$

عند Y :

اثر الدخل:

البصير البصري

تطبيقات على سلوك المنتج / نظرية الإنتاج

التمرين الأول: من بيانات الجدول أدناه:

الأرض K	1	1	1	1	1	1	1	1	1
العمل L	0	1	2	3	4	5	6	7	8
الناتج الكلي TP	0	2	5	9	12	14	15	15	14

- 1- أوجد الناتج المتوسط والحدي؟
- 2- ارسم منحنى الناتج الكلي والمتوسط والحدي على رسم بياني واحد؟
- 3- اشرح شكل منحنى الناتج الحدي والمتوسط بدلالة منحنى الناتج الكلي؟
- 4- ما الذي ينص عليه قانون تناقص الغلة بدلالة العمل؟
- 5- حدد أين يبدأ قانون تناقص الغلة من الشكل؟
- 6- عرف المراحل الثلاثة للإنتاج و حددها على الشكل؟

التمرين الثاني: بافتراض أن عملية الإنتاج تتم بواسطة عاملين اثنين من عوامل الإنتاج K رأس المال و L العمل ، العلاقة الدالية بين المتغيرات: الإنتاج والعمل ورأس المال تأخذ الشكل التالي:

$$Q = 3L^2K - \frac{1}{3}KL^3 - 5KL$$

بافتراض أن المنتج لا يغير من رأسماله حيث أن: $K=1$.

المطلوب: حدد وحدات العمل التي تحدد المرحلة الفعالة و الأساسية (لحدود المرحلة 2)

للإنتاج؟

التمرين الرابع: لتكن لدينا دوال الإنتاج التالية:

$$Q_1 = K^{0.2} L^{0.5}$$

$$Q_2 = 2L^{3/4} K^\beta$$

$$Q_3 = 2\sqrt{L}\sqrt{K}$$

حيث أن: L, K العمل ورأس المال على التوالي؛
 β ثابت.

المطلوب: 1- أوجد صيغة المعدل الحدي للإحلال التقني $RMTS_{LK}$

لدالي الإنتاج الأولى والثانية؟

2- ما هي قيمة المعدل الحدي للإحلال التقني $RMTS_{LK}$ في دالة الإنتاج

الثالثة عندما يكون $Q_3=2, L=3$ ؟

التمرين الخامس: لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية وهي من نوع دوال

كوب دوغلاس.

$$Q = bL^\alpha K^\beta$$

حيث أن: Q تمثل كمية الإنتاج؛

L, K تمثل عوامل الإنتاج والعمل ورأس المال على التوالي؛

b ثابت يمثل التطور الفني والتكنولوجي.

المطلوب: 1- بأية مقدار يمكن مضاعفة أو ضرب كمية الإنتاج إذا

ماضاعفنا عوامل الإنتاج بمرتين وكان لدينا $\alpha + \beta = 2$ ؟

2- احسب المعاملات α, β إذا علمت أن:

- مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل تساوي 0.5؛

- إن دالة الإنتاج متجانسة ومن الدرجة الثانية.

2- مثل بيانيا منحنيات النواتج الكلية والمتوسطة والخدية على رسمين يبينان واضحين ومؤشر عليهما؟

3- بافتراض أن عملية الإنتاج تتم خلال أسبوع، وأن كل وحدة عمل في الدالة تمثل عاملاً والذي يعمل 40 ساعة. وأن المقابل كأجر لكل عامل خلال الأسبوع مضمون باقتطاع وحدة واحدة من الكمية المنتجة. والسؤال المطروح هو، انطلاقاً من أي وحدة للعمل يكون الإنتاج كاف لضمان دفع مقابل كأجر للعمل المستخدم في العملية الإنتاجية؟

$$Q = L$$

$$Q = L$$

التمرين الثالث: تحت الفروض التالية:

1- غلة الخبز الثابتة، 2- ثبات عنصر العمل عند وحدة واحدة، 3- تناوب مساحات الأرض المستخدمة والتي تتراوح فيما بين 1/9 حتى 1 هكتار من الأرض في الفترة الزمنية من الجدول أدناه:

الأرض	1	1	1	1	1	1	1	1	1
العمل	0	1	2	3	4	5	6	7	8
الناتج الكلي TP	0	2	5	9	12	14	15	15	14

1- أوجد الناتج الكلي والمتوسط والحدي للأرض؟

2- ارسم على نفس الإحداثيات مستعينا بالتمرين الأول منحنيات الناتج الكلي

والمتوسط والحدي لكل من العمل والأرض؟

3- حدد مراحل الإنتاج لكل من العمل والأرض؟

4- لماذا يعمل المنتج في المرحلة الثانية؟

التركيبة الأولى	100	200	1000
التركيبة الثانية	120	180	1000
التركيبة الثالثة	80	212	1000

- المطلوب: 1 - ما هي التركيبة أو التقنية المفضلة لهذا المنتج ، إذا كانت أسعار كل من العمل ورأس المال هي على التوالي:
 $P_K = 10$ $P_L = 20$ ؟
- 2 - نفس السؤال إذا كانت الأسعار: $P_K = 30$ $P_L = 20$ ؟
- 3 - إذا كانت ميزانية إنفاق هذا المنتج تعادل 3320 وحدة نقدية. ما هي التركيبة المختارة لإنتاج 1000 وحدة أمام أسعار كل من العمل ورأس المال التي هي على التوالي: $P_K = 10$ $P_L = 20$ ؟

التمرين الثامن: لتكن لدينا دالة الإنتاج للمدى القصير التالية:

$$Q = 10LK^2 - (LK)^3$$

- افترض أن عنصر العمل ثابت ويعادل $L=2$. وان K تمثل رأس المال، بينما Q فتمثل الناتج.
- المطلوب: 1 - ما هو مقدار رأس المال الذي يوصلنا إلى تحقيق اعظم ناتج كلي ممكن؟
- 2 - ما هو مقدار رأس المال الذي تلتقي عنده منحنيات الناتج الحدي والناتج المتوسط؟

- 3 - أوجد دالتي الناتج الحدي و المتوسط للعمل انطلاقاً من دالة الإنتاج المحددة في المطلب الثاني؟
- 4 - ما هي الحلول التي يمكن اتخاذها من اجل زيادة الناتج الحدي للعمل؟

التمرين السادس: لتكن لدينا دالة إنتاج لسلعة ما على الشكل

$$Q = 2\sqrt{K}\sqrt{L}$$

التالي:

حيث أن: L, K رأس المال والعمل على التوالي؛

p - سعر الوحدة من السلعة المنتجة؛

s - معدل الأجر؛

i - تكلفة استعمال رأس المال.

المطلوب: (أ) - أوجد معادلة الطلب على العمل عندما تكون

كمية رأس المال المستعملة $K = 4$ ؟ ما هي خصائص منحنى الطلب المحصل عليه؟

(ب) - احسب قيمة الربح الأعظم عندما $I = 2, s = 1, p = 2$

(ج) - نتخلى الآن عن فرضية ثبات كمية رأس المال ، أوجد

معادلة مسار التوسع؟

التمرين السابع: يمتلك منتج ما ثلاثة تقنيات (تراكيب) لكل من

العمل ورأس المال لإنتاج 1000 وحدة من المتوج X وهي كالتالي:

كمية الإنتاج	العمل	رأس المال
--------------	-------	-----------

3 - ما هي أهمية نقطة التقاء منحنى الناتج الحدي والناتج المتوسط في تحليل سلوك المنتج في الأجل القصير؟

التمرين التاسع: لنكن لدينا المعلوماتين التاليتين:

$$Q = L^{0.5} K^{\beta}$$

- دالة إنتاج من نوع دوال كوب دوغلاس:

حيث: Q تمثل حجم الإنتاج

L, K رأس المال والعمل.

$$Q = L = K = X_0$$

- وعند نقطة في منطقة الإنتاج فان:

المطلوب: 1 - حساب قيمة β وتبيان معناها؟

2 - كم سوف تكون نسبة زيادة الإنتاج إذا ما أبقينا (K) دون تغيير

ورفعنا (L) بـ 10%؟

3 - ماذا يمكن قوله عن غلة الحجم أمام هذه المعطيات في المطلب الأول؟

التمرين العاشر: لنكن لدينا دالة الإنتاج التالية:

$$Q = 20KL - 15K^2 - 4L^2$$

أما أسعار عوامل الإنتاج فهي: $P_L = 10$, $P_K = 25$ وميزانية المنتج

فتقدر بـ $R=4500$

المطلوب: ما هي شروط تعظيم الإنتاج؟

التمرين الحادي عشر: لنكن لدينا دالة إشباع مستهلك ما من

$$TU = Y\sqrt{X}$$

السلعتين Y , X على الشكل التالي:

علما أن كميات السلعتين هما: $Y = X = 4$.

المطلوب: 1 - أوجد أسعار السلعتين حتى يكون هذا المستهلك

الذي يملك دخلا مقداره $R = 10$ في حالة توازن؟

2 - أوجد دوال الطلب على كل من السلعتين بدلالة الأسعار والدخل؟

3 - أوجد مرونة الطلب السعرية لكل من السلعتين؟

4 - أوجد مرونة الطلب الدخلية لكل من السلعتين واطرح النتائج؟

5 - اشرح باختصار المعنى الاقتصادي لمضاعف لاگرانج عند استخدامه في

البحث في توازن المستهلك؟

التمرين الثاني عشر: لنكن لدينا دالة الإنتاج التالية:

$$Q = \frac{aK^2L - bK^3}{cL^2}$$

حيث أن: K, L تمثل على التوالي العمل ورأس المال، أما c, b, a فهي

ثوابت موجبة.

المطلوب: 1 - ماذا يمكن أن نقوله عن غلة الحجم لهذه الدالة؟

وماذا؟ بين ذلك؟

2 - أوجد دالة الناتج الكلي للعمل؟

3 - حدد المنطقة الفعالة للإنتاج؟

4 - أوجد معادلات خطي الحدود لهذه المنطقة الفعالة؟ ومثل ذلك بيانيا؟

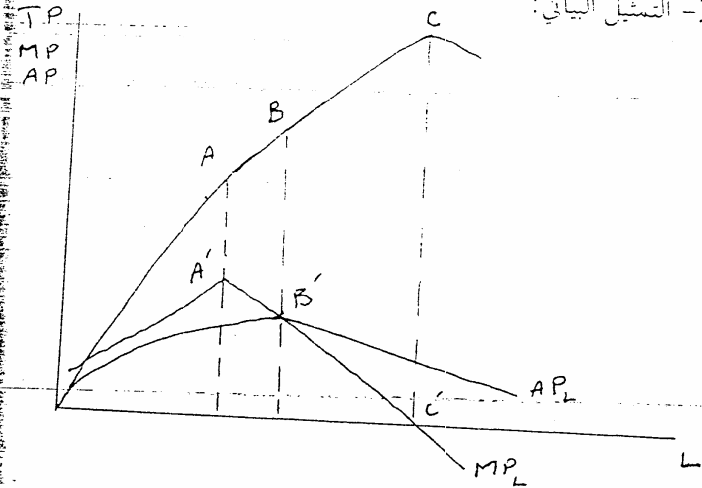
حل تطبيقات سلوك المنتج / نظرية الإنتاج

حل التمرين الأول:

1- الناتج الحدي والمتوسط.

K	1	1	1	1	1	1	1	1	1
L	0	1	2	3	4	5	6	7	8
TP	0	2	5	9	12	14	15	15	14
AP(L)	0	2	2.5	3	3	2.8	2.5	2.14	1.75
MP(L)		2	3	4	3	2	1	0	-1

2- التمثيل البياني:



3- يزداد ميل الخط الواصل بين نقطة الأصل وكل النقاط حتى

النقطة B على منحنى TP. ثم ينخفض بعد ذلك. وبالتالي يرتفع منحنى الناتج المتوسط حتى النقطة B ثم ينخفض فيما بعد ذلك. ويزداد ميل منحنى الناتج الكلي (الناتج الحدي) بدءاً من نقطة الأصل حتى النقطة A. أي نقطة الانعطاف، ثم ينخفض مع بقاءه موجبا حتى النقطة C التي تمثل نقطة

النهاية العظمى على منحنى الناتج الكلي. وعندما يتساوى ميل منحنى الناتج الكلي والصفري. يكون ميل منحنى الناتج الكلي سالياً بعد النقطة C، ويتساوى الناتج الحدي والمتوسط عند النقطة B.

4- بعد الوصول إلى نقطة معينة يتناقص بالضرورة الناتج الحدي للعمل مع استخدام مزيد من وحدات هذا العنصر في وحدة الزمن مع ثبات العنصر الآخر. ويعرف هذا القانون بقانون تناقص الغلة الذي يعتبر واحداً من القوانين الاقتصادية الهامة جداً في تحليل سلوك المنتج.

5- يبدأ قانون تناقص الغلة في العمل من الشكل عند النقطة A أي عندما يبدأ MP(L) في التناقص.

6- المرحلة الأولى بالنسبة للعمل تبدأ من نقطة الأصل وحتى النهاية العظمى للناتج المتوسط أي نقطة تقاطع منحنى الناتج الحدي والناتج المتوسط. أما المرحلة الثانية فتبدأ من هذه النقطة الأخيرة وحتى تعادل الناتج الحدي والصفري. في حين المرحلة الثالثة فتغطي المجال الذي يلي النقطة الأخيرة، أي عندما يكون الناتج الكلي متناقصاً.

حل التمرين الثاني:

1- وحدات العمل التي تحدد المرحلة الفعالة للإنتاج:

$$A - \text{النهاية العظمى للناتج الكلي: } \frac{dQ}{dL} = MP_L = 6L - L^2 - 5$$

نعدم الناتج الحدي فنجد:

يمكننا إذا كتابة $(Q/L)=1$ والذي يمثل الناتج المتوسط الموافق لهذا الأجر المضمون.

كل وحدة عمل إذا سوف تستهلك $(Q/L)=1$ إذا كان $L=2,5$ فإن الناتج المتوسط المحقق هو أقل من 1 وبالتالي فإن عدد العمال المستخدم لا يسمح بإنتاج كاف لدفع أجور العمال.

إذا كان $L=3$ فإن $(Q/L)=3/3$ فإن العدد $L=3$ من العمال يمثل الحد الأدنى الذي يمكن بواسطته أن تبدأ العملية الإنتاجية. من هنا يمكننا أن نقول بأنه انطلاقاً من $L>3$ فإن الكمية المنتجة تصبح كافية لدفع أجور العمال.

حل التمرين الثالث:

1- الناتج الكلي والحددي والمتوسط للأرض:

K	1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9
L	1	1	1	1	1	1	1	1	1
TP(L)	2	5	9	12	14	15	15	14	12
TP(k)	2	2.5	3	3	2.8	2.5	2.14	1.75	1.33
AP(k)	2	5	9	12	14	15	15	14	12
MP(k)	1	3	0	4	9	15	22	30	

قيم الناتج الكلي للعمل تمثل الكميات المنتجة أمام وحدة من الأرض وتغير وحدات العمل انطلاقاً من وحدة واحدة.

$$6L - L^2 - 5 = 0 \Rightarrow L_1 = 1, \quad L_2 = 5$$

$$L_1 = 1 \Rightarrow Q_1 = 3 - 1 \cdot \frac{1}{3} - 5 = \frac{7}{3}$$

$$L_2 = 5 \Rightarrow Q_2 = 3(25) - \frac{125}{3} - 5(5) = \frac{25}{3}$$

إذا $L=5$ هو الجذر المنبول والذي يقابله حجم ناتج مقداره $25/3$.
ب - النهاية العظمى للناتج المتوسط.

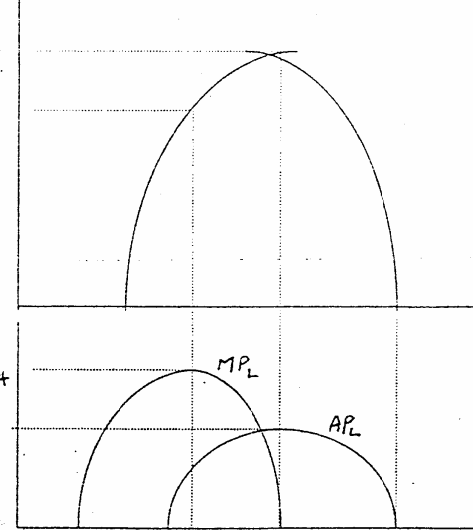
$$\frac{Q}{L} = 3L - \frac{1}{3}L^2 - 5$$

$$\left(\frac{Q}{L}\right)' = 3 - \frac{2}{3}L = 0 \Rightarrow L = \frac{9}{2} = 4.5$$

$$Q = 3\left(\frac{9}{2}\right)^2 - \frac{1}{3}\left(\frac{9}{2}\right)^3 - 5\left(\frac{9}{2}\right) = \frac{63}{8}$$

إذا وحدات العمل التي تحدد المرحلة الفعالة للإنتاج هي: $L_1 = 4.5, \quad L_2 = 5$

TP
25/3
3



2- التمثيل البياني:

3- إن ما يدفع كأجر للعامل هو $Q=1$.

على طول منحنى الكمية المتساوية فان الناتج الكلي يبقى دون تغيير، أي أن

$$dQ=0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial K} dK + \frac{\partial Q}{\partial L} dL = 0 \Rightarrow \frac{dK}{dL} = \frac{\partial Q / \partial L}{\partial Q / \partial K} = RMTS_{LK}$$

وبالتالي فان المعدل الحدي للإحلال التقني للدالة الأولى:

$$Q_1 = K^{0.2} L^{0.5}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial L} = 0.5 K^{0.2} L^{-0.5}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial K} = 0.2 K^{-0.8} L^{0.5}$$

$$RMTS_{LK} = \frac{0.5 K^{0.2} L^{-0.5}}{0.2 K^{-0.8} L^{0.5}} = \frac{5K}{2L}$$

المعدل الحدي للإحلال التقني للدالة الثانية هو:

$$Q_2 = 2L^3 + K^{\beta}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial L} = \frac{2}{3} L^{-1} + K^{\beta}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial K} = 2\beta L^3 + K^{\beta-1}$$

$$RMTS_{LK} = \frac{3K}{4L\beta}$$

2- إذا كان $Q(3)=2$ يمكن كتابة معادلة الكمية المتساوية على

$$2 = 2\sqrt{L}\sqrt{K}$$

بترتيب الطرفين نحصل على:

$$K = \frac{1}{K}$$

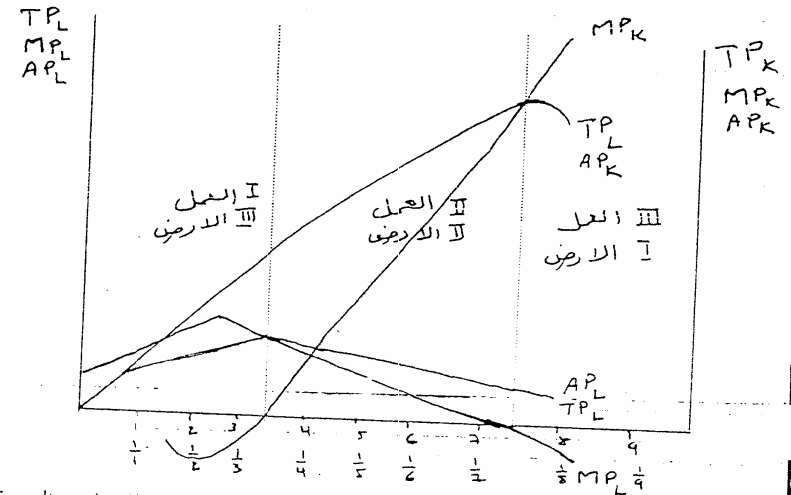
$$\frac{dK}{dL} = -\frac{1}{L^2}$$

وباشتقاق K بالنسبة ل- L نجد:

إن الطرف الأيمن يمثل المعدل الحدي للإحلال التقني باعتبار أن:

$$RMTS_{LK} = \left| \frac{dK}{dL} \right|$$

2- التمثيل البياني:



3- لا يعمل المنتج في المرحلة الأولى بالنسبة للعمل والتي تمثل

المرحلة الثالثة بالنسبة للأرض حيث الناتج الحدي للأرض سالب، ولا يعمل

المنتج في المرحلة الثالثة للعمل حيث الناتج الحدي للعمل سالباً. ويقوم المنتج

في المرحلة الثانية بنشاطه لان الناتج الحدي لكل من العمل الأرض موجبين

حتى وإن كانا متناقضين.

حل التمرين الرابع:

1- المعدل الحدي للإحلال التقني:

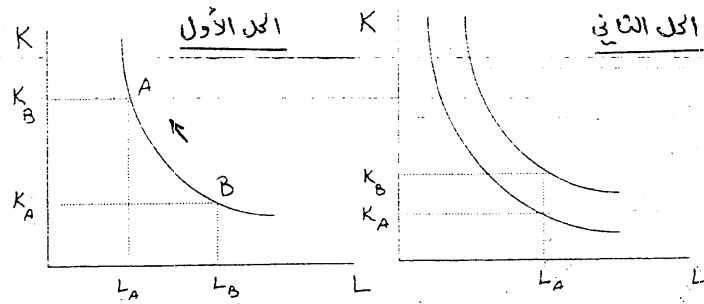
في الحالة العامة، عندما تكون لدينا دالة إنتاج $Q = f(K, L)$ فان

التفاضل الكلي للدالة هو:

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial K} dK + \frac{\partial Q}{\partial L} dL$$

الحل الأول: تخفيض الكمية المستعملة من العمل و زيادة الكمية المستعملة من رأس المال. في هذه الحالة سوف تتحرك على منحنى الكمية المتساوية للأعلى والأعلى وبالتالي يزداد الناتج الحدي للعمل وينخفض الناتج الحدي لرأس المال مثلما هو واضح من الشكل الأول أدناه.

الحل الثاني: و يتمثل في الحفاظ على حجم العمل دون تغيير و زيادة حجم رأس المال ، وبالتالي يظهر منحنى للكمية المتساوية أعلى من الأول مما يعمل على زيادة الناتج الحدي للعمل مثلما هو واضح من الشكل الثاني.



ويمكن صياغة ذلك انطلاقاً من المعدل الحدي للإحلال الحدي التقني ويمكن صياغة ذلك انطلاقاً من المعدل الحدي للإحلال الحدي التقني إن هذه الجملة تعني بزيادة رأس المال وتخفيض العمل يزداد الناتج الحدي للعمل و ينخفض الناتج الحدي لرأس المال.

حل التمرين السادس:

1 - إن المنتج العقلاني يبحث دائماً على تحقيق أقصى ربح ممكن وبالتالي فإن طلبه على عوامل الإنتاج يكون كذلك رشيداً.

$$\Pi = TR - TC = PQ - (sL + iK)$$

وهو يمثل منحنى الكمية المتساوية عند النقطة أين: $L=3$ على هذا المنحنى للكمية المتساوية فان المعدل الحدي للإحلال التقني بين K, L هو:

$$RMTS_{LK} = \left| \frac{dK}{dL} \right| = \left| \frac{1}{L^2} \right| = \left| \frac{1}{9} \right|$$

حل التمرين الخامس:

1- إن مضاعفة عوامل الإنتاج سوف يدخل التالي:

$$\alpha + \beta = 2, \quad Q = bL^\alpha K^\beta$$

إذا بمضاعفة عوامل الإنتاج فان دالة الإنتاج تصبح:

$$Q_1 = b(2L)^\alpha (2K)^\beta$$

$$Q_1 = 2^{\alpha+\beta} bL^\alpha K^\beta$$

$$Q_1 = 2^2 Q = 4Q$$

إذا مقدار $\lambda = 4$

2- حساب α, β

$$E_{Q/L} = 0.5 \Rightarrow \alpha = 0.5$$

$$Q_2 = \lambda^{\alpha+\beta} Q \Rightarrow Q_2 = \alpha + \beta = 2 \Rightarrow \beta = 1.5$$

$$\beta = 1.5, \quad \alpha = 0.5$$

3- الناتج الحدي والمتوسط للعمل:

$$MP = \frac{\partial Q}{\partial L} = 0.5b \frac{K^{1.5}}{L^{0.5}}$$

$$AP_L = \frac{Q}{L} = b \frac{K^{1.5}}{L^{0.5}}$$

4- هناك عدد من الحلول التي يمكن ان تعمل على زيادة الناتج

الحدي للعمل ولعل أهمها:

وبالتالي فإن اعظم ربح ممكن يعادل:

$$\Pi = PQ - TC \Rightarrow \Pi = 2(\sqrt{16} \cdot \sqrt{4}) - (16 + 8) = 8$$

3 - عندما يكون للمنتج سلوكا عقلانيا فان التوفيق المثلى لعوامل الإنتاج التي تظهر من اجل أسعار وحدات عوامل الإنتاج تتواجد على نقاط تشكل منحنى مسار التوسع.

يمكن الحصول على معادلة مسار التوسع انطلاقا من اشتقاق معادلة الربح بالنسبة لعوامل الإنتاج الاثنتين.

$$\Pi = 2(2\sqrt{L}\sqrt{K}) - (L + 2K)$$

$$\frac{d\Pi}{dL} = \frac{2\sqrt{K}}{\sqrt{L}} - 1 = 0$$

لدينا

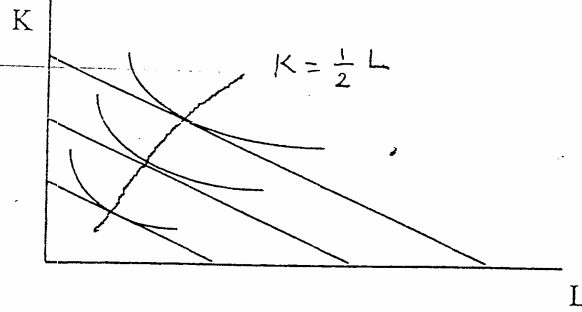
$$\frac{d\Pi}{dK} = \frac{2\sqrt{L}}{\sqrt{K}} - 2 = 0$$

$$\frac{2\sqrt{K}}{\sqrt{L}} = 1 \Rightarrow \frac{2\sqrt{K}\sqrt{K}}{2\sqrt{L}\sqrt{L}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{K}{L} = \frac{1}{2}$$

وبالتالي يمكن كتابة:

أو $K = \frac{1}{2}L$ وهي معادلة مسار التوسع وهي عبارة عن مستقيم يمر من

نقطة الأصل وذو ميل مقداره مثلما هو واضح من الرسم الموالي:



أو بشكل آخر من اجل $K=4$ $\Pi = P(2\sqrt{K}\sqrt{L}) - (sL - 4i)$

من اجل تعظيم الربح نشتق الدالة:

$$\frac{d\Pi}{dL} = \frac{2P}{\sqrt{L}} - s = 0, \quad \frac{d^2\Pi}{dL^2} = -\frac{P}{L^{1.5}} < 0$$

الاشتقاق الأول يعني بأنه من اجل الحصول على أقصى ربح ممكن فانه على المنتج أن يطلب كميات العمل L حتى اللحظة التي سيؤدي فيها زيادة العمل إلى عدم زيادة الربح. وبالتالي فان هذه الصيغة تمثل دالة الطلب.

وبالتالي يمكن كتابة معادلة الطلب على الشكل التالي:

$$\frac{2P}{\sqrt{L}} - s = 0 \Rightarrow \frac{2P}{\sqrt{L}} = s \Rightarrow L = \frac{4P^2}{s^2}$$

- إن العمل هو دالة في s أو يتوقف على معدل الأجر عندما يكون سعر المنتج معطى.

- يظهر بان شكل منحنى الطلب على العمل متناقص باستمرار ذلك أن:

$$\frac{dL}{ds} = -\frac{8P^2}{s^3} < 0$$

حيث أن $S, P > 0$ أي موجبة

ان منحنى الطلب مقعر نحو نقطة الأصل ذلك أن:

$$\frac{d^2L}{ds^2} = \frac{24P^2}{s^4}$$

2- رأينا بأنه عندما يبقى راس المال ثابتا عند 4 فان الربح كان أقصى ما

$$L = \frac{4P^2}{s^2}$$

يمكن من اجل:

$$L = \frac{4(2)^2}{(1)^2} = 16$$

وبالتعويض السعر ومعدل الأجر بما يساويهما نجد:

حل التمرين السابع:

1- التقنية المفضلة أمام الأسعار: $P_L = 20$, $P_K = 10$ فان جملة

الإتفاق للتراكيب المختلفة تكون كالتالي:

$$TC = P_L + P_K$$

$$TC_1 = 20(200) + 10(100) = 5000$$

$$TC_2 = 20(180) + 10(20) = 4800$$

$$TC_3 = 20(212) + 10(80) = 5040$$

نلاحظ بان التقنية الثانية هي المفضلة بالنسبة لهذا المنتج، ذلك أنها تكلف

المنتج 4800 وهي أدنى تكلفة كلية بالمقارنة مع التقنيات الأخرى.

2- عندما تكون لدينا الأسعار الجديدة: $P_L = 20, P_K = 30$ فإن

جملة الإتفاق للتقنيات المختلفة تكون كالتالي:

$$TC = P_L L + P_K K$$

$$TC_1 = 20(200) + 30(100) = 7000$$

$$TC_2 = 20(180) + 30(20) = 7200$$

$$TC_3 = 20(212) + 30(80) = 6640$$

التقنية المثلى هي التقنية الثالثة، ذلك أنها تحمل المنتج أدنى التكاليف والمساوية

لـ 6640.

3- أمام الأسعار $P_L = 20, P_K = 10$ وميزانية إنفاق $TC = 3320$.

فالمنتج لا يستطيع اختيار أي تركيبة، وبالتالي أداء نشاطه ذلك أن الميزانية

المخصصة لشراء التراكيب المختلفة من العمل ورأس المال لا تكف لإنتاج

1000 وحدة.

حل التمرين الثامن:

1- حجم رأس المال الذي يحقق اعظم ناتج ممكن:

$$Q = 10LK^2 - (LK)^3$$

$$Q = 20K^2 - 8K^3$$

$$Q' = 40K - 24K^2 = 0 \Rightarrow K(40 - 24K) = 0$$

$$K = \frac{40}{24} = \frac{5}{3} = 1,6$$

كمية رأس المال الذي يلتقي عنده الناتج الحدي والمتوسط:

$$\frac{Q}{K} = \frac{20K^2 - 8K^3}{K} = 20K - 8K^2$$

$$\left(\frac{Q}{K}\right)' = 20 - 16K = 0 \Rightarrow K = \frac{20}{16} = \frac{5}{4} = 1,25$$

3- أهمية نقطة التقاء منحنى الناتج الحدي والناتج المتوسط، تكمن في

تحديد بداية المرحلة الثانية من مراحل الإنتاج الثلاثة. أو نهاية المرحلة الأولى للإنتاج.

حل التمرين التاسع:

1- حساب وشرح المعامل β

$$Q = L^{0,5} K^\beta, \quad Q = L = K = X_0$$

لدينا: $X_0 = X_0^{0,5} X_0^\beta = X_0^{0,5+\beta}$ وهذا يعطينا معامل

وبالتالي يمكن كتابة ما يلي: $\beta = 0,5$ وبالتالي يمكن كتابة دالة الإنتاج على الشكل التالي:

$$Q = L^{0,5} K^{0,5}$$

تجني β مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال.

$$L = 20KL - 15K^2 - 4L^2 + \lambda(4500 - 25K - 10L)$$

$$\frac{\partial L}{\partial K} = 20L - 30K - 25\lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial L} = 20K - 8L - 10\lambda = 0$$

$$\frac{20L - 30K}{20K - 8L} = \frac{25}{10} \Rightarrow 200L - 300K = 500K - 200L \Rightarrow L = 2K$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 10L + 25K - 4500 = 0$$

$$20K + 25L - 4500 = 0 \Rightarrow K = 100, L = 200$$

إذا الكمية المثلى للإنتاج هي:

$$Q = 20(100)(200) - 15(100)^2 - 4(200)^2 = 90000$$

$$Q = 3000$$

حل التمرين الحادي عشر:

1- إيجاد أسعار السلعتين:

نستخدم طريقة مضاعف لاغرانج:

$$L = Y\sqrt{X} - \lambda(R - P_x X - P_y Y)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X} = \frac{1}{2} \frac{Y}{\sqrt{X}} - \lambda P_x = 0 \rightarrow 1$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = \sqrt{X} - \lambda P_y = 0 \rightarrow 2$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = R - P_x X - P_y Y = 0 \rightarrow 3$$

$$P_x = \frac{5}{6} = 0.83$$

$$P_y = \frac{10}{6} = 1.66 \text{ نجد: } 1, 2, 3$$

2- دوال الطلب على كل من السلعتين:

2 - إن نسبة زيادة الإنتاج إذا بقي راس المال دون تغيير وإن العمل ازداد بـ 10% يمكن الحصول عليها انطلاقاً من مؤشر يطلق عليه مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل:

$$E_{Q/L} = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta L}{L}} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \frac{L}{Q}$$

$$E_{Q/L} = 0,5L^{-0,5}K^{0,5} \frac{1}{L^{0,5}K^{0,5}} = 0,5$$

فإذا ما زاد العمل بـ 10% فإن الإنتاج سوف يزداد بنسبة 5%

3 - إن غلة الحجم أمام المعطيات في المطلب الأول هي من النوع الثابت أي

$$\alpha + \beta = 1 \text{ أن:}$$

حل التمرين العاشر:

1- تعظيم دالة الإنتاج:

لدينا الميزانية التي ستنفق على كل من العمل ورأس المال وهي 4500 وبالتالي فإن دالة التكلفة يمكن كتابتها على الشكل التالي:

$$TC = 10L + 25K$$

نستخدم مضاعف لاغرانج كالتالي:

فان

$$E_{Ry} = \frac{\Delta Y}{\Delta R} \frac{R}{Y} \Rightarrow E_{Ry} = \frac{2}{3P_y} \frac{R}{Y} = \frac{2}{3} \frac{10}{\left(\frac{3}{5}\right)^4} = \frac{10}{10} = 1$$

نلاحظ بان السلعة Y هي سلعة عادية ضرورية لان مرونة الطلب الداخلية تعادل الواحد، فإذا ما ارتفع الدخل بواحد بالمائة فان الطلب عليها يرتفع بنفس النسبة.

5- المعنى الاقتصادي لمضاعف لاگرانج 2:

مضاعف لاگرانج هو عبارة عن المنفعة الحدية للدخل النقدي ويمكن

أن يظهر ذلك من خلال اشتقاق دالة لاگرانج بالنسبة للدخل.

$$\frac{\partial L}{\partial R} = \lambda \quad \text{أي أن:}$$

حل التمرين الثاني عشر:

1 - نوع علة الحجم:

من اجل معرفة غلة حجم هذه الدالة يمكن ضرب كل عامل من عوامل

الإنتاج بنفس المعامل. فإذا كان λ هو هذا المعامل فإننا نحصل على:

$$Q_1 = \frac{a(\lambda K)^2(\lambda L) - b(\lambda K)^3}{C\lambda^2 L^2}$$

$$Q_1 = \frac{a\lambda^3 K^2 L - \lambda^3 b K^3}{C\lambda^2 L^2} = \frac{\lambda^3(aK^2 L - bK^3)}{\lambda^2 C L^2} = \lambda Q$$

إن غلة الحجم لهذه الدالة هي غلة حجم ثابت.

2 - إن الناتج الكلي لأحد العوامل يحدد على أساس الكمية المنتجة

التي يمكن الحصول عليها بواسطة عامل إنتاجي واحد (هنا العمل). أما

الكميات الأخرى من عوامل الإنتاج فتبقى ثابتة.

من المعادلتين 1,2 نجد:

$$\lambda = \frac{1}{2} \frac{Y}{P_x \sqrt{X}} \quad \lambda = \frac{\sqrt{X}}{P_x}$$

$$\frac{1}{2} \frac{Y}{P_x \sqrt{X}} = \frac{\sqrt{X}}{P_x} \Rightarrow Y = \frac{2P_x X}{P_y}$$

$$R = P_x X + P_y \left(\frac{2P_x X}{P} \right) \Rightarrow R = 3P_x X$$

$$X = \frac{R}{3P_x} \quad Y = \frac{2R}{3P_y}$$

وهي دوال الطلب على السلعتين: Y, X

3- مرونة الطلب على السلعتين:

أ- بالنسبة للسلعة X

$$E_{Dx} = - \frac{\Delta X}{\Delta P_x} \frac{P_x}{X} \Rightarrow E_{Dx} = (-) \frac{-R}{3P_x^2 X} = \frac{10}{3 \left(\frac{5}{6}\right)^2} \frac{6}{4} = \frac{10}{10} = 1$$

$$E_{Dy} = - \frac{\Delta Y}{\Delta P_y} \frac{P_y}{Y} \Rightarrow E_{Dy} = (-) \frac{-2R}{3P_y Y} = \frac{2(10)}{3 \left(\frac{5}{3}\right)^2} \frac{3}{4} = \frac{10}{10} = 1$$

4 - مرونة الطلب الداخلية:

$$E_{Dx} = \frac{\Delta X}{\Delta R} \frac{R}{X} \Rightarrow E_{Dx} = \frac{1}{3P_x} \frac{R}{X} = \frac{10}{3 \left(\frac{5}{6}\right)^4} = \frac{30}{20} = \frac{3}{2}$$

السلعة X هي سلعة عادية كمالية لان مرونة الطلب الداخلية اكبر من

الواحد.

ب- بالنسبة للسلعة Y

$\frac{K}{L}$	$-\infty$	$\frac{a}{2b}$	$\frac{2a}{3b}$
$\frac{\partial Q}{\partial L}$	< 0	0	> 0
$\frac{\partial Q}{\partial K}$	> 0	> 0	< 0
$S = \frac{\partial Q / \partial L}{\partial Q / \partial K}$	< 0	0	> 0

إذا الإنتاج يكون فعالا في كل مرة عندما:

$$\frac{a}{2b} < \frac{K}{L} < \frac{2a}{3b}$$

4 - إن خطوط الحدود (المنطقة) الفعالة هي منحنيات التي تحد

المنطقة الفعالة للإنتاج. فمعادلة هذين الخطين يمكن الوصول إليهما بمساواة

الناتج الحدية والصفري، وهذا ما رأيناه في السؤال السابق. كل نقطة على

خط الحدود يقابل الناتج الأقصى الممكن لأي من العوامل الإنتاجية.

والشكل أدناه يمثل خطوط الحدود من اجل: $b=1$ $a=2$

فخط الحدود للعامل الإنتاجي - العمل - يتحقق من اجل المعادلة التالية:

$$K = \frac{a}{2b} L = L$$

أما خط الحدود للعامل الإنتاجي - رأس المال - فيتحقق من اجل المعادلة:

$$K = \frac{4}{3} L$$

$$Q = F(K, L)$$

فإذا كان لدينا:

$$Q_L = F(K_0, L)$$

فان الناتج الكلي العمل هو:

$$Q_L = \frac{aK_0^2 L - bK_0^3}{CL^2}$$

من اجل: $K = K_0$ فان

3 - المنطقة الفعالة لأية دالة للإنتاج تتحدد انطلاقا من دوال الناتج

الحددي. فمن اجل تكون توليفة $\frac{K}{L}$ فعالة فانه يجب أن تكون النواتج الحدية

لكلا العاملين موجبين وبالتالي المعدل الحدي للإحلال التقني سالب.

$$RMST_{LK} < 0 \quad \text{أي أن:}$$

جملة النواتج الحدية هي:

$$Q = \frac{aK^2 L - bK^3}{CL^2}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial K} = \frac{2aKL - 3bK^2}{CL^2}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial K} > 0 \quad \text{Si: } 2aKL - 3bK^2 > 0$$

$$K(2aL - 3bK) > 0$$

$$\frac{K}{L} > \frac{3b}{2a}$$

إذا إذا كان:

$$\frac{\partial Q}{\partial L} = \frac{acL^2 K^2 + 2bcK^3 L}{(cL^2)^2}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial L} > 0 \quad \text{Si } -acL^2 K^2 + 2bcK^3 L > 0$$

$$cK^2 L(-aL + 2bK) > 0$$

$$\frac{K}{L} > \frac{a}{2b}$$

إذا إذا كان:

من هذه المعطيات يمكننا تشكيل الجدول الموالي وتحديد المنطقة

الفعالة تقنيا:

والعمد

والترا

R

0.5

2.5

5.35

ك

ال

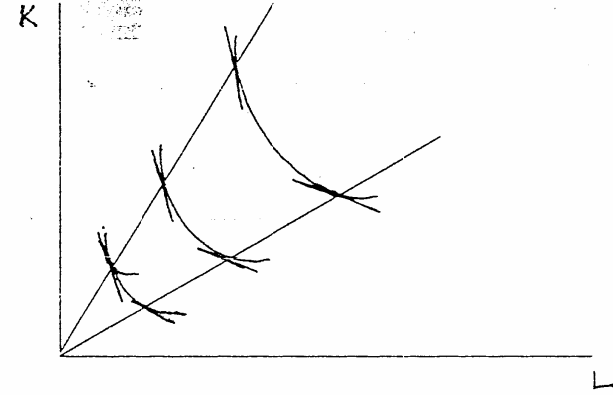
الفصل الثاني

تطبيقات على سلوك المنتج / نظرية التكاليف

التمرين الأول: ليكن لدينا الجدول أدناه والذي يشتمل على مجموعة المعطيات الخاصة بالتكاليف الكلية TC، والثابتة TFC، والمتغيرة TVC لأحد المنتجين كالتالي.

Q	0	1	2	3	4	5	6
TFC	120	120	120	120	120	120	120
TVC	0	60	80	90	105	140	210
TC	120	180	200	210	225	260	330

- المطلوب: 1 - ارسم على نفس مجموعة الإحداثيات منحنيات التكلفة الكلية والثابتة والمتغيرة واطرح هذه الأشكال؟
- 2 - ما هي العلاقة بين كمية المدخلات الثابتة المستخدمة ومستوى الناتج في الأجل القصير؟
- 3 - أوجد متوسط التكلفة الثابتة والمتغيرة والكليّة والحديّة وارسم منحنياتها على نفس مجموعة الإحداثيات؟
- 4 - استنتج هندسياً منحنى التكلفة الثابتة ومتوسط التكلفة المتغيرة ومتوسط التكلفة الكلية والتكلفة الحدية من منحنى التكلفة المتغيرة والتكلفة الكلية؟
- 5 - اشرح العلاقة بين شكل منحنى التكلفة الكلية والتكلفة المتغيرة ومنحنيات متوسط التكلفة المتغيرة ومتوسط التكلفة الكلية والتكلفة الحدية وكذلك بين متوسط التكلفة المتغيرة ومتوسط التكلفة الكلية من جهة والتكلفة الحدية من جهة أخرى؟



التمرين الثالث: من اجل تحقيق المنتج Q لابد من توفر عاملين اثنين هما العمل L ورأس المال K. والعلاقة بين عوامل الإنتاج والكمية المنتجة يمكن تمثيلها على الشكل التالي: $Q = 2\sqrt{L}\sqrt{K}$

كما ان دالة تكاليف الإنتاج هي على الشكل التالي: $TC = 9L + 4K$

المطلوب: 1 - باعتبار ان المنتج عقلاني، حدد كميات كل من

عالمي الإنتاج من اجل تحقيق إنتاج مقداره $Q = 100$

2 - بعدما حددنا الكميات المثلى لعالمي الإنتاج، فان المنتج وجد نفسه غير قادر على تخصيص الميزانية التي وردت في المطلب الأول من اجل إنتاج كمية مقدارها $Q = 100$ ، لانه لا يملك سوى $TC = 504$. بناء على هذا ما هي التركيبة المثلى لعالمي الإنتاج وما هي اعظم كمية للإنتاج أمام هذه المعطيات الجديدة؟

التمرين الرابع: خصص المنتج التجهيز K من اجل القيام بالعملية الإنتاجية، التكلفة الكلية للصناعة بهذا التجهيز معطاة على الشكل التالي:

$$STC_K = 0.35Q^3 - 59.6Q^2 + 3420Q + 4000$$

أما التكلفة الكلية لنفس هذه الصناعة في الأجل الطويل فهي على الشكل التالي:

$$LTC = 0.25Q^3 - 40Q^2 + 2500Q$$

التمرين الثاني: يتحقق المنتج Q باستخدام كل من رأس المال K والعمل L كمعامل للإنتاج. الجدول الموالي يبين لنا الكميات المختلفة من الإنتاج والتراكيب الموافقة لكل مستوى من الإنتاج من كل من العمل ورأس المال.

النفقة	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
رأس المال	6	4	3	5.5	3.5	2	4	2.7	2	3.5	2	1	3.5	1.5	1	2.5	1	0.5
العمل	2	3	5	1.5	2.5	5	1.5	2.3	4	1	2	4	0.5	1.5	3	0.5	1	2.5
الإنتاج	200	200	200	175	175	175	140	140	140	100	100	100	65	65	65	35	35	35

كما أن معادلة التكاليف الكلية تمثلها العلاقة التالية: $TC = sL + iK$

حيث أن: s, i تمثلان معدل الأجر وتكلفة استخدام رأس المال على التوالي.

بافتراض أن معدل الأجر وتكلفة رأس المال هما قيمة ثابتة و يعادلان $i = s = 2$

المطلوب: 1 - اشرح ما تعرفه من مقولة السلوك العقلاني للمنتج؟

2 - حدد الوضعية المثلى لتوازن المنتج عندما يكون هدف هذا الأخير تحقيق إنتاج مقداره 175، واحسب الربح الأعظم إذا كان سعر الوحدة المنتجة $P = 0.4$ مع العلم أن الربح هو حاصل الفرق بين الإيراد الكلي و التكلفة الكلية أي:

$$\Pi = TR - TC$$

3 - مثل بيانيا نقاط توازن المنتج؟

4 - ما هي كمية الإنتاج المثلى والتركيبة المثلى لعوامل الإنتاج K, L أمام ميزانية إنفاق مقدارها $TC = 8$ ؟

5 - حدد بيانيا خط مسار التوسع باعتبار ان: $i = s = 2$ ؟

التمرين السادس: لتكن لدينا دالة الإنتاج لنتج المنسوجات كالتالي:

$$Q = 4L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{2}}$$

حيث أن: Q تمثل الكمية المنتجة، K, L العمل ورأس المال على التوالي.

المطلوب: 1 - احسب الناتج الحدي لكل من العمل ورأس المال؟

2 - لدينا أسعار عوامل الإنتاج كالتالي: $P_L = 2$ ، $P_K = 3$ ما هو الحد

الأدنى لتكاليف الإنتاج الموافق لإنتاج $Q = 100$ ؟ احسب L و K الموافقة

لذلك؟ أوجد مقدار التكلفة المتوسطة؟

3 - نفترض بأن كمية رأس المال ثابتة وتعادل $K = 12$. أوجد دوال

التكاليف الكلية والمتوسطة والحدية؟

4 - ما هو مستوى الإنتاج الذي تصل عنده التكلفة المتوسطة إلى نهايتها

الدنيا؟ أوجد التكلفة الحدية؟

التمرين السابع: لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية: $Q = 4KL$

وأسعار عوامل الإنتاج: رأس المال والعمل على التوالي: $P_L = 10$ ، $P_K = 3$.

المطلوب: 1 - ما هو اعظم إنتاج ممكن يقابل تكلفة مقدارها 100؟

2 أوجد دوال التكلفة المتوسطة والحدية بدلالة كمية الإنتاج؟

المطلوب: 1 - احسب مقدار Q عندما تكون التكلفة الكلية في

الأمدين ~~متساوية~~ متساوية؟ البحث إن هذا المقدار يبدأ انطلاقاً من التكلفة المتوسطة

والحدية.

2 - ارسم المنحنيات المحصل عليها، أي منحنيات التكاليف الكلية

والمتوسطة والحدية في الأمدين الطويل والقصير؟

3 - كيف سوف تكون سياسة الاستثمار لهذا المنتج من اجل الحصول على

التكاليف المتوسطة والحدية الخاصة بالمدى الطويل؟

التمرين الخامس: منتج له إمكانية صنع المنتج Q بواسطة ثلاث

طرق فنية مختلفة. أشكال هذه الطرق تنعكس في ثلاث دوال هي:

$$Q_1 = L^{0.25}K^{0.25}$$

$$Q_2 = 2L^{0.5}K^{0.5}$$

$$Q_3 = KL$$

نعلم بأن المنتج عشوائي وان سعر وحدة هذا المنتج هو P وان معادلة

تكاليف إنتاج هذا المنتج هي متماثلة بالنسبة لكل الطرق الثلاث وتأخذ

$$TC = 10K + 4L$$

الشكل التالي:

المطلوب: 1 - أوجد دوال التكاليف الكلية والمتوسطة والحدية

وعلق على أشكال المنحنيات في كل طريقة، وبين ذلك بياناً؟

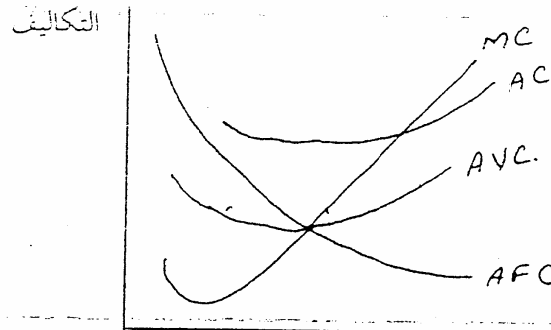
2 - ما هي العلاقة أو الارتباط الذي يمكن ان يتواجد ما بين شكل

المنحنيات وغلة الحجم؟

3 - متوسط التكاليف المختلفة:

Q	TFC	TVC	TC	AFC	AVC	AC	MC
0	120	0	120				..
1	120	60	180	120	60	180	60
2	120	80	200	60	40	100	20
3	120	90	210	40	30	70	10
4	120	105	225	30	26.2	56.2	15
5	120	140	260	24	28	52	35
6	120	210	330	20	35	55	70

الرسم البياني لمختلف انواع التكاليف:



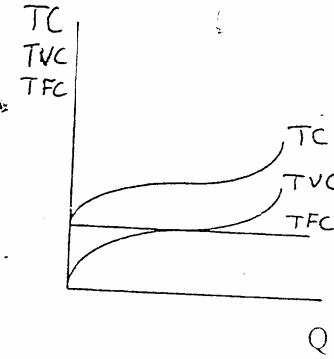
الكميات

4 - أ: منحني متوسط التكلفة الثابتة من منحني التكلفة الثابتة.

إن النقطة A' على منحني متوسط التكلفة الثابتة هو عبارة عن ميل TFC
الخط OA وكذلك B' هو ميل الخط OB ونفس الشيء C' هو ميل
الخط OC. باعتبار أن متوسط التكلفة الثابتة هو عبارة عن حاصل قسمة

حل تطبيقات على سلوك المنتج / نظرية التكاليف

حل التمرين الأول:



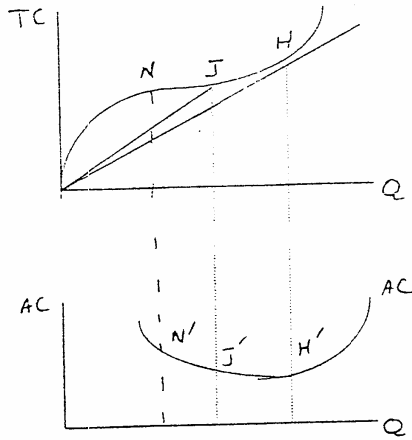
1 - الرسم البياني:

يكون TFC موازيا للمحور الأفقي ويعلوه بمقدار 120 بصرف النظر عن مستوى الإنتاج. أما التكلفة المتغيرة TVC فتنتقل من

الصفر ثم تزداد كلما زاد الإنتاج، بينما تزداد بمعدل متناقص قبل أن يبدأ قانون تناقص الغلة في العمل، ثم بعد ذلك تزداد بمعدل متزايد. وبالتالي فانطلاقا من نقطة الأصل يكون منحني TVC محدبا ثم مقعرا بعد ذلك. التكلفة الكلية تأخذ شكل منحنى TVC وإنما ترتفع جميع نقاطها بمقدار 120.

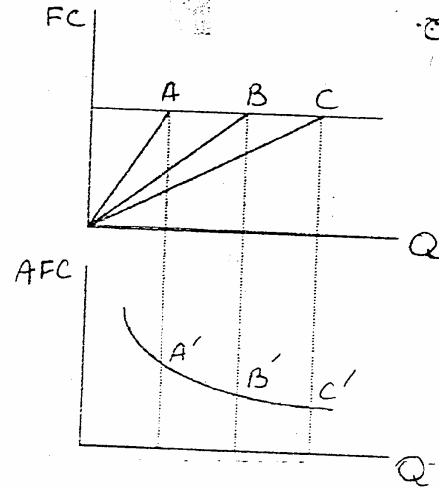
2 - تحدد كمية المدخلات المستخدمة الثابتة حجم المشروع الذي تديره المؤسسة في الأجل القصير. ويمكن للمؤسسة ان تغير في ناتجها في الأجل القصير في الحدود التي يفرضها حجم المشروع بتغيير كمية المدخلات المتغيرة المستخدمة في وحدة الزمن.

نلاحظ كذلك هنا أن متوسط التكلفة الكلية هي التكاليف عبارة عن انعكاس للتكلفة الكلية. ويمكن الحصول على متوسط التكلفة الكلية عن طريق ميل منحنى التكلفة الكلية عند كل نقطة مثلما هو واضح من الرسم البياني عند H' , J' , N' على منحنى التكلفة المتوسطة. وبنفس الطريقة يمكن اشتقاق منحنى التكلفة الحدية من منحنى التكلفة الكلية.



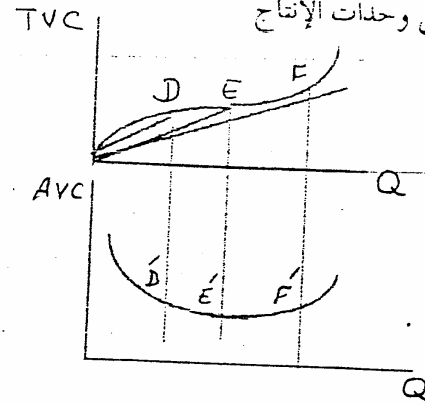
5 - شرح العلاقة بين شكل منحنى التكلفة الكلية والتكلفة المتغيرة ومنحنيات متوسط التكلفة المتغيرة ومتوسط التكلفة الكلية والتكلفة الحدية، وكذلك بين التكلفة المتغيرة ومتوسط التكلفة الكلية من جهة والتكلفة الحدية من جهة أخرى إن AVC يمكن الحصول عليها عن طريق الخط الواصل بين نقطة الأصل ومنحنى التكلفة المتغيرة، ويتناقص في البداية حتى النهاية الصغرى له، ثم يرتفع فيما بعد ذلك.

التكلفة الثابتة مقسوما على الناتج.



ب - اشتقاق منحنى متوسط التكلفة المتغيرة من منحنى التكلفة المتغيرة: إن النقطة D' هي عبارة عن ميل الخط OD على منحنى التكلفة المتغيرة. وكذلك نفس الشيء بالنسبة للنقاط E' , F' التي هي انعكاس للنقاط E , F باعتبار أن التكلفة المتوسطة المتغيرة هي عبارة عن التكلفة

المتغيرة مقسومة على وحدات الإنتاج



$$D(k=5.5, L=1.5) \Rightarrow TC = 2.5(5) + 2(1.5) = 14$$

التركيبية الأولى

$$E(K=3.5, L=2.5) \Rightarrow TC = 2(3.5) + 2(2.5) = 12$$

التركيبية الثانية

$$F(K=2, L=5) \Rightarrow TC = 2(2) + 2(5) = 14$$

التركيبية الثالثة

- إذا كان سعر الوحدة المنتجة هو P فان معادلة الربح يمكن كتابتها على

الشكل التالي:

$$\Pi = TR - TC \Rightarrow \Pi = PQ - (sL + iK)$$

حساب الربح عند كل نقطة لإنتاج Q = 175

$$D \rightarrow \Pi = (0.4)(175) - 2(5.5) - 2(1.5) = 56$$

التركيبية الأولى

$$E \rightarrow \Pi = (0.4)(175) - 12 = 58$$

التركيبية الثانية

$$F \rightarrow \Pi = (0.4)(175) - 14 = 56.75$$

التركيبية الثانية

E هي التركيبية التي تسمح بتحقيق اعظم ربح ممكن.

3 - التمثيل البياني لتوازن المنتج:

$$\text{لدينا: } TC = 2L + 2K \Rightarrow K = -L + (TC/2)$$

التكلفة المتساوية ذو ميل سالب ويساوى (-1).

أما منحنى AC والذي هو عبارة عن التكلفة الكلية مقسوما على كمية الإنتاج فيتناقص في البداية حتى النهاية الصغرى له ثم يصبح متزايدا باستمرار. كذلك منحنى التكلفة الحدية الذي يمكن الحصول عليه من ميل التكلفة الكلية ما بين كل نقطتين، فيتناقص حتى نقطة الانعطاف على منحنى التكلفة الكلية ثم بعد ذلك يصبح متزايدا.

يأخذ منحنى التكلفة الحدية شكل حرف U ويصل إلى النهاية الصغرى قبل أن يصلها كل من AVC, AC وبالتالي تكون التكلفة الحدية اصغر من متوسط التكلفة المتغيرة عندما تكون الأولى في تناقص. ويتساوى كل من AVC, MC عندما تصل AVC إلى نهايتها الصغرى. وتصبح $AVC < MC$ عندما تكون هذه الأخيرة في تزايد.

كذلك الحال بالنسبة للعلاقة بين التكلفة الحدية ومتوسط التكلفة الكلية.

حل التمرين الثاني:

1 - السلوك العقلاني للمنتج يتمثل في الاستخدام الرشيد لعوامل الإنتاج بهدف تحمل أدنى التكاليف أو الحصول على أقصى ربح ممكن انطلاقا من تعظيم تابع الإنتاج.

2 - من اجل تحقيق إنتاج مقداره 175 فالمنتج العقلاني يبحث دائما على أدنى التكاليف. فهناك ثلاث تراكيب تسمح بإنتاج هذه الكمية أي أن $Q = 175$. يمكننا إذا حساب التكاليف المختلفة لتحقيق هذه الكمية.

نلاحظ أن اعظم إنتاج يتحقق عند النقطة K أمام ميزانية تكاليف مقدارها 8 والممثلة على الشكل التالي $8 = 2L + 2K$ مثلما هو واضح ما الشكل السابق والمثلة بالخط VW.

إذا اعظم إنتاج يتحقق أمام ميزانية إنفاق هو $Q = 100$ بالتركيبة K, L أي $(K=2, L=2)$.

5 - مسار التوسع هو عبارة عن المحل الهندسي لتوازن المنتج عندما يتغير الدخل دون سواه أو تغير أحد أسعار عوامل الإنتاج دون غيرها.

في حالتنا هذه فإن مسار التوسع هو المحل الهندسي لتوازن المنتج عند تغير الدخل فقط. ما دامت أسعار عوامل الإنتاج غير متغيرة فإن النقاط المثلثية يمكن الحصول عليها انطلاقاً من نقاط تماس منحنيات الكمية المتساوية ومنحنيات التكاليف المتساوية. ففي حالة معطيات التمرين فإن ميل منحني التكلفة المتساوية هو (-1) ويبقى دون تغيير ونقاط مسار التوسع هي N, Q, B, E, H, K ، مثلما هو واضح من الرسم البياني السابق.

حل التمرين الثالث:

1 - الشكل المطروح هو تخفيض ميزانية التكاليف $TC = 9L +$

$4K$ إلى أدنى حد ممكن أمام شرط

$$2\sqrt{K}\sqrt{L} = 100$$

نستعمل طريقة مضاعف لاغرانج لحل مشكلة المثلثية كالتالي:

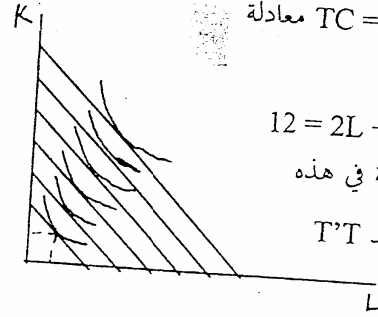
من اجل $Q = 175$ وجدنا بان $TC = 12$ معادلة

التكاليف تكتب على الشكل التالي:

$$12 = 2L + 2K \implies K = -L + 6$$

الخط البياني لمنحني التكاليف المتساوية في هذه

الحالة من اجل $Q = 175$ ممثل بالخط T'T



والنقطة المثلى لتوازن المنتج هي E أي تماس

منحني الكمية المتساوية والتكلفة المتساوية

4 - كمية الإنتاج المثلى وكذلك التركيبة المثلى لعوامل الإنتاج،

أمام ميزانية إنفاق مقدارها $TC = 8$.

لدينا معادلة التكاليف كالتالي:

$$TC = P(l) + P(k) \implies 8 = 2K + 2L \implies K = -L + 4$$

ما دامت التكاليف الكلية لا تتعد 8 فإن التركيبات $K + L > 4$ لا يمكنها

أن تتجسد، وبالتالي فإن الاختيار الأمثل هو تلك التركيب التي تسمح

بالحصول على اعظم إنتاج من اجل $K + L = 4$. من المعطيات في الجدول

نلاحظ أن مستويات الإنتاج M, K, O هي التي تتحقق أمام الشرط

$K + L = 4$ وبالتالي فإن الاختيار سوف يكون ما بين هذه النقاط الثلاث.

$$\text{من اجل } M (K=3.5, L=0.5) \implies Q = 65$$

$$\text{من اجل } K (K=2, L=2) \implies Q = 100$$

$$\text{من اجل } O (K=1, L=3) \implies Q = 65$$

إذا حجم الإنتاج الأمثل أما ميزانية إنفاق مقدارها $TC = 504$ يتحقق بواسطة تركيبة من راس المال والعمل مقدارهما: $L = 28$, $K = 63$ وبالتالي فإن مقدار الإنتاج الأعظم هو: $Q = 2\sqrt{28}\sqrt{63} = 84$

حل التمرين الرابع:

1 - إن Q التي نبحث عليها هي تلك التي من أجلها تكون التكلفة في المدى القصير على علاقة بالتكلفة في المدى الطويل. نعلم بان منحنى التكلفة الكلية في المدى الطويل هو ذلك المنحنى الغلاف من الأسفل الذي يمس منحنيات التكلفة الكلية في المدى القصير من جهة ومن جهة أخرى المتعادل ما بين التكاليف الكلية في المدين، يعني التعادل ما بين التكاليف الحدية والمتوسطة. وبالتالي فإن Q التي يتعادل عندها $STC = LTC$ هي تلك التي من أجلها يتساوى ميل كل من منحنى التكلفة الكلية في الأجل الطويل والقصير.

إذا من أجل تعادل $LTC = STC$ فإن:

$$\frac{\partial STC_K}{\partial Q} = \frac{\partial LTC}{\partial Q} \Rightarrow SMC_K = LMC$$

$$\text{بالنسبة للتكلفة المتوسطة كذلك: } \frac{STC_K}{Q} = \frac{LTC}{Q} \Rightarrow SAC_K = LAC$$

وهذا في المدين القصير والطويل

إذا مقدار Q عند تعادل التكاليف الحدية في المدين الطويل والقصير هو:

$$SMC = LMC$$

$$I = 9L + 4K + \lambda(100 - 2\sqrt{K}\sqrt{L})$$

$$\frac{\partial}{\partial L} = 9 - 2\lambda L^{-0.5} K^{0.5} = 0 \rightarrow 1$$

$$\frac{\partial}{\partial K} = 4 - \lambda L^{0.5} K^{-0.5} = 0 \rightarrow 2$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} = 100 - 2\sqrt{K}\sqrt{L} = 0 \rightarrow 3$$

بحل هذه المعادلات الثلاث نجد مقادير راس المال والعمل المثلى لتحقيق إنتاج مقداره $Q = 100$ وهي كالتالي:

$$K = 75, L = 100/3$$

وبالتالي فإن أدنى التكاليف هي:

$$TC = 9L + 4K = 9(100/3) + 4(75) = 600$$

2 - من أجل إنتاج مقداره $Q = 100$ بأدنى التكاليف وجدنا بان أدنى التكاليف هي 600 أما تراكيب راس المال والعمل فكانت $K = 75$, $L = 100/3$. لكن الميزانية لدى هذا المنتج غير كافية لتحقيق هذا المستوى من الإنتاج، وما يتوفر عليه المنتج هو $TC = 504$ فقط. وبالتالي فأمام هذه المعطيات الجديدة على المنتج البحث عن اعظم إنتاج ممكن أمام هذا القدر من الميزانية. لايجاد ذلك نستعمل كذلك طريقة مضاعف لاغرانج كالتالي:

$$I = 2\sqrt{K}\sqrt{L} + \lambda(504 - 9L - 4K)$$

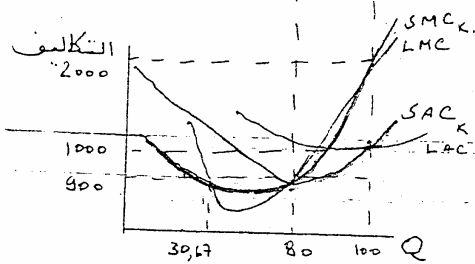
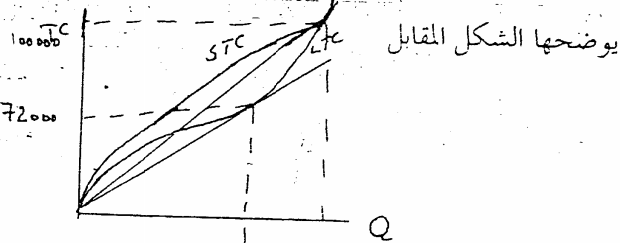
$$\frac{\partial}{\partial L} = L^{-0.5} K^{0.5} - 9\lambda = 0 \rightarrow 1$$

$$\frac{\partial}{\partial K} = L^{0.5} K^{-0.5} - 4\lambda = 0 \rightarrow 2$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} = 504 - 9L - 4K = 0 \rightarrow 3$$

بحل هذه المعادلات الثلاث نجد كل من العمل وراس المال:

2 - التمثيل البياني لمنحنيات التكاليف في المدى القصير والطويل



3 - من اجل تساوي التكلفة المتوسطة والحدية في المدى الطويل

$Q = 80$ والتي تتحقق عند النقطة 900 فانه يجب إنتاج $LMC = LAC$

مثلا هو واضح من الشكل. ولأجل الوصول إلى هذا الهدف يجب على

بالشكل الذي يجعل التكلفة المتوسطة في المنتج تخفيض التجهيز الموجود

المدى الطويل مساوية للتكلفة الحدية في المدى الطويل كذلك. عند هذا

المستوى من الإنتاج فان التكلفة الكلية في المدى الطويل تكون مساوية لـ:

$$TC = 72000.$$

$$\Delta LTC = LTC_1 - LTC_2 = 100000 - 72000 = 28000$$

$$1.05Q^2 - 119.2Q + 3420 = 0.75Q^2 - 80Q + 2500$$

$$0.30Q^2 - 39.2Q + 920 = 0$$

$$Q_2 = 100, Q_1 = 30.67$$

بحل هذه المعادلة الأخيرة نجد

إذا منحنيات التكاليف الحدية في المدين تماس في نقطتين هما:

$$Q_1 = 30.67, Q_2 = 100$$

حتى نحدد مقدار التكاليف الحدية التي تسمح بتعادل LTC, STC

يجب البحث في تساوي التكاليف المتوسطة في المدين.

لـ عوضاً بـ $Q_2 = 100$ نجد أن منحنيات التكلفة المتوسطة في المدين

تتعادل. أي أن $SAC = LAC = 1000$ أو بصورة أخرى لو وجدنا

انطلاقاً من دوال التكاليف الكلية في المدين دوال التكلفة المتوسطة كذلك في

المدين وعادلنا ما بينهما لوجدنا بان $Q = 100$ هي التي تضمن تعادل كل

من $LAC = SAC$.

$$SAC = 0.35Q^2 - 59.6Q + 3420$$

$$LAC = 0.25Q^2 - 40Q + 2500$$

$$Q = 100$$

بمساواة المعادلتين وحلها نجد بان :

بتعويض $Q = 100$ في الدوال المختلفة للتكاليف نجد:

$$STC = LTC = 100000$$

$$SMC = LMC = 2000$$

$$SAC = LAC = 1000$$

$$Q = L^{0.25} K^{0.25}$$

$$TC = 4L + 10K$$

$$\frac{K}{L} = \frac{4}{10}$$

بتعويض K بما يساويها من المعادلة الثالثة في المعادلة الأولى يكون لدينا:

$$Q = L^{0.25} \left(\frac{4L}{10}\right)^{0.25} = \left(\frac{4}{10}\right)^{0.25} \sqrt{L} \Rightarrow L = \frac{Q^2}{\sqrt{4}}$$

بتعويض K من المعادلة الثالثة في المعادلة الثانية نجد:

$$TC = 4L + \left(\frac{4L}{10}\right)10 \Rightarrow TC = 4L + 4L \Rightarrow TC = 8L$$

$$TC = \frac{8Q^2}{\sqrt{4}} \Rightarrow TC = 4\sqrt{10}Q^2 \text{ يكون لدينا في النهاية التكلفة الكلية:}$$

$$AC = \frac{TC}{Q}, \quad MC = \frac{d(TC)}{d(Q)} \text{ التكلفة المتوسطة والحدية:}$$

$$TC = 4Q^2\sqrt{10}$$

$$AC = 4Q\sqrt{10}$$

$$MC = 8Q\sqrt{10}$$

باتباع نفس $Q_1 = 2\sqrt{L}\sqrt{K}$ دوال التكاليف من اجل

الطريقة السابقة يكون لدينا:

$$TC = 2Q\sqrt{10}$$

$$AC = MC = 2\sqrt{10}$$

باتباع نفس الطريقة ج - دوال التكاليف من اجل $Q_3 = KL$

السابقة يكون لدينا:

حل التمرين الخامس:

$$Q = F(K, L)$$

لدينا دالة الإنتاج:

$$TC = 10K + 4L$$

معادلة التكاليف:

$$\frac{\partial Q / \partial K}{\partial Q / \partial L} = \frac{10}{4}$$

علاقة المثلية التي تسمح بإيجاد معادلة مسار التوسع هي:

الدوال الثلاث تشكل نظاما بأربعة مجاهيل هي: Q, TC, K, L ويمكن

صيغة العلاقات التالية:

$$TC = g(Q), \quad AC = \frac{TC}{Q}, \quad MC = \frac{d(TC)}{d(Q)}$$

I - دوال التكاليف:

$$Q = L^{0.25} K^{0.25} \text{ من اجل دالة الإنتاج:}$$

أ - من اجل دالة الإنتاج: المنتج العقلاني يبحث عن اعظم ربح ممكن وبالتالي يمكن كتابة:

$$\Pi = P(Q) - TC$$

$$\Pi = P(L^{0.25} K^{0.25}) - (10K + 4L)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial L} = P(0.25L^{-0.75} K^{0.25}) - 4 = 0$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial K} = P(0.25L^{0.25} K^{-0.75}) - 10 = 0$$

من هاتين المعادلتين الأخيرتين يمكن استخراج معادلة مسار التوسع كالتالي:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial L}$$

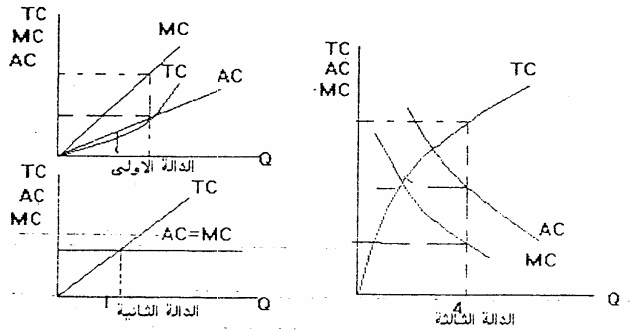
$$\frac{\partial \Pi}{\partial K} = \frac{K}{L} = \frac{4}{10} \Rightarrow K = \frac{4}{10}L$$

من اجل تحديد وتعريف $TC = g(Q)$ لدينا كذلك النظام التالي:

متزايد
متناهي

AC, MC مرتبطة بالعلاقة $MC = 0.5AC$ وهذا يعني في الحالتين أن المنحنيين متناقصين ومقعرين بالنسبة لنقطة الأصل. ويمكن إيجاد ذلك عن طريق الإشتقاق الأولى والثانية.

التمثيل البياني لدوال التكلفة:



الدوال الثلاثة تختلف عن بعضها لاختلاف طبيعة غلة أحجامها.

Q_1 لها غلة حجم متناقصة.

Q_2 لها غلة حجم ثابتة.

Q_3 لها غلة حجم متزايدة.

إذا اخترنا طبيعة دوال التكاليف الموافقة لكل نوع من غلة الحجة

نلاحظ أن:

$$TC = 4\sqrt{Q}\sqrt{10}$$

$$AC = \frac{4\sqrt{10}}{\sqrt{Q}}$$

$$MC = \frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{Q}}$$

دراسة الدوال المحصل عليها:

أ - من اجل:

$TC = 4\sqrt{10}Q^2$, $AC = 4\sqrt{10}Q$, $MC = 8\sqrt{10}Q$, Q منحنى التكلفة الكلية عبارة عن قطع مقعر وهذا يعني بان TC تتزايد بمعدلات متزايدة. أما المنحنيات AC , MC فهي عبارة عن مستقيمات ذات ميل $4\sqrt{10}$ و $8\sqrt{10}$ على التوالي تنطلق من نقطة الأصل مثلها مثل منحنى التكلفة الكلية.

ب - من اجل $TC = 2\sqrt{10}Q$, $MC = AC = 2\sqrt{10}$

منحنى التكلفة الكلية عبارة عن مستقيم مصدره نقطة الأصل بميل مقداره $2\sqrt{10}$ وتتزايد التكلفة الكلية بمعدلات ثابتة. أما منحنيات AC , MC فهي مستطابقة وموازية لمحور الكمية وهذا يترجم بأنه مهما كان مستوى الإنتاج فان تكلفة الوحدة وتكلفة الوحدة الإضافية هي متساوية وثابتة دائما

ج - من اجل:

$$TC = 4\sqrt{10}\sqrt{Q}$$

$$AC = \frac{4\sqrt{10}}{\sqrt{Q}}$$

$$MC = \frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{Q}}$$

التكلفة الكلية متزايدة عندما $\frac{d(TC)}{d(Q)} > 0$ ولكن تتزايد بمعدلات متزايدة.

إن المنحني يدور وانحناءه في اتجاه المحور ذلك أن $\frac{d^2(TC)}{d(Q)^2} < 0$ منحنيات

$$\frac{Q}{K} = 4 \frac{L^{2/3} K^{1/3}}{K} = 4 \left(\frac{L}{K} \right)^{2/3}$$

د - الناتج المتوسط لرأس المال:

2 - الحد الأدنى لتكاليف الإنتاج الموافق لحجم إنتاج مقداره:

$$Q=100$$

لدينا معادلة خط التكاليف المتساوية كالتالي: $TC=2L+3K$ نريد الوصول

بالتكاليف إلى أدنى حد ممكن، لذلك نشكل دالة لاغرانج ونشتق هذه الدالة

لايجاد مقادير كل من العمل ورأس المال.

$$L = 2L + 3K + \lambda(100 - 4L^{2/3}K^{1/3})$$

$$\frac{\partial L}{\partial L} = 2 - \frac{8}{3}L^{-1/3}K^{1/3} - \frac{8}{3}\left(\frac{K}{L}\right)^{1/3} = 0$$

$$\frac{\Delta Q}{\Delta K} = \frac{4L^{2/3}}{3K^{2/3}} = \frac{4}{3}\left(\frac{L}{K}\right)^{2/3} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 100 - 4L^{2/3}K^{1/3} = 0$$

بحل المعادلات الثلاث نجد: $L=36$; $K=12$

إذا أدنى تكلفة ممكنة لتحقيق إنتاج مقداره 100 هو:

$$TC=36(2)+12(3)=108$$

حل التمرين السابع:

1 - اعظم ناتج ممكن يقابل تكلفة لكية مقدارها $TC = 100$.

نستخدم طريقة مضاعف لاغرانج:

- غلة الحجم المتناقصة تتوافق وتكاليف كلية متزايدة بمعدلات

زيادة.

- غلة الحجم الثابتة تتوافق وتكاليف متزايدة بمعدلات ثابتة.

- غلة الحجم المتزايدة تتوافق وتكاليف كلية تتزايد بمعدلات

متناقصة.

إذا تزايد حجم الإنتاج بنسب اقل من نسبة تزايد عوامل الإنتاج (

غلة الحجم المتناقصة) فان التكاليف الإضافية أو التكلفة الحدية تتزايد، أي

التكلفة الكلية تتزايد بمعدلات متزايدة.

إذا تزايد حجم الإنتاج بنفس نسب تزايد عوامل الإنتاج (غلة

الحجم الثابتة) فان التكاليف الحدية تبقى هي نفسها عند كل مستوى من

مستويات الإنتاج وتزايد التكلفة الكلية يكون بمعدلات ثابتة

أما إذا تزايد حجم الإنتاج بنسب اكبر من نسب تزايد عوامل

الإنتاج فان التكلفة الكلية تتزايد ولكن بمعدلات متناقصة.

حل التمرين السادس:

1 - الناتج الحدي والمتوسط لكل من العمل ورأس المال:

أ - الناتج الحدي للعمل:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{8K^{1/3}}{3L^{1/3}} = \frac{8}{3}\left(\frac{K}{L}\right)^{1/3}$$

ب - الناتج المتوسط للعمل:

$$\frac{Q}{L} = 4 \frac{K^{1/3}L^{2/3}}{L} = 4\left(\frac{K}{L}\right)^{1/3}$$

$$\frac{\Delta Q}{\Delta K} = \frac{4L^{2/3}}{3K^{2/3}} = \frac{4}{3}\left(\frac{L}{K}\right)^{2/3}$$

ج - الناتج الحدي لرأس المال:

البصائر القائمة

تطبيقات على توازن المنتج/ سوق المنافسة التامة

التمرين الأول: في سوق السلعة X الطلب والعرض السوقيين تمثلهما

المعادلتين التاليتين:

$$P = -X + 84.5$$

$$P = +0.65X - 31$$

المطلوب: 1 - احسب سعر التوازن السوقي؟

2- بافتراض ان التكاليف المتوسطة كدالة في الكمية المنتجة للمنتج هي مثلما تظهر

في الجدول التالي: ذى لسوق تسوده اطلاقته التامة:

الكمية	0	1	2	3	4	5	6	7	8
التكلفة المتوسطة	0	10	7	5.5	5	5.5	7	9	11.75

احسب مستوى الإنتاج الذي يجعل من الربح أقصى ما يمكن لهذا المنتج، واحسب

مقدار هذا الربح؟

3- لأجل أي سبب من الأسباب تغير الطلب السوقي على السلعة واخذ المعادلة

التالية: $P = -X + 101$ ، احسب سعر التوازن علما ان الكمية المعروضة لم

تتغير؟ واحسب مقدار الربح المحقق انطلاقا من هذه المعطيات الجديدة؟

4 - احسب سعر التوازن السوقي في الأجل القصير بعد التعديل والتغيرات التي

حدثت في الطلب السوقي، وكذلك الكمية الإجمالية المتبادلة، وعرض المنتج

الواحد؟

5 - مثل بياننا الوضعيات المختلفة لتوازن السوق والنتج والتي تمت دراستها في

المطالب السابقة؟

$$L = 4LK + \lambda(100 - 3K - 10L)$$

$$\frac{\partial L}{\partial K} = 4L - 3\lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial L} = 4K - 10\lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 100 - 3K - 10L = 0$$

$$3K = 10L \Rightarrow K = \frac{10}{3}L$$

$$L = 5, \quad K = 16,66$$

$$Q = 4(5)(16,66) = 333,33$$

2 - دوال التكلفة المتوسطة والحدية بدلالة الكمية:

لدينا:

$$TC = 3K + 10L, \quad Q = 4KL, \quad K = \frac{10}{3}L$$

$$TC = 10L + 10L \Rightarrow TC = 20L$$

$$Q = 4(2L)L = 8L^2 \Rightarrow L = \sqrt{\frac{Q}{8}}$$

$$TC = 20\sqrt{\frac{Q}{8}}$$

$$AC = \frac{20\sqrt{\frac{Q}{8}}}{Q} \Rightarrow AC = \frac{20}{Q}\sqrt{\frac{Q}{8}} = 10\sqrt{\frac{1}{8Q}}$$

$$MC = 10\sqrt{\frac{Q}{8}} \quad \text{لتكلفة الحدية:}$$

$$Q_1 = -\frac{P}{2} + 2000$$

$$Q_2 = \frac{P}{2}$$

المطلوب: 1 - حدد نوع المشروع المتبنى من طرف المؤسسات،

وكذلك الربح المحقق وعدد المنتجين العارضين لهذه السلعة في السوق؟

2 - بافتراض أن الطلب السوقي للسلعة تغير واخذ الشكل التالي:

$$Q = -\frac{P}{2} + 2400$$

ما هو سعر التوازن في فترة السوق (الفترة تحت

القصيرة؟) والفترة القصيرة؟ وما هو عرض المنتج في الفترة القصيرة؟

3 - إذا بقي الطلب مثلما ورد في السؤال الثاني. حدد توازن المنتج

النموذجي وكذلك توازن السوق في الفترة الطويلة؟ وعدد المنتجين الذين

يؤمنون هذا العرض؟

4 - مثل بيانيا التوازنات المختلفة المحصلة في الأسئلة أعلاه؟

التمرين الرابع: بافتراض ان التكاليف الكلية للمدى الطويل التي

يعكسها الحجم الأمثل للمشروع في الصناعة Q تأخذ الشكل التالي:

$$TC = Q^3 - 15Q^2 + 76.25Q$$

هذه الصناعة ذات التكلفة الثابتة لها منحنى الطلب السوقي D الذي يأخذ

الشكل التالي:

$$P = -2Q + 100$$

المطلوب: 1 - حدد العرض السوقي في الفترة الطويلة للسلعة Q؟

التمرين الثاني: لدينا منتجين اثنين A , B يتتجان نفس المنتج Q ويعرضان هذا المنتج في سوق تستودها لمنافسة التامة بافتراض أن:

$$P^0 = 8$$

- منحنى التكلفة الكلية للمنتج A هو $TC(A) = 15Q - 6Q^2 + Q^3$

- منحنى التكلفة الكلية للمنتج B هو $TC(B) = 4Q + Q^3 - 3Q^2$

- إن التكاليف تنحصر في الأجل القصير.

المطلوب: 1 - كم سوف يكون مقدار الربح الأعظم بالنسبة للمنتجين

إذا ما اعتبرنا بان لهما سلوكا عقلانيا؟

2 - أوجد السعر الذي يدفع بالمنتجين إلى الخروج من السوق؟

3 - مثل بيانيا على نفس المحورين منحنيات العرض لكل منتج؟

التمرين الثالث: بافتراض أن المنتجين في الصناعة Q لهم نفس منحنى

التكاليف الكلية الطويلة الأجل والتي تأخذ الشكل التالي:

$$LTC = 0.25Q^3 - 40Q^2 + 2500Q$$

كما أن التكاليف الكلية الموافقة لتجهيزين (لمشروعين) K_1, K_2 أي في المدى القصير

لهما الشكل التالي:

$$TC_{K1} = Q^3 - 98.75Q^2 + 3600Q + 2000$$

$$TC_{K2} = 0.35Q^3 - 59.6Q^2 + 3420Q + 4000$$

من جهة أخرى فان سوق السلعة Q في فترة معطاة محددة بدالة الطلب والعرض

البلدين لهما الشكل التالي:

- 2 - بافتراض أن دالة الطلب السوقى لها الشكل التالى: $D = 10500 - 5P$
- أ - أوجد سعر التوازن وكمية التوازن السوقيين؟
- ب - أوجد مرونة الطلب السعرية السوقية؟
- ج - احسب ربح المؤسسات ككل وربح المؤسسة الواحدة؟
- 3 - التوازن في المدى الطويل يتحقق بفضل دخول مؤسسات أخرى إلى السوق، وبافتراض أن دالة الطلب تبقى ثابتة. كم مؤسسة جديدة سوف تدخل هذه السوق؟

- 2 - أوجد معادلة منحنى الطلب إذا علمت ان العرض السوقى في المدى الطويل يعادل 80 وان ميل منحنى الطلب السوقى يبقى دون تغيير؟
- 3 - إن هذه الصناعة تساهم في تلوث الأنهار التي تستعمل في نشاط هذه الصناعة، فمن اجل تنظيف وصيانة هذه الأنهار يفرض على المنتجين في هذه الصناعة رسم مقداره 2 وحدة نقدية عن كل وحدة منتجة. كيف يكون اثر ذلك على العرض الكلي في الفترة الطويلة؟
- 4 - مثل بيانيا التوازنات المختلفة للمنتج وللصناعة المحصل عليها في الأسئلة أعلاه؟

التمرين الخامس: قد يعتبر صاحب مصنع سيارات أن عمله تنافسي بدرجة عالية نظرا لعلمه الشديد بمنافسته لعدد القليل من أصحاب مصانع السيارات الآخرين في السوق. ويقوم كل منهم بحملة إعلانية واسعة لإقناع المشترين المتوقعين بالتنوع الممتازة وبالطراز الأفضل لسياراته، كما يتصدى بسرعة فائقة لادعاءات منافسيه بالتفوق. هل هذا هو معنى المنافسة التامة من وجهة نظرك؟

التمرين السادس:

تتواجد 1000 مؤسسة في مجال النسيج تقسم السوق حيث كل واحدة لها

$$TC = 10Q^2 + 10Q + 360$$

دالة التكلفة الكلية التالية:

المطلوب: 1 - أ: حلل تكاليف هذه المؤسسات؟

ب: أوجد دالة العرض للمؤسسة الواحدة؟

حل تطبيقات توازن المنتج / سوق المنافسة التامة

حل التمرين الأول:

1 - توازن المنتج في حالة المنافسة التامة يتحقق بتعادل العرض

والطلب السوقيين. في هذه الحالة يكون لدينا:

$$0.65X - 31 = -X + 84.5 \implies X^0 = 70, P^0 = 14.5$$

2 - إن سعر التوازن $P^0 = 14.5$ سوف يفرض على كل منتج في

السوق. وفي حالة المنافسة التامة يجب أن يتعادل الإيراد المتوسط والإيراد الحدي للمنتج. فمن جدول التكاليف المتوسطة يمكن إيجاد التكاليف الكلية

والحدية كالتالي:

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
AC	0	10	7	5.5	5	5.5	7	9	11.75
TC	0	10	14	16.5	20	27.5	42	63	94.4
MC		10	4	2	4	7.5	14.5	21	31

توازن المنتج يتحقق عند تعادل التكاليف الحدية وسعر السوق. أي

$$MC = P \text{ وهو مستوى الإنتاج الذي يجعل من الربح اعظمي. في هذه}$$

الحالة ومن الجدول نلاحظ أن السعر التوازني هو 14.5 وهذا يقابل مستوى

$$\text{الإنتاج } X = 6$$

$$\Pi = TR - TC = 6(14.5) - 42 = 45$$

الربح الأعظم هو :

3 - إذا تغير منحني الطلب السوقي، فان هناك سعر توازن جديد سوف يظهر في المرحلة القصيرة، مع العلم ان العرض السوقي لم يتغير. وتبعاً لذلك فان سعر التوازن الجديد يتحقق بتعادل الطلب الجديد ومعادلة العرض الغير مرنة والمحددة بـ $X = 70$. إذا سعر التوازن هو:

$$P = -70 + 101 \implies P^0 = 31$$

أما الكمية المنتجة المثلى للمنتج فتعادل $X^0 = 8$ مثلما هو واضح

من الجدول إذ أن: $MC = P^0 = 31$ وهذا يقابل الكمية $X^0 = 8$ الربح

$$\text{الأعظم هو: } \Pi = TR - TC \implies \Pi = 8(31) - 91.2$$

4 - سعر التوازن السوقي في الأجل الطويل بعد التعديل والكمية

الكلية المتبادلة وعرض المنتج.

إن الفترة القصيرة هي تلك التي يمكن للمنتجين فيها من تغيير عرضهم للسلعة، ولكن بنفس عوامل الإنتاج أي أنهم يحتفظون بنفس التكاليف، وتبعاً لذلك فانه أمام الطلب الجديد يتحقق التوازن بتعادل العرض السوقي والطلب السوقي كالتالي:

$$0.65X - 31 = -X + 101 \implies X^0 = 80, P^0 = 21$$

في هذه الحالة فان المنتج بعد التعديل في عرضه أمام السعر الجديد يمكن أن

يعرض مثلما هو واضح من الجدول الكمية $X^0 = 7$ أما اعظم ربح فهو:

$$\Pi = TR - TC = 7(21) - 63 = 84$$

5 - التمثيل البياني لوضعيات التوازن بالنسبة للسوق والمنتج:

$$P = -X + 101 \quad \text{الطلب} = = D2$$

حل التمرين الثاني:

$$\Pi = TR - TC \quad \text{I - الربح الأعظم بالنسبة للمنتجين:}$$

أ - دراسة المنتج

لدينا معادلة الربح كالتالي:

$$\Pi_A = 8Q - (15Q - 6Q^2 + Q^3) = -Q^3 + 6Q^2 - 7Q$$

حتى نعظم الربح، نجد المشتق الجزئي الأول ونعدهم كما ان المشتق الثاني

يجب ان يكون اقل من الصفر أي أن:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial Q} = -3Q^2 + 12Q - 7 = 0 \Rightarrow Q_1 = 0.7, Q_2 = 3.3$$

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial Q^2} = -6Q + 12$$

هذه الصيغة الأخيرة تكون سالبة من اجل $Q > 2$ وبالتالي فان $Q_2 = 3.3$

هي التي تعظم الربح. إذا كمية الإنتاج التي تعظم الربح هي $Q = 3.3$ وان

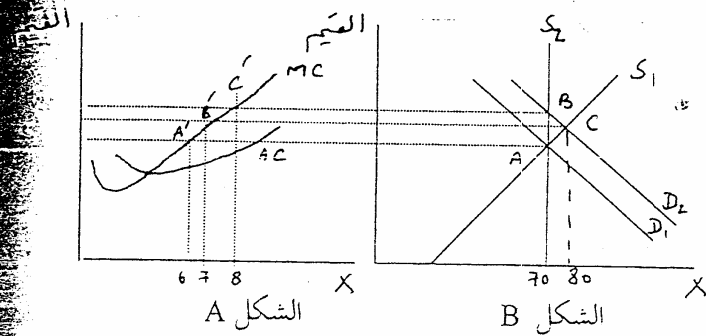
الربح الأعظم هو: $\Pi = 6.3$.

ب - دراسة المنتج B:

$$\Pi_B = 8Q - (4Q + Q^3 - 3Q^2) = -Q^3 + 3Q^2 - 4Q$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial Q} = -3Q^2 + 6Q - 4 = 0 \Rightarrow Q_1 = 0.53, Q_2 = 2.53$$

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial Q^2} = -6Q + 6$$



إن الشكل A يمثل توازن المنتج أما الشكل B فيمثل توازن السوق للسلعة X على الشكل B فان النقطة A تمثل التوازن الأول أي أن:

$$P^o = 14.5, X^o = 70$$

أما النقطة B فتمثل التوازن الثاني أي $P^o = 31, X^o = 80$ وهذا

بالنسبة للفترة القصيرة. أما النقطة C فتمثل التوازن الثالث للسوق في الفترة

المتوسطة أي $P^o = 14.5, X^o = 60$ أمام هذه الوضعيات الثلاث لتوازن

السوق هناك كذلك ثلاث وضعيات تقابلها بالنسبة للمنتج:

$$(P^o = 21, X^o = 7)C, (P^o = 31, X^o = 8)B', (P^o = 14.5, X^o = 6)A'$$

أما المنحنيات: D1 فترمز لمنحنى الطلب $P = -X + 84.5$

$$P = 0.65X + 31 \quad \text{العرض} = = S1$$

$$X = 70 \quad \text{العرض عند} = S2$$

ب - المنتج B

$$TC_B = 4Q - 3Q^2 + Q^3$$

$$AC_B = 4 - 3Q + Q^2$$

$$\frac{\partial AC}{\partial Q} = -3 + 2Q = 0 \Rightarrow Q = \frac{3}{2}$$

إن مقدار AC عند $Q = 3/2$ هو $7/4$.

إذا السعر الذي يتوقف عنده المنتج B ويخرج من السوق هو $P > 7/4$.

3 - التمثيل البياني: حتى يمكن للمنتج من عرض متوجه، يجب ان يكون هذا العرض محققا للربح أو على الأقل الربح يساوي الصفر. أي انه يجب ان يتحقق الشرط:

$$P \geq AC \quad MC \geq P$$

ويمكن توضيح ذلك كالتالي:

$$TR \geq TC \Rightarrow P \geq AC$$

الربح أقصى ما يمكن عندما:

$$\frac{d\Pi}{dQ} = \frac{dTR}{dQ} - \frac{dTC}{dQ} = 0 \Rightarrow P = MC$$

$$-\frac{d^2TC}{dQ^2} < 0 \Rightarrow \frac{d^2TC}{dQ^2} > 0 \quad \text{بشرط أن:}$$

والذي يعني العرض على الجزء المتزايد من منحنى التكلفة الحدية.

ففي حالة المنتج B:

من اجل $P = 7/4$ فإن هذا يتوافق و $Q = 3/2$

من اجل $P < 7/4$ فإن هذا يتوافق و $Q = 0$

تكون هذه الصيغة سالبة عندما يكون $Q > 1$ إذا $Q_2 = 2.53$ هي الكمية المثلى التي يجب عرضها لتعظيم الربح الذي يصل هنا إلى $\Pi = 13.12$.
لأجل خروج المنتج من السوق في المدى الطويل فانه يجب أن تفوق التكاليف المتوسطة الكلية الإيرادات المتوسطة أي أن:

$$TR < TC \Rightarrow \frac{TR}{Q} < \frac{TC}{Q} \Rightarrow AR < AC$$

ففي ظروف المنافسة التامة فان الإيراد المتوسط يتعادل مع السعر حتى يتحقق الربح أي أن:

$$AR = P = AC$$

أي انه مادام السعر للوحدة من السلعة اكبر من ~~التكلفة~~ التكلفة المتوسطة فان المنتج يحقق أرباحا.

عندما يكون السعر اقل من التكلفة المتوسطة فان المنتج يحقق خسائر وبالتالي يخرج من السوق. ويمكن تطبيق ذلك على حالة المنتجين الاثنين.

أ - المنتج A

$$TC_A = 15Q - 6Q^2 + Q^3$$

$$AC_A = 15 - 6Q + Q^2$$

$$\frac{\partial AC_A}{\partial Q} = -6 + 2Q = 0 \Rightarrow Q = 3$$

من اجل $Q = 3$ فان التكاليف المتوسطة تصل إلى اصغر قيمة لها أي أن:

$$\frac{\partial^2(AC)}{\partial Q^2} > 0 \Rightarrow \frac{\partial^2(AC)}{\partial Q^2} = 2$$

إن مقدار AC عند هذه النقطة هو: $AC = 15 - 6(3) + (3)^2 = 6$

لأجل أن يتوقف المنتج A عن عرض المتوج يجب أن يكون السعر $P < 6$

1- أ: يتحقق توازن السوق بتعادل الكمية المعروضة والكمية

المطلوبة أي ان:

$$2Q = -2Q = 4000 \implies 4Q = 4000$$

سعر التوازن و كمية التوازن هما: $P^0 = 2000$, $Q^0 = 1000$

ب - إن التجهيز أو المشروع المختار من طرف المنتج يتحدد بتعادل التكلفة الحدية في المدى القصير والمدى الطويل والسعر. وهذا يتحقق في الجزء المتصاعد للتكاليف الحدية اعلي التكلفة المتوسطة

ففي المدى القصير فإن المنتج يكون عقلانيا إذا ما عمل على جعل الربح اعظيما ويتحدد ذلك بتعادل السعر و التكلفة الحدية والمتوسطة. كذلك بالنسبة للمدى الطويل فإن المنتج حتى يكون عقلانيا وذلك باختيار المشروع الذي يحقق أقصى ربح ممكن. ذلك انه في المدى الطويل تصح كل التكاليف متغيرة، ولأجل ذلك فانه:

- من اجل المشروع K_1 فإن اعظم ربح يتحقق عندما:

$$SMC_{K1} = 3Q^2 - 197.5Q + 3600 = P = 2000$$

$$3Q^2 - 197.5Q + 1600 = 0$$

حل هذه المعادلة يعطينا جذرين، الجذر المحتفظ به هو: $Q = 56.4$ والذي

يعمل على تعظيم الربح.

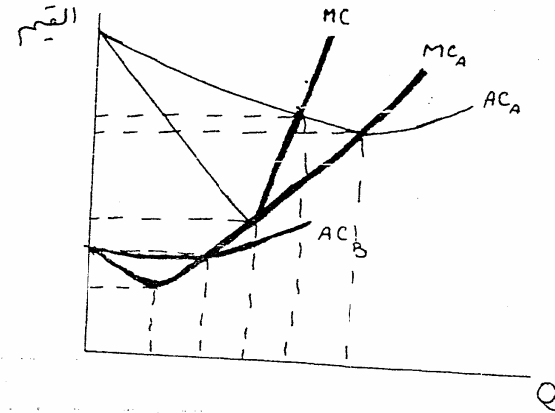
- من اجل المشروع K_2 فإن اعظم ربح يتحقق عندما:

$$SMC_{K2} = 1.05Q^2 - 119.2Q + 3420 = P = 2000$$

$$1.05Q^2 - 119.2Q + 1420 = 0$$

من اجل $P > 7/4$ فان عرض الإنتاج يكون معطى بمنحنى التكلفة الحدية

MC_A مثلما هو واضح من الرسم.



فمن اجل $P = 8$ فان $Q = 2.53$.

أما في حالة المنتج **A**:

فمن اجل $P = 6$ فان هذا يتوافق و $Q = 3/2$

من اجل $P < 6$ فان هذا يتوافق و $Q = 0$

من اجل $P > 6$ فان عرض المنتج للسلعة معطى بمنحنى التكلفة الحدية

MC_B على الرسم البياني بخط عريض أي الجزء الأعلى من منحنى التكلفة

الحدية.

من اجل $P = 8$ فان $Q = 3.3$

حل التمرين الثالث:

$$N = \frac{Q_s}{Q_r} = \frac{1000}{100} = 10$$

$$2 - \text{ إذا أصبح الطلب السوقي: } Q = -\frac{P}{2} + 2400$$

فان التوازن في فترة السوق (الفترة تحت القصيرة) أي عندما تبقى الكمية المعروضة دون تغيير عند (عرض غير مرن على الإطلاق) يتحقق بتعادل العرض والطلب أن: $P_1^0 = 2800$ ، $1000 = -\frac{P}{2} + 2400$

توازن السوق في الفترة القصيرة عندما يكون رد الفعل من طرف المنتجين لتغير الطلب ليس ناتجا عن تغير عوامل الإنتاج (التجهيزات)، ولكن نتيجة زيادة استعمال إنتاجية عوامل الإنتاج يتحقق بتعادل الكمية المعروضة والمطلوبة كالتالي:

$$Q = \frac{P}{2} + 2400, \quad Q = \frac{P}{2}$$

$$P = -2Q + 4800, \quad 2Q = P$$

$$4Q = 4800 \Rightarrow Q_3^0 = 1200, \quad P_3^0 = 2400$$

عند السعر الجديد فان عرض المنتج أمام التجهيز أو المشروع الثاني يتحقق بتعادل التكلفة الحدية والسعر أي:

$$SMC_{K2} = P$$

$$1.05Q^2 - 119.2Q + 3420 = 2400$$

حل هذه المعادلة يعطينا الكمية المعروضة من طرف المنتج باستعمال المشروع الثاني.

$$Q = 104.2 \text{ أي أن:}$$

حل هذه المعادلة يمكننا من الاحتفاظ بالحذر الموجب والذي يساوي $Q = 100$ لنفس الأسباب السابقة.

إن اختيار المشروع الأول أو الثاني يتحقق فقط عند دراسة التوازن في الأجل الطويل أمام منحى التكلفة الكلية:

$$LTC = 0.25Q^3 - 40Q^2 + 2500Q$$

نبحث على التكلفة الحدية في المدى الطويل:

$$LMC = \frac{dLTC}{dQ} = 0.75Q^2 - 80Q + 2500$$

في هذه الحالة كذلك يجب ان يتعادل السعر والتكلفة الحدية حتى يتحقق التوازن أي أن:

$$LMC = P$$

$$0.75Q^2 - 80Q + 2500 = 2000$$

$$0.75Q^2 - 80Q + 500 = 0$$

نبحث عن الكمية المثلى للتوازن في الأجل الطويل حتى نحدد التجهيز أو المشروع الأمثل وذلك بحل المعادلة أعلاه وبالتالي نجد $Q = 100$. نلاحظ أن الكمية المنتجة المثلى في الأمد الطويل تتوافق والمشروع الثاني، وبالتالي فان المشروع الثاني هو الذي يجب أن يتبنى لأنه يسمح بتحقيق اعظم ربح ممكن سواء في الأجل القصير أو الطويل ويمكن توضيح ذلك كالتالي:

$$\Pi = TR - TC$$

$$\Pi = 100(2000) - [0.25(100)^3 - 40(100)^2 + 2500(100)] = 100000$$

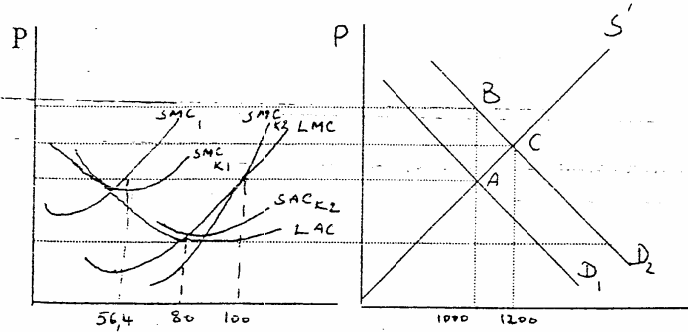
ج - عدد المنتجين العارضين للمنتوج يمكن الحصول عليه بقسمة كمية الإنتاج التوازني على عرض المشروع النموذجي أي أن:

مادام الطلب الإجمالي يبقى دون تغيير فإن العرض الإجمالي في الفترة الطويلة

$$Q_1^* = -\frac{P}{2} + 2400 = 1950 \text{ هو:}$$

عدد المنتجين المحقق لهذا العرض هو: $N = (1950/80) = 24$

4 - الشكل الموالي يمثل التمثيل البياني لمنحنيات التكلفة الحدية والمتوسطة للتجهيز بين أو المشروعين الاثني، وكذلك الأجل الطويل والتوازنات المختلفة للسوق.



نلاحظ أن النقطة A تتوافق والتوازن الأول من اجل منحني طلب وعرض:

$$Q = -\frac{P}{2} + 2000, \quad Q = \frac{P}{2}$$

النقطة B تتوافق والتوازن في فترة السوق عندما يكون منحني الطلب

$$Q = -\frac{P}{2} + 2400 \text{ والكمية المعروضة } Q = 1000$$

النقطة C تتوافق والتوازن الجديد للفترة القصيرة عند معادليتي الطلب

$$\text{والعرض: } Q = \frac{P}{2}, \quad Q = -\frac{P}{2} + 2400$$

النقطة D وهي نقطة عرض الفترة الطويلة بعد دخول منتجين جدد إلى

السوق.

3 - أمام المعطيات الجديدة إذا ما حقق المنتجون أرباحا عالية فهناك

منتجين آخرين سوف يدخلون إلى سوق هذه السلعة. هذا الدخول سوف يعمل على زيادة العرض الكلي للسلعة باعتبار أن الطلب سوف يبقى دون تغيير، بينما سعر السوق ينخفض نتيجة زيادة العرض. أمام هذه الأوضاع فإن المنتجين سوف يعملون على تخفيض تجهيزاتهم بينما الأرباح المحققة من طرف كل منتج سوف تنخفض باستمرار إلى أن تتنفي كلية. في هذه الحالة فإن التوازن يتحقق بتعادل:

$$LMC = SMC = LAC = P$$

في حالة معطياتنا فإن التوازن يتحقق بتعادل التكلفة الحدية والمتوسطة في

$$LMC = LAC \text{ أن:}$$

$$LTC = 0.25Q^3 - 40Q + 2500Q$$

$$LMC = 0.75Q^2 - 80Q + 2500$$

$$LAC = 0.25Q^2 - 40Q + 2500$$

$$0.75Q^2 - 80Q + 2500 = 0.25Q^2 - 40Q + 2500$$

$$Q = 80$$

إذا الكمية المثلى للمنتج تعادل $Q = 80$ أمام سعر في حالة الطلب

الوارد في السؤال الثاني.

نسبحت الآن عن السعر التوازني. من اجل ذلك نعدل بين التكلفة الحدية في

الأجل الطويل والسعر فنجد:

$$LMC = P$$

$$0.75(Q)^2 - 80Q + 2500 = P$$

$$0.75(80)^2 - 80(80) + 2500 = P$$

$$P_s^* = 900$$

3 - إذا دفع كل منتج 2 و.ن عن كل وحدة منتجة، وما دام ان

لكل المنتجين نفس التكلفة المتوسطة فانه يمكن كتابة:

$$AC = Q^2 - 15Q + 76.25 + 2$$

$$TC = Q^3 - 15Q^2 + 78.25Q$$

$$MC = 3Q^2 - 30Q + 78.25$$

إن منحنى التكلفة المتوسطة الجديد يصل إلى أدنى حد له عندما:

$$\frac{dAC}{dQ} = 2Q - 15 = 0 \Rightarrow Q = 7.5$$

وهي نفس الكمية المحصل عليها قبل دفع الرسم.

مقدار التكلفة المتوسطة بعد فرض الرسم:

$$AC = (7.5)^2 - 15(7.5) + 78.25 = 22$$

$$MC = P = 22$$

وبالتالي يكون السعر: $MC = P = 22$

حد له عند $Q = 5$.

$$MC = 3(5)^2 - 30(5) + 78.25 = 3.25$$

بينما مقدار

$$MC = 1.25$$

إلا انه في الحالة الأولى قبل الرسم فان التكلفة الحدية كانت: $MC = 1.25$

إن فرض الرسم والمقنن بـ 2 و.ن سوف يعتل على ارتفاع

منحنيات التكلفة المتوسطة والحدية بوحدين لكل مستوى من مستويات

الإنتاج. كما أن منحنى العرض السوقي هو كذلك ينتقل إلى الأعلى

بوحدين اثنتين. وبالتالي فان سعر الوحدة سوف يرتفع بوحدين نقديتين

كذلك.

حل التمرين الرابع:

1 - تحديد العرض السوقي وسعر التوازن دراسة التكاليف:

$$TC = Q^3 - 15Q^2 + 76.25Q$$

$$AC = Q^2 - 15Q + 76.25$$

منحنى التكلفة المتوسطة تصل إلى أدنى حد لها عندما:

$$\frac{dAC}{dQ} = 2Q - 15 = 0 \Rightarrow Q = 7.5$$

عند هذه الكمية من العرض في الأجل الطويل للمشروع الأنسب فان السعر

يتساوى والتكلفة المتوسطة:

$$P = AC$$

$$AC = Q^2 - 15Q + 76.25 = 20$$

$$P = 20$$

النقطة A في الرسم

$$Q = -\frac{P}{2} + 50 \Rightarrow Q = -\frac{20}{2} + 50 = 40$$

النقطة B على الرسم.

2 - إذا كان العرض السوقي في الفترة الطويلة معادلا لـ 80، وان

الصناعة هي ذات تكاليف ثابتة فان سعر التوازن سيكون $P = 20$ النقطة

C على الرسم ذات الإحداثيات $(Q=80, P=20)$ وهي تنتمي إلى

المنحنى الجديد. هذا المنحنى يحتفظ بنفس الميل لمنحنى الطلب الأول، وبالتالي

يمكن كتابة:

$$P = -2Q + b \Rightarrow 20 = -2(80) + b \Rightarrow b = 180$$

$$P = -2Q + 180$$

معادلة الطلب الجديد:

والمشترين، ويعتبر كل منهم صغير الشأن جدا بالنسبة للسوق، ولا يعتبر الآخرين خصوصا له. ويكون ناتج جميع المنتجين في السوق متجانسا، ونتيجة لذلك لا تكون هناك منافسة بين المنتجين، قائمة على اختلافات في الإعلان والنوعية والطرار.

حل التمرين السادس:

1- أ - تحليل التكاليف:

التكلفة الكلية تتكون من التكلفة الثابتة والتكلفة المتغيرة:

$$TFC = 360 \quad TVC = 10Q^2 + 10Q$$

توجد التكاليف الثابتة يعني بان التحليل يجري في المدى القصير.

$$AFC = \frac{360}{Q}$$

$$AVC = 10Q + 10$$

$$AC = 10Q + 10 + \frac{360}{Q}$$

$$MC = 20Q + 10$$

الحد الأدنى للسعر لتوقف المشروع عن الاستمرار في السوق يتوافق ومستوى الإنتاج حيث يكون السعر اقل من أو يساوي متوسط التكلفة المتغيرة.

$$MC = AVC$$

$$10Q + 10 = 20Q + 10$$

$$Q = 0$$

عند الكمية التي تعادل الصفر فان السعر يساوي الصفر. إذا أدنى

سعر يجب ان لا يقل عن 10.

- العرض السوقي بعد فرض الرسم سوف يصبح في حالة منحنى الطلب

D1 النقطة B' كالتالي:

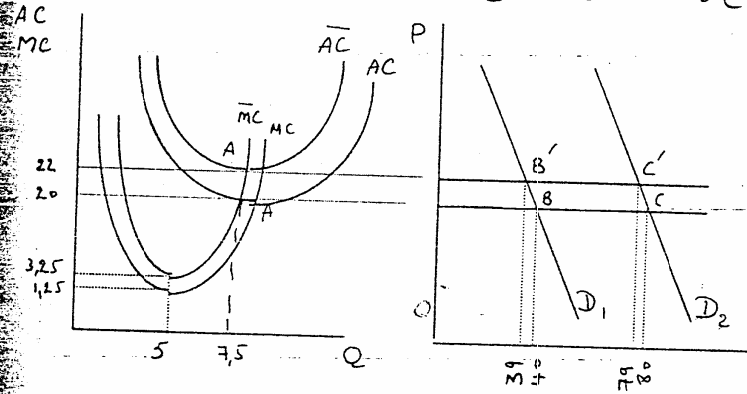
$$Q = -\frac{P}{2} + 50 = -\frac{22}{2} + 50 = 39$$

$$Q = -\frac{P}{2} + 90 = \frac{22}{2} + 90 = 79 \quad \text{D2: في حالة منحنى الطلب}$$

وبالتالي يمكننا بأن نقول بان فرض الرسم سوف يعمل على تخفيض العرض السوقي في المدى الطويل.

4 - الشكلين التاليين يمثلان التوازنات المختلفة في الفترة الطويلة

للمنتج وللصناعة قبل وبعد دفع الرسم على الإنتاج:



حل التمرين الخامس:

يتعارض هذا الطرح مع وجهة نظر الاقتصادي للمنافسة التامة. إذ أن

هذا الطرح يشرح السوق التنافسية بما يؤكد المنافسة بين المصانع الخصوم.

أما وجهة نظر الاقتصادي للمنافسة التامة، فتؤكد صيغة المنافسة مع الغائب

المجهول، بمعنى انه يوجد في السوق التامة التنافس العديد من البائعين

$$S = 1000\left(\frac{P}{20} - \frac{1}{2}\right) = D = 10500 - 5P$$

$$P = 200$$

$$Q = 9500$$

ب: مرونة الطلب السعرية للسوق:

$$E_D = \frac{\partial Q}{\partial P} \frac{P}{Q} = (-) - 5 \frac{200}{9500}$$

ج - ربح المؤسسة الواحدة:

$$\Pi = PQ - TC$$

$$\Pi = \frac{(9500)200}{100} - TC(9.5) = 1900 - 1357.5 = 542.5$$

ربح كل المؤسسات (القطاع):

$$\Pi_7 = 1000(542.5) = 542500$$

3 - عند التوازن في المدى الطويل الربح يصبح معدوماً، وتحقق هذه الحالة عندما تدخل مؤسسات جديدة إلى السوق بطرح كميات جديدة إليه. وجدنا بان السعر في المدى القصير الذي يسمح بتحقيق أرباح عادية يعادل 130 والكمية المنتجة من طرف كل مؤسسة هي 6.

$$D = 10500 - 5P = 10500 - 5(130) = 9850$$

دالة الطلب السوقي هي: عدد المؤسسات ككل لتأمين الطلب يعادل:

$$N = D / 6 = 9850 / 6 = 1642$$

عدد المؤسسات الجديدة التي يمكن أن تدخل السوق يعادل 1642 مؤسسة

السعر الذي يمكن المؤسسة من البقاء في السوق وتحقيق أرباح عادية هو:

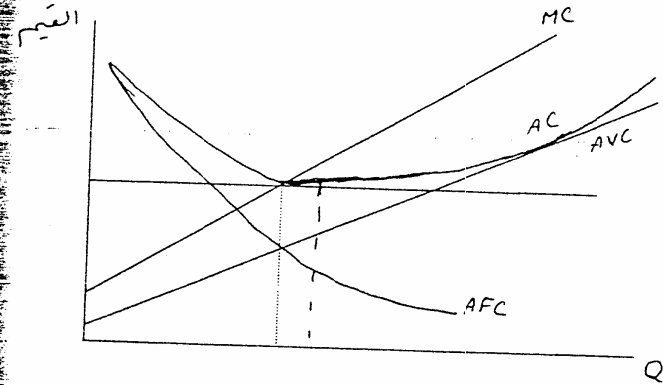
$$MC = AC = P \Rightarrow 20Q + 10 = 10Q + 10 + \frac{360}{Q}$$

$$Q = 6$$

$$P = 20Q + 10 = 20(6) + 10 = 130$$

إذا السعر يعادل 130 و.ن

الشكل الموالي يبين ذلك:



ب: دالة العرض تتحدد عند شرط تعظيم الربح أي أن:

$$MC = P$$

$$20Q + 10 = P$$

$$Q = \frac{P}{20} - \frac{1}{2}$$

2 - أ: يتحقق التوازن بتعادل العرض والطلب السوقيين أي أن:

الفصل السادس

تطبيقات على توازن المنتج / سوق الاحتكار المطلق

التمرين الأول: يقوم منتج ما بإنتاج السلعة Q. هذا المنتج يتميز بدالة

$$TC = Q^3 - 12Q^2 + 48Q$$

- 1 - أوجد التكلفة المتوسطة والحدية وحدد نقطة تقاطعهما؟
- 2 - بافتراض ان هذا المنتج يعمل في ظل سوق للمنافسة التامة، وبافتراض ان سعر السلعة المنتجة محدد في السوق ويساوي $P=27$. ما هي شروط تعظيم الربح؟ احسب مقدار الربح الأعظم؟
- 3 - بافتراض ان المنتج يعمل في سوق يسودها الاحتكار المطلق، ولدينا دالة الطلب على هذه السلعة التي يأخذ الشكل التالي: $Q = 64 - P$ ما هي شروط تعظيم الربح وما هو مقدار هذا الربح؟

التمرين الثاني: بافتراض ان الطلب على سلعة ما يأخذ الصيغة التالية:

$$Q = -\frac{4}{3}P + 4$$

- 1 - حدد صيغة الإيراد الكلي للمنتج الذي يحتكر هذه السلعة علما ان هذا المنتج يتميز بعدم وجود تكاليف ونبحث عن اعظم ربح ممكن؟
- 2 - احسب الكمية التي تعظم الربح، وسعر السوق وكذلك مقدار الربح الأعظم؟
- 3 - في الفترة الطويلة، الطلب على السلعة يتغير ويأخذ العلاقات التالية:

المطلوب: 1 - أوجد صيغة مرونة الطلب السعرية كدالة للإيراد الحدي والإيراد المتوسط على منتج في وضعية احتكارية لهذه السلعة؟ واحسب مقدار هذه المرونة عندما $Q = 30$.

2 - بافتراض ان منحني التكلفة المتوسطة يأخذ الشكل التالي:
 $AC = aQ + 10$ حدد دوال التكاليف الكلية والحدية والمتوسطة التي سمحت بتوازن المنتج في المطلب الأول وذلك عند النقطة: $Q=30$

التمرين الخامس: يواجه منتج محتكر طلبا معادلته: $P = 170 - 4Q$ ويمتلك هذا المحتكر مصنعين دوال تكاليفهما الكلية كالتالي:

$$TC = 100 + 10Q \quad \text{المصنع الأول:}$$

$$TC = 50 - 4Q + 0.7 Q^2 \quad \text{المصنع الثاني:}$$

والسؤال المطروح هو، ما هي افضل كمية يمكن إنتاجها لتعظيم أرباح المحتكر؟

التمرين السادس: لتكن لدينا دالة التكلفة المتوسطة في الفترة الطويلة لمنتج احتكاري لها الصيغة التالية:

$$LAC = 0.02 Q^2 - 0.25Q + 10$$

بافتراض أن هذا المنتج يمتلك ثلاثة مشاريع في الأجل القصير C , B , A لها التكاليف المتوسطة التالية

$$Q = -2P + 6, \quad Q = -\frac{8}{3}P + 8, \quad Q = -\frac{10}{3}P + 10$$

حدد منحني العرض لهذا المنتج الاحتكاري الذي يتوافق مع انتقالات منحني الطلب؟

4 - مثل بيانيا منحني العرض السوقي (الاحتكاري) ومنحنيات الطلب المختلفة وكذلك منحنيات الإيراد الكلي والحدي؟
 5 - احسب مرونة الطلب السعرية عند مختلف وضعيات التوازن؟ وماذا يمكن استنتاجه من النتائج المحصل عليها؟

التمرين الثالث: لتكن لدينا دالة الطلب على سلعة ما التي تأخذ الشكل

$$Q = -\frac{P}{1.34} + \frac{2.34}{1.34} \quad \text{التالي:}$$

بافتراض ان هناك منتج واحد يعمل في سوق هذه السلعة، هذا المنتج له منحني التكلفة المتوسطة التي تأخذ الشكل التالي:

$$AC = 0.85 Q - 0.83$$

المطلوب: 1 - أوجد مقدار السعر الذي يبيع به المنتج هذه السلعة؟

2 - ما هو سعر السوق إذا كان عرض السلعة ناتج من طرف عرض عدد من المنتجين واللذين لا يملك أي واحد منهم سلطة على تحديد السعر؟

التمرين الرابع: بافتراض ان دالة الطلب الإجمالي لسلعة ما

$$P = -0.5Q + 50 \quad \text{هي خطية وتأخذ الشكل التالي:}$$

حل تطبيقات توازن المنتج / سوق الاحتكار المطلق

حل التمرين الأول:

$$AC = \frac{TC}{Q} = Q^2 - 12Q + 48 \text{ - التكلفة المتوسطة: } 1$$

$$MC = \frac{dTC}{dQ} = 3Q^2 - 24Q + 48 \text{ : التكلفة الحدية}$$

يتقاطع المنحنيين عندما يمر منحني التكلفة المتوسطة بأدنى قيمة له وبالتالي:

$$\frac{dAC}{dQ} = 2Q - 12 = 0 \Rightarrow Q = 6$$

$$AC = (6)^2 - 12(6) + 48 = 12$$

$$MC = 3(6)^2 - 24(6) + 48 = 12$$

نقطة تقاطع AC، MC هي $Q = 6$ ، $MC = AC = 12$

2 - في ظل المنافسة التامة فان شرط تعظيم الربح يتحقق عندما

تتحقق المساواة ما بين السعر والتكلفة الحدية أي ان:

$$P = MC$$

$$27 = 3Q^2 - 24Q + 48 \Rightarrow Q_1 = 1 \text{ , } Q_2 = 7$$

عندما $Q_1 = 1$ فان الربح يساوي: $\Pi = TR - TC$

$$\Pi = 27(1) - (1 - 12 - 48) = -10$$

عندما $Q_2 = 7$ فان الربح يساوي:

$$\Pi = 27(7) - (21 - 12(49) - 48(7)) = 98$$

$$SAC_A = 0.02Q^2 - 0.2Q + \frac{0.3125}{Q} + 9.75$$

$$SAC_B = 0.02Q^2 - 0.2Q + \frac{1.25}{Q} + 9.5$$

$$SAC_C = 0.02Q^2 - 0.2Q + \frac{5}{Q} + 9$$

كما أن منحني الإيراد الكلي لهذا المحتكر له الصيغة التالية:

$$TR = -\frac{1}{5}Q^2 + 11Q$$

المطلوب: 1 - ما هو المشروع المختار من طرف هذا المحتكر في

الفترة الطويلة للقيام بالعملية الإنتاجية بشكل اقتصادي؟ احسب الربح

الأعظم المتحقق بتبني هذا المشروع؟

2 - ما هي معادلة منحني الطلب التي تؤدي إلى اختيار المشروع A في

المدى الطويل، اعتباراً بأنه عندما يكون سعر السلعة المنتجة $P = 11$ فان

الطلب على عليها يكون مساوياً للصفر؟

التمرين السابع: يتحمل منتج احتكاري تكلفة كلية:

$$TC = 0.12Q^2 - 2Q + 11$$

هذا المنتج محتكر بشكل تام للسلعة المنتجة التي تباع في سوقين مختلفتين

تتميزان بدوال الطلب التالية:

$$Q = 20 - 0.2P \text{ - في السوق الأولى:}$$

$$Q = 32 - 0.3P \text{ - في السوق الثانية:}$$

المطلوب: إيجاد شروط تعظيم الربح وحساب مقدار هذا الربح في

كل من السوقين، ومقارنة ذلك مع وضع الاحتكار العادي؟

نشتق الإيراد الكلي ونعلمه لإيجاد اعظم نقطة ونعلمه:

$$\frac{dTR}{dQ} = -\frac{3}{2Q} + 3 = 0 \Rightarrow Q = 2$$

$$\frac{d^2TR}{dQ} = -\frac{3}{2} < 0$$

عندما $Q=2$ فإن الربح يصل إلى اعظم مستوى له.

$$P = -3/4(Q) + 3 \Rightarrow P = -3/4(2) + 3 = 1.5$$

سعر البيع هو:

$$\Pi = TR = -(3/4)Q^2 + 3Q = (2)^2 3/4 + 6 = 3$$

الربح الأعظم هو:

3 - عندما يتغير الطلب يمكن تشكيل منحنى عرض المحتكر. هذا

المنحنى يمكن الحصول عليه انطلاقاً من نقاط التوازن المحددة لكل منحنى على حدة.

بالنسبة لمنحنى الطلب في المطلب الأول، الكمية المعروضة كانت:

$$Q = 2 \text{ وذلك عند سعر } P=1.5 \text{ نسمي } D1 \text{ منحنى أول للطلب.}$$

بالنسبة ل- D2

$$D2 \Rightarrow Q = -2P + 6 \Rightarrow P = -(1/2)Q + 3$$

$$TR = -\frac{1}{2}Q^2 + 3Q \Rightarrow \frac{dTR}{dQ} = -Q + 3 = 0 \Rightarrow Q = 3$$

$Q = 3$ هي الكمية المعروضة التي تعظم الربح أمام سعر:

$$P = -\frac{1}{2}Q + 3 = -0.5(3) + 3 = 1.5$$

$$D3 \Rightarrow Q = -\frac{8}{3}QP + 8 \Rightarrow P = -\frac{3}{8}Q + 3$$

$$TR = -\frac{3}{8}Q^2 + 3Q \Rightarrow \frac{dTR}{dQ} = -\frac{3}{5}Q + 3 \Rightarrow Q = 5$$

بالنسبة ل-D3

3 - في ظل الاحتكار التام فإن شرط تعظيم الربح يتحقق عند

تبادل الإيراد الحدي والتكلفة الحدية أي: $MR=MC$ لدينا دالة الطلب:

$$P = 64 - Q$$

الإيراد الكلي:

$$TR = PQ = 64Q - Q^2$$

$$MR = 64 - 2Q$$

الإيراد الحدي:

إذا تعادلت التكلفة الحدية والإيراد الحدي:

$$64 - 2Q = 3Q^2 - 24Q + 48 \Rightarrow 3Q^2 - 22Q - 16 = 0$$

$$Q1 = 8, \quad Q2 = -2$$

إذا مستوى الإنتاج الذي يعظم الربح هو: $Q = 8$

$$P = 64 - Q = 54 - 8 = 56$$

سعر السلعة:

$$\Pi = TR - TC = 320$$

مقدار الربح:

حل التمرين الثاني:

1 - لدينا دالة الطلب على السلعة كالتالي:

$$Q = -\frac{4}{3}P + 4 \Rightarrow P = -\frac{3}{4}Q + 3$$

المنتج يؤمن لوحدة احتياجات السوق، وبالتالي فإن الإيراد الكلي للمنتج

يمكن كتابته على الشكل التالي:

$$TR = PQ \Rightarrow TR = -\frac{3}{4}Q^2 + 3Q$$

2 - المنتج لا يتحمل أية تكلفة وبالتالي فإن الربح يكون مساوياً

للإيراد الكلي أي ان: $\Pi = TR$

$$\text{معادلة الإيراد الكلي تعدم من أجل: } Q1 = 0, \quad Q2 = 4$$

مرونة الطلب السعرية:

$$E_{D1} = -\frac{4 \cdot 3/2}{3 \cdot 2} = -1, \quad E_{D2} = -2 \frac{3/2}{3} = -1,$$

$$E_{D3} = -\frac{8 \cdot 3/2}{3 \cdot 4} = -1, \quad E_{D4} = -\frac{10 \cdot 3/2}{3 \cdot 5} = -1$$

نلاحظ ان مرونة الطلب السعرية عند نقاط التوازن تبقى دون تغيير

حل التمرين الثالث:

1 - لأجل إيجاد سعر السوق فإنه يتطلب إيجاد وضعية التوازن بالنسبة لهذا المنتج المحتكر. ولأجل ذلك لابد من إيجاد الإيراد الكلي والتكلفة الكلية والربح.

$$Q = -\frac{P}{1.34} + \frac{2.34}{1.34} \Rightarrow P = -1.34Q + 2.34$$

$$TR = PQ = -1.34Q^2 + 2.34Q$$

$$TC = AC(Q) = 0.85Q^2 - 0.83Q$$

$$\Pi = TR - TC = -1.34Q^2 + 2.34Q - (0.85Q^2 - 0.83Q)$$

من أجل تعظيم الربح يجب ان يتحقق الشرطان:

$$\frac{d\Pi}{dQ} = 0, \quad \frac{d^2\Pi}{dQ^2} < 0$$

$$\frac{d\Pi}{dQ} = -4.38Q + 3.17 = 0 \Rightarrow Q = 0.72$$

$$\frac{d^2\Pi}{dQ^2} = -4.38 < 0$$

إذا سعر بيع السلعة هو:

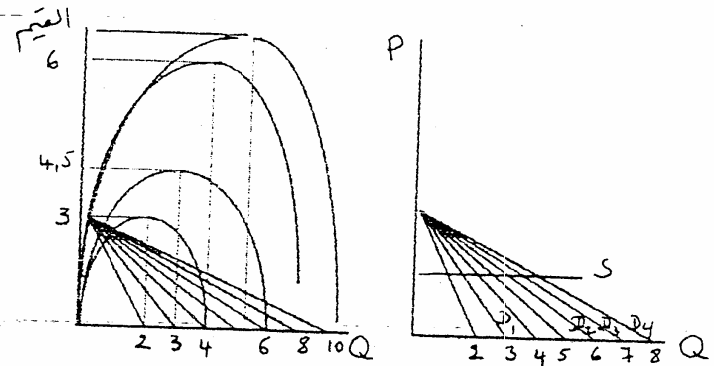
$$P = -1.34Q + 2.34 \Rightarrow P = -1.34(0.72) + 2.34 = 1.38$$

Q = 4 هي التي تعظم الربح أمام سعر مقداره

$$P = -\frac{3}{10}(5)^2 + 10 = 15$$

إن دراسة هذه النتائج تبين بان العرض هو منحنى مرن بشكل مطلق ذلك ان الكمية تزداد ولكن السعر يبقى ثابتا. الكمية المعروضة تزداد عندما يزداد الطلب، هذا المنحنى يدور في اتجاه معاكس لاتجاه عقارب الساعة حول النقطة P=3 بينما منحنى العرض عبارة عن خط مستقيم موازي لمحور الكميات.

4- التمثيل البياني:



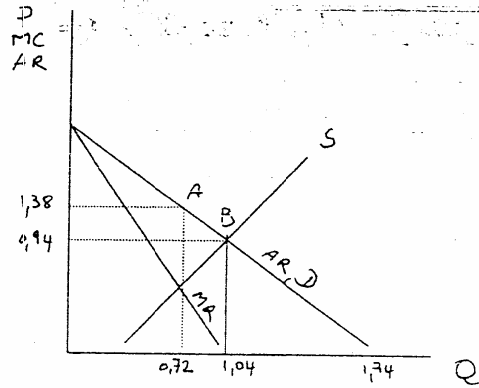
الشكل A

الشكل B

الشكل A يمثل منحنيات الإيرادات الكلية والحدية انطلاقا من

منحنيات الطلب. أما الشكل B فيبين منحنيات العرض ذات المرونة

المطلقة، المحصل عليها من الوضعيات المختلفة للتوازن.



حل التمرين الرابع:

1 - في حالة سوق الاحتكار فان الإيراد الكلي للمنتج يتغير مع تغير

الكمية وكذلك الكمية تعتبر متغير مفسر للسعر وبالتالي فان:

$$TR = P \cdot Q, \quad P = F(Q)$$

الإيراد الحدي يمكن كتابته على الشكل التالي:

$$\frac{dTR}{dQ} = \frac{d(PQ)}{dQ} = \frac{dTR}{dQ} + \frac{d(TR)}{dP} \frac{dP}{dQ}$$

$$MR = P + Q \frac{dP}{dQ} = P \left(1 + \frac{1}{E_D}\right)$$

$$E_D = \frac{\frac{dQ}{Q}}{\frac{dP}{P}} = \frac{dQ}{dP} \frac{P}{Q}$$

الإيراد المتوسط:

$$AR = \frac{TR}{Q} = P$$

$$MR = AR + \frac{AR}{E_D} \quad \text{عندئذ يمكن كتابة:}$$

$$E_D = \frac{AR}{MR - AR}$$

2 - إذا كان هناك عدد كبير من المنتجين في السوق ولا يملكون السلطة في تحديد السعر فهذا يعني أننا في سوق عكس سوق الاحتكار أي في سوق تسودها المنافسة التامة. وبالتالي فان توازن السوق يتحدد بتقاطع منحنى العرض والطلب السوقيين.

إن منحنى العرض الفردي مثلما نعلم هو ذلك الجزء من التكاليف الحدية المتصاعد والموجود أعلا منحنى التكاليف المتوسطة انطلاقاً من النهاية الصغرى لهذه الأخيرة. أما منحنى العرض الإجمالي فهو حاصل الجمع الأفقي لمنحنيات العرض الفردية. فإذا تصورنا بان العرض الإجمالي في سوق المنافسة التامة هو منحنى التكاليف الحدية، فيكون لدينا:

$$MC = \frac{dTC}{dQ} = 1.7Q - 0.83$$

$$P = 1.7Q - 0.83$$

إذا سعر التوازن وكمية التوازن في سوق تسودها المنافسة التامة يتحقق

بالمساواة التالية:

$$1.7Q - 0.83 = -1.34Q + 2.34$$

$$\Rightarrow Q = 1.04, \quad P = 0.94$$

الشكل الموالي يمثل وضعيات التوازن، حيث إن A تمثل توازن

الاحتكار و B تمثل توازن المنافسة التامة.

إن حالة الاحتكار تحدد سعراً أعلا من سعر المنافسة التامة وكمية أقل من كمية المنافسة

$$TR = PQ = 170Q - 4Q^2 \quad \text{- الإيراد الكلي للمشروع هو:}$$

$$MR = 170 - 8Q \quad \text{- الإيراد الحدي للمشروع هو:}$$

$$MC1 = 10 \quad \text{- التكلفة الحدية للمصنع الأول:}$$

$$MC2 = 1.4Q - 4 \quad \text{- التكلفة الحدية للمصنع الثاني:}$$

بمساواة الإيراد الحدي والتكلفة الحدية للمصنعين نجد:

$$MR = MC1 \implies 170 - 8Q = 10 \implies Q1 = 20$$

$$MR = MC2 \implies 170 - 8Q = 1.4Q - 4 \implies Q2 = 18.97$$

$$TC1 = 100 + 20(10) = 300 \quad \text{- التكلفة الكلية للمصنع الأول:}$$

$$TC2 = 50 - 4(18.97) + 70 = 80 \quad \text{- التكلفة الكلية للمصنع الثاني:}$$

$$Q1 + Q2 = 20 + 18.97 = 38.97 \quad \text{- حجم الإنتاج الكلي:}$$

$$P = 170 + 4(38.97) = 50 \quad \text{- سعر السلعة:}$$

$$TR1 = P \cdot Q1 = 50(20) = 1000 \quad \text{- الإيراد الكلي للمصنع الأول:}$$

$$TR2 = P \cdot Q2 = 50(18.97) = 948.5 \quad \text{- الإيراد الكلي للمصنع الثاني:}$$

الإيراد الكلي للمصنعين:

$$TR = TR1 + TR2 = 1000 + 948.5 = 1948.5$$

$$\Pi1 = TR1 - TC1 = 1000 - 300 = 700 \quad \text{- ربح المصنع الأول:}$$

$$\Pi2 = TR2 - TC2 = 948.5 - 80 = 868.5 \quad \text{- ربح المصنع الثاني:}$$

$$Q = 30 \implies P = -0.5(30) + 50 = 35 = AR$$

$$TR = -0.5Q^2 + 50Q \implies MR = -Q + 50 \implies MR = -30 = 50 = 20$$

$$E_D = \frac{35}{20-35} = -\frac{7}{3} \quad \text{من أجل } Q = 30 \text{ فإن المرنة تساوي:}$$

$$AC = aQ + 10 \quad \text{- إذا كانت التكلفة المتوسطة:}$$

$$TC = AC \cdot Q = aQ^2 + 10Q \quad \text{فانه يمكن كتابة التكلفة الكلية:}$$

$$MC = 2aQ + 10 \quad \text{والتكلفة الحدية:}$$

توازن المنتج يتحقق عند التعادل ما بين التكلفة الحدية والإيراد الحدي.

نعرف بأنه عند التوازن فإن $Q=30$ عندئذ يمكن إيجاد a

$$AC = aQ + 10, \quad MC = 2aQ + 10$$

$$MC = MR \implies 2a(30) + 10 = -30 + 50$$

يكون بالتالي لدينا دالة التكلفة الكلية والحدية والمتوسطة كالتالي:

$$TC = \frac{1}{6}Q^2 + 10Q, \quad MC = \frac{1}{3}Q + 10, \quad AC = \frac{1}{6}Q + 10$$

حل التمرين الخامس:

إن شروط تعظيم الربح في حالة الاحتكار هو تساوي التكلفة الحدية

$$\text{والإيراد الحدي. أي أن } MC = MR$$

إن المشروع الذي يختاره المنتج المحرك في الفترة الطويلة لتحقيق اعظم ربح هو ذلك الذي يتميز بمنحنى تكلفة متوسطة يمس منحني التكلفة المتوسطة في المدى الطويل عند النقطة $Q = 5$. أي انه يجب أن يتحقق الشرط:

$$LAC = SAC = 9.25 \text{ من اجل } Q = 5$$

$$LMC = LAC = MR = 9 \text{ وكذلك}$$

$$Q = 5 \text{ من اجل}$$

- بالنسبة للمشروع A:

$$LAC = SAC_A$$

$$0.02Q^2 - 0.25Q + 10 = 0.02Q^2 - 0.2Q + \frac{0.3125}{Q} + 9.25$$

$$-0.05Q^2 - 0.3125 + 0.25Q = 0$$

$$Q = 2.5$$

$$LAC = SAC_A$$

$$LAC = 0.02(2.5)^2 - 0.25(2.5) + 10 = 9.5$$

$$SAC_A = 0.02(2.5)^2 - 0.2(2.5) + \frac{0.3125}{2.5} + 9.75 = 9.5$$

$$LAC = SAC_A = 9.5$$

إذا المشروع A مرفوض لان تكلفته المتوسطة اكبر من 9.25.

- بالنسبة للمشروع B:

$$LAC = SAC_B$$

$$0.02Q^2 - 0.25Q + 10 = 0.02Q^2 - 0.2Q + \frac{1.25}{Q} + 9.5$$

$$-0.05Q^2 - 1.25 + 0.5Q = 0$$

$$Q = 5$$

$$LAC = SAC_B = 9.25$$

- ربح المصنعين

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 = 700 + 420 = 1120$$

$$\Pi = TR - TC = 1500 - 380 = 1120$$

حل التمرين السادس:

إن المشروع المختار هو ذلك الذي يسمح بتعظيم الربح في المدى الطويل. إن هذا الشرط المتلوي يكمن في تعادل التكلفة الحدية والإيراد الحدي في المدى الطويل أي أن:

$$LMC = LMR$$

لدينا:

$$LAC = 0.02Q^2 - 0.25Q + 10$$

$$LTC = 0.02Q^3 - 0.25Q^2 + 10Q$$

$$LMC = 0.06Q^2 - 0.5Q + 10$$

$$LTR = -\frac{1}{5}Q^2 + 11Q$$

$$LMR = -\frac{2}{5}Q + 11$$

$$LMC = LMR = 0.06Q^2 - 0.5Q + 10 = -\frac{2}{5}Q + 11 \Rightarrow$$

$$= 0.06Q^2 - 0.5Q + 10 + \frac{2}{5}Q - 11 = 0$$

إذا يكون لدينا:

$$Q = 5$$

بحل هذه المعادلة نجد:

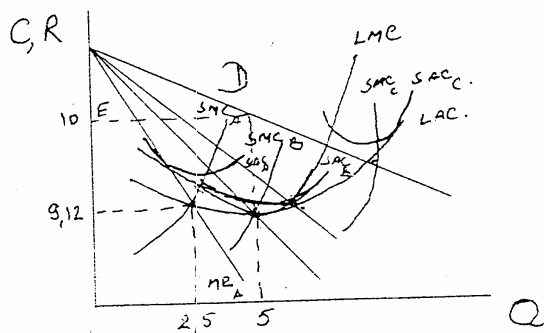
- الإيراد الحدي:

$$LMR = -\frac{2}{5} \cdot 5 + 11 = 9$$

$$LMC = 0.06(25) - 0.5(5) + 10 = 9$$

$$LAC = 0.02(5)^2 - 0.25(5) + 10 = 9.25$$

في الأجل الطويل والقصير. إذا كانت $Q=5$ هي الكمية المثلى في الأجل الطويل وكذلك لدى المشروع B فان الربح المحقق سوف يكون $\Pi = 3.7$.
التكلفة الكلية مثلما يتضح من الرسم ممثلة بالمستطيل OBAC. الإيراد الكلي ممثله المستطيل OEDC. أما الربح فهو ممثله بالمستطيل BEDA. وبالتالي يصبح لدينا $LTC = 46.25$, $TR=50$.



2 - حتى يمكن أن نتبنى المشروع A في الفترة الطويلة يجب أن يقطع منحنى الإيراد الحدي منحنيات التكلفة الحدية لهذا المشروع في المدى القصير ومنحنى التكلفة الحدية في الأجل الطويل في النقطة التي احداثياتها:

$$LMC = SMC_A = 9.125 \quad Q = 2.5$$

إذا افترضنا بان منحنى الطلب يمثل بمستقيم، فيكون كذلك مستقيماً بالنسبة للإيراد الحدي:

$$P = aQ + b$$

$$AR = -aQ + b$$

$$TR = -aQ^2 + bQ \implies MR = -2aQ + b$$

بالتعويض في دوال التكلفة المتوسطة في الأجل القصير والطويل للمشروع B

$$LAC = SAC = 9.25 \quad \text{بجد:}$$

إن المشروع B هو المشروع الذي سيتبناه المنتج الاحتكاري لأداء نشاطه لأنه يحقق اعظم ربح ممكن، ذلك أن منحنى التكلفة المتوسطة لهذا المشروع تمس منحنى التكلفة المتوسطة في الأجل الطويل وذلك للمساواة ما بينهما.

- بالنسبة للمشروع C:

$$LAC = SAC_C$$

$$0.02Q^2 - 0.25Q + 10 = 0.02Q^2 - 0.2Q + \frac{5}{Q} + 9$$

$$0.05Q^2 + Q + 5 = 0 \implies Q = 10$$

$$LAC = SAC = 9.5$$

هذا المشروع كذلك مرفوض لان $9.25 < 9.5$

نستطيع الآن التأكد بان المشروع B فعلا هو المشروع الذي يحقق

اعظم ربح وذلك بإيجاد الشرط الآخر وهو:

$$LMC = SMC_B = 9$$

$$LMC = 0.06Q^2 - 0.5Q + 10$$

$$SMC_B = 0.06Q^2 - 0.4Q + 9.5$$

$$0.06Q^2 - 0.5Q + 10 = 0.06Q^2 - 0.4Q + 9.5 \implies Q = 5$$

$$LMC = SMC_B = 9$$

والشكل أدناه يبين لنا التمثيل البياني لمنحنيات التكلفة المتوسطة والحدية في

الفترة الطويلة والقصيرة للمشاريع الثلاثة.

الشكل البياني الموالي يمثل منحنيات التكلفة المتوسطة والحدية

100-10Q = 0.24Q-2 \implies Q1 = 9.6 - في السوق الأولى:

106.6-6.6Q = 0.24Q-2 \implies Q2 = 15.4 - في السوق الثانية:

Q1 + Q2 = 15.4 + 9.6 = 25 الطلب في السوقين:

P1 = 100-5(9.6) = 50.2 سعر السلعة في السوق الأولى:

P2 = 106.6 - 6.6(15.4) = 55.7 : سعر السلعة في السوق الثانية :

TR1 = PQ = 497.2 , TR2 = PQ = 843.8 : الإيراد الكلي في السوقين:

TR = 1353

$\Pi = TR - TC = 1353 - 383 = 1314.18$: الربح الإجمالي للمنتج

TC = F(25) = 0.12(25) - 2(25) + 11 = 38, 82 : التكلفة الكلية :

الطلب الإجمالي = مجموع الطلب في السوقين:

Q = 52 - 0.5 P \implies P = 104 - 2Q

TR = 104Q - 2Q² : الإيراد الكلي:

MR = 104 - 4Q : الإيراد الحدي:

تعظيم دالة الربح تتحقق بتعادل الإيراد الحدي والتكلفة الحدية أي أن:

104 - 4Q = 0.24Q - 2

MC = 0.24(25) - 2 = 4 : التكلفة الحدية هي:

تعظيم الربح سوف يفترض التعادل بين التكلفة الحدية والإيراد الحدي. أي

أن:

100 - 10Q = 4 \implies Q1 = 9.6 - في السوق الأولى:

MR = -2aQ + 11 : نعلم بأنه عندما P=11 \iff Q=0 نستطيع كتابة:

9.125 = -2a(2.5) + 11 \implies 2a = 0.75 \implies a = 0.375

MR = -0.75Q + 11

AR = P = -0.375Q + 11

AR1 , MR1 هذين المنحنيين هما ممثلان بـ

AR°, MR° المنحنيات الموافقة للسؤال الأول هي

حل التمرين السابع:

في حالة الاحتكار المميز:

- دوال الطلب في السوقين يمكن كتابتهما على الشكل التالي:

P1 = 100 - 5Q1 : في السوق الأولى:

P2 = 106.6 - 3.3Q2 : في السوق الثانية:

TR1 = 100Q1 - 5Q1² : الإيراد الكلي في السوق الأولى:

MR1 = 100 - 10Q1 : الإيراد الحدي في السوق الأولى:

RT2 = 106.6Q2 - 3.3Q2² : الإيراد الكلي في السوق الثانية:

MR2 = 106.6 - 6.6Q2 : الإيراد الحدي في السوق الثانية:

MC = 0.24Q - 2 : التكلفة الحدية للمنتج:

شرط تعظيم الربح يتمثل في تعادل الإيراد الحدي والتكلفة الحدية في كل

سوق. أي أن MR=MC

البصير العجاشين

تطبيقات على توازن المنتج / سوق المنافسة الاحتكارية

التمرين الأول: في سوق تسودها المنافسة الاحتكارية، لدينا التكاليف المتوسطة لمنتج ما سلعة معينة كدالة في الكمية مثلما هو واضح في الجدول التالي:

Q	1	2	3	4	5	6	7	8
AC	60	40	32	27	22	22	23.714	28.875

المطلوب: 1- تكلم باختصار عن الخصائص الأساسية لسوق المنافسة

الاحتكارية؟

2- بافتراض ان الطلب على السلعة يمثله العلاقة التالية: $P = -4Q + 90$ أوجد

الكمية المعروضة من طرف هذا المنتج وسعر السلعة في المدى القصير؟

3- أوجد توازن المنتج في المدى الطويل علما ان ميل منحنى الطلب في المدى

الطويل يبقى هو نفسه كما جاء في الأجل القصير وان منحنى التكاليف كذلك

يبقى كما جاء في المدى القصير؟

التمرين الثاني: ينشط منتج في إطار سوق تسودها المنافسة الاحتكارية

حيث يتميز بدالة تكلفة متوسطة تأخذ الشكل التالي: $LAC = 200 - 9Q + \frac{1}{3}Q^2$

فإذا كانت دالة الطلب على السلعة المنتجة من طرف هذا المنتج في المدى

الطويل تأخذ الصيغة التالية: $P = 181.25 - 4Q$

المطلوب: 1 - حدد سعر و كمية التوازن بالنسبة لهذا المنتج؟

- في السوق الثانية: $106.6 - 6.6Q = 4 \implies Q_2 = 15.4$

$$Q = Q_1 + Q_2 = 25$$

التكلفة المتوسطة: $AC = 0.25(25) - 2 + (11/25) = 36/25$

$$Q(P-AC)$$

الربح هو:

$$\Pi = 9.6(52 - 36/25) = 485.4$$

الربح في السوق الأولى:

$$\Pi = 15(55.7 - 36/25) = 835.6$$

الربح في السوق الثانية

ربح المحتكر في السوقين:

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 = 485.6 + 835.6 = 1321$$

تقارن ذلك مع الوضع في حالة الاحتكار العادي:

حالة الاحتكار العادي:

$$P = 104 - 2(25) = 54$$

- سعر السلعة:

$$TR = 54(25) = 1350$$

- الإيراد الكلي:

$$TC = F(25) = 36$$

- التكلفة الكلية:

$$\Pi = 1350 - 36 = 1314$$

- الربح الإجمالي

ومنه نستنتج بان ربح المحتكر هو دائما اقل من ربح الاحتكار المميز.

$$1321 > 1314$$

الربح العادي اقل من الربح المميز

1- أ- احسب السعر الذي يجعل من هذه الشركات تستمر في أداء نشاطها وتحقق أرباحاً؟

ب- احسب سعر التوازن السوقي؟

ج- احسب فائض المستهلك؟

2- هناك 50 شركة أخرى أجنبية تريد الدخول إلى السوق الجزائرية بتصديرها للسلعة X، وان دالة التكلفة الكلية لكل منها هي على الشكل التالي:

$$TC = 2,5Q^2 + 25Q$$

أ- هل يمكن لهذه الشركات الأجنبية الدخول إلى السوق الجزائرية وتأمين جزء من احتياجات السوق؟ ولماذا؟

ب- حدد العرض الإجمالي، علماً ان الطلب السوقي يبقى دون تغيير؟

ج- أوجد سعر التوازن السوقي؟ وما هو حجم استرا السوق الجزائرية؟

أوجد أرباح الشركات الأجنبية الخمسين؟

د- أوجد فائض المستهلك؟

3 - الحكومة الجزائرية قررت فرض رسم جمركي مقداره 31 دينار على

كل وحدة سلعية مستوردة، علماً بان الطلب لا يتغير.

أ- احسب إيرادات خزانة الدولة من هذا الإجراء؟ ما هو معدل العبء

على المستهلك جراء هذا الإجراء؟

ب- الحكومة ترغب في منع الشركات الأجنبية من الدخول إلى هذه السوق. ما هو الحد الأدنى من الرسوم الجمركية الذي يمكن فرضه؟

2 - إذا كان المنتج يعمل في سوق منافسة تامة، ما هو مستوى إنتاجه في المدى الطويل وكم سوف يكون عليه سعر التوازن؟

3 - ما هو افضل إطار (سوق المنافسة الاحتكارية أم سوق المنافسة التامة) بالنسبة للمستهلكين؟ وضح ذلك؟

التمرين الثالث: لتكن لدينا دالة الطلب في المدى الطويل لسوق سلعة

تسودها حالة المنافسة الاحتكارية على الشكل التالي:

$$P = 72 - 5Q$$

فإذا كانت دالة التكلفة الكلية في المدى الطويل لمنتج يعمل في هذه السوق كالتالي:

$$LTC = Q^3 - 14Q^2 + 92.25Q$$

المطلوب: 1 - أوجد سعر وكمية التوازن بالنسبة لهذا المنتج في المدى

الطويل؟

2 - ما هو مقدار الإيراد الحدي عند نقطة التوازن؟

التمرين الرابع:

تتقاسم 100 شركة سوق السلعة X في الجزائر، حيث لكل شركة دالة

التكلفة الكلية ذات الشكل التالي:

$$TC = 5Q^2 + 15Q + 125$$

كما ان دالة الطلب السوقي على هذه السلعة لها الصيغة التالية:

$$D = 1050 - 2P$$

المطلوب:

التمرين الخامس: نفس مطالب التمرين الرابع ولكن بمعطيات

أخرى:

الحالة الأولى:

$$TC = 2Q^2 + 10Q + 50 \quad \text{100 - شركة وطنية}$$

$$D = 1200 - 4P \quad \text{دالة طلب المستهلكين}$$

$$LTC = 12,5Q^2 + 20Q \quad \text{50 - شركة أجنبية}$$

3- رسوم جمركية 10.5 وحدة نقدية على كل وحدة سلعية.

الحالة الثانية:

$$TC = 5Q^2 + 5Q + 10 \quad \text{100 - شركة وطنية}$$

$$D = 550 - 5P \quad \text{دالة طلب المستهلكين}$$

$$LTC = 2Q^2 + 10Q \quad \text{50 - شركة أجنبية}$$

رسوم جمركية أجنبية مقدارها 8 وحدة نقدية على كل وحدة

حل تطبيقات توازن المنتج /سوق المنافسة الاحتكارية

حل التمرين الأول:

1 - إذا كانت الصناعة أو أي نشاط في حالة منافسة احتكارية فإنها

عادة ما تتميز بخصائص كل من المنافسة الحرة (التامة) من جهة والاحتكار

من جهة أخرى فالخصائص التي تشترك بها مع حالة المنافسة التامة يمكن

إجمالها في التالي:

- وجود عدد كبير من المنتجين والذي يعني عدم تحكم بشكل مطلق في

السوق؛

- إمكانية الدخول والخروج الحز للمنتجين من السوق؛

أما الخصائص التي تشترك بها مع حالة الاحتكار فيمكن إجمالها في التالي:

- المنتجات هي سلعا متقاربة ولكنها متميزة عن بعضها البعض وبالتالي

هناك إمكانية لتغير الكمية المباعة ومنه السعر؛

- هذه الإمكانيات محدودة في الحالات التي تكون المنتجات بديلة بشكل تام

لبعضها البعض.

2 - في حالة سوق المنافسة التامة فان المنتج مثله في كل الأسواق

يبحث عن تحقيق اعظم ربح ممكن. ويتم ذلك عن طريق تعادل الإيراد

الحدي والتكلفة الحدية.

انطلاقا من المعطيات في التمرين، يمكن إيجاد التكلفة الحدية وكذلك

الإيراد الحدي كالتالي:

$$P = -4Q + 90$$

$$AR = -4Q + 90 \Rightarrow TR = -4Q^2 + 90Q \Rightarrow MR = -8Q + 90$$

المعادلة الأخيرة يمكننا من إيجاد مقدار الإيراد الحدي عند كل مستوى من مستويات الإنتاج مثلما يوضحه الجدول الموالي:

Q	AC	TC	MC	AR	MR
1	60	60	60	86	82
2	40	80	20	82	74
3	32	96	16	78	66
4	27	108	14	74	58
5	22	110	2	70	50
6	22	132	22	66	42
7	23.714	166	34	62	34
8	28.875	231	65	58	-26

نلاحظ من الجدول أن تعادل الإيراد الحدي والتكلفة الحدية يتحقق عند

مستوى الإنتاج $Q = 7$ والذي عنده يتم تعظيم الربح

$$P = -4Q + 9 = -4(7) + 9 = 62$$

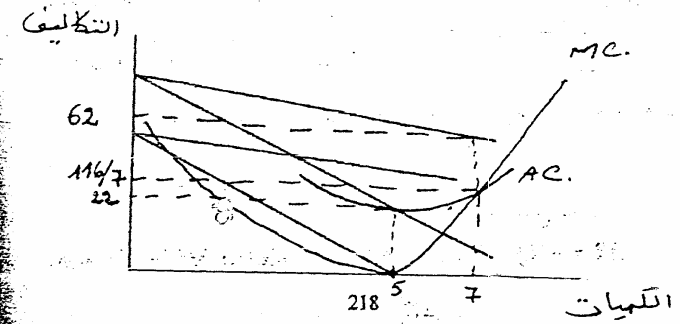
سعر بيع السلعة هو

مقدار الربح المحقق عند هذا المستوى من الإنتاج هو: $\Pi = TR - TC$

$$\Pi = PQ - TC = 7(62) - 166 = 268$$

التمثيل البياني لتوازن المنتج في المدى القصير

يظهره الشكل الموالي:



الربح يمثل المستطيل ABCD. نلاحظ كذلك بأن منحنى الإيراد

الحدي SMR يقطع منحنى التكلفة الحدية عند النقطة E.

3 - إن تحقيق أرباح عالية متميزة من طرف من المنتج سوف يدفع

بالمنتجين الآخرين إلى الدخول في هذه السوق. مؤذء المنتجون سوف

يعرضون سلعا بديلة للسلعة Q التي ينتجها المنتج عبر الدراسة، وبالتالي

يتجه المستهلكون إلى شراء هذه السلع ومنه ينخفض نصيب كل سلعة Q

لهذا المنتج مما يعمل على انتقال منحنى الطلب عبيد اليسار. فإذا لم

يتواجد هناك عائق على دخول منتجين آخرين إلى هذه سوق فإن التوازن

في المدى الطويل للمنتج يتحقق عندما يكون منحنى نصيب في المدى الطويل

مماسا لمنحنى التكلفة المتوسطة، أو عندما يتساوى الإيراد المتوسط والتكلفة

المتوسطة. في هذه الوضعية يصبح الربح مساويا للصفر، وبالتالي فإن دخول

منتجين آخرين إلى هذه السوق ينعدم.

ففي حالة معطيات التمرين، إذا ما انتقل منحنى الإيراد الحدي في

المدى البعيد وبالتوازي مع ذلك في المدى القصير فإن منحنى الإيراد المتوسط

سوف يمس منحنى التكلفة المتوسطة وبالتالي تتحقق المساواة بين AC و

LAR عند النقطة F مثلما هو واضح من الشكل السابق.

$$\text{أي أن: } LAR = -4Q + b$$

$$\text{النقطة F لها الإحداثيات: } Q = 5, AC = 22$$

$$200 - 18Q + Q^2 = 181.25 - 8Q$$

$$Q = 7.5, \quad Q = 2.5$$

في الأجل الطويل، في حالة المنافسة الاحتكارية ينعدم الربح وبالتالي فإن:

$$\Pi_1 = TR_1 - TC = 0$$

$$\Pi_1 = PQ - TC$$

$$\Pi_1 = 181.25Q - 4Q^2 - \left(200Q - 9Q^2 + \frac{1}{3}Q^3\right)$$

$$= 181.25(7.5) - 4(7.5)^2 - \left[200(7.5) - 9(7.5)^2 + \frac{1}{3}(7.5)^3\right] = 0$$

$$\Pi_2 = 181.25(2.5) - 4(2.5)^2 - \left[200(2.5) - 9(2.5)^2 - \frac{1}{3}(2.5)^3\right] = -20.833$$

وبالتالي فإن 7.5 هو مستوى إنتاج التوازن لان الربح انعدم في المدى الطويل في حالة المنافسة الاحتكارية.

2 - في حالة المنافسة التامة:

إيجاد مستوى الإنتاج وسعر توازن المنتج.

في حالة المنافسة التامة فإنه في حالة المدى الطويل فإن التوازن يتحقق

عند النهاية الصغرى للتكلفة المتوسطة، وبالتالي يكون لدينا:

$$LAC = 200 - 9Q + \frac{1}{3}Q^2$$

$$\frac{dLAC}{dQ} = -9 + \frac{2}{3}Q = 0 \Rightarrow Q = \frac{27}{2} = 13.5$$

إذا مستوى إنتاج التوازن هو: $Q = 13.5$

$$22 = -4(5) + b \Rightarrow b = 42$$

$$LAR = -4Q + 42 \Rightarrow LTR = -4Q^2 + 42Q$$

$$\Rightarrow LMR = -8Q + 42$$

$$LMR = LMC = 2 \text{ فإن } Q = 5$$

يمكننا إذا كتابة:

من اجل:

وبالتالي يتحقق التوازن من جديد.

حل التمرين الثاني:

1 - سعر وكمية التوازن بالنسبة لهذا المنتج.

في حالة سوق تسودها المنافسة الاحتكارية في المدى الطويل فان شرط

التوازن هو تعادل التكلفة المتوسطة والإيراد المتوسط أي:

$$LAR = LAC$$

$$LTR = PQ \Rightarrow LTR = (181.25 - 4Q)Q$$

$$LTR = 181.25Q - 4Q^2$$

$$LAR = 181.25 - 4Q$$

$$LAR = LAC \Rightarrow 181.25 - 4Q = 200 - 9Q + \frac{1}{3}Q^2$$

$$Q_1 = 7.5, \quad Q_2 = 7.5$$

$$Q = 4.5$$

كمية التوازن هي:

$$P = 181.25 - 4(7.5) = 151.25$$

سعر التوازن هو:

لأجل التأكد نعاذل ما بين التكلفة الحدية والإيراد الحدي لإيجاد كمية

التوازن.

$$LMC = LMR$$

$$LMC = 200 - 18Q + Q^2$$

$$LIR = PQ \Rightarrow LTR = (72 - 5Q)Q = 72Q - 5Q^2$$

$$LAR = 72 - 5Q$$

$$72 - 5Q = Q^2 - 14Q + 92.25$$

$$Q^2 - 9Q + 20.25 = 0$$

$$Q = \frac{+9 \pm \sqrt{81 - 4(1)(20)}}{2} = 40.5$$

$$Q = 4.5$$

كمية التوازن هي

$$P = 72 - 5Q = 42 - 5(4.5) = 49.5$$

سعر التوازن هو $P = 49.5$ نبحث عن اعظم ربح ممكن:

$$\Pi = TR - TC$$

$$\Pi = PQ - [Q^3 - 14Q^2 + 92.25Q]$$

$$\Pi = 49.5(4.5) - [(4.5)^3 - 14(4.5)^2 + 92.25(4.5)] = 0$$

2 مقدار الإيراد الحدي لهذا المنتج عند نقطة التوازن:

$$LTR = PQ \Rightarrow LTR = (72 - 5Q)Q \Rightarrow LTR = 72Q - 5Q^2$$

$$LMR = 72 - 10Q$$

$$LMR = 72 - 10(4.5) = 61.5$$

حل التمرين الرابع:

أ-1:

السعر الأدنى الذي يسمح ببقاء الشركة في السوق وتحقيق أرباح

يتحدد بتعادل التكلفة الحدية والتكلفة المتوسطة: $MC = AC$

السعر الأدنى الذي يدفعه الشركة بعلق أبوابها والانسحاب من

السوق يكون أقل من أو يساوي متوسط التكلفة المتغيرة:

$$MC = AVC$$

تحليل التكاليف:

الربح المحقق عند هذا المستوى من الإنتاج هو: $\Pi = TR - TC$ نبحث أولاً

عن سعر التوازن بالنسبة للمنتج.

$$P = LAC$$

$$P = 200 - 9Q + \frac{1}{3}Q^2$$

$$P = 200 - 9(13.5) + \frac{1}{3}(13.5)^2 = 169.625$$

إذا سعر التوازن بالنسبة لهذا المنتج في حالة المنافسة التامة هو: $P =$

$$169.625$$

الربح الإجمالي هو:

$$\Pi = 169.625(13.5) - 200(13.5) + 9(13.5)^2 - \frac{1}{3}(13.5)^3 = 410.0625$$

3 - نلاحظ انه في حالة المنافسة الاحتكارية أن السعر $P = 151.25$ وهو

أقل من سعر المنافسة التامة الذي هو: $P = 169.625$

وبالتالي فانه افضل سوق بالنسبة للمستهلكين هو سوق المنافسة الاحتكارية

نظرا لانخفاض السعر.

حل التمرين الثالث:

1 - إيجاد سعر التوازن في المدى الطويل لهذا المنتج حتى يتحقق الشرط

الضروري لتوازن المنتج في حالة سوق تسودها المنافسة الاحتكارية، يجب ان

$$\text{يتحقق الشرط التالي: } LAR = LAC$$

نبحث عن الإيراد المتوسط:

$$10Q + 15 = P \Rightarrow Q = -1,5 + \frac{P}{10} \Rightarrow P > 15, \quad Q > 0$$

$$S = 100Q = 10P - 150 = D = 1050 - 2P$$

$$P = 100$$

$$Q = 10(100) - 150 = 850$$

ج - فائض المستهلك:

$$SC = (525 - 100) \frac{850}{2} = 180625$$

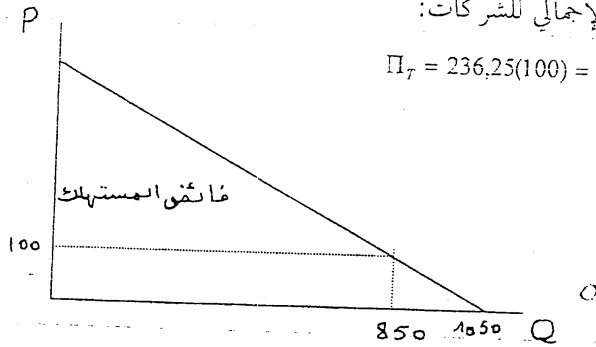
ربح الشركة الواحدة:

$$\Pi = 100Q - TC = 100(8,5) - TC(8,5)$$

$$\Pi = 850 - 5(8,5)^2 - 15(8,5) - 125 = 236,25$$

الربح الإجمالي للشركات:

$$\Pi_T = 236,25(100) = 23625$$



2 - هناك 50 شركة أجنبية تريد الدخول إلى السوق الوطنية

بتصديرها هذه السلعة.

أ -

$$LTC = 2,5Q^2 + 25Q$$

$$LAC = 2,5Q + 25$$

$$LMC = 5Q + 25$$

$$LMC = P \Rightarrow 5Q + 25 = P \Rightarrow Q = \frac{P}{5} - 5$$

$$STC = TVC + TFC$$

$$TFC = 125$$

$$TVC = 5Q + 15$$

$$SAC = \frac{STC}{Q} = 5Q + 15 + \frac{125}{Q}$$

$$SMC = \frac{\partial STC}{\partial Q} = 10Q + 15$$

الحد الأدنى للسعر الذي يمكن الشركة تستمر في النشاط الاقتصادي

وتحقق أرباح هو:

$$SMC = SAC$$

$$10Q + 15 = 5Q + 15 + \frac{125}{Q}$$

$$5Q = \frac{125}{Q}$$

$$Q = 5$$

$$P = SMC = 10Q + 15 = 10(5) + 15 = 65$$

سعر إغلاق الأبواب يتحدد عندما يكون سعر السوق أقل من أو

يساوي متوسط التكلفة المتغيرة أي ان:

$$SMC = AVC$$

$$10Q + 15 = 5Q + 15$$

$$5Q = 0 \Rightarrow Q = 0$$

أي أن الإغلاق يتوافق وإنتاج مقداره صفر، ولكن الشركة سوف

تطلب سعرا أكبر من 15 لكي تبقى في السوق أي أن:

$$P = 10Q + 15 = 10(0) + 15 = 15$$

ب - سعر التوازن السوقي:

$$S = 100Q$$

لدينا دالة العرض السوقي:

مادام السعر يجب ان يكون أكبر من 15 فان:

$$S_N = 10P - 150$$

$$S_E = 10P - 250$$

$$S = 20P - 400$$

ج - سعر التوازن السوقي الجديد بعد دخول الشركات الأجنبية

هو:

$$S = 0$$

$$20P - 400 = 1050 - 2P$$

$$P = 65,91$$

$$Q = 1050 - 2(65,91) = 918,18$$

مقدار ألا ستراد (إنتاج الشركات الأجنبية) يعادل:

$$S_E = 10P - 250$$

$$S_E = 10(65,91) - 250 = 409,1$$

الربح الإجمالي للشركات الأجنبية:

$$Q/50 = 409,1/50 = 8,182$$

كل شركة تنتج وتبيع

$$TC = 2,5(8,182)^2 + 25(8,182) = 371,91$$

التكلفة الكلية لكل شركة

$$TR = 65,91(8,182) = 539,28$$

الإيراد الكلي لكل شركة:

$$\Pi = TR - TC = 539,28 - 371,91 = 167,37$$

ربح كل شركة:

$$\Pi = 167,37(50) = 8368,5$$

الربح الإجمالي هو:

د - فائض المستهلك:

$$SC = \frac{(525 - 65,91)918,18}{2} = 210763,63$$

من اجل أن يكون $Q > 0$ لابد وان يكون $P > 25$

ما دام أدنى سعر على المستوى الوطني والذي يسمح بالبقاء في السوق وتحقيق الأرباح هو 65 دينار، فان الشركات الأجنبية يمكنها الدخول في السوق الوطنية وتغطية جزء من احتياجاته، خاصة وان سعر السوق قبل دخولهم هو 100.

ب - العرض الإجمالي:

إذا كان هو S العرض الإجمالي فان S_N هو العرض المحلي و S_E هو عرض الشركات الأجنبية.

إذا كان

$$P < 15 \Rightarrow S = 0$$

$$15 < P < 25 \Rightarrow S = S_N$$

$$P > 25 \Rightarrow S = S_N = S_E$$

دخول الشركات الأجنبية سوف يغير من العرض الإجمالي هذه الشركات الأجنبية له دالة التكلفة الكلية لكل واحدة التالية:

$$LTC = 2,5Q^2 + 25Q$$

$$LMC = 5Q + 25$$

$$LMC = P \Rightarrow 5Q + 25 = P \Rightarrow Q = \frac{P}{5} - 5$$

لدينا 50 شركة أجنبية إذا دالة عرضهم هي كالتالي:

$$S_E = \frac{50P}{5} - 50(5)$$

دالة العرض الإجمالي هي:

$$I = 10P - 560 = 10(80) - 560 = 240$$

$$RT = 31(240) = 7440$$

$$\text{المستهلك يدفع: } 80 - 65,9 = 14,1 \text{ على كل وحدة مشتراة}$$

إن هذا الإجراء عند فرض الرسوم الجمركية سوف يعمل على رفع السعر التوازني في السوق بنسبة 21.4 بالمائة. لكن هذا السعر ومقداره 80 دينار هو اقل من السعر في الحالة الأولى قبل دخول هذه الشركات الأجنبية وفرض الرسوم الجمركية والذي كان يقدر بـ 100 دينار.

ب - فائض المستهلك:

$$SC = (525 - 80) \cdot 890 / 2 = 198025$$

يمكن تلخيص مجمل النتائج كالتالي:

الحالة الأولى	الحالة الثانية (دخول الأجانب)	الحالة الثالثة (رسم جمركي)	
100	65.91	80	سعر التوازن
850	918.18	890	كمية التوازن
180625	210764	198025	فائض المستهلك
23625	459	8626	ربح الشركات الوطنية
-----	8368.5	2880	ربح الشركات الأجنبية
-----	-----	7440	الرسوم الأجنبية

ج - الحكومة تخطط لمنع دخول الشركات الأجنبية إلى السوق الوطنية. لأجل هذا فإن الحكومة سوف تفرض رسم جمركي عال بحيث يجعل سعر التوازن اقل من الحد الأدنى لسعر الغلق والانسحاب:

إن دخول الشركات الأجنبية سوف يسمح للمستهلكين شراء السلعة بأسعار اقل إضافة إلى أن فائضهم الاستهلاكي يكون قد زاد بمقدار $210763,63 - 180625 = 30138,63$ أي انه يكون قد زاد بنسبة 16.68 بالمائة

3 - الرسوم الجمركية التي تفرض على كل وحدة مستوردة يمكن اعتبارها تكلفة، وتضاف إلى التكلفة الكلي لتصبح هذه الأخيرة كالتالي:

$$LTC = 2,5Q^2 + 25Q + 31Q = 2,5Q^2 + 56Q$$

$$LMC = 5Q + 56$$

$$LMC = P$$

$$5Q + 56 = P$$

$$Q = \frac{P - 56}{5}$$

دالة العرض لكل الشركات الأجنبية تصبح:

$$S_E = 10P - 560$$

العرض الإجمالي يصبح كالتالي:

إذا كان:

$$P < 15 \Rightarrow S = 0$$

$$15 < P < 56 \Rightarrow S = S_N$$

$$P > 56 \Rightarrow S = S_E + S_N$$

$$S = 10P - 560 + 10P - 150 = 20P - 710$$

التوازن يصبح كالتالي:

$$20P - 710 = 1050 - 2P$$

$$P = 80$$

$$Q = 890$$

نفرض أن d هو الرسم الجمركي على كل وحدة سلعية مستوردة.
وبالتالي تصبح التكلفة الكلية لهذه الشركات كالتالي:

$$LTC = 2,5Q^2 + 25Q + dQ$$

$$LMC = 5Q + 25 + d$$

بدون وجود الشركات الأجنبية وجدنا بأن سعر التوازن كان يعادل

$$100 \text{ دينار. لهذا يجب إيجاد مقدار الطلب بحيث يكون } MC > 100$$

من جهة أخرى عندما يكون $P = 100$ فإن $Q = 0$

$$Q = P/5 - 25 - d/5 \quad \text{لدينا:}$$

$$Q = 0$$

$$0 = 0 - 25 - d/5$$

$$d = 75$$

الرسم الجمركي الأدنى الذي يحول دون دخول الشركات الأجنبية
وطرح متوجها داخل السوق يعادل على الأقل 75 دينار على كل وحدة
سلعية. مثل هذا الإجراء سوف يعود بنا إلى نتائج الحالة الأولى في المقابل
فإن خزانة الدولة سوف تبقى فارغة.

حل التمرين الخامس:

الحالة الأولى:

1 - أ: الحد الأدنى للسعر الذي يبقى على نشاط الشركات ويحقق

$$\text{لها أرباح عادية } P=30, Q=5$$

سعر إغلاق الأبواب ومغادرة السوق $P = 10, Q = 0$

ب: معادلة العرض الإجمالي؟ $S = 100Q = 25P - 250$

إذا كان $P > 10$

$$25P - 250 = 1200 - 4P \quad \text{التوازن يتحقق عند:}$$

$$P = 50$$

ج - فائض المستهلك: $SC = 125000$

ربح الشركات الوطنية 15000

2 - أ: عرض الشركات الأجنبية: $MC = 25Q + 20 = P$

$$Q = P/25 - 20/25$$

العرض الإجمالي للشركات الأجنبية: $S = 2P - 40$

ب: العرض الإجمالي للسوق:

إذا كان: $S = 0$ فإن $P < 10$

$S = S$ فإن $10 < P < 10$

$P > 20$ فإن $S = S + S = 77P - 290$

ج - سعر التوازن وكمية التوازن $P = 48.06, Q = 1007.62$

إجمالي الواردات: 56.12

ربح الشركات الأجنبية: 788

فائض المستهلك: 126930

ربح الشركات الوطنية: 13111

3 - التكلفة الكلية للشركات الأجنبية $LTC = 12.5Q^2 + 20Q + 10.5Q$

عند سعر $P > 30$ دالة العرض الإجمالي للشركات الأجنبية تصيح:

$$S = 2P - 61$$

العرض الإجمالي للسوق:

إذا كان:

أ - عرض الشركات الأجنبية: $MC=4Q+10$

$$Q = P/4 + 10/4$$

إذا كان السعر أكبر من 10 $S=12.5P-125$

إذا كان السعر أقل من 5 $S=0$

إذا كان $5 < P < 10$ $S=S$

إذا كان السعر أكبر من أو يساوي 10 $S=S+S=22.5P-175$

ج - سعر التوازن وكمية التوازن: $Q = 418.1$, $P = 26.36$

إجمالي ألا ستراد 204.5

ربح المؤسسات الأجنبية 1673

د - فائض المستهلك 17485

ربح الشركات الوطنية 1281

3 - التكلفة الكلية شركات الأجنبية: $TC=2Q^2+10Q+89$

عندما $P > 18$

دالة عرض الشركات الأجنبية تصبح: $S=12.5P-225$

إذا كان $P < 5$ فإن $S=0$

إذا كان $5 < P < 18$ فإن $S=S$

إذا كان $S > 18$ فإن $S=S+S=22.5P-275$

سعر التوازن : $P = 30$ - كمية التوازن $Q=400$

مجموع ألا ستراد: 150

حصيلة إيرادات الرسوم الجمركية: 1200

ب - فائض المستهلك: 16000

$P < 10$ فإن $S=0$

$10 < P < 30$ فإن $S=S$

$P > 30$ فإن $S=S+S=27P-290$

سعر التوازن السوقي $P = 48.74$ كمية التوازن: $Q = 1005.04$

إجمالي ألا ستراد: 36.48

مقدار الرسوم الجمركية المحصلة: 383.04

ب - فائض المستهلك: 12626.3

ربح الشركات الوطنية: 13760

ج - مقدار الرسم لغلط الأبواب أمام الشركات الأجنبية: $d=30$

الحالة الثانية

-1

أ - سعر الربح والاستمرار في النشاط: $Q = 1.4$, $P = 19.14$

سعر الإغلاق: $Q = 0$, $P = 5$

ب - دالة العرض الإجمالي: $S = 100Q = 10Q - 50$ إذا كان $P > 5$

التوازن: $10P - 50 = 550 - 5P$

$P = 40$

ج - فائض المستهلك:

12250

ربح الشركات الوطنية

51.25

-2

د - مقدار الرسم الجمركي لمنع دخول الشركات الأجنبية يساوي

30 وحدة نقدية.

الفصل الحادي عشر

تطبيقات على توازن المنتج / حالة سوق احتكار القلة

التمرين الأول: مشروعان A, B يعرضان سلعة متجانسة X. هذان المشروعان هما الوحيدان في السوق لتغطية الطلب على هذه السلعة الذي له

$$P = - 2Q + 200$$

الصفة التالية: كما أن دوال التكلفة المتوسطة للمشروعين هما: $AC_B = 20$, $AC_A = 40$.

المطلوب: 1 - ماذا يحدث لو أن كل مشروع أهمل الآخر واعتبر نفسه

محتكراً؟

2 - نفترض ألان بأن كل مشروع يأخذ بعين الاعتبار العرض المقدم من طرف منافسه في السوق. نفترض كذلك بأن البحث عن التوازن من طرف أي منهما يتحقق على أساس أن المشروع الآخر لا يغير من عرضه. احسب الكميات المعروضة عند التوازن من طرف كل مشروع والأرباح المحققة؟

3 - مثل بياننا على رسم أول توازن السوق وعلى رسم ثان منحنيات رد الفعل

لكل مشروع؟ وبين بمساعدة هذين الرسمين كيف يتم الاتجاه نحو التوازن؟

التمرين الثاني: مشروعان في حالة احتكار ثنائي. هذين المشروعين

يعملان دون تكاليف إنتاج. الطلب العام على السلعة تمثله الصيغة التالية:

$$P = 100 - 4Q$$

المطلوب: 1 - أوجد الكميات المعروضة من طرف كل مشروع عند

التوازن والربح المحقق باستعمال نموذج كورنو؟

التمرين الخامس: لتكن لدينا دالة الطلب السوقي على سلعة ما على

$$P = 105 - 2.5Q$$

الشكل التالي:

بافتراض أن هناك منتجين اثنين للسلعة المطلوبة لهما دالتا التكاليف الكلية

$$TC_1 = 5Q_1, \quad TC_2 = 15Q_2$$

التاليتين: بافتراض كذلك ان السوق مقسمة إلى قسمين متساويين وان المنتج الأول في موقف قيادي.

المطلوب: 1 - أوجد الكميات المعروضة والربح المحقق لكل منتج

وسعر البيع؟

2 - ما هو مقدار الخسارة الذي يتحمله المنتج الثاني نتيجة تقاسم السوق

وزعامة المنتج الأول؟

التمرين السادس: اعتبر أن دالة العرض للمؤسسات الصغيرة مقدرة

$$S_1 = 0.2P$$

من طرف المؤسسة المهيمنة وهي كالتالي:

$$Q = 50 - 0.3P$$

دالة الطلب السوقي على السلعة المنتجة هي كالتالي:

$$TC = 2Q$$

إذا كانت دالة تكلفة المؤسسة المهيمنة كالتالي:

المطلوب:

أوجد سعر السوق والكميات المعروضة من طرف المؤسسات

الصغيرة وكذلك المؤسسة المهيمنة، وربح المؤسسة المهيمنة في السوق؟

2 - مثل بياننا توازن هذا الاحتكار الثنائي؟

3 - ما هو الحل الذي يجب ان يتخذ من اجل تحقيق اعظم ربح ممكن؟

التمرين الثالث: مشروعان يتقاسمان السوق في حالة احتكار قلة. هذان

المشروعان لهما دوال التكاليف الكلية التالية:

$$TC_1 = 5Q_1, \quad TC_2 = \frac{1}{2}Q_2^2$$

الطلب العام على السلعة ممثل بالصيغة التالية:

$$P = 100 - \frac{1}{2}(Q_1 + Q_2)$$

المطلوب: 1 - أوجد ربح المشروعين الأعظم حسب نموذج كورنو

وستا كلبارغ وبولي؟

2 - أوجد سعر والكمية المنتجة والربح الإجمالي فيما لو اتفقا على تعظيم هذا

الربح؟

التمرين الرابع: مشروعان يعملان في سوق يسودها احتكار القلة، دالة

الطلب على السلعة التي ينتجانها هي كالتالي:

$$Q = 100 - P$$

كما ان تكاليفهما مصاغة على الشكل التالي:

$$TC_1 = 20 + 2Q_1^2$$

$$TC_2 = 10 + 3Q_2^2$$

المطلوب: 1 - ما هي شروط تعظيم الربح حسب نموذج كورنو؟

2 - ما هي شروط تعظيم الربح إذا ما تقاسما السوق؟

نلاحظ بان هناك ضرورة لأخذ كل مشروع بعين الاعتبار العرض المقدم من طرف المشروع الآخر، وبالتالي زد فعله لتفادي الاختيارات التي تؤدي إلى تحقيق خسارة.

2 - الافتراض الذي جاء في السؤال هو ذلك الذي عاجله الاقتصادي كورنور. نعلم بان الكمية المعروضة من طرف كل مشروع

$$Q = Q_A + Q_B \quad \text{وبالتالي فان:}$$

لتعظيم أرباح كل مشروع فان:

$$\Pi_A = [-2(Q_A + Q_B) + 200]Q_A - 40Q_A$$

$$\frac{d\Pi_A}{dQ_A} = -4Q_A - 2Q_B + 200 = 0$$

$$\frac{d^2\Pi_A}{dQ_A^2} = -4 < 0$$

بالنسبة للمشروع B:

$$\Pi_B = [-2(Q_A + Q_B) + 200]Q_B - 20Q_B$$

$$\frac{d\Pi_B}{dQ_B} = -Q_B - 2Q_A + 200 - 20 = 0$$

$$\frac{d^2\Pi_B}{dQ_B^2} = -4 < 0$$

بمساواة المشتقات الأولى ل Π_A ، Π_B نستطيع إيجاد الكميات المنتجة من طرف كل مشروع بدلالة الكمية المنتجة من طرف المشروع الآخر.

$$Q_A = 40 - \frac{Q_B}{2} \quad , \quad Q_B = 45 - \frac{Q_A}{2}$$

هاتين المعادلتين تمثلان معادلات رد الفعل بالنسبة للمشروعين. وبحل هاتين المعادلتين نحصل على التوازن:

حل تطبيقات توازن المنتج / حالة سوق احتكار القلة

حل التمرين الأول:

1 - إذا لم يأخذ بعين الاعتبار كل مشروع إنتاج الآخر فان الكمية

المنتجة من طرف المشروع A هي:

$$\Pi_A = (200 - 2Q_A)Q_A - 40Q_A$$

$$\frac{d\Pi_A}{dQ_A} = 200 - 4Q_A - 40 = 0 \Rightarrow Q_A = 40$$

نقطة التوازن يمكن الحصول عليها عند تقاطع منحنى الإيراد الحدي والتكلفة

الحدية (النقطة I على الرسم الموالي)

إذا سلك المشروع B نفس السلوك سوف يكون لدينا:

$$\Pi_B = (200 - 2Q_B)Q_B - 20Q_B$$

$$\frac{d\Pi_B}{dQ_B} = 200 - 4Q_B - 20 = 0 \Rightarrow Q_B = 45$$

نقطة التوازن على نفس الشكل I'

الكمية المعروضة من طرف كلا المشروعين هي: $Q = 40 + 45 = 85$

من اجل $Q = 85$ سعر السوق هو: $P = -2(85) + 200 = 30$

عند هذا السعر فان المشروع A يحقق خسارة مقدارها:

$$\Pi_A = 40(30) - 40(40) = -400$$

بينما المشروع B سيؤمن ربحاً مقداره:

$$\Pi_B = 45(30) - 45(20) = 450$$

$\Pi=3200$ والممثل بالمساحة JMCI. المشروع B يتدخل في السوق،
نفترض بان عرض المشروع A هو $Q = 40$ فيمكنه كذلك تغطية طلبا
إضافيا ويحقق ربحا. هذا الطلب ممثل بالجزء CD من منحى الطلب
الإجمالي. أما الجزء الآخر من منحى الطلب الباقي من D إلى Z فان المشروع
B سوف يحقق خسارة وبالتالي فانه يسعى إلى تحقيق اعظم ربح على الجزء
CD أو الكمية HD.

عرض المشروع B هو:

$$\Pi_B = [-20(40 + 25) + 200]25 - 20(25) = 1250$$

ما دام عرض المشروع A هو معطى ويساوي 40 بالنسبة للمشروع B

فان الربح المنتظر من طرف المشروع B هو:

$$\Pi_B = [-2(40 - 25) + 200]25 - 20(25) = 1250$$

هذا الربح ممثل بالمساحة EFGH.

نلاحظ ان المشروع B يعرض 25 وحدة إضافية إلى الـ 40 وحدة
المعروضة من طرف المشروع A، وبالتالي فان سعر السوق سوف ينخفض
ويصبح $P = 70$. في هذه الحالة فان ربح المشروع A سوف ينخفض
أمام عرض من قبله مقداره 40 وحدة المساحة IJKE.

$$\Pi_A = 40(70) + 40(40)$$

في مواجهة رد فعل المشروع B فان المشروع A يستطيع عرض $JN = 80$
وتعظيم الربح من اجل $\Pi = 40$.

إذا قام المشروع B بعرض 25 وحدة فان طلب السوق سيكون:

$$\Pi + PN = 80 - 25 = 55$$

$$Q_A = 40 - \frac{Q_B}{2}, \quad Q_B = -\frac{1}{2}(45 - \frac{Q_A}{2}) \Rightarrow Q_A = 40 - \frac{1}{2}(45 - \frac{Q_A}{2})/2$$

$$Q_A = \frac{70}{3}, \quad Q_B = \frac{100}{3}, \quad Q = Q_A + Q_B = \frac{70}{3} + \frac{100}{3} = \frac{170}{3}$$

$$P = 2(\frac{170}{3}) + 200 = \frac{260}{3}$$

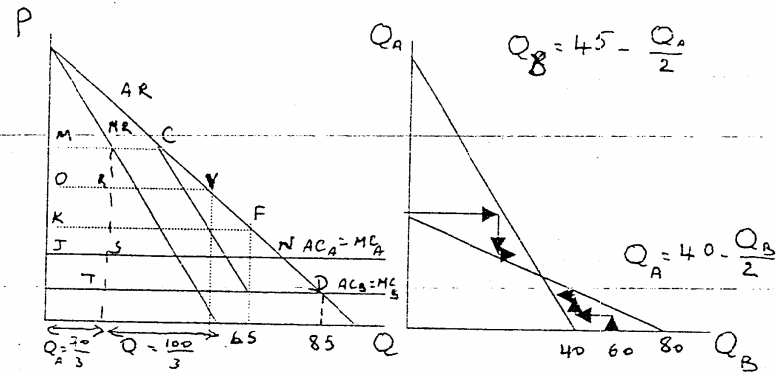
مقدار الربح بالنسبة لكل مشروع هو:

$$\Pi_A = QP - TC = \frac{70 \cdot 260}{3 \cdot 3} - 4 \frac{70}{3} = 1088.88$$

$$\Pi_B = QP - TC = \frac{100 \cdot 260}{3 \cdot 3} - 20 \frac{100}{3} = 2222.22$$

3 - لتوضيح كيف يتجه المشروعان إلى التوازن يمكن تمثيل توازن

السوق ومنحنيات رد الفعل بالنسبة للمشروعين كالتالي:



نبحث أولا في سلوك المشروع A:

عندما يهمل وجود المشروع B فان الإنتاج هو 40 ونقطة التوازن

هي I. الربح المتوقع من طرف المشروع A هو

1 - ان دراسة الديوبول في هذا التمرين سوف يتم بنفس الصورة التي عالجنا بها التمرين السابق. الفرق الوحيد مع التمرين السابق يتمثل في عدم وجود تكاليف إنتاج.

$$Q = Q_A + Q_B$$

$$P = 100 - 4(Q_A + Q_B)$$

$$\Pi_A = [100 - 4(Q_A + Q_B)]Q_A \Rightarrow \frac{d\Pi_A}{dQ_A} = 100 - 8Q_A - 4Q_B = 0$$

$$Q_A = 12.5 - \frac{1}{2}Q_B$$

$$\Pi_B = [100 - 4(Q_A + Q_B)]Q_B \Rightarrow \frac{d\Pi_B}{dQ_B} = 100 - 8Q_B - 4Q_A = 0$$

$$Q_B = Q_A + Q_B$$

$$Q = Q_A + Q_B$$

ربح المشروعين هو:

$$\Pi_A = \frac{100}{3} \cdot \frac{25}{3} = \frac{2500}{9}$$

$$\Pi = \Pi_A + \Pi_B = \frac{2500}{9} + \frac{2500}{9} = 555.55$$

2 - الشكل التالي يمثل توازن السوق دون تكاليف للإنتاج.

الكمية المعروضة الإجمالية تساوي ثلثي الإنتاج المطلوب من طرف المستهلكين عند السعر $P = 0$.

كل مشروع يكون مستعد لتأمين طلب مقداره ثلث هذا الإنتاج أي

$$Q_A = Q_B = \frac{25}{3}$$

سعر السوق يعادل ثلثي سعر الاحتكار التام أي $P = 100/3$.

ربح المشروع A ممثل بالمساحة OABC

السبب عن تعظيم الأرباح انطلاقاً من هذا المستوى من الطلب يظهر بان إنتاج المشروع A هو:

$$Q_A = \frac{55}{2} = 27.5$$

المشروع B سوف يكون له رد فعل كذلك ما دام المشروع A يعرض 27.5 وحدة وبالتالي يستطيع تأمين جزء من $90 - 27.5 = Q_B = 62.5$ وحدة.

$$Q_B = 45 - \frac{27.5}{2} = 31.25$$

أي أن:

وهكذا تستمر عملية التعديل حتى وضع التوازن حيث: $Q_A = \frac{70}{3}$, $Q_B = \frac{100}{3}$, $P = \frac{260}{3}$ هو

المساحة JQRS وربح المشروع B. ممثل بالمساحة RTUV.

هذا الرسم يمكننا كذلك من معرفة الاتجاه نحو التوازن انطلاقاً من معادلات رد الفعل للمشروعين:

$$Q_A = 40 - \frac{Q_B}{2}, \quad Q_B = 45 - \frac{Q_A}{2}$$

إذا كان $Q_A = 40$ النقطة I* الذي تتوافق والإنتاج المشترك عند النقطة I على الرسم الأول نحصل على $Q_B = 25$ أي النقطة G* أي بعد رد فعل المشروع B. ثم النقطة $Q_A = 27.5$. بعد رد فعل المشروع A ثم النقطة $Q_B = 31.25$ الخ حتى نقطة تقاطع المنحنيين عند

$$Q_A = \frac{70}{3}, \quad Q_B = \frac{100}{3}$$

إذا ما انطلقنا من الأسفل نلاحظ أن التعديل يكون انطلاقاً من $Q_B = 60$ نحصل على $Q_A = 10$ ثم $Q_B = 40$ لنحصل على $Q_A = 20$ وهكذا...

حل التمرين الثاني:

ربح المشروع B تمثله المساحة HGIJ

هذه النتيجة تعكس نموذج شاميرلين.

حل التمرين الثالث:

1 - تعظيم الربح حسب نموذج كورنو:

$$\Pi_1 = 100Q_1 - \frac{1}{2}Q_1(Q_1 + Q_2) - 5Q_1$$

$$\Pi_2 = 100Q_2 - \frac{1}{2}Q_2(Q_1 + Q_2) - \frac{1}{2}Q_2^2$$

ان شرط تعظيم الربح يتحقق بمساواة الربح الحدي والصفير بالنسبة للمشروعين.

$$\frac{d\Pi_1}{dQ_1} = 100 - \frac{2}{2}Q_1 - \frac{1}{2}Q_2 - 5 = 0 \Rightarrow Q_1 = 95 - \frac{1}{2}Q_2$$

$$\frac{d\Pi_2}{dQ_2} = 100 - Q_2 - \frac{1}{2}Q_1 - Q_2 = 0 \Rightarrow Q_2 = 50 - \frac{1}{4}Q_1$$

$$Q_1 = 95 - \frac{1}{2}Q_2, \quad Q_2 = 50 - \frac{1}{4}Q_1$$

$$\text{بحل هاتين المعادلتين نحصل على: } Q_1 = 80, Q_2 = 30, \quad Q = 80 + 30 = 110$$

$$\text{نعوض في دالة الطلب نحصل على: } P = 100 - \frac{1}{2}(80 + 30) = 45$$

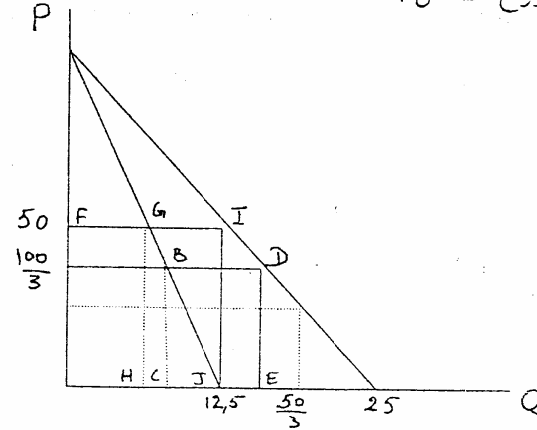
ربح المشروعين هما:

$$\Pi_1 = 100(80) - \frac{1}{2}80(80 + 30) - 5(80) = 3200$$

$$\Pi_2 = 100(30) - \frac{1}{2}30(80 + 30) - \frac{1}{2}(30)^2 = 900$$

2 - تعظيم الربح حسب مفهوم ستاكلبارغ:

ربح المشروع B ممثل بالمساحة CBDE



3 - اعظم ربح يمكن للمشروعين أن تحققه هو ذلك الذي يتحقق عند

المستوى من الإنتاج الذي يتعادل عنده الإيراد الحدي والصفير. لدينا:

$$P = 100 - 4Q \Rightarrow TR = 100Q - 4Q^2$$

$$MR = 100 - 8Q = 0 \Rightarrow Q = 12.5$$

عند هذا المستوى من الإنتاج فان السعر هو: $P = 100 - 4(12.5) = 50$

$$\Pi = TR = PQ = 50(12.5) = 625$$

الربح الإجمالي الأعظم هو:

لاحظ ان هذا المقدار من الربح يكون اكبر من ذلك المقدار المحصل عليه في

حالة الديوبول في السؤال (1) وهذا ما إذا ما عقدنا المشروعان المتنافسان

اتفاقا من اجل تقاسم السوق.

فمن اجل الحصول على ربح مقداره 625 ينتج كل مشروع كمية

مقدارها 6.25 لكل واحد بسعر مقداره 50 وحدة نقدية، وبالتالي يكون

ربح كل مشروع 312.5.

ربح المشروع A تمثله المساحة OFGH

يعتقد في هذا النموذج كل مشروع لأنه القائد والمسيطر وبالتالي فان:

$$Q_1 = 93.33; \quad Q_2 = 35$$

نعوض هذه الكميات في دوال الربح فنجد ربح كل مشروع:

$$\Pi_1 = 95Q_1 - \frac{1}{2}Q_1^2 - \frac{1}{2}Q_1Q_2$$

$$\Pi_2 = 100Q_2 - \frac{1}{2}Q_1Q_2 - \frac{1}{2}Q_2^2$$

$$\Pi_1 = 95(93.33) - \frac{1}{2}(93.33)^2 - \frac{1}{2}(93.33)(35) = 2877.5$$

$$\Pi_2 = 100(35) - \frac{1}{2}(93.33)(35) - \frac{1}{2}(35)^2 = 641.72$$

4 - لتو اتفقا المشروعان على تعظيم الربح الإجمالي لخصمنا على:

$$\Pi = 100(Q_1 + Q_2) - \frac{1}{2}(Q_1 + Q_2)^2 - 5Q_1 - \frac{1}{2}Q_2^2$$

نعظم دالة الربح بالاشتقاق فنجد: Q_1, Q_2

$$\frac{d\Pi_1}{dQ_1} = 95 - Q_1 - Q_2 = 0 \Rightarrow Q_1 + Q_2 = 95$$

$$\frac{d\Pi_2}{dQ_2} = 100 - Q_1 - 2Q_2 = 0 \Rightarrow Q_1 + 2Q_2 = 100$$

$$Q_1 = 90, \quad Q_2 = 5 \Rightarrow Q = 95$$

سعر السلعة هو: $P = 100 - 0.5(90 + 5) = 52.5$

$$\Pi = TR - TC = PQ - 5Q_1 - \frac{1}{2}Q_2 = 52.2(95) - 5(90) - \frac{1}{2}(5)^2 = 4525$$

نلاحظ بان الربح الإجمالي ارتفع بالمقارنة مع ما ورد سابقا. بينما

ربح كل من المشروعين هو:

$$\Pi_1 = 52.5(90) - 5(90) = 4275$$

$$\Pi_2 = 52.5(5) - \frac{1}{2}(5)^2 = 250$$

أ - نفترض بان المشروع الأول هو القائد، وبالتالي فان دالة رد فعل

$$\text{المشروع الثاني هي: } Q_2 = 50 - \frac{1}{4}Q_1$$

نعوض في دالة الربح للمشروع الأول فنحصل على:

$$\Pi_1 = 100Q_1 - \frac{1}{2}Q_1^2 - \frac{1}{2}Q_1(50 - \frac{1}{4}Q_1) - 5Q_1$$

تعظيم دالة الربح، نشق هذه الدالة الأخيرة ونعدم المشتق:

$$\frac{d\Pi_1}{dQ_1} = 70 - \frac{3}{4}Q_1 = 0 \Rightarrow Q_1 = 93.33, \quad Q_2 = 50 - \frac{1}{4}93.33 = 26.66$$

$$\Pi_1 = 100(93.33) - \frac{1}{2}(93.33)^2 - \frac{1}{2}(93.33)(50 - \frac{93.33}{4}) - 5(93.33) = 3266.66$$

$$\Pi_2 = 100(26.66) - \frac{1}{2}(26.66)(93.33 + 26.66) - \frac{1}{2}(26.66)^2 = 711.1555$$

ب - نفترض بان المشروع الثاني هو القائد، دالة رد الفعل للمشروع

الأول هي: $Q_1 = 95 - \frac{1}{2}Q_2$ نعوض في دالة الربح للمشروع الثاني

ونشتق ونعدم المشتق فنجد:

$$\Pi_2 = 100Q_2 - \frac{1}{2}Q_2^2 - \frac{1}{2}Q_2(95 - \frac{1}{2}Q_2) = 52.5Q_2 - \frac{3}{4}Q_2^2$$

$$\frac{d\Pi_2}{dQ_2} = 52.5 - \frac{3}{2}Q_2 = 0 \Rightarrow Q_2 = 35, \quad Q_1 = 77.5$$

ربح كل مشروع:

$$\Pi_1 = 100(77.5) - \frac{1}{2}77.5(112.5) - 5(77.5) = 3003.125$$

$$\Pi_2 = 100(35) - \frac{1}{2}35(112.5) - 5(35) = 918.75$$

3 - تعظيم الربح حسب نموذج بولي:

نلاحظ كذلك ان ربح المشروع الأول قد زاد بينما ربح المشروع الثاني انخفض.

حل التمرين الرابع:

1 - شرط تعظيم الربح هو تساوي التكلفة الحدية والسعر أي

$$P = MC$$

$$MC_B = 6Q_2, \quad MC_A = 4Q_1$$

لدينا:

يمكننا ان نكتب:

$$Q = 100 - P \Rightarrow P = 100 - (Q_1 + Q_2)$$

$$4Q_1 = 100 - (Q_1 + Q_2), \quad 6Q_2 = 100 - (Q_1 + Q_2)$$

$$Q_1 = 17.64, \quad Q_2 = 11.76, \quad Q = 29.4$$

ربح المشروع الأول:

$$\Pi_1 = TR_1 - TC = 70.60(17.64) - 20 - 2(17.64)^2 = 603.04$$

ربح المشروع الثاني:

$$\Pi_2 = TR_2 - TC = 70.60(11.76) - 10 - 3(11.76)^2 = 405.36$$

2 - تعظيم الربح حسب نموذج كورنو:

$$\Pi_1 = TR_1 - TC_1$$

$$\Pi_1 = [100 - (Q_1 + Q_2)]Q_1 - (20 + 2Q_1^2)$$

$$\Pi_2 = [100 - (Q_1 + Q_2)]Q_2 - (10 + 3Q_2^2)$$

نبحث عن اعظم ربح وذلك بالاشتقاق:

$$\frac{d\Pi_1}{dQ_1} = 100 - Q_2 - 6Q_1 = 0$$

$$\frac{d\Pi_2}{dQ_2} = 100 - Q_1 - 8Q_2 = 0$$

$$100 - Q_2 - 6Q_1 = 100 - Q_1 - 8Q_2 \Rightarrow Q_1 = 14.9, \quad Q_2 = 10.6$$

$$P = 100(Q_1 + Q_2) = 74.5$$

$$\Pi_1 = 74.5(14.5) - 20 - 2(14.9)^2 = 646$$

$$\Pi_2 = 74.5(10.6) - 20 - 2(10.6) = 432.6$$

3 - إذا ما اتفقا المشروعان على تعظيم الربح الإجمالي فان:

$$\Pi = [100 - (Q_1 + Q_2)](Q_1 + Q_2) - TC_1 - TC_2$$

$$\Pi = 100Q_1 + 100Q_2 - Q_1^2 - 2Q_1Q_2 - Q_2^2 - 20 - 2Q_1^2 - 10 - 3Q_2^2$$

نشتق ونعدم المشتقات لنجد:

$$\frac{d\Pi}{dQ_1} = 100 - 2Q_1 - 2Q_2 - 4Q_1 \Rightarrow 100 - 6Q_1 - 2Q_2$$

$$\frac{d\Pi}{dQ_2} = 100 - 2Q_1 - 2Q_2 - 6Q_2 \Rightarrow 100 - 8Q_2 - 2Q_1$$

$$Q_1 = 13.6, \quad Q_2 = 9.09$$

$$P = 100 - (13.6 + 9.09) = 77.31$$

$$\Pi_1 = 77.31(13.6) - 20 - 2(13.6)^2 = 661.494$$

$$\Pi_2 = 77.31(9.09) - 10 - 3(9.09)^2 = 444.8636$$

$$\Pi = 661.494 + 444.8636 = 1106.357$$

نلاحظ بان الربح الإجمالي ارتفع مقارنة مع الحالتين السابقتين.

حل التمرين الخامس:

1- ما دام المنتج الأول في موقف زعامة فانه يواجه طلب على

$$P = 105 - 2.5(Q_1 + Q_2) \Rightarrow P = 105 - 5Q$$

لدينا دالة الربح:

حل التمرين السادس:
بالمعلومات السابقة الواردة في السؤال الخامس تستطيع المؤسسة

المهيمنة ان تعرف دالة الطلب الموجهة إليها أي:

$$TC = 2Q$$

$$Q = D - S$$

$$Q = 50 - 0.3P - 0.2 = 50 - 0.5P$$

$$P = 100 - 2Q$$

$$\Pi = TR - TC = (100 - 2Q)Q - 2Q = 98Q - 2Q^2 \quad \text{فان دالة الربح:}$$

لتعظيم دالة الربح نشتق ونعدم المشتق فنجد:

$$\frac{d\Pi}{dQ} = 98 - 4Q = 0 \Rightarrow Q = \frac{98}{4} = 24.5$$

$$P = 100 - 2Q = 100 - 2(24.5) = 51 \quad \text{سعر السوق:}$$

الكمية الكلية المعروضة والمطلوبة، أي حالة توازن السوق:

$$D = 50 - 0.3P = 50 - 0.3(51) = 34.7$$

$$Q_e = 24.5$$

عرض المؤسسة المهيمنة:

$$S = 0.2(51) = 10.2$$

عرض المؤسسات الصغيرة:

$$\Pi_c = 24(51) - 2(145) = 12005$$

ربح المؤسسة المهيمنة:

$$\Pi_1 = TR_1 - TC_1$$

$$\Pi_1 = (105 - 5Q_1)Q_1 - 5Q_1$$

$$\Pi_1 = 105Q_1 - 5Q_1^2 - 5Q_1 = 100Q_1 - 5Q_1^2$$

لتعظيم دالة الربح نشتق الدالة فنجد:

$$\frac{d\Pi_1}{dQ_1} = 100 - 10Q_1 \Rightarrow Q_1 = 10, \quad Q_2 = 10$$

نعوض في دالة الطلب فنجد: $P = 105 - 5(10) = 55$

أرباح كل منتج هي:

$$\Pi_1 = [(105 - 2.5)(10 + 10)]10 - 5(10) = 500$$

$$\Pi_2 = [(105 - 2.5)(10 + 10)]10 - 15(10) = 400$$

2 - لو لم يتقاسم السوق، فان تعظيم الربح بالنسبة للمنتج الثاني-

يتحقق عن طريق:

$$\Pi_2 = TR_2 - TC_2$$

$$\Pi_2 = (105 - 5Q_2)Q_2 - 15Q_2 = 105Q_2 - 5Q_2^2 - 15Q_2$$

$$\frac{d\Pi_2}{dQ_2} = 105 - 10Q_2 - 15 = 0 \Rightarrow Q_2 = 9$$

الإنتاج الأمثل للمنتج الثاني هو: $Q_2 = 9$

$$P = 105 - 5(9) = 60$$

$$\Pi_2 = TR_2 - TC_2$$

$$\Pi_2 = (105 - 5Q_2)Q_2 - 15Q_2 = (105 - 45)9 - 15(9) = 405$$

$$\Pi_1 = 60(9) - 15(9) = 405$$

إذا مقدار الخسارة التي تحملها المنتج الثاني نتيجة زعامة المنتج الأول هي:

$$\Delta P = 405 - 400 = 5$$

بِسْمِ اللَّهِ الَّذِي لَا يَضُرُّ مَعَهُ شَيْءٌ فِي الْأَرْضِ
وَلَا فِي السَّمَاءِ وَهُوَ السَّمِيعُ الْعَلِيمُ

عليك بتقوى الله أو لا

ثم إن أردت الدنيا فعليك بالعلم وإن أردت الآخرة فعليك بالعلم
وإن أردتهما معا فعليك بالعلم ثانياً.



الإسم: إسماعيل.

اللقب: علوي.

البلد: الجزائر.

الولاية: عروس الزيبان بسكرة

المستوى: طالب جامعي / ماجستير.

التخصص: اقتصاد صناعي.

دفعة: 2009/2008.

تاريخ الميلاد: 23/03/1984

العمر: 25 سنة

الهاتف المحمول: 00213791780648

ismail.aloui@gmail.com

ismail.aloui@yahoo.com

مع تقيّات أُنوكم



الصباح جليل

للبراسل

hadjkonane@gmail.com