تكاليف الإنتاج

1 - تعريف تكاليف الإنتاج:

هي كل النفقات التي يدفعها المنظم، أو المؤسسة منذ البدأ في عملية الإنتاج إلى غاية بيع المنتج النهائي، وعلى هذا الأساس فهي تعبر عن تكاليف الحصول على عوامل الإنتاج (يد عاملة- مواد أولية- آلات .....إلخ)، والتكاليف المدفوعة أثناء تنفيذ عملية الإنتاج (كهرباء، صيانة،مصاريف التأمين...)، بالإضافة إلى تكاليف البيع (مثل النقل).

ويمكن أن نجزء التكاليف إلى تكاليف الفترة القصيرة وتكاليف الفترة الطويلة.

2- تكاليف الإنتاج في الفترة القصيرة :

كما رأينا سابقا لا يمكن للمنظم أن يغير كل عوامل الإنتاج في الفترة القصيرة، وعليه في هذه الفترة هناك جزء من التكاليف يكون ثابتا، وجزء آخر يكون متغيرا . وبصفة عامة التكاليف المتغيرة ، هي تلك التكاليف التي تتغير تناسبيا مع مستوى الإنتاج ، أي هي تابعة الإنتاج، بينما التكاليف الثابتة : هي التي لاتتغير مهما تغير مستوي الإنتاج (هي تكاليف متغيرة عن الإنتاج).

2-1- التكاليف الثابتة:

هي تلك التكاليف التي لا تتغير مهما تغير مستوى الإنتاج في الفترة القصيرة (التكلفة تبقى ثابتة مهما تغير الإنتاج) مثل: إيجار المصنع- ثمن الآلات.....إلخ.

2-2- التكاليف المتغيرة:

هي تلك التكاليف التي تتغير تناسبيا مع مستوى الإنتاج، أي هي تابعة الإنتاج وهي جزء من التكاليف في الفترة القصيرة التي تتغير بتغير مستويات الإنتاج مثل: تكاليف أجور العمال- تكلفة المواد الأولية.....إلخ.

2-3- التكاليف الكلية:

وهي تمثل حاصل جمع التكاليف المتغيرة والتكاليف الثابتة .

$$CT = CV + CF$$

2-4 - التكلفة المتوسطة: ويمكن إيجادها بالنسبة لكل أنواع التكاليف:

أ- التكلفة المتوسطة الكلية: وهي مقدار ما تتحمله وحدة الإنتاج الواحد من التكاليف الكلية.

$$ACT = \frac{CT}{Q}$$

$$ACT = ACV + ACF$$

ب- التكلفة المتوسطة المتغيرة: تمثل تكلفة الحصول على عنصر الإنتاج المتغير لكل وحدة واحدة من الإنتاج.

$$ACV = \frac{CV}{Q}$$

د-**التكلفة المتوسطة الثابتة**: وتعرف على أنها مقدار ما تتحمله الوحدة الواحدة من التكاليف الثابتة.

$$ACF = \frac{CF}{Q}$$

2-5- التكلفة الحدية:هي عبارة عن التغير في التكلفة الكلية الناتج عن التغير الإنتاج بوحدة واحدة. (أو هي تكلفة الوحدة *الأخيرة* من الإنتاج).

$$MC = \frac{\Delta CT}{\Delta Q}$$

$$MC = \frac{\Delta CV}{\Delta Q}$$

وعندما تتوفر لنا تكاليف بشكل علاقة بينية دالية فإن التكلفة الحدية في هاته الحالة هي المشتقة الجزئية الأولى لدالة التكلفة الكلية:

$$MC = \frac{\delta CT}{\delta Q}$$

$$MC = \frac{\delta CV}{\delta Q}$$

- **مثال:** اذاكانت التكاليف الثابتة لإحدى المؤسسات الصناعية 5000 دج،و كان تكاليفها المتغيرة كما يلي:

Q	10	20	30	40	50	60
CV	2000	3600	5000	7000	10000	18000

المطلوب: - احسب كل من التكاليف الكلية و التكاليف المتوسطة و التكاليف المتوسطة الثابتة و المتوسطة المتغيرة، و التكلفة الحدية.

- مثل بيانيا كل من التكلفة الكلية و المتغيرة و الثابتة و المتوسطة الثابتة و المتوسطة المتغيرة و التكلفة الحدية.

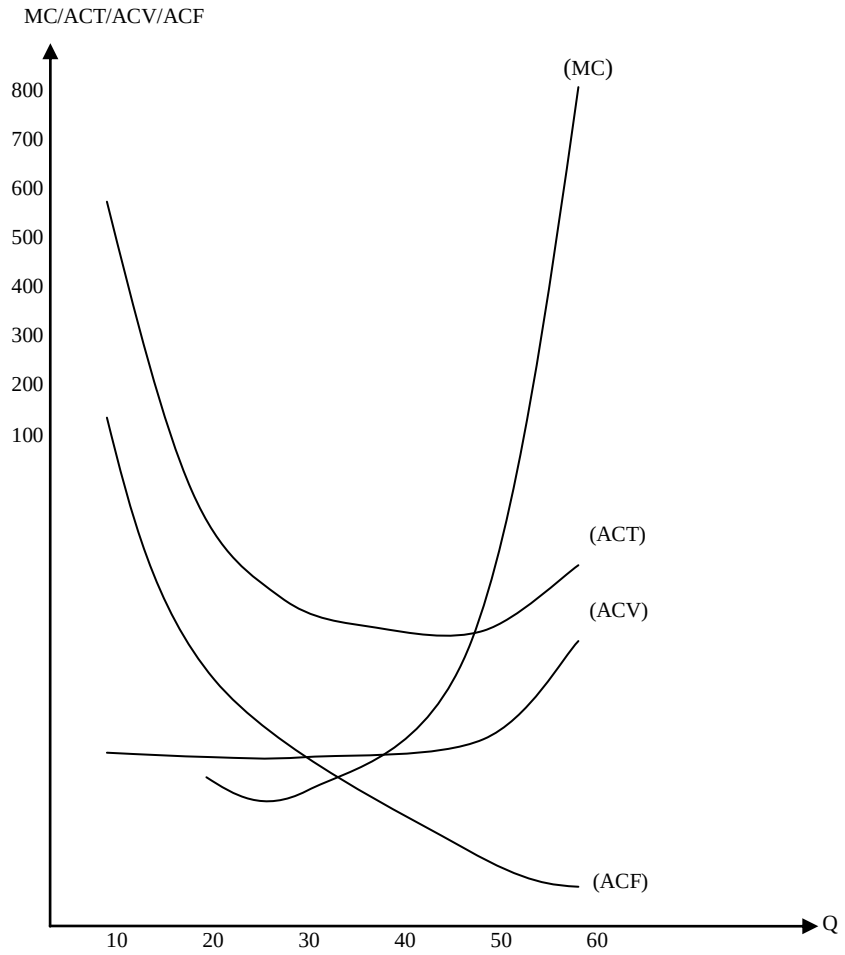
- **الحل:**

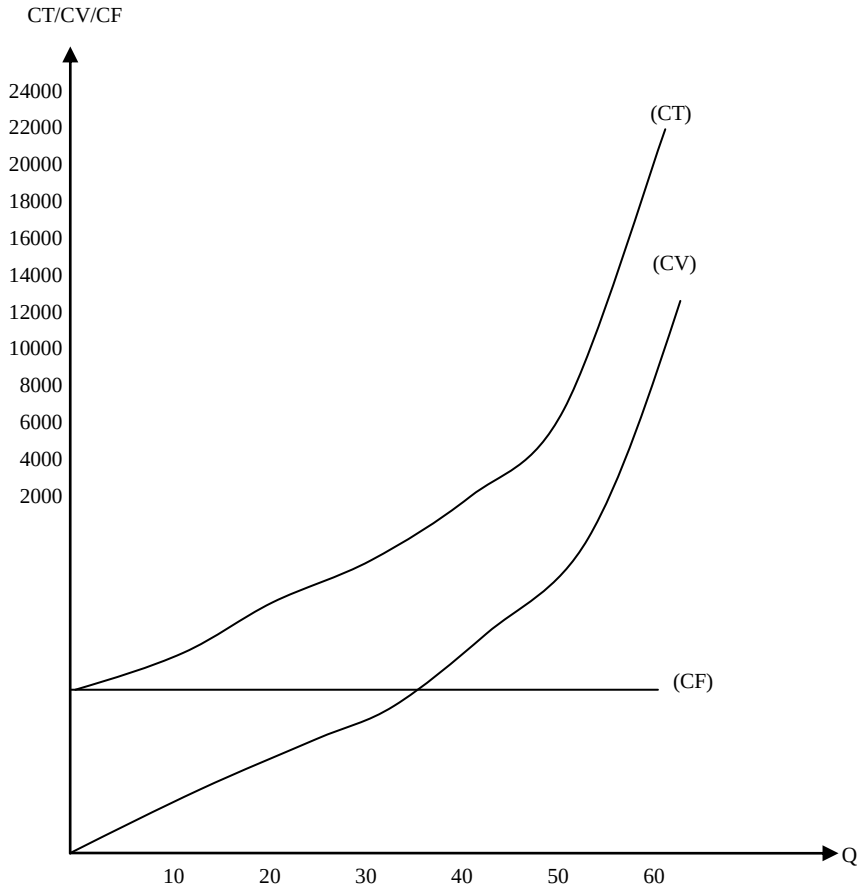
لدينا: CF=5000DA

Q	10	20	30	40	50	60
CV	2000	3600	5000	7000	10000	18000
CT	7000	8600	10000	12000	15000	23000
ACT	700	430	333,3	300	300	383,3
ACV	200	180	166,6	175	200	300
ACF	500	250	166,6	125	100	83,3
MC	-	160	140	200	300	800

$$CT = CV + CF\ , ACT = \frac{CT}{Q}, ACV = \frac{CV}{Q}, ACF = \frac{CF}{Q}, \qquad MC = \frac{\Delta CT}{\Delta Q}$$

- التمثيل البياني لكل من: MC, ACV, ACF, CF, CV, CT:


MC/ACT/ACV/ACF
800
700
600
500
400
300
200
100
(MC)
(ACT)
(ACV)
(ACF)
10
20
30
40
50
60
Q


CT/CV/CF
24000
22000
20000
18000
16000
14000
12000
10000
8000
6000
4000
2000
(CT)
(CV)
(CF)
10
20
30
40
50
60
Q

تعتبر منحنيات التكلفة من أهم الأدوات التي تساعدنا في الفترة القصيرة للمؤسسة،لأنها تبين لنا بوضوح المستويات الدنيا للتكاليف التي يتخذ المنتج قراراته، ومن المثال السابق الشكل الأول نستنتج أن:

- التكاليف الثابتة هي خط مستقيم موازي لمحور الكميات ، وهذا يدل على أنها مستقلة عن حجم الإنتاج.
- التكاليف المتغيرة تبدأ من نقطة الصفر، وتزيد في البداية بمعدلات متناقصة ثم تزداد بمعدلات متزايدة.
- التكاليف الكلية تبدأ من نقطة تقاطع منحنى التكاليف الثابتة مع محور التكاليف.

- من الشكل الثاني نلاحظ أن:

- منحنى التكاليف المتوسطة الثابتة ينحدر من أعلى اليسار إلى أسفل اليمين, ويقترب من محور الكميات عندما يزداد حجم الإنتاج وهذا يدل على أن التكلفة المتوسطة الثابتة للوحدة الواحدة تنخفض كلما زاد الإنتاج.
- منحنى التكاليف المتوسطة الكلية ينخفض إلى أن يصل إلى نقطة صغرى يبدأ بعدها في الارتفاع (التزايد).
- منحنى التكاليف المتوسطة المتغيرة ينخفض في مرحلته الأولى إلى أن يصل إلى النقطة الصغرى يبدأ بعدها في الارتفاع , ويكون أسفل التكلفة المتوسطة الكلية.
- منحنى التكاليف الحدية ينخفض في البداية بسرعة أكبر من انخفاض التكاليف المتوسطة الكلية إلى أن يصل إلى النقطة الصغرى يبدأ بعدها في الارتفاع و أثناء صعوده يقطع منحنى التكاليف المتوسطة المتغيرة في النقطة الدنيا, ويقطع منحنى التكلفة المتوسطة الكلية، وابتداء من نقطة التقاطع هذه يرتفعان معا ولكن منحنى التكاليف الحدية يكون أسرع صعودا من منحنى التكاليف المتغيرة.

2-6- العلاقة بين منحنيات الإنتاج ومنحنيات التكلفة في الفترة القصيرة:

هناك تناظر بين منحنيات الإنتاج في الفترة القصيرة ومنحنيات التكلفة في نفس الفترة هذا التناظر يتم بين:

- الإنتاج الكلي من جهة و التكاليف الكلية من جهة أخرى أو التكاليف المتغيرة.
- الإنتاج المتوسط من جهة و التكاليف المتوسطة المتغيرة من جهة أخرى.
- الإنتاج الحدي من جهة و التكاليف الحدية من جهة أخرى.

- ويمكن تلخيص هذه العلاقة فيما يلي:

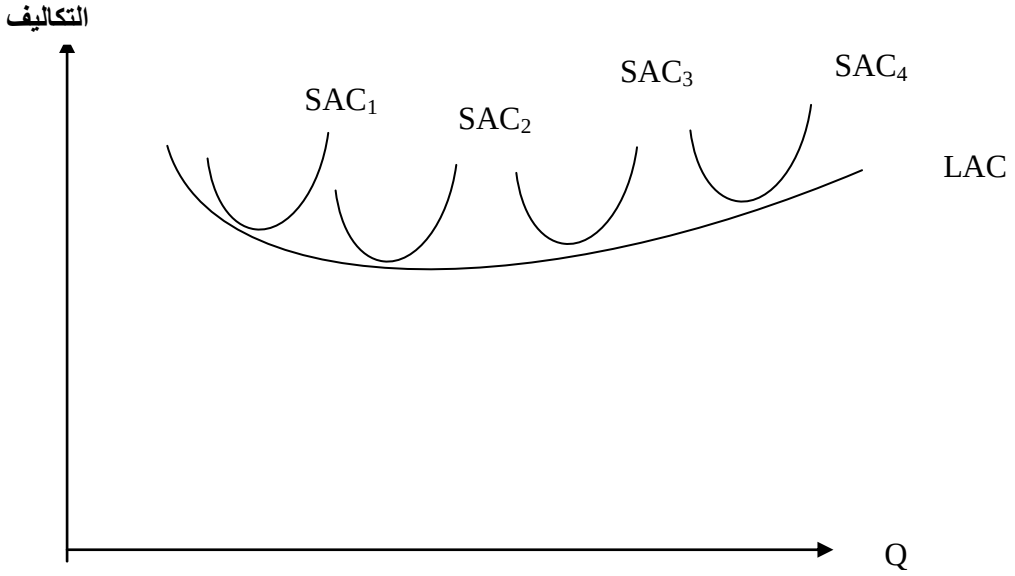
منحنيات الإنتـــــاج	منحنيات التكـــــاليف
في البداية يأخذ الإنتاج الكلي في الزيادة بمعدل متزايد ثم يتزايد بمعدل متناقص.	في البداية تأخذ التكاليف المتغيرة بالزيادة بمعدلات متناقصة ثم بمعدلات متزايدة.
يزداد الإنتاج المتوسط حتى يبلغ نهايته العظمى ثم يبدأ بعدها في التناقص.	تنخفض التكاليف المتوسطة المتغيرة حتى تبلغ نهايتها الصغرى ثم تبدأ بعدها في التزايد.
يزداد الإنتاج الحدي حتى يبلغ نهايته العظمى قبل الإنتاج المتوسط, ثم يبدأ في الانخفاض ويقطع منحنى الإنتاج المتوسط في نهايته العظمى، ويستمر في الانخفاض بمعدل أسرع من الإنتاج المتوسط.	تنخفض التكاليف الحدية حتى تبلغ نهايتها الصغرى (الدنيا) قبل التكاليف المتوسطة المتغيرة, ثم تبدأ في الزيادة حتى تقطع منحنى التكاليف المتوسطة المتغيرة في نهايتها الصغرى وتستمر في الارتفاع بمعدل أسرع منها.

3 - تكاليف الإنتاج في الفترة الطويلة:

نقصد بالأجل الطويل تلك الفترة التي تكون كافية كي يستطيع المنتج أو المؤسسة تغيير كل عوامل الإنتاج، وهو عكس الفترة القصيرة حيث يكون المنتج غير قادر على تغيير عوامل الإنتاج، و عليه فانه في الفترة الطويلة ليس هناك تكاليف ثابتة , بل كل التكاليف تكون متغيرة, فالمنتج يكون قادر على إقامة كل الاستثمارات التي يرغب فيها، وكذلك إقامة المصانع و المشاريع التي يخطط لها.

3-1- منحنى التكلفة المتوسطة في الأجل الطويل:

منحنى التكلفة المتوسطة في الفترة الطويلة يبين أدنى تكلفة إنتاجية للوحدة الواحدة التي تتحملها المؤسسة عندما يكون أي مستوى ترغب فيه المؤسسة قادرة على تحقيقه , ويتحدد هذا المنحنى هندسيا بأنه غلاف لكل منحنيات التكلفة المتوسطة في الفترة القصيرة (قصيرة الأجل) ويأخذ الشكل التالي:



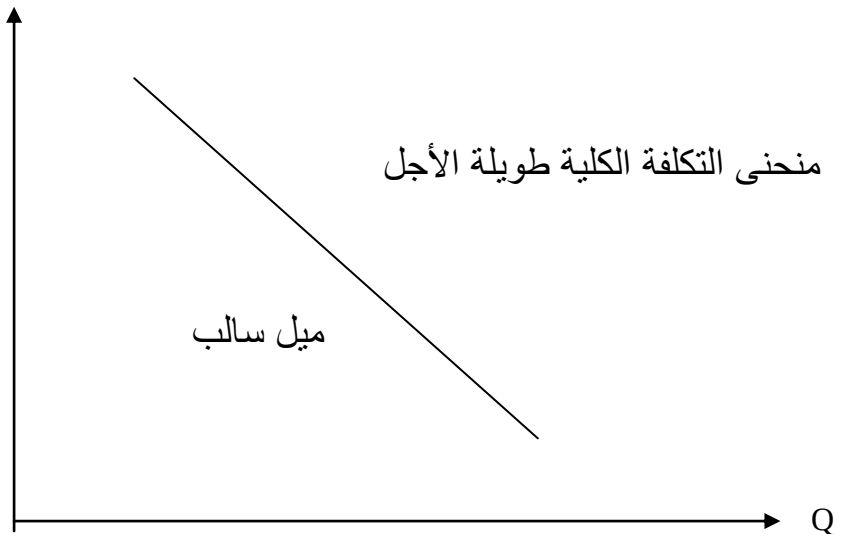
- **شكل منحنى التكلفة المتوسطة في الفترة الطويلة:**

مثل منحنى التكلفة المتوسطة في الفترة القصيرة , منحنى التكلفة المتوسطة في الفترة الطويلة ينحدرفي بدايته حتى يصل نقطته الدنيا ثم يبدأ بعدها في الارتفاع . وإذا كان سبب شكل منحنى التكلفة المتوسطة للفترة قصيرة راجع لقانون الغلة المتناقصة (الناتج عن وجود عوامل الإنتاج الثابتة) فإنه في المدى الطويل لا توجد عوامل ثابتة , ولذلك يمكن أن نرجع سبب الشكل الذي يأخذه منحنى التكلفة المتوسطة للفترة طويلة لوجود غلة الحجم .

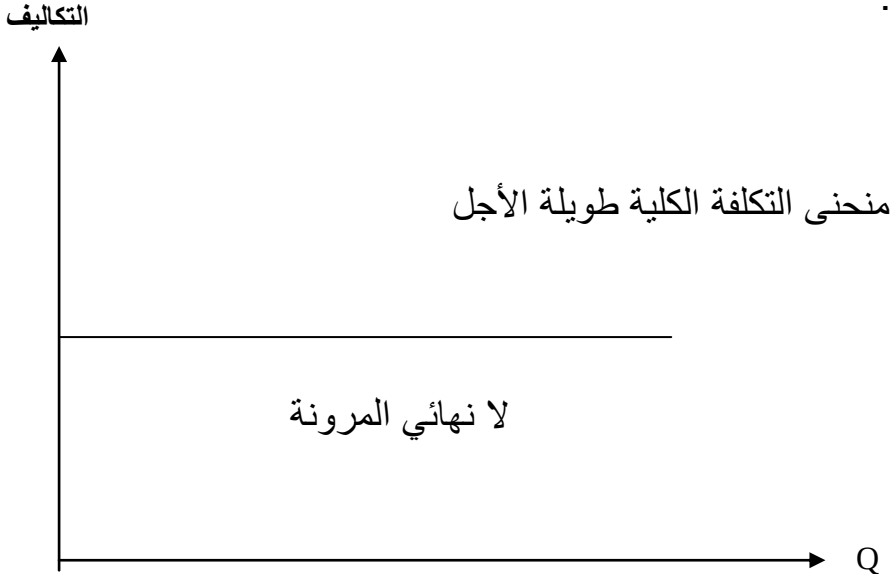
عندما ننتقل من مستويات إنتاج دنيا إلى مستويات عليا نحصل على غلة الحجم المتزايدة، مما يجعل التكلفة المتوسطة تنخفض أو تكون متناقصة، وعندما نصل إلى قاعدة المنحنى نحصل على غلة الحجم الثابتة، مما يجعل التكلفة المتوسطة ثابتة، في هذا الجزء وعندما يزيد مستوى الإنتاج يتجه منحنى التكلفة المتوسطة إلى الارتفاع وهذا دليل على وجود غلة الحجم المتناقصة،مما يجعل التكلفة المتوسطة تزيد، و يمكن تمثيل الحالات المختلفة لميل منحنى التكلفة الكلية طويلة الأجل تبعا لغة الحجم بيانيا كما يلي:

- ميل منحنى التكلفة الكلية في الفترة الطويلة يكون سالبا في حالة تناقص التكلفة بسبب غلة الحجم المتزايدة.

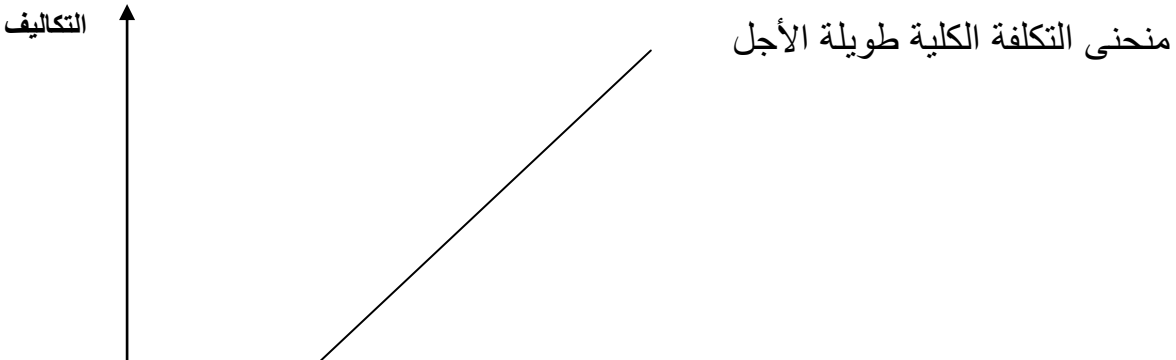
التكاليف



- ميل منحنى التكلفة الكلية في الفترة الطويلة يكون لانهائي المرونة في حالة ثبات التكلفة بسبب غلة الحجم الثابتة.



- ميل منحنى التكلفة الكلية في الفترة الطويلة يكون سالبا في حالة تناقص التكلفة بسبب غلة الحجم المتزايدة.

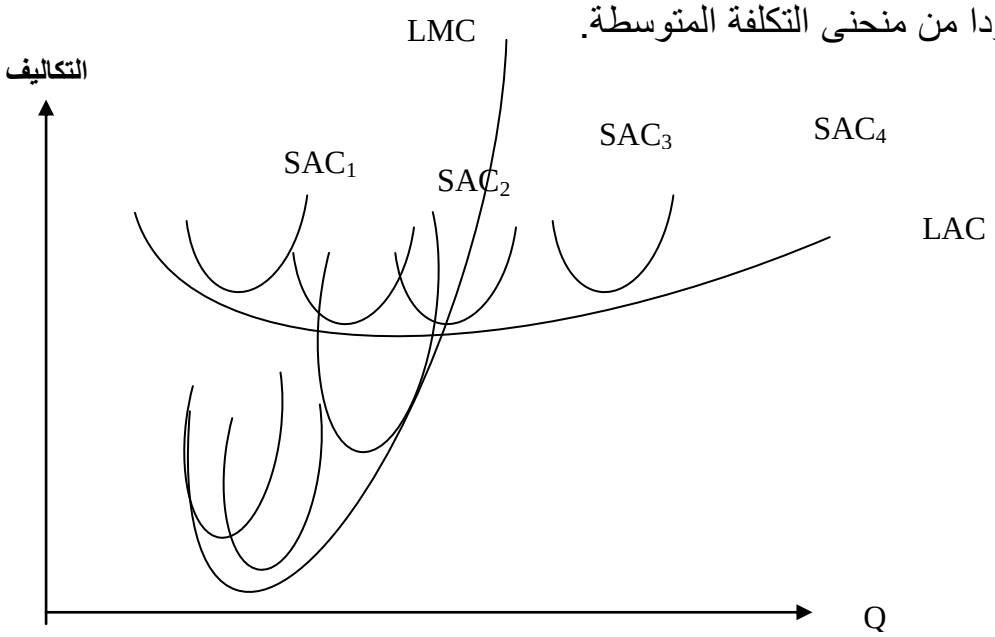


ميل موجب

Q

2-3- التكلفة الحدية طويلة الأجل :

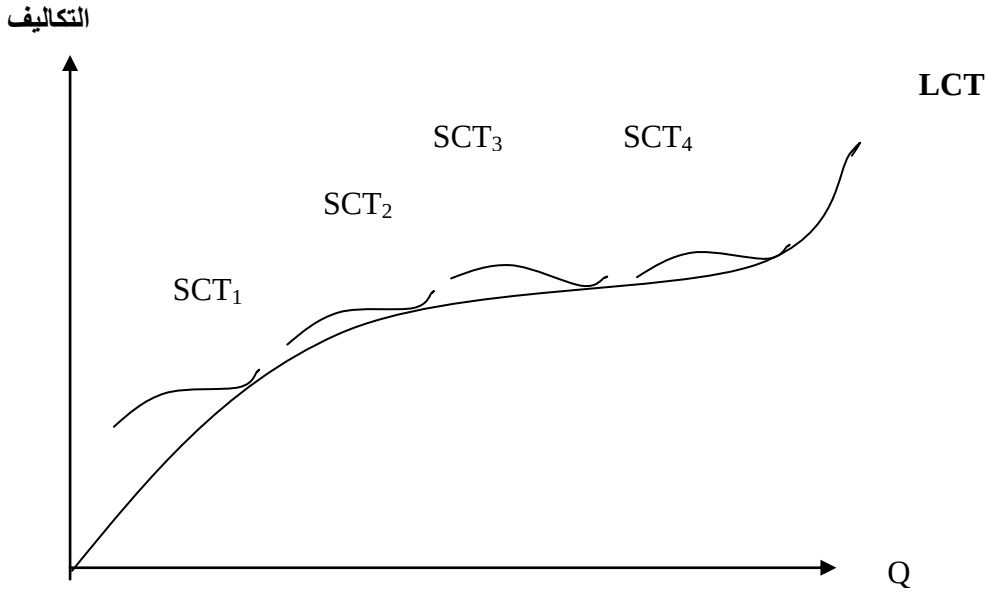
هي عبارة عن التغير في التكلفة الكلية طويلة الأجل الناتج عن التغير في الإنتاج بوحدة واحدة، ويأخذ هذا المنحنى شكل حرف U، حيث ينخفض في البداية إلى أن يصل إلي نهايته الصغرى ، ثم يبدأ بعدها في الارتفاع، حيث يقطع منحنى التكلفة المتوسطة طويلة الأجل في نهايته الصغرى (الدنيا)، وبعد هاته النقطة نلاحظ أنهما يتزايدان معا، و لكن منحنى التكلفة الحدية يكون أعلى وأسرع صعودا من منحنى التكلفة المتوسطة.



3-3- منحنى التكلفة الكلية طويلة الأجل:

يبين المنحنى أدنى تكلفة كلية في الأجل الطويل، أي أدنى تكلفة كلية يجب أن يتحملها المنتج للحصول على مستوى معين من الإنتاج Q ، عندما يمكن بناء الحجم المرغوب للمشروع، وهذا المنحنى يمس كل منحنيات التكلفة الكلية في الفترة القصيرة (قصيرة الأجل)، الممثلة لمجموع المشاريع

المختارة، وبعبارة أخرى فهو عبارة عن غلاف لكل منحنيات التكلفة الكلية قصيرة الأجل، و من الملاحظ أن منحنى التكلفة الكلية في الأجل الطويل تبدأ من نقطة الأصل، وهذا دليل على أنه لا توجد تكاليف ثابتة في الأجل الطويل.



- **ملاحظة:**

التكلفة الكلية في الأجل القصير أعلى دائما من التكلفة الكلية طويلة الأجل، لأنه في الفترة الطويلة تستطيع المؤسسة دائما التعديل في أوضاعها حتى يتم الإنتاج عند أدنى تكلفة، و هو مالا يتوفر في الفترة القصيرة.

- **مثال:**

إذا كان لدينا الجدول المبين كالآتي:

حجم الإنتاج Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
LAC	19,6	17	14,9	13	11,7	10,8	10,2	10	10,2	10,6

- أوجد التكلفة الكلية والتكلفة الحدية في الأجل الطويل.

الحل:

1 - إيجاد التكلفة الكلية والتكلفة الحدية في الأجل الطويل: لنا: $LCT = LAC \times Q$ حيث L تمثل الأجل الطويل.

Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
LAC	19,6	17	14,9	13	11,7	10,8	10,2	10	10,2	10,6
LCT	19,6	34	44,7	52	58,5	64,8	71,4	80	91,8	106
MCL	-	14,4	10,7	7,3	6,5	6,3	6,6	8,6	11,8	14,2

الإيـــرادات و الأرباح:

I- الإيرادات:

1 - تعريف الإيرادات:

هي عبارة عن العوائد و المداخيل التي تحصل عليها المؤسسة أثناء نشاطها العادي، ويمكن أن تقسيم الإيرادات إلى ثلاث أنواع هي:

2- الإيـراد الكلـي "RT":

وهو مجموع عوائد البيع التي تحصل عليه المؤسسة من خلال بيع المنتوج، ودالة الإيرادات الكية تكتب بالشكل :

$$RT = P.Q$$

بحيث: RT : الإيرادات الكلية أو المبيعات ، P : سعر بيع الوحدة الواحدة من المنتوج.

Q : هي الكميات المنتجة والمباعة .

3- الإيـراد المتوسط AR :

وهو متوسط ما يحصل عليه المنتج من بيع وحدة واحدة من المنتوج ، ورياضيا يحسب كما يلي:

$$AR = \frac{RT}{Q}$$

ومن الملاحظ انه في حالة المنافسة التامة أو الكاملة فإن الإيراد المتوسط يساوي السعر.

4- الإيـراد الحدي "MR":

وهو عبارة عن العوائد الإضافية التي تتحصل عليها المؤسسة من خلال إنتاج وحدة إضافية (أي مقدار التغير في الإيراد الكلي عندما نزيد الإنتاج بوحدة واحدة)، ورياضيا يمكن حسابه بالشكل التالي:

$$MR = \frac{\Delta RT}{\Delta Q} = \frac{\delta RT}{\delta Q}$$

II- الربـــح:

وهو عبارة عن المكسب الصافي للمؤسسة، أي هو مقدار زيادة الإيرادات الكلية عن التكاليف الكلية ويمكن إيجاد الربح كما يلي:

$$\pi = RT - CT$$

و لكن المهم لكل مؤسسة هو البحث عن تعظيم الربح وليس تحقيق الربح , وبصفة عامة تكون المؤسسة في حالة تعظيم الأرباح إذا كانت الإيرادات الكلية أكبر ما يمكن من التكاليف الكلية , وبما أن المؤسسة من خلال علاقة ايجاد الربح تحصل على دالة الأرباح، فهي تحقق الربح الأعظمي ($RT > CT$) عندما تعظم هذه الدالة (π) ويحقق ذلك عندما تكون المشتقة الجزئية الأولى لهذه الدالة معدومة($\frac{\delta\pi}{\delta Q} = 0$),ولكن الاقتصاديين يستعملون قاعدة أخرى للبحث عن الربح الأعظمي، ومن وجهة النظر هذه فإن المؤسسة تحقق المستوى الأعظمي من الربح عندما يتساوى الإيراد الحدي مع التكلفة الحدية.

$$\frac{\delta\pi}{\delta Q} = 0 \Leftrightarrow \frac{\delta RT}{\delta Q} - \frac{\delta CT}{\delta Q} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\delta RT}{\delta Q} = \frac{\delta CT}{\delta Q}$$

$$\Leftrightarrow MR = MC$$

الإيراد الحدي — التكلفة الحدية

وهذه العلاقة تعني أنه إذا قررت المؤسسة إنتاج الوحدة الأخيرة أو الوحدة الإضافية من المنتوج، و كان العائد الإضافي الذي تحققه يساوي التكلفة الإضافية التي تتحملها المؤسسة فعند ذلك ليس لهذه المؤسسة أي مصلحة في الاستمرار في الإنتاج , لأن أي وحدة إضافية بعد ذلك سوف تكون تكلفتها الحدية أكبر من الإيراد الحدي الذي تقدمه .

- **تمريـــن**:

تتحمل مؤسسة ما تكاليف كلية وفق الدالة التالية: $CT = Q^3 - 4Q^2 + 9Q$

1/ أحسب التكاليف المتوسطة والحدية , أين يتقاطع المنحنيان.

2/ يحدد سعر السلعة $P = 12$, ماهي شروط تعظيم الربح , أحسب قيمته.

الحـــل:1- **حساب التكاليف المتوسطة والحدية, أين يتقاطع المنحنيان.**

$$ACT = \frac{CT}{Q} = \frac{Q^3 - 4Q^2 + 9Q}{Q} = Q^2 - 4Q + 9$$

$$donc: ACT = Q^2 - 4Q + 9$$

$$MC = \frac{\delta CT}{\delta Q} = 3Q^2 - \delta Q + 9$$

$$donc: MC = 3Q - 8Q + 9$$

. يتقاطع منحنى التكاليف المتوسطة ACT مع منحنى التكاليف الحدية MC :

- **الطريقة الأولى**:عندما يكون: $ACT = MC$

$$\Leftrightarrow Q^2 - 4Q + 9 = 3Q^2 - 8Q + 9$$
$$\Leftrightarrow 3Q^2 + Q^2 - 8Q + 4Q = 0$$
$$\Leftrightarrow 2Q^2 - 4Q = 0$$
$$\Leftrightarrow 2Q(Q-2) = 0$$
$$\Leftrightarrow Q = 2$$

- **الطريقة الثانية:** منحنى التكلفة الحدية MC يقطع منحنى التكاليف المتوسطة ACT في نهايته الدنيا.أي : $(AC)' = 0$

$$\Leftrightarrow 2Q - 4 = 0$$
$$\Leftrightarrow 2Q = 4$$
$$\Leftrightarrow Q = \frac{4}{2}$$
$$\Leftrightarrow Q = 2$$

2- **حساب الربح**:

$$\pi = RT - CT$$

$$\Leftrightarrow \pi = (P \cdot Q) - (Q^3 - 4Q^2 + 9Q)$$
$$\Leftrightarrow \pi = 12Q - Q^3 + 4Q^2 - 9Q$$
$$\Leftrightarrow \pi = Q^3 + 4Q^2 + 3Q$$

$$\frac{\delta \pi}{\delta Q} = 0$$

$$\Leftrightarrow -3Q^2+8Q+3=0$$
$$\Leftrightarrow \Delta=64+36$$
$$\Leftrightarrow \Delta=100$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} Q_1=\dfrac{-8-10}{-6}=3 & \text{(مقبولـــة)} \\ Q_2=\dfrac{-8+10}{-6}=-\dfrac{1}{3} & \text{(مرفوضـــة)} \end{cases}$$

ومنه: $Q_1=3 \Leftrightarrow \pi=-(3)^3+4(3)^2+3(3)$

$\pi=18$ و هي قيمة الربح الاعظمي.

- **مثال02:** يبين الجدول التالي الكميات المختلفة التي تنتجها مؤسسة في سوق المنافسة التامة و تكاليف إنتاجها:

Q	CF	CV
1	100	80
2	100	140
3	100	180
4	100	200
5	100	235
6	100	310
7	100	420
8	100	560

فإذا عرفت أن سعر بيع الوحدة كان 75 دج عند جميع مستويات الإنتاج .

المطلوب: - حساب التكلفة الكلية للإنتاج.
- حساب الإيراد الكلي.
- حساب الربح.

- **الحل:- حساب التكلفة الكلية، و الإيراد الكلي، و الربح:**

لدينا: $\pi=RT-CT,\ RT=P.Q,\ CT=CV+CF$

Q	1	2	3	4	5	6	7	8
C F	100	100	100	100	100	100	100	100
C V	80	140	180	200	235	310	420	560
C T	180	240	280	300	335	410	520	660
P	75	75	75	75	75	75	75	75
R T	75	150	225	300	375	450	525	600
MR	75	75	75	75	75	75	75	75
M C	–	60	40	20	35	75	110	140
π	−150	−90	−55	0	40	40	5	−60

✓ كمية الإنتاج التي تعظم الربح هي: Q=6 ، حيث تكون قيمة الربح الاعظمي:π=40

عندها يكون: MC=MR =75.