UNIVERSITE PARIS VAL DE MARNE
FACULTÉ DE SCIENCES
ÉCONOMIQUES ET DE GESTION
61 avenue du Général de Gaulle, 94010
Créteil Cedex

Analyse Economique du consommateur et du producteur 1 - MICROECONOMIE

Licence d'Economie et Gestion - Première année
Groupe TD N°1 : Gwenn PARENT

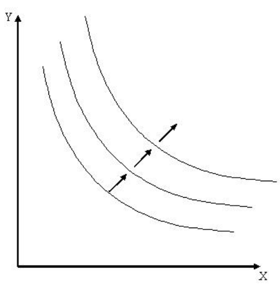
CORRECTION de l'interrogation N°1

Question de cours : (3 points)

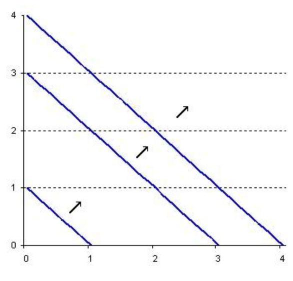
1. **Expliquez ce qu'est l'axiome de convexité.**
   Hypothèse de convexité : Si un consommateur préfère le panier A au panier B, il préfèrera tout panier formé par le mélange des paniers A et B au panier B.
   Supposons que (y_1, y_2) et (x_1, x_2) soient des paniers vis-à vis desquels le consommateur est indifférent. L'axiome de convexité signifie que le consommateur préfère les "moyennes aux extrêmes", toutes les moyennes pondérées de (y_1, y_2) et (x_1, x_2) sont faiblement préférées à (y_1, y_2) et à (x_1, x_2). Un ensemble convexe à la propriété suivante : pour toute paire de points appartenant à cet ensemble, le segment de droite qui relie ces deux points est entièrement inclus dans cet ensemble. Cf la forme des courbes d'indifférence des biens normaux plus bas.

2. **Tracez trois petits graphiques présentant les courbes d'indifférence pour :**

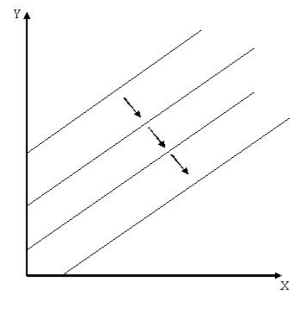
a) deux biens normaux



b) deux biens parfaitement substituables (X et Y)



c) le bien Y indésirable et le bien X désirable



QCM : (3 points)

Ces propositions sont-elles vraies ou fausses ? Expliquez pourquoi les propositions fausses le sont.

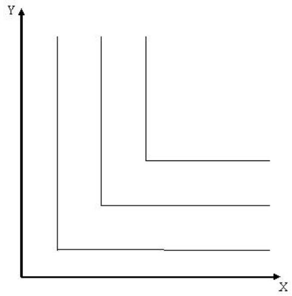
1. $y = \frac{U}{2x}$ **peut être l'équation générale des courbes d'indifférence pour une certaine fonction d'utilité** $U(x, y)$**.**
   VRAI. En effet, les courbes d'indifférence sont l'expression des préférences du consommateur. Or ces préférences ne tiennent pas compte ni des prix des biens, ni de son revenu. Pour une fonction d'utilité $U(x, y)$ qui dépend donc des variables x et de y, on obtient une équation de courbe d'indifférence $y = f(U, x)$ fonction du niveau d'utilité fixé U et de la quantité de bien x, $y = \frac{U}{2x}$ est bien

une fonction de U et de x, donc il s'agit de l'équation générale des courbes d'indifférence pour une certaine fonction d'utilité $U(x, y)$.

2. **Une courbe d'indifférence relie tous les paniers de biens (X,Y) que le consommateur peut acheter avec son revenu R.**
   FAUX. Une courbe d'indifférence relie tous les paniers de biens (X,Y) entre lesquels le consommateur est indifférent. La courbe d'indifférence relie donc tous les paniers de biens de même niveau d'utilité pour le consommateur. La courbe (en l'occurrence c'est une droite) qui relie tous les paniers de biens (X,Y) que le consommateur peut acheter avec son revenu R est la droite de budget.

3. **Le Taux Marginal de Substitution de deux biens complémentaires parfaits n'est pas continu.**

   VRAI. En effet, le taux marginal de substitution est la pente de la courbe d'indifférence en tout point, or cette pente n'est pas continue dans le cas de biens complémentaires parfaits, car le TMS vaut 0 (sur la partie horizontale des courbes d'indifférence) ou ∞ (sur la partie verticale des courbes d'indifférence). Il y a donc un point de discontinuité du TMS (qui correspond à l'angle, ou le "coin" formé par les CI). Cf. graphique



4. $TMS_{\frac{X}{Y}} = \frac{U'_X}{U'_Y}$.
   FAUX. C'est l'inverse : $TMS_{\frac{X}{Y}} = \frac{U'_Y}{U'_X}$

Exercice : (14 points)

La fonction d'utilité d'un consommateur s'écrit : $U(X_1, X_2) = \frac{1}{2}\ X_1 X_2$.
Soit P_1 le prix du bien 1, et P_2 le prix du bien 2. Soit R le revenu nominal du consommateur. On suppose que ce consommateur alloue l'intégralité de son revenu à l'achat des biens 1 et 2.

1. **Donnez l'équation générale des courbes d'indifférence de ce consommateur. Tracez les courbes d'indifférence pour $U = 2$ et pour $U = 4$.**
   Une courbe d'indifférence relie tous les paniers de biens (X_1, X_2) entre lesquels le consommateur est indifférent et retire une utilité U. C'est donc la courbe de tous les paniers de biens qui procurent au consommateur le même niveau de satisfaction (ou d'utilité) U.

   Nous avons $U(X_1, X_2) = \frac{1}{2}\ X_1 X_2$, donc on cherche à exprimer les CI (courbes d'indifférence) de ce consommateur dans le plan (X_1, X_2) : Fixons d'abord le niveau d'utilité de la CI : soit U le niveau d'utilité retiré par le consommateur. L'équation de la courbe d'indifférence de niveau U se trouve de la manière suivante :

$$X_2 = \frac{U}{\frac{1}{2}\ X_1}$$

   Soit en simplifiant, on peut donner l'équation générale des courbes d'indifférences de ce consommateur :

$$\boxed{X_2 = \frac{2U}{X_1}}$$

   Nous avons donc :
   – Pour $U = 2$, l'équation de la courbe d'indifférence $X_2 = \frac{4}{X_1}$
   – Pour $U = 4$, l'équation $X_2 = \frac{8}{X_1}$

Nous pouvons représenter graphiquement ces deux courbes d'indifférence, en prenant pour le tracé, quelques points de chaque courbe. Voir le graphique final en page 4.

2. **Donnez la définition d'une droite de budget et son équation dans le cas général. Application numérique pour $P_1 = 4$, $P_2 = 6$ et $R = 24$. Représentez cette droite de budget sur le même graphique que les courbes d'indifférence précédentes. Quelle conclusion pouvez-vous tirer graphiquement quant au niveau maximal d'utilité (U_{MAX}) que le consommateur pourra atteindre ?**

   La courbe droite de budget est la droite qui relie tous les paniers de biens (X_1, X_2) que le consommateur peut acheter avec son revenu nominal R.

   L'équation de la droite de budget dans le cas général est : $R = P_1X_1 + P_2X_2$.
   Donc ici, nous avons une droite de budget d'équation $24 = 4X_1 + 6X_2$, que nous pouvons représenter dans le plan (X_1, X_2) en exprimant X_2 par rapport à la variable X_1 : $6X_2 = 24 - 4X_1$ donc :

$$\boxed{X_2 = 4 - \frac{2}{3}X_1}$$

   Voir le graphique final en page 4.

   Nous remarquons que la droite de budget coupe la CI de niveau $U = 2$, donc le consommateur peut encore augmenter son utilité en passant à une CI de niveau supérieur. En revanche, la CI de niveau $U = 4$ ne coupe pas la droite de budget et ne la "touche" pas, donc le consommateur ne pourra pas obtenir un niveau de satisfaction égal à 4 avec son revenu R. On peut donc en conclure que le niveau maximal d'utilité que le consommateur pourra atteindre compte tenu des prix fixés et de son revenu est compris entre 2 et 4.

3. **Qu'est ce que le Taux Marginal de substitution ? Donnez la formule de $TMS_{\frac{X_2}{X_1}}$ et calculez le pour la fonction d'utilité donnée.**

   Taux marginal de substitution : pour tout couple (X_1, X_2), le TMS du bien X_2 au bien X_1 (noté $TMS_{\frac{X_2}{X_1}}$) est la quantité additionnelle de bien X_2 nécessaire pour compenser la diminution d'une unité du bien X_1, alors que le consommateur reste au même niveau d'utilité.
   Nous savons que : $TMS_{\frac{X_2}{X_1}} = \frac{U'_{X_1}}{U'_{X_2}}$ tout au long de la courbe d'indifférence.
   Il faut donc calculer les utilités marginales de X_1 et de X_2 :
   $U'_{X_1} = \frac{\partial U(X_1,X_2)}{\partial X_1} = \frac{1}{2}X_2$
   De la même manière :
   $U'_{X_2} = \frac{\partial U(X_1,X_2)}{\partial X_2} = \frac{1}{2}X_1$
   On a donc : $TMS_{\frac{X_2}{X_1}} = \frac{\frac{1}{2}X_2}{\frac{1}{2}X_1} = \frac{X_2}{X_1}$

$$\boxed{TMS_{\frac{X_2}{X_1}} = \frac{X_2}{X_1}}$$

4. **Posez le problème de maximisation du consommateur et résolvez-le <u>par la méthode du Lagrangien</u> avec les valeurs numériques précédentes ($P_1 = 4$, $P_2 = 6$ et $R = 24$). Représentez le panier optimal du consommateur sur votre graphique.**

   Le programme d'optimisation du consommateur s'écrit de la manière suivante :

$$\begin{cases} max \;\; U(X_1, X_2) = \frac{1}{2}\; X_1X_2 \\ S.C. \;\; : \;\; 24 = 4X_1 + 6X_2 \end{cases}$$

   Lagrangien du programme d'optimisation :

$$L(X_1, X_2, \lambda) = \frac{1}{2}\; X_1X_2 + \lambda(24 - 4X_1 - 6X_2)$$

   Résolution du programme d'optimisation : Conditions du premier ordre du programme :

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial X_1} = 0 \\ \\ \frac{\partial L}{\partial X_2} = 0 \\ \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} \frac{1}{2}X_2 - 4\lambda = 0 \\ \\ \frac{1}{2}X_1 - 6\lambda = 0 \\ \\ 24 - 4X_1 - 6X_2 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} \lambda = \frac{X_2}{8} \\ \\ \lambda = \frac{X_1}{12} \\ \\ 24 = 4X_1 + 6X_2 \end{cases}$$

Soit encore :

$$\iff \begin{cases} \frac{X_2}{8} = \frac{X_1}{12} \\ \\ \lambda = \frac{X_1}{12} \\ \\ 24 = 4X_1 + 6X_2 \end{cases} \iff \begin{cases} X_1 = \frac{3}{2}X_2 \\ \\ \lambda = \frac{X_1}{12} \\ \\ 24 = 4 * \frac{3}{2}X_2 + 6X_2 = 12X_2 \end{cases} \iff \begin{cases} X_2 = 2 \\ \\ X_1 = 3 \end{cases}$$

$$\boxed{\text{Le point C de coordonnées } X_1^* = 3 \text{ et } X_2^* = 2 \text{ correspond au choix optimal du consommateur (cf graphique)}}$$

Il faudrait également vérifier les conditions du second ordre pour vérifier qu'il s'agit bien d'un maximum et non d'un minimum, mais cela n'était pas attendu dans cette interro.

5. **Quelle autre méthode que celle du Lagrangien aurait-on pu utiliser ?**
Nous savons qu'à l'optimum, le TMS est égal au rapport des prix, donc nous aurions pu retrouver le même résultat en appliquant la formule :

$$TMS_{\frac{X_2}{X_1}} = \frac{U'_{X_1}}{U'_{X_2}} = \frac{P_1}{P_2}$$

Or d'après la question 3), on a $TMS_{\frac{X_2}{X_1}} = \frac{X_2}{X_1}$, donc :
$TMS_{\frac{X_2}{X_1}} = \frac{X_2}{X_1} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{4}{6}$, soit :
$X_1 = \frac{3}{2}X_2$ que l'on peut à nouveau remplacer dans la droite de budget (cf. fin de la question 4)
Graphique :