الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة عبد الحميد مهري – قسنطينة 2

كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير

مطبوعة بعنوان:

محاضرات في الاقتصاد الجزئي

من إعداد
الدكتور
عبد القادر بوالسبت

السنة الجامعية 2018-2019

مقدمة

يعتبر الإقتصاد الجزئي من بين أهم المقاييس المدرسة في مختلف كليات العلوم الإقتصادية و علوم التسيير في مختلف مناطق العالم ، بل لا يكاد يخلوا أي تخصص من التخصصات الجامعية إلا و فيه شيء من محتويات هذا المقياس ،

و سوف نتطرق في هذه المقدمة إلى مجموعة من الأمور الموجودة بشيء من التفصيل أو الإختصار في مختلف كتاب الإقتصاد الجزئي ، و التي تشكل - باعتقادنا - مدخلا ضروريا

لأخذ فكرة أولية عن طبيعة و فحوى المواضيع المكونة لمحتوياته - الإقتصاد الجزئي – و التي يمكن حصرها في الجوانب التالية :

أولا : تعريف علم الإقتصاد .

ثانيا : ماهية المشكلة الإقتصادية .

ثالثا : النظرية الإقتصادية .

رابعا : أدوات التحليل الإقتصادي .

و فيما يلي توضيح لمختلف هذه النقاط

أولا : تعريف علم الإقتصاد

الإقتصاد لغة يعني التوسط بين الإسراف و التقتير ، فقد جاء في مختار الصحاح القصد بين الإسراف و التقتير فيقال فلان مقتصد في النفقة .

أما اصطلاحا فهو - الإقتصاد – كلمة يونانية مكونة من قسمين (oikos)و تعني " المنزل " و (nomos) وتعني " قانون " أو " التدبير أو الإدارة " و بالتالي يصبح معنى الإقتصاد " ترتيب أو إدارة البيت " أو " علم قوانين الإقتصاد المنزلي " أو " علم قوانين الذمة المالية المنزلية " ، و يمكن تعميم هذا المعنى فنقول إدارة المؤسسة أو أي نشاط اقتصادي بكفاءة .

و يعود الفضل في إبراز هذا المعنى إلى (أرسطو طاليس) اليوناني الجنسية .

و في الحديث - دوما - عن تعريف علم الإقتصاد يمكن القول أن تاريخ الفكر الإقتصادي يحصي أكثر من تعريف لهذا العلم ، و لعل السبب في كثرة هذه التعاريف هو اختلاف وجهات نظر الإقتصاديين حول طبيعة و فحوى المواضيع التي ينبغي أن يعنى بها هذا العلم ، لكن و دون الخوض في سرد هذه التعاريف سوف نكتفي في هذا المقام بذكر تعريفين لإقتصاديين بارزين و متلائمين مع طبيعة المشكلة التي يعنى بها علم الإقتصاد عامة و الإقتصاد الجزئي خاصة .

التعريف الأول : للإقتصادي الفرنسي ريمون بار " R . BARRE "

يعرف هذا الإقتصادي الإقتصاد بأنه ذلك العلم الذي يبين الطرق التي يسلكها الأفراد و المجتمعات لمواجهة احتياجاتهم المتعددة و التي لا حصر لها بإستعمال وسائل محدودة .

التعريف الثاني : للإقتصادي النمساوي ليونيل روبينز " L . ROBINS"

يعرف علم الإقتصاد بأنه ذلك العلم الذي يهتم بدراسة السلوك الإنساني كحلقة اتصال بين الغايات (الحاجات) المتعددة و الوسائل (الموارد) النادرة ذات الإستعمالات البديلة .

و بالتمعن في محتوى هذين التعريفين نلاحظ أنهما يركزان على أمرين أساسيين .

الأمر الأول : و يتعلق بتعدد الحاجات (الغايات)

الأمر الثاني : و يتعلق بندرة الوسائل (الموارد) ذات الاستعمالات البديلة

إن التفاوت الموجود بين الحاجات و الموارد يعبر عنه في الاصطلاح الإقتصادي بإسم " المشكلة الإقتصادية " .

و من هذا المنطلق تبقى المشكلة الإقتصادية و فهم طبيعتها و طرق حلها أو التخفيف من وطأتها موضوع الدراسة الإقتصادية في معناها الواسع ، و لعل هذا هو السبب الذي دفع ببعض الإقتصاديين إلى تعريف علم الإقتصاد بأنه ذلك العلم الذي دفع ببعض الإقتصاديين إلى تعريف علم الإقتصاد بأنه ذلك العلم الذي يهتم بدراسة المشكلة الإقتصادية بكل أبعادها .

ثانيا : ماهية المشكلة الإقتصادية

انتهينا فيما تقدم إلى أن عجز الموارد عن الوفاء بمختلف الإحتياجات الإنسانية يولد مشكلة ، هي المشكلة الإقتصادية، و عند الحديث عن هذه المشكلة نشير إلى أن المحللين الإقتصاديين يجمعون على أن ثمة مشكلة اقتصادية تستدعي المعالجة ، غير أنهم يختلفون في تحديد طبيعتها و من ثم في وسيلة (وسائل) علاجها .

و لتوضيح كل ذلك نأخذ وجهات النظر التالية فيما يخص هذه المشكلة

وجهة النظر الأولى : و تتمثل في وجهة النظر الرأسمالية ، حيث يرى أصحاب هذه النظرة أن المشكلة الإقتصادية تنشأ من عدم قدرة الموارد الإقتصادية ذات الاستعمالات المختلفة (وسائل إشباع الحاجات الإنسانية) بسبب شح الطبيعة عن الوفاء بالحاجات الإنسانية التي لا حصر لها (لا نهائية) و التي تزداد بزيادة عدد السكان بنسبة أكبر من النسبة التي تزداد بها الموارد متأثرين بذلك بالطرح المالتوسي المتمثل في أن السكان يتزايدون وفق متوالية هندسية بينما الإنتاج يتزايد وفق متوالية حسابية .

وجهة النظر الثانية : و تتمثل في وجهة النظر الإشتراكية ، حيث يرى أصحاب هذه النظرة أن المشكلة الإقتصادية تنشأ عن التناقض الموجود بين شكل الإنتاج و علاقات التوزيع ، و هي بذلك ترجع المشكلة الإقتصادية إلى طبيعة النظام الرأسمالي الذي يقوم على الملكية الخاصة لوسائل الإنتاج على ما في ذلك من جور و ظلم في حقوق العاملين في الحقل الإقتصادي من الطبقات الكادحة .

وجهة النظر الثالثة : وجهة نظر المفكر " محمد باقر الصدر " حيث يرى هذا الأخير في كتابه " اقتصادنا " أن المشكلة الإقتصادية لا تنشأ عن ندرة الموارد (وجهة النظر الرأسمالية) و لا في التناقض الموجود بين شكل الإنتاج و علاقات التوزيع (وجهة النظر الإشتراكية) ، بل أن المشكلة الإقتصادية هي مشكلة إنسانية ابتداءً و انتهاءً ، و يستدل على ذلك بآيات من القرآن الكريم : (اللَّهُ الَّذِي خَلَقَ السَّمَاوَاتِ وَالأَرْضَ وَأَنْزَلَ مِنَ السَّمَاءِ مَاءً فَأَخْرَجَ بِهِ مِنَ الثَّمَرَاتِ رِزْقًا لَكُمْ وَسَخَّرَ لَكُمُ الْفُلْكَ لِتَجْرِيَ فِي الْبَحْرِ بِأَمْرِهِ وَسَخَّرَ لَكُمُ الأَنْهَارَ (٣٢)وَسَخَّرَ لَكُمُ الشَّمْسَ وَالْقَمَرَ دَائِبَيْنِ وَسَخَّرَ لَكُمُ اللَّيْلَ وَالنَّهَارَ (٣٣)وَآتَاكُمْ مِنْ كُلِّ مَا سَأَلْتُمُوهُ وَإِنْ تَعُدُّوا نِعْمَةَ اللَّهِ لا تُحْصُوهَا إِنَّ الإِنْسَانَ لَظَلُومٌ كَفَّارٌ (٣٤))

و ينتهي إلى أن الإنسان الذي يعاني من تبعات المشكلة الإقتصادية هو الذي ضيع على نفسه الفرصة التي منحت له ، حيث سخر له المولى عز وجل هذا الكون الذي يعيش فيه و أودع له في كل مصالحه و منافعه ، ووفر له الموارد التي تكفيه لتغطية مختلف احتياجاته(وَآتَاكُمْ مِنْ كُلِّ مَا سَأَلْتُمُوهُ)و ذلك لإتصافه بصفتين ذميمتين و هما الظلم والكفر (إِنَّ الإِنْسَانَ لَظَلُومٌ كَفَّارٌ)

و يتجسد ظلم الإنسان - حسب وجهة نظره - في سوء توزيع الثروة بين مختلف أفراد أي مجتمع من المجتمعات ، أما كفره فيتجلى في اهماله لإستثمار الطبيعة و الاستفادة من خيراتها استثمارا أمثلا .

الآن و بعد عرضنا لمختلف وجهات النظر حول موضوع المشكلة الإقتصادية سنحاول فيما يلي مناقشة هذه الآراء حتى نتمكن من التعرف على حقيقة هذه المشكلة

بالنسبة لوجهة النظر الرأسمالية : فإن طرحها للمشكلة الإقتصادية يفتقد إلى الموضوعية من زاويتين :

الزاوية الأولى : فيما يتعلق بشح الطبيعة (ندرة الموارد) فإن هذه الأخيرة لو كانت كذلك لما أمكن أن نتصور استمرار الحياة على هذا الكون إلى يومنا هذا على النحو الذي نسمع به و نشاهده .

الزاوية الثانية : و يتعلق بالحاجات اللانهائية ، فالحاجات حتى و إن كانت متعددة غير أنها تبقى محدودة في الزمان

و المكان .

بالنسبة لوجهة النظر الإشتراكية : فإن طرحها للمشكلة الإقتصادية مجانب للصواب و إلا فبماذا نفسر انهيار أكبر دولة كانت متبنية لهذا الفكر (الاتحاد السوفياتي) ، انهيار في جميع مناحي الحياة ، و استمرار الأنظمة الرأسمالية .

و بالنسبة لوجهة النظر الثالثة : فعلى الرغم من تسليمنا بتلك الحقائق التي تضمنتها الآيات المذكورة سابقا ، و في ظل غياب الإسلام و أحكامه في مختلف المجتمعات الإنسانية ، و بحكم الطبيعة الإنسانية التي جبل عليها فإننا نقبل بوجود مشكلة اقتصادية في صورة تفوق الحاجات الإنسانية على وسائل اشباعها (الموارد) إلا أن هذا الخلل لا يعود إلى شح الطبيعة (ندرة الموارد) كما ادعى الرأسماليون و لكن لحكمة ربانية و هي دفع الناس إلى السعي المتواصل ،

و العمل الجاد و الدؤوب من أجل الحصول على الوسائل التي بإمكانها التخفيف من حدة هذه المشكلة الآن ، و بعد تسليمنا بوجود مشكلة اقتصادية على النحو المبين سابقا ، سنحاول فيما يلي الحديث بشيء من الإيجاز عن طرفي هذه المشكلة .

1 - تعدد الحاجات

قبل توضيح مختلف معاني كلمة " التعدد " سنقوم بداية بتعريف الحاجة

أ - تعريف الحاجة :

الحاجة هي إحساس بالحرمان من شيء معين ، إحساس يصاحبه - عادة - ألما (معنويا أو ماديا) ، مما يدفع بصاحب الحاجة إلى السعي في البحث عن الوسيلة التي بإمكانها إزالة ذلك الإحساس .

و من خلال هذا التعريف يمكن القول أن للحاجة ثلاثة أركان أساسية هي :

أ 1 – إحساس بالألم

أ 2 - معرفة الوسيلة التي بإمكانها إنهاء هذا الألم

أ 3 - الرغبة الملحة في استخدام هذه الوسيلة لإزالة ذلك الإحساس

ب - التعدد :

تأخذ كلمة التعدد المعاني الثلاث التالية :

ب 1 - التعدد بالمعنى المعروف لدى عامة الناس و هو الكثرة العددية

ب 2 - التعدد بمعنى التجدد ، ذلك أن إشباع حاجة معينة في فترة زمنية لا ينفي تحددها خلال فترة زمنية أخرى

و هذا مما يزيد من حدة المشكلة الإقتصادية

ب 3 - التعدد بمعنى التنوع فمنها الحاجة للمأكل و منها الحاجة للملبس و للنقل و غيرها من الحاجات .

إن تعدد الحاجات الإنسانية و تنوعها يجعلنا نتساءل فيما إذا كانت كل هذه الحاجات اقتصادية أم لا ؟

كإجابة على هذا التساؤل فإننا نرجح الرأي الذي يعترض على إلصاق الصفة الإقتصادية على الحاجة ، فهذا الوصف ينبغي أن يدرج بالنسبة لوسائل إشباع الحاجات ، و تكون بذلك الحاجة اقتصادية إذا كانت وسيلة إشباعها اقتصادية و العكس بالعكس .

و نشير إلى أن القول بتعدد الحاجات فذلك يعني إمكانية تقسيمها و تصنيفها و سنكتفي في هذا المقام بذكر التقسيمين التاليين :

التقسيم الأول : تقسيم الحاجات بحسب ضرورتها أو درجة إلحاحها

و بموجب هذا التقسيم تقسم الحاجات الإنسانية إلى حاجات ضرورية و أخرى كمالية ، و الحاجة الضرورية تشمل كل ما هو ضروري للمحافظة على حياة الإنسان (ما لم يحن أجله) ، و ضمان تمتعه بنفس قدرته الجسدية التي تسمح له بالإستمرار في عمله على النحو المعتاد ، و من أمثلتها قدر معين من الحاجات الإنسانية (مأكل ، مشرب ،

ملبس ...) أما الحاجة الكمالية فهي تشمل ما ليس ضروريا للمحافظة على الحياة و القدرة على الإلتزام بمهامه ، و تبدأ هذه الحاجات من تلك الحاجات التي بإشباعها تصبح حياة الفرد أسهل و

أيسر ، و من أمثلتها الثلاجة و آلات الغسيل ، ... ، و تنتهي عند تلك الحاجات التي يدخل اشباعها في مجال التفاخر و التباهي كإمتلاك السيارات الفخمة و بناء القصور ، غير أنه و بغض النظر عما يشتمل عليه كل قسم من هذين القسمين ، فإنه من المهم التذكير بأن هذا التقسيم نسبي ذاتيا و مكانيا و زمانيا .

فالتقسيم نسبي ذاتيا بمعنى أن الحاجة الضرورية لشخص معين قد تكون كمالية بالنسبة لشخص آخر و العكس بالعكس ، فهناك من يعتبر اللحم مثلا ضروريا في حين يعتبره آخر كماليا .

و التقسيم نسبي مكانيا فالحاجة الضرورية في مكان معين قد تكون كمالية في مكان آخر ، فالحاجة إلى جهاز التبريد في الأماكن الساخنة تكون ضرورية بينما تصبح كمالية في المناطق الباردة .

و التقسيم نسبي زمانيا بمعنى أن الحاجة الضرورية لشخص معين في زمن معين قد تصبح كمالية بالنسبة له في زمن آخر و العكس بالعكس ، فحاجة الإنسان إلى الماء البارد في فصل الصيف يكون ضروريا ، بينما تصبح كمالية في فصل الشتاء .

التقسيم الثاني : تقسيم الحاجات بحسب طريقة إشباعها

و بموجب هذا التقسيم تقسم الحاجات إلى حاجات جماعية و أخرى فردية و العبرة في الفصل بينهما هي بمن يقوم بعملية الإشباع هل الدولة أم الأفراد و على هذا الأساس فالحاجات التي يتم إشباعها من قبل الدولة تسمى حاجات جماعية ، في حين تكون الحاجات التي يتم إشباعها من قبل الأفراد هي حاجات فردية فحاجة الإنسان للصحة إذا ما تمت بإحدى مستشفيات الدولة تكون حاجة جماعية أما إذا تمت بإحدى العيادات الخاصة فتكون حاجة فردية .

و في نهايتنا عن الحاجات نقول بأن هذه الحاجات المتعددة تشترك فيما بينها بمجموعة من الخصائص لعل من أهمها ما يلي :

الخاصية الأولى : قابلية الحاجة الواحدة للإشباع

إذا ما أخذنا أية حاجة إنسانية بصورة منفردة و توفرت وسيلة إشباعها بصورة كافية فإن هذه الحاجة تكون قابلة للإشباع ، ذلك أن استخدام وحدات متتالية من وسيلة (وسائل) إشباع حاجة ما ، تستعمل بصورة تدريجية على التخفيف من درجة الحرمان ، و يبدوا ذلك واضحا في الحاجات الفيزيولوجية كحاجة الإنسان إلى نوع معين من الأطعمة .

فهب أن شخصا معينا أحس بحاجته إلى بعض أنواع الفاكهة (التفاح مثلا) ، فإنه بتناوله لوحدات متتالية من هذه الفاكهة يشعر بأن حاجته إليها بدأت تقل ، بل أن استمراره في تناول هذه السلعة تجعله عند حد معين غير راغب في الإستهلاك ، و تنعدم حينها رغبته فيها ، و نقول - عندئذ – أن هذا المستهلك قد بلغ مرحلة التشبع ، مع التأكيد إلى أن بلوغ هذا المستهلك مرحلة التشبع و امتناعه عن تناول وحدات إضافية منها في مرحلة زمنية معينة لا ينفي تجددها في مرحلة زمنية أخرى .

الخاصية الثانية : قابلية الحاجات للإحلال (الإستبدال)

و تعني هذه الخاصية بأن حاجة ما بالنسبة لشخص يمكن استبدالها بإشباع حاجة أخرى كالحاجة للقهوة و الحاجة للشاي مثلا ، إذ يمكن استبدال إحداهما محل الأخرى ، و توفر هذه الخاصية في الحاجات يخفف من حدة المشكلة الإقتصادية مع الإشارة إلى وجود بعض الحاجات يتعذر إحلال بعضها محل البعض الآخر ذلك أن الإحلال الناقص هو الأكثر شيوعا بين الحاجات .

الخاصية الثالثة : قابلية الحاجات للإنقسام

بالنظر لكون إشباع أية حاجة إنسانية لا يتم دفعة واحدة ، بل يتم بصورة تدريجية أي على دفعات ، ذلك أنه مع كل درجة من درجات الإشباع تخفف درجة من درجات الألم ، و تخفف درجة من درجات المنفعة ، و هذا لا يتحقق إلا في حالة كون الحاجة قابلة للإنقسام .

الخاصية الرابعة : قابلية الحاجات للتكامل

توجد بعض الحاجات لا يمكن إشباعها إلا بإشباع حاجات أخرى ، فحاجة الإنسان إلى كوب من الحليب مثلا تستدعي الحاجة إلى كل من القهوة و السكر .

2 - ندرة الموارد

و تشمل هذه الموارد كل ما يستخدمه الفرد و المجتمع من وسائل لإشباع احتياجاتهم متمثلة في السلع و الخدمات الإستهلاكية على حد سواء .

إن هذه الوسائل إذا ما قورنت بحاجات الأفراد و المجتمعات تصبح نادرة بالمعنى الإقتصادي ، و ندرة هذه الوسائل متأتية من ندرة ما يعرف بعوامل (عناصر) الإنتاج ، هذه العناصر التي تقسم إلى أربعة أنواع هي :

أ - الأرض أو الموارد الطبيعية

و يشمل هذا العنصر الإنتاجي الأرض و ما عليها من ثروات مختلفة و ما بباطنها من معادن مختلفة ، و بمعنى آخر كل الموارد التي لا دخل للإنسان في وجودها لا من قريب و لا من بعيد ، و إنما هي هبة من هبات المولى عز وجل للناس كافة في هذا الكون .

و تفيد هذه الموارد العملية الإنتاجية من نواحي ثلاث .

أ 1 - فهي توفر مكان العمل ، إذ لا يعقل قيام أي نشاط اقتصادي في غياب عنصر الأرض .

أ 2 - مواد تدخل في تركيبة السلع النهائية (التامة الصنع) و المواد الأولية .

أ 3 - توفر طاقة تعزز من الجهود الإنسانية أو تحل محلها .

ب - العمل

و يقصد بعنصر العمل ذلك المجهود الإنساني المبذول في العملية الإنتاجية لأية سلعة أو خدمة سواء كان هذا المجهود ذهنيا (فكريا) أو بدنيا .

ج - رأس المال

و يتمثل رأس المال في تلك المواد التي يصنعها الإنسان من أجل استعمالها في عملية الإنتاج ، و هي مواد لا تصلح للإستجابة الفورية و المباشرة للإنسان ، و إنما تساعده على الحصول على مواد أخرى تفيه بذلك الغرض (الإشباع المباشر) و يعرف هذا النوع من رأس المال بإسم رأس المال العيني أو المادي و الذي يشتمل على العناصر التالية :

أ 1 - الإمكانات الطبيعية التي تمكن الإنسان من السيطرة عليها و التحكم فيها مثل الحيوانات الأليفة ، و السدود

و قنوات تصريف المياه ...

أ 2 - الآلات و المعدات مهما كان نوعها و شكلها و هي التي يستعملها الإنسان في القطاعات الصناعية و الزراعية و الخدمية .

أ 3 - الأماكن الثابتة التي تصلح مكان للقيام بعمليات الإنتاج كالمصانع و المتاجر و المخازن الزراعية ...

أ 4 - المواد الأولية المستخرجة و القابلة للتحويل فضلا عن المواد الغير منتهية الصنع ، إلى جانب هذا النوع من رأس المال يوجد نوع آخر يعرف باسم (رأس المال النقدي) و يتمثل في تلك الأموال التي تكون بحوزة الأفراد و تمكنهم من الحصول على السلع و الخدمات التي يرغبون فيها .

د - التنظيم

هو نوع من العمل و لكنه يختلف عنه في كونه يتولى الإشراف على عمل الآخرين كما يتولى مهمة اتخاذ القرارات الإقتصادية ، و المنظم سابقا كان هو المالك و بالتالي فهو يتحمل نتائج قراراته ، بينما في الوقت المعاصر فقد انفصلت الملكية عن التنظيم ، فصاحب الملكية شخص و المنظم شخص آخر و بالتالي فصاحب الملكية يتحمل نتائج قرارات غيره .

هـ - المعلومات الفنية

لا يمكن إنتاج أي شيء دون توفر معلومات فنية عن كيفية إنتاجه و الطرق المختلفة للتوليف بين خدمات عناصر الإنتاج من أجل الحصول على أكبر إنتاج ممكن .

إن وجود هذه الندرة - الموارد - بالشكل الذي يتعذر معها إشباع الحاجات الإنسانية يتطلب من الفرد و المجتمع على حد سواء القيام بعملية الاختيار و الاختيار - كما هو معلوم - هو عملية

تنطوي على " الرشد " تتمثل في القيام بموازنة منفعية بين " بدائل " ممكنة و مختلفة لاختيار أفضل بديل ممكن .

ثالثا : النظرية الإقتصادية

ينحصر دور النظرية الإقتصادية شأنها في ذلك شأن أي نظرية علمية أخرى في مساعدتنا على التفسير و التنبؤ بالأحداث ، و التنبؤ العلمي لا يعني تنبؤ بالغيب و لكنه تنبؤ مشروط ، مضمونه إذا حدث شيء معين فإننا نتوقع أن يترتب عن ذلك حدوث أشياء أخرى معينة .

فمثلا تتنبأ النظرية الإقتصادية أنه إذا انخفض سعر سلعة معينة فإننا نتوقع زيادة المبيعات منها ، و أنه في حالة ارتفاع الدخول فإننا نتوقع زيادة نفقات الاستهلاك و الإدخار ، و أنه في حالة ما إذا قل العرض النقدي فإننا نتوقع ارتفاع سعر الفائدة ... إلى غير ذلك من الأحداث و الأحداث المقابلة لها و عموما فإن النظرية الإقتصادية ترتكز على العناصر التالية :

أ - مجموعة من التعريفات تبين بدقة و وضوح تأمين ما نعنيه ببعض المصطلحات .

ب - مجموعة من الافتراضات المقيدة تحدد طبيعة البيئة و الظروف التي تعمل فيها النظرية .

ج - عملية استنتاج منطقي لما يمكن أن يترتب من نتائج بناءا على الإفتراضات السابقة .

د - اختيار مدى صحة النظرية و ذلك من خلال ربط نتائجها بالواقع .

و في مجال علم الإقتصاد تتعدد نظرياته بتعدد ظواهره الإقتصادية ، و لذلك جرت العادة على أن تسمى كل نظرية اقتصادية باسم الظاهرة التي تحاول هذه النظرية دراستها ، فنقول على سبيل المثال و ليس على سبيل الحصر ، نظرية الطلب ، نظرية العرض ، نظرية الإستهلاك ، نظرية الدخل ، نظرية الإدخار ، .... إلى غير ذلك من النظريات التي يفسر كل منها جانبا من جوانب الحياة الإقتصادية أو ظاهرة من ظواهرها أو حدثا من أحداثها .

غير أنه و عند ذكر النظرية الإقتصادية بهذه الصورة أي كتعبير معرف دون نسبها إلى ظاهرة بذاتها ، فإن ذلك يشير إلى نوع معين من أنواع المعرفة الإقتصادية تمثل الخلفية النظرية لعلم الإقتصاد كعلم ، و هي تتكون من قسمين رئيسيين هما : نظرية الإقتصاد الوحدوي أو الجزئي ، نظرية الإقتصاد التجميعي أو الكلي .

و فيما يلي سنحاول تحديد أهم ملامح كل نظرية من هاتين النظريتين .

1 - نظرية الإقتصاد الجزئي

و تعمل هذه النظرية على تزويدنا بتفسير علمي للسلوك الإقتصادي للوحدة الإقتصادية (المستهلك ، المنتج ، السوق)و ذلك في ظل ظروف معينة .

فالمستهلك كوحدة اقتصادية ، و كما تفترض النظرية يتصرف في دخله المحدود بإنفاقه على مختلف السلع

و الخدمات التي يرغب فيها محاولا تحقيق أقصى منفعة ممكنة أو الحصول على كميات من السلع و الخدمات المرغوبة التي تكسبه مستوى معين من المنفعة بأقل إنفاق نقدي ممكن .

و نقول عن المستهلك في الحالتين أنه في حالة توازن .

و المنتج كوحدة اقتصادية ، و كما تفترض النظرية يقوم بشراء أو تأجير خدمات عناصر الإنتاج محاولا تحقيق أقصى إنتاج ممكن ، أو بلوغ حجم معين من الإنتاج بأقل تكلفة ممكنة ، محاولا في نهاية المطاف تحقيق أقصى ربح .

و نقول عن المنتج في جميع هذه الحالات أنه في حالة توازن .

و سوق سلعة (خدمة) معينة ، كوحدة اقتصادية ، يساعدنا على معرفة الطريقة التي يتم بها تحديد سعر السلعة

(سعر التوازن) ، و الكميات المتبادلة منها (كمية التوازن) ، و بذلك يتحقق توازن السوق .

و يطلق على نظرية الإقتصاد الجزئي إسم " نظرية السعر " لارتباطها الوثيق بالسعر سواء على مستوى المستهلك أو على مستوى المنتج أو سوق السلع و الخدمات .

2 - نظرية الإقتصاد الكلي

الإقتصادي الكلي مصطلح تم التعرف عليه في سنة 1933 م من قبل الإقتصادي النرويجي " راجنر فريش Ragner Frich " و هو عبارة عن مجموعة حلول نظرية تتعامل مع الإقتصاد ككتلة واحدة ، و تلامس هذه النظرية مواضيع عدة منها الناتج المحلي الإجمالي ، معدلات البطالة ، الأرقام القياسية للأسعار و ذلك بهدف فهم الإقتصاد المحلي و العالمي و من الأدوات التي يستخدمها الإقتصاديون في هذا المجال تتمثل في الدخل الوطني ، الناتج المحلي ، الإستهلاك المحلي ، الإدخار ، معدلات البطالة ، الإستثمار و التضخم .

و هكذا فالإقتصاد الكلي يركز على دراسة اقتصاد دولة ما ككل أو دراسة القطاعات المختلفة المكونة للإقتصاد ، كدراسة قطاع المستهلكين و الذي يتضمن كل المستهلكين أو دراسة القطاع الحكومي أو قطاع المنتجين أو قطاع العالم الخارجي الذي يتضمن صادرات وواردات السلع و الخدمات .

و في نهاية حديثنا عن كل من نظرية الإقتصاد الجزئي و نظرية الإقتصاد الكلي لنا أن نتساءل عن أيهما أفضل لدراسة الجهاز الإقتصادي لمجتمع ما ، و هل يوجد تعارض بينهما .

للإجابة على هذا التساؤل نبدأ بالقول - أن المتغيرات الكلية تمثل - لا خلاف - مجموع المتغيرات الجزئية ، فالدخل الوطني (متغير كلي) ما هو في الحقيقة سوى مجموع الدخول الفردية (متغيرات جزئية) ، كما أن المستوى العام للأسعار ما هو في واقع الأمر سوى متوسط أثمان السلع و الخدمات .

غير أن استخدام احدى النظريتين دون الأخرى يبدوا غير كاف ، بل قد يؤدي إلى نتائج غير مرغوبة ، إذ ليس من الصواب اعتبار ما ينطبق على الجزء ينطبق بالضرورة على الكل ، و أن ما يصلح للمتغيرات الإقتصادية الجزئية يصلح بالضرورة للمتغيرات الإقتصادية الكلية ، و من ثم يكون من الخطأ تعميم النتائج المتوصل إليها بإحدى النظريتين إلى النظرية الأخرى ، فقد يحدث مثلا أن يكون اقتصاد بلد معين في حالة كساد ، بينما توجد مؤسسة أو أكثر في حالة انتعاش و العكس بالعكس .

مثال آخر عن الإدخار

فالإدخار الفردي (تحليل جزئي) يساعدنا على زيادة الإستثمار و من ثم زيادة الإنتاج و هذا يقود بدوره إلى زيادة الدخل الوطني و من ثم زيادة دخول الأفراد فزيادة الإدخار و تواصل الدورة مسارها طالما أن اقتصاد البلد لم يصل بعد إلى مرحلة التشغيل الكامل .

أما الإدخار الكلي (تحليل كلي) فيكون على حساب المبلغ المخصص للإنفاق الإستهلاكي و يقود ذلك إلى انخفاض الطلب على السلع و الخدمات ، مما يؤدي إلى تراجع الإنتاج (بسبب كساد السلع) فانخفاض في الدخل الوطني ، و تعرض الإقتصاد في نهاية المطاف إلى حالة الكساد .

و هكذا فمن نفس الفعل (الإدخار) وصلنا إلى نتيجتين متعارضتين .

مما تقدم نصل إلى نتيجة مفادها أنه لا يكفي لدراسة عمل الجهاز الإقتصادي لمجتمع ما الإعتماد على نظرية دون سواها ، بل أن مصلحة الإقتصاد الوطني لأي مجتمع من المجتمعات تقتضي استخدام النظريتين جنبا إلى جنب من أجل التوصل إلى نتائج سليمة .

رابعا : أدوات علم الأإقتصاد

لكل علم أدواته الخاصة به تمثل لغة التخاطب بين خاصته فهي لغة التعبير عن اتجاهات الظواهر التي يتضمنها البحث في هذا العلم ، و التحليل الإقتصادي كأي علم آخر له أدواته الخاصة به ، و هي تشمل :

النوع الأول : و تتمثل في بعض المصطلحات المستخدمة في لغة التخاطب العادية ، و لكنها تستخدم في علم الإقتصاد بمعاني و دلالات مختلفة عن معانيها العادية هذه المصطلحات مثل المنفعة ، الندرة ، ...

النوع الثاني : و يشمل بعض المصطلحات التي تعتبر مصطلحات اقتصادية خالصة ، و التي تمثل لغة التخاطب بين أهل الإختصاص مثل : المنفعة الحدية ، التكلفة الحدية ، المضاعف ، المعجل ، ...

النوع الثالث : و يشمل هذا النوع الأدوات الرياضية سواء كانت في صورة رسوم بيانية أو معادلات رياضية ، ...

و تعتبر الدالة الأداة الرياضية التي يعتمدها الباحث الإقتصادي - عادة - للتعبير عن الإرتباطات بين المتغيرات الإقتصادية .

و اهتمامنا بالمتغيرات الحدية يجعلنا نفكر في استخدام التفاضل و النهايات كأدوات رياضية لتحديد مثل هذه التغيرات.

و التكامل كأداة عكسية للتفاضل يمكن أن يساعدنا في الوصول إلى الدالة الأصلية (الكلية) من دالة معطاة

(حدية) .

القسم الأول : نظرية سلوك المستهلك و الطلب

عند الحديث عن نظرية سلوك المستهلك ليس الغرض من وراء ذلك هو أننا بصدد وضع مجموعة من الضوابط

و القواعد التي يتعين على كل مستهلك أن يتقيد بها عند إنفاقه لدخله على مختلف السلع و الخدمات الإستهلاكية التي يرغب فيها و التي تكون في حدود إمكانياته ، و لكن ينبغي أخذ سلوك (تصرف) المستهلك كحقيقة مسلم بها ،

و محاولة تفسير هذا السلوك وفق متطلبات هذه النظرية ، فهي - إذن – نظرية وضعية تصف تصرف المستهلك في السوق مفترضة فيه - المستهلك – اتصافه بصفة الرشادة (العقلانية) أي يتصرف بفطرته و التي ستملي عليه اختيار كميات من السلع المرغوبة بالنسبة له تكسبه أقصى منفعة ممكنة .

و حتى يصل هذا المستهلك إلى هدفه - أقصى منفعة ممكنة – يشترط فيه أن يكون قادرا على مقارنة المنافع التي تكسبه إياها مختلف توليفات السلع (كميات من سلع مختلفة) التي يسمح له دخله بالحصول عليها .

و لدراسة مسألة مقارنة المنافع المكتسبة من مختلف توليفات السلع يوجد مدخلان رئيسيان هما :

مدخل الكميين و الذين تمثلت مساهماتهم في مسألة مقارنة المنافع في النظرية المعروفة باسم " نظرية المنفعة الحدية " .

و مدخل الترتيبيين و الذين تمثلت مساهماتهم في مسألة مقارنة المنافع في النظريتين المعروفتين باسم " نظرية منحنيات السواء " و " نظرية التفضيل المستبان " .

و سوف نكتفي في هذا القسم بدراسة نظريتي المنفعة الحدية و منحنيات السواء .

الفصل الأول : نظرية المنفعة الحدية أو المدخل الكمي للمنفعة

رغم أن الحديث عن موضوع المنفعة قد بدأ في نهاية القرن الثامن عشر من قبل عدد من الإقتصاديين غير أن استخدام المنفعة الحدية كأداة تحليلية لم يظهر إلا في سبعينات القرن التاسع عشر ، بعد أن تم نشر مؤلفات اقتصادية هامة في أوقات متقاربة و لإقتصاديين من جنسيات مختلفة يأتي على رأسهم البريطاني " ويليام جيفونز " " w.Jevons " (1871) و الفرنسي " ليون " " L.Walras " (1874) و النمساوي " كارل مانجر " " K. Manger" (غير مذكور) ، و قد بلغت انجازات هؤلاء الإقتصاديين ذروتها عند اكتشافهم لفكرة (الحد) الذي جاءت منه المنفعة الحدية و التي شكلت انقلابا في الأفكار الإقتصادية التي كانت سائدة في ذلك الوقت لدرجة أنه يطلق عليها أحيانا إسم " الثورة الحدية " أو " الثورة السبعينية " .

الثورة الحدية لاكتشافها فكرة الحد الذي جاء منه مصطلح المنفعة الحدية .

الثورة السبعينية لأن الأفكار الجديدة ظهرت في سبعينيات القرن التاسع عشر و في مجال نظرية سلوك المستهلك تجسدت مساهمة الكميين في النظرية المعروفة باسم " نظرية المنفعة الحدية " هذه النظرية التي قامت على مجموعة من الإفتراضات اتسم بعضها بالتطرف و عدم الواقعية و بعضها الآخر لم يكن سوى مجرد بديهيات (لا يختلف عليها اثنان) توصلت من خلالها إلى بناء نموذج لتوازن المستهلك لا يختلف في نتائجه عن نموذج التوازن الخاص بنظرية منحنيات السواء كما نرى فيما بعد ، و لكن قبل التطرق إلى افتراضات هذه النظرية نقوم في البداية بالتعريف بمصطلحاتها .

1 . 1 . مصطلحات النظرية

لنظرية المنفعة الحدية شأنها في ذلك شأن أي نظرية اقتصادية مجموعة من المصطلحات سنتعرف عليها فيما يلي :

أولا : المستهلك

صفة تطلق على كل شخص يقوم بإنفاقه لدخله كامل أو جزء منه للحصول على توليفات سلعية تقع ضمن رغباته

و في حدود إمكانياته ، كما تطلق على العائلة إذا كان قرار الإنفاق الإستهلاكي يتخذ من قبل فرد واحد من أفرادها.

ثانيا : المنفعة

منفعة الشيء (سلعة أو خدمة) هي قوة خفية في ذلك الشيء تكسبه القدرة على إشباع حاجة لشخص ما في لحظة زمنية معينة و ظرف محدد و يوجد نوعان من المنفعة ، المنفعة الكلية و المنفعة الحدية .

1 - المنفعة الكلية لسلعة ما

تعرف المنفعة الكلية لسلعة ما (X مثلا) بأنها مجموع المنافع التي يكتسبها مستهلك ما من استهلاكه لوحدات متتالية من هذه السلعة و يرمز لها بالرمز UT أوU أو S .

و تمر المنفعة الكلية لأية سلعة في تطورها بالمراحل التالية :

أ - تزداد المنفعة الكلية لسلعة ما بزيادة عدد الوحدات المستهلكة من السلعة و تمر هذه الزيادة بدورها بطورين :

الطور الأول : تزداد المنفعة الكلية للسلعة بمعدل متزايد بمعنى أن منفعة الوحدة الإضافية أكبر من منفعة الوحدة السابقة لها (محتملة الحدوث) .

الطور الثاني : تزداد المنفعة الكلية للسلعة بمعدل متناقص بمعنى أن منفعة الوحدة الإضافية من السلعة أقل من منفعة الوحدة السابقة لها (أكيدة الحدوث) .

ب - تبقى ثابتة ، يحدث ذلك عندما تصبح منفعة الوحدة الإضافية مساوية لمنفعة الوحدة السابقة لها ، و عند هذه المرحلة تصل المنفعة الكلية للسلعة إلى أقصى مستوى لها في حين تكون المنفعة الحدية لها معدومة ، و هذه الوضعية تعرف باسم " وضع أو حالة التشبع " و هي المرحلة التي يجب أن يتوقف عندها المستهلك عن استهلاك السلعة .

ج - تتناقص المنفعة الكلية بزيادة عدد الوحدات المستهلكة من السلعة ، و هذه المرحلة لا يمكن للمستهلك الرشيد أن يتواجد عندها حتى و إن عرضت عليه وحدات السلعة مجانا (دون مقابل) .

قياس المنفعة الكلية

لتقدير المنفعة الكلية لأية سلعة رياضيا نميز بين حالتين :

الحالة الأولى : حالة البيانات المتقطعة

من خلال تعريف المنفعة الكلية يمكن استخلاص العبارة الرياضية المناسبة

$\mathrm{UT}_x = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} Umg_{x_{\mathrm{i}}} = Umg_1 + Umg_2 + \ldots + Umg_{\mathrm{n}}$ Umg_x منفعة الوحدة الواحدة

الحالة الثانية : حالة البيانات المتصلة

تقدر المنفعة الكلية للسلعة في مثل هذه الحالة بالإعتماد على أداة التكامل

$$UT_x = \int Umg_x$$

<u>مثال رقم (1)</u>

الجدول التالي يشتمل على معلومات حول عدد الوحدات المتاحة من إحدى السلع (X) مثلا بالنسبة لأحد المستهلكين و المنفعة الحدية لهذه السلعة

x	0	1	2	3	4	5	6	7
Umg_x	-	12	10	8	5	3	0	- 2

<u>و المطلوب :</u>

تقدير القيم المعبرة عن المنفعة الكلية لهذه السلعة .

<u>حل المثال</u>

تقدر المنفعة الكلية في مثل هذه الحالة من العلاقة الرياضية التالية :

$$UT_X = \sum_{i=1}^{n} Umg_i$$

من أجل $n = 3$ فإن :

$$UT_{X_3} = Umg_{X_1} + Umg_{X_2} + Umg_{X_3}$$

$$= 12 + 10 + 8 = 30 \text{ وحدة منفعة}$$

و بنفس الطريقة يمكن تقدير المنفعة الكلية و هي موضحة في الجدول التالي :

x	0	1	2	3	4	5	6	7
UT_X	0	12	12	30	25			
Umg_X	-	12	10	8	5	3	0	- 2

<u>مثال رقم (2)</u>

نفترض أن المنفعة الحدية لسلعة معينة (X) مثلا معبر عنها بالصيغة الرياضية التالية :

$$Umg_x = 2x^2 - 8x + 16$$

و المطلوب :

تحديد دالة المنفعة الكلية للسلعة (X) .

حل المثال :

تحديد الدالة المعبرة عن المنفعة الكلية للسلعة (X)

بيانات هذا المثال هي بيانات متصلة و تحديد ظاهرة كلية من ظاهرة حدية يتم بالإعتماد على أداة التكامل

$$\int Umg_x = \int \frac{dUT}{dx} = \int dU = (2x^2 - 8x + 16)d_x$$

$$U = \frac{2}{3}x^3 - \frac{8}{2}x^2 + 16x + C$$

$$= \frac{2}{3}x^3 - 4x^2 + 16x + C$$

2 - المنفعة الحدية لسلعة ما

تعرف المنفعة الحدية لسلعة ما بأنها التغير في المنفعة الكلية نتيجة تغير كميات هذه السلعة بوحدة واحدة .

كما أنها تعرف بأنها منفعة الوحدة الإضافية من السلعة أو منفعة الوحدة الأخيرة من السلعة ، و يرمز لها بالرمز Umg .

قياس المنفعة الحدية لسلعة ما

لتقدير المنفعة الحدية لسلعة ما نميز بين حالتين :

الحالة الأولى : حالة البيانات المتقطعة

تقدر المنفعة الحدية للسلعة (X) أو أية سلعة أخرى في مثل هذه الحالة من العلاقة الرياضية التالية :

$$Umg_x = \frac{\Delta UT_x}{\Delta x}$$

و إذا كان $\Delta x = 1$ فإن $Umg_x = \Delta UT_x$

الحالة الثانية : حالة البيانات المتصلة

في حالة البيانات المتصلة قد تكون الظاهرة الإقتصادية (المنفعة الكلية) معتمدة على عامل واحد (كميات سلعة

واحدة) ففي مثل هذه الحالة يصبح التغير فيΔx معبرا عن أصغر كمية موجبة أي $\Delta x \to 0$و نكتب عندئذ :

$$UT_x = f(x) \qquad Umg_x = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta UT_x}{\Delta x} = \frac{dUT_x}{dx}$$

و عندما تكون الظاهرة الإقتصادية معتمدة على أكثر من عامل (أكثر من سلعة)

$$UT = f(x,y)$$

و نكتب عندئذ :

$$Umg_x = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x,y)-f(x,y)}{\Delta x} = \frac{\partial UT}{\partial x}$$

$$Umg_y = \lim_{\Delta y \to 0} \frac{f(x,y+\Delta y)-f(x,y)}{\Delta y} = \frac{\partial UT}{\partial y}$$

مثال رقم (1)

الجدول التالي يشتمل على بيانات افتراضية حول الوحدات المتاحة من إحدى السلع (X مثلا) و المنفعة الكلية المقابلة لهذه الوحدات حسب تقدير أحد المستهلكين

x	0	1	2	3	4	5	6	7
UT_x	0	4	14	20	23	25	25	22

و المطلوب

1 - قدر القيم المعبرة عن المنفعة الحدية للسلعة (X).

2 - من خلال الأرقام المعبرة عن المنفعة الحدية للسلعة (X) حدد اتجاه مسار تطور قيم هذا المصطلح الإقتصادي .

3 - عند أي وحدة من السلعة (X) يبدأ قانون تناقص المنفعة الحدية في السريان .

4 - عند أية وحدة من السلعة (X) يتوقف المستهلك عن استهلاك السلعة و ماذا يمثل هذا الوضع بالنسبة للمستهلك .

5 - هل يستمر المستهلك في استهلاك السلعة أم لا و لماذا ؟

6 - مثل نتائج الجدول بيانيا .

مثال رقم (2)

عبر أحد المستهلكين عن المنفعة الكلية التي تكسبه إياها كميات إحدى المواد الغذائية بالصيغة الرياضية التالية :

$$UT = -\frac{2}{3}x^3 + 6x^2 + 13x$$

و المطلوب

1 - حدد دالة المنفعة الحدية لهذه المادة الغذائية .

2 - عند أية وحدة من هذه السلعة يبدأ سريان قانون تناقص المنفعة الحدية .

3 - عند أية وحدة من هذه السلعة يتوقف هذا المستهلك عن استهلاك السلعة .

مثال رقم (3)

بافتراض أن المنفعة الكلية التي يكتسبها أحد المستهلكين من كميات سلعتين بالصيغة الرياضية التالية :

$$UT_{(x,y)} = 4\sqrt{x}\sqrt{y}$$

و المطلوب :

1 - حدد الدالتين المعبرتين عن المنفعة الحدية لكل من السلعتين (X) و (Y) .

2 - من خلال دراستك لهذه الدالة هل يمكن القول أنها تستجيب لشروط المعقولية .

حل الأمثلة السابقة :

مثال رقم (1)

1 - تقدير القيم المعبرة عن المنفعة الحدية للسلعة (X) :

معطيات هذا المثال تشير إلى أننا أمام حالة البيانات المتقطعة ، و تقدر المنفعة الحدية للسلعة (X) أو أية سلعة أخرى تقدر في مثل هذه الحالة من العلاقة الرياضية التالية : $Umg_x = \frac{\Delta UT_x}{\Delta x}$

و حيث أن $\Delta x = 1$ فإن $Umg_x = \Delta UT_x$

من أجل $x = 5$ فإن $Umg_{x_5} = Umg_{x_5} - Umg_{x_4} = 25 - 23 = 2$

و تقدر باقي القيم المعبرة عن المنفعة الحدية بنفس الطريقة و الجدول التالي يوضح مختلف هذه القيم

x	0	1	2	3	4	5	6	7
UT_x	0	4	14	20	23	25	25	22
Umg_x	-	4	10	6	3	2	0	- 3

2 - من خلال الأرقام المعبرة عن المنفعة الحدية للسلعة (X) الموضحة بالجدول نلاحظ أن المسار الغالب في تطورها هو التناقص ، و هذا تأكيد على سريان قانون تناقص المنفعة الحدية بالنسبة لنتائج هذا المثال و هو قانون عام يسري على جميع السلع و الخدمات دون استثناء .

3 - تعيين الوحدة من السلعة (X) التي يبدأ عندها سريان قانون تناقص المنفعة الحدية :

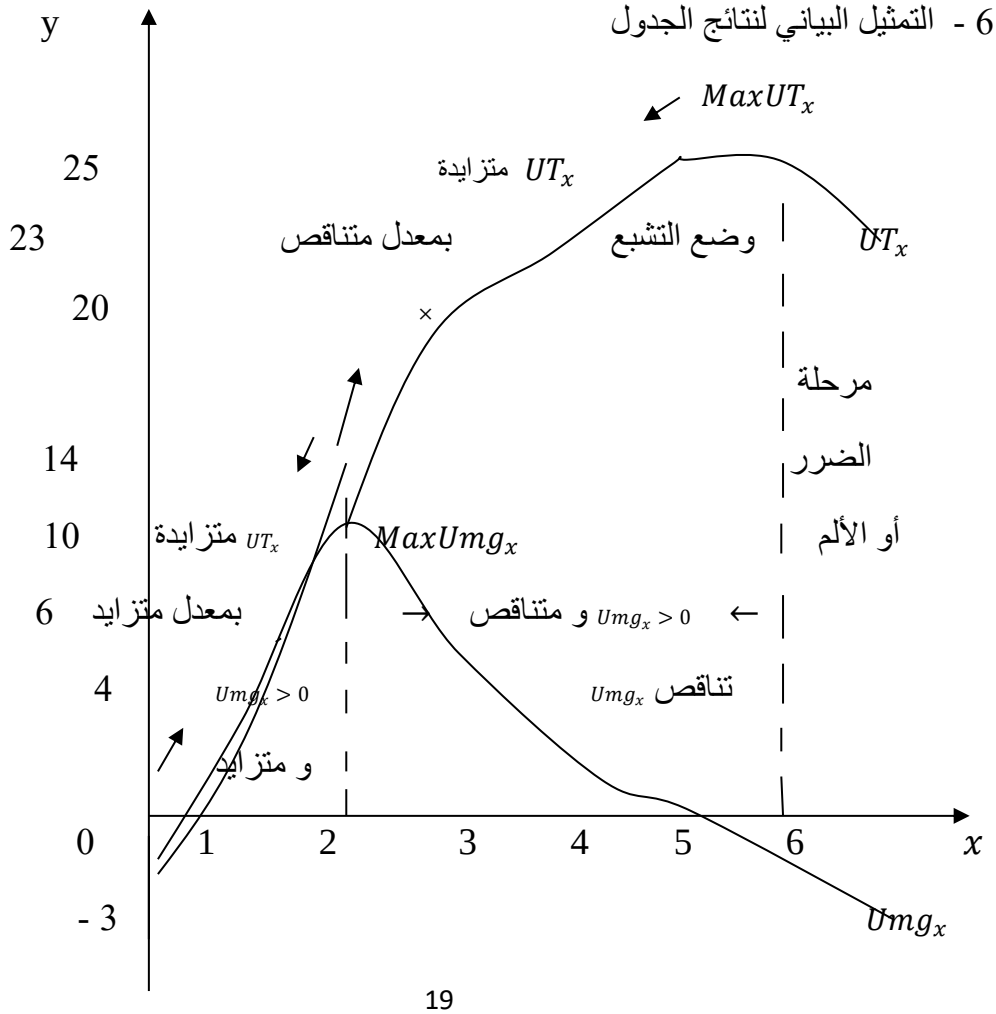
يبدأ سريان قانون تناقص المنفعة الحدية للسلعة (X) أو أية سلعة أخرى عندما تصبح المنفعة الحدية لهذه السلعة أعظمية ، و في مثالنا من أجل الوحدة الثانية ($x = 2$)

4 - تعيين الوحدة من السلعة (X) التي يتوقف عندها المستهلك عن استهلاك السلعة (X) :

يتوقف المستهلك عن استهلاك السلعة (X) أو أية سلعة أخرى عندما يصل إلى وضع التشبع الوضع الذي يتزامن مع كون $(Umg_x = 0)$، في مثالنا من أجل $(x = 6)$

5 - إن هذا المستهلك أو أي مستهلك آخر لا يستهلك السلعة إذا أصبحت منفعتها الحدية سالبة و هذا الوضع يأتي مباشرة بعد وضع التشبع ، و عليه فإن هذا المستهلك سوف لن يستمر في استهلاك السلعة حتى و إن كان ذلك مجانا .

6 - التمثيل البياني لنتائج الجدول



مثال رقم (2)

1 - تحديد دالة المنفعة الحدية للمادة الغذائية موضوع هذا المثال

معطيات هذا المثال تشير إلى أننا أمام إحدى حالتي البيانات المتصلة ، و هي أن المنفعة الكلية تعتمد على كميات سلعة واحدة ، و المنفعة الحدية لهذه السلعة أو أية سلعة أخرى تحدد في مثل هذه الحالة من العلاقة الرياضية التالية :

$$Umg_x = \frac{dUT_x}{dx} = -2x^2 + 12x + 13$$

2- تعيين الوحدة من هذه المادة الغذائية التي يبدأ عندها سريان قانون تناقص المنفعة الحدية .

يبدأ سريان هذا القانون عندما تصبح المنفعة الحدية للسلعة عند أقصى مستوى لها و ذلك كما يلي :

$$MaxUmg_x \leftrightarrow (Umg_x)' = 0$$

$$(Umg_x)'' < 0$$

الشرط اللازم : $(Umg_x)' = -4x + 12 = 0 \rightarrow x = \frac{12}{4} = 3$ وحدات

الشرط الكافي : $(Umg_x)'' = -4 < 0$

من أجل $x = 3$ تكون المنفعة الحدية للسلعة (X) أعظمية ، و بالتالي فعند هذه الوحدة يبدأ سريان قانون تناقص المنفعة الحدية .

3 - تعيين الوحدة من هذه المادة الغذائية التي ينبغي أن يتوقف عندها المستهلك عن استهلاك السلعة :

يتوقف هذا المستهلك أو غيره من المستهلكين عن استهلاك هذه السلعة أو أية سلعة أخرى عندما تصبح المنفعة الحدية لهذه السلعة أو غيرها معدومة

$$Umg_x = 0 \leftrightarrow -2x^2 + 12x + 13 = 0$$

$$\Delta = (12)^2 - 4(-2)(13) = 248$$

$$\sqrt{\Delta} = 15.75$$

$$x_1 = \frac{-12-15.75}{2(-2)} = \frac{27.75}{4} \approx 7$$

$$x_2 = \frac{-12+15.75}{2(-2)} = \frac{3.75}{-4} \approx -1$$ مرفوض

من أجل $x < 3$ المنفعة الحدية للسلعة (X) تكون موجبة و متزايدة و المنفعة الكلية لهذه السلعة متزايدة بمعدل متزايد .

من أجل $x = 3$ المنفعة الحدية للسلعة (X) أعظمية و بداية سريان قانون تناقص المنفعة الحدية بالنسبة لهذه السلعة

من أجل $3 < x < 7$ المنفعة الحدية لـ (X) موجبة و متناقصة ، و المنفعة الكلية لهذه السلعة تكون متزايدة و لكن بمعدل متناقص .

من أجل $x = 7$ المنفعة الحدية معدومة و المنفعة الكلية أعظمية و المستهلك يكون في حالة تشبع .

من أجل $x > 7$ المنفعة الحدية سالبة و المنفعة الكلية متناقصة .

<u>مثال رقم (3)</u>

1 - تحديد دالتي المنفعة الحدية لكل من السلعتين (X) و (Y)

تحدد دالة المنفعة الحدية لـ X أو Y في مثل هذه الحالة بيانات متصلة و المنفعة الكلية تعتمد على كميات أكثر من سلعة من العلاقة الرياضية التالية :

$$Umg_x = \frac{\partial UT}{\partial x} \ , \ Umg_y = \frac{\partial UT}{\partial y}$$

المنفعة الحدية لـ (X)

$$Umg_x = \frac{\partial UT}{\partial x} = 2.\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = \frac{2A}{\sqrt{x}} \quad / \ A = \sqrt{y} = ST \text{ ثابت}$$

المنفعة الحدية لـ (Y)

$$Umg_y = \frac{\partial UT}{\partial y} = 2.\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = \frac{2B}{\sqrt{y}} \quad / \ B = \sqrt{x} = ST \text{ ثابت}$$

2 - التحقق فيما إذا كانت الدالة $UT_{(x,y)} = 4\sqrt{x}\sqrt{y}$ تستجيب لشروط المعقولية أم لا تستجيب هذه الدالة أو أي دالة أخرى لشروط المعقولية عند تحقق الشرطين التاليين :

*المنفعة الكلية تزداد بزيادة كميات إحدى السلعتين أو كلتيهما معا في مجال استهلاك السلعة .

*المنفعة الحدية تتناقص بزيادة كميات السلعة .

بالنسبة للمنفعة الكلية

حتى تكون المنفعة الكلية متزايدة يجب أن يكون المشتق الأول لدالة المنفعة الكلية موجبا ، و حيث أن المنفعة الحدية لأية سلعة من الناحية الرياضية تمثل المشتق الأول لدالة المنفعة الكلية ، و طالما أن المنفعة الحدية للسلعة في مجال استهلاكها تكون موجبة ، فذلك يعني أن المنفعة الكلية تزداد بزيادة كميات السلعة و بالتالي يتحقق الشرط الأول .

بالنسبة للمنفعة الحدية

حتى تكون المنفعة الحدية لأية سلعة متناقصة يجب أن يكون المشتق الأول لدالة المنفعة الحدية سالبا

بالنسبة للسلعة (X)

$$(Umg_x)' = -\frac{A}{x\sqrt{x}} < 0 \ , \ (Umg_y)' = -\frac{B}{y\sqrt{y}} < 0$$

المشتق الأول سالب و عليه فإن المنفعة الحدية للسلعة (X) أو السلعة (Y) تتناقص بزيادة وحدات السلعتين و بذلك يتحقق الشرط الثاني

و بتحقق الشرطين نقول بأن دالة المنفعة $UT_{(x,y)} = 4\sqrt{x}\sqrt{y}$ تستجيب لشروط المعقولية أي أنها تصح لأن تكون دالة منفعة لمستهلك معين .

ثالثا : الفائض الكلي للمستهلك

في بعض الأحيان يكون المستهلك مستعدا لدفع مبلغ معين من أجل اقتناء سلعة معينة و لكنه يدفع مبلغا آخر يختلف عن المبلغ الذي كان هذا المستهلك مستعدا لدفعه ، الفرق بين هذين المبلغين يعرف في الاصطلاح الإقتصادي بإسم " الفائض الكلي للمستهلك " و الذي يرمز له بالرمز ΔT_c كما يعرف بأنه الفرق بين المنفعة الكلية المكتسبة

و المنفعة الكلية المضحى بها أي $\Delta_c = UT_x - UT_{x_s}$

حيث UT_x تمثل المنفعة الكلية المكتسبة

UT_{x_s} تمثل المنفعة الكلية المضحى بها

رابعا : الفترة الزمنية

الفترة الزمنية التي تعرف خلالها دالة المنفعة يجب أن تكون طويلة بالقدر الذي تسمح فيه للمستهلك من إشباع رغبته في التنويع ، و لكنها تكون في نفس الوقت قصيرة بالقدر الذي يتعذر معها على المستهلك من تغيير أذواقه .

1 - 2 - افتراضات النظرية

قامت نظرية المنفعة الحدية شأنها في ذلك شأن أية نظرية علمية على مجموعة من الإفتراضات لعل من أهمها ما يلي :

أولا : رشادة المستهلك

و يعني هذا الإفتراض أن المستهلك الذي تعنى هذه النظرية بدراسة سلوكه لا يمكن أن يأتي بتصرفات متضاربة ، بل يتصرف بعقلانية هذه العقلانية التي تملي عليه - دوما – العمل على تعظيم المنفعة الكلية التي سيحصل عليها من توليفة (مجموعة) سلعية معينة و ذلك في حدود إمكانياته (دخله) .

ثانيا : القياس الكمي للمنفعة

و يعني هذا الإفتراض أن المنفعة المكتسبة من استهلاك أية كمية من سلعة (خدمة) معينة يمكن قياسها قياسا كميا ، و التعبير عن ذلك بأعداد تعكس كمية المنفعة .

فمنفعة أي شيء (سلعة أو خدمة) بحسب أصحاب هذه النظرية هي ظاهرة كمية شأنها في ذلك شأن أي ظاهرة كمية أخرى معروفة (كالأوزان و الأطوال و السعات ...) .

و حيث أنها ظاهرة كمية فإنه يتعين وجود وحدات لقياسها ، فكما تقاس الأوزان بالكلغ مثلا ، و الأطوال بالمتر

و السعات باللتر ، فالمنفعة تقاس أيضا بوحدات أطلق عليها الرواد الأوائل لهذه النظرية إسم " وحدات المنفعة "

و تختلف هذه الوحدات عن وحدات قياس الظواهر الكمية الأخرى كونها وحدات " غير موضوعية " مثلها ، و لكنها " وحدات شخصية " حيث أنها تعتمد على أذواق و رغبات المستهلكين تجاه السلع و الخدمات .

فالمستهلك إذن بإمكانه عند استهلاكه سلعة (خدمة) معينة تعيين " عدد " يعكس كمية المنفعة التي يكتسبها هذا المستهلك جراء استهلاكه لوحدات من هذه السلعة ، و الأعداد التي تقاس بها منفعة الأشياء تتمتع بكل الصفات الجبرية لمجموعة الأعداد الحقيقية من حيث التضاعف و التساوي ، فعندما يعين المستهلك العدد (4) مثلا للتعبير عن كمية المنفعة المستمدة من توليفة سلعية معينة (A) ، و يعين العدد (8) للتعبير عن كمية المنفعة المستمدة من توليفة سلعية أخرى (B) ، فذلك يعني أن منفعة التوليفة (B) تساوي بنظر هذا المستهلك ضعف منفعة التوليفة (A) غير أنه و في محاولة لتجنب الغموض الذي يحيط بوحدات قياس المنفعة (وحدات المنفعة) فقد ادعى كتاب آخرون أنه من الممكن في ظروف التأكد التام قياس المنفعة بوحدات نقدية .

فالمنفعة المستمدة من الوحدة الواحدة من سلعة معينة ، تقاس بعدد الوحدات النقدية التي يكون المستهلك مستعدا لدفعها من أجل الحصول على تلك الوحدة من السلعة و يعود الفضل في هذا الاكتشاف للإقتصادي البريطاني ألفريد مارشال " A. Marshall " و يشكل هذا الإفتراض رغم عدم واقعيته المقدمة الأساسية قامت عليه أسس نظرية المنفعة الحدية .

ثالثا : ثبات المنفعة الحدية للنقود

و يعني هذا الإفتراض عدم تأثر المنفعة الحدية للنقود بالتغيرات الحاصلة في دخل المستهلك ، و يصبح هذا الافتراض ضروريا في حالة استخدام النقود كوحدات لقياس المنفعة ، و ذلك على اعتبار أن استخدام النقود كوحدات لقياس المنفعة ، و حيث أن استخدام " معيار أو قاعدة " ما ، كوحدة قياس هو أن يكون هذا المعيار نفسه ثابتا .

رابعا : تناقص المنفعة الحدية

و يعد هذا الافتراض في الحقيقة مجرد بديهية مستوحاة من مشاهدات واقعية متعلقة بحاجات المستهلك .

و أن هذا الإفتراض مع أنه يعد - ابتداءً - مجرد بديهية ، إلا أنه يعتبر - انتهاءً – افتراضا سلوكيا ينص على وجود علاقة سببية عكسية بين المنفعة الحدية التي يكتسبها المستهلك من سلعة معينة (كمتغير تابع) و بين عدد وحدات هذه السلعة (كمتغير مستقل) .

و يعود تناقص المنفعة الحدية لأحد السببين التاليين :

السبب الأول : قابلية الحاجة الواحدة للإشباع ، و يمكن توضيح هذا الأمر من خلال حاجة الإنسان إلى نوع معين من أنواع الفاكهة (التفاح مثلا) ، ففيما لا شك فيه أنه إذا استمر شخص معين في تناول وحدات متتالية من هذه السلعة (التفاح) في فترة زمنية معينة ، فإن منفعة الوحدات الإضافية منها (المنفعة الحدية) ستبدأ - إن آجلا أو عاجلا - في التناقص ، ذلك أن هذا الشخص سيتوقف عن استهلاك هذه السلعة عندما يبلغ عدد وحدات هذه السلعة حدا معينا (وضع التشبع) و لن يحدث هذا إلا في حال كون المنفعة الحدية لهذه السلعة متناقصة .

السبب الثاني : أن وسائل إشباع الحاجات الإنسانية (السلع و الخدمات) تشكل فيما بينها بديلا ناقصا لبعضها البعض في إتمام عملية الإشباع ، كما نعلم أن لكل حاجة إنسانية وسائل خاصة بها و لا تصح لغيرها ، فلو كانت هذه الوسائل بديلا كاملا لما تناقصت المنفعة الحدية .

و ترجع أهمية هذا الإفتراض إلى أنه يعد شرطا أساسيا لوصول المستهلك إلى ذلك الوضع الذي يحقق عنده أقصى منفعة ممكنة أو بمعنى آخر وضع توازن المستهلك .

خامسا : المنفعة الكلية لأية مجموعة سلعية تعتمد على كميات السلعة (السلع) المكونة لهذه المجموعة

أي أنها دالة في هذه الكميات

$$UT = f(x_1 , x_2 \ldots , x_n)$$

و يفترض في هذه الدالة أنها مستمرة و لها مشتقات جزئية من الدرجتين الأولى و الثانية ، وحيدة القيمة و معرفة خلال فترة زمنية معينة .

1 - 3 - نموذج التوازن

على ضوء مجموعة الإفتراضات السابقة ، تمكن منظرو نظرية المنفعة الحدية من الوصول إلى فروضهم الخاصة بتفسير سلوك المستهلك ، و التنبؤ به ، و ذلك من خلال اقتراحهم لنموذج يصور وضع توازن المستهلك .

و يقصد بوضع توازن المستهلك ذلك الوضع الأمثل الذي يحقق عنده المستهلك أقصى منفعة ممكنة ، بحيث تنعدم عنده الرغبة في تغييره و لا المقدرة على ذلك .

و عند الحديث عن وضع توازن المستهلك وفق متطلبات نظرية المنفعة الحدية ينبغي أن نميز بين حالتين :

الحالة الأولى : حالة سلعة (مجموعة سلعية) واحدة

يكون المستهلك في مثل هذه الحالة في حالة توازن عندما تتساوى المنفعة الحدية المكتسبة من السلعة (حسب التقييم الشخصي للسلعة) مع المنفعة الحدية المضحى بها من أجل حصوله على هذه السلعة (التقييم الموضوعي لها) .

المنفعة الحدية المكتسبة : التغير في المنفعة الكلية للسلعة نتيجة تغير وحدات هذه السلعة بوحدة واحدة ، و يعبر عنها رياضيا كما يلي $Umg_x = \frac{\Delta UT_x}{\Delta x}$ حالة البيانات المتقطعة

$Umg_y = \frac{dUT_x}{dx}$ حالة البيانات المتصلة

المنفعة الحدية المضحى بها و تمثل ثمن الوحدة من السلعة مقوما بوحدات المنفعة و يساوي جداء ثمن الوحدة من السلعة

مقوما بوحدات نقدية بمنفعة الوحدة النقدية أي $\lambda\ P_x$

حيث أن λ تمثل المنفعة الحدية للنقود (الدخل) .

P_x تمثل ثمن الوحدة من السلعة .

و يصبح نموذج توازن المستهلك كما يلي :

$$Umg_x = \lambda\ .P_x$$

أو $\frac{Umg_x}{P_x} = \lambda$

<u>مثال :</u>

الجدول التالي يتضمن بيانات رقمية حول عدد الوحدات الخاصة بإحدى المواد الغذائية معبر عنها بالرمز (X)

و المنفعة الكلية لوحدات هذه السلعة ، مقاسة بوحدات المنفعة .

x	0	1	2	3	4	5	6	7
UT_x	0	12	28	42	52	60	67	70

فإذا علمت أن ثمن هذه السلعة هو 2.5 وحدة نقدية للوحدة الواحدة ، و أن منفعة الوحدة النقدية تساوي 4 .

المطلوب :

حدد وضع توازن هذا المستهلك ، أي كميات السلعة (X) التي تسمح للمستهلك بالحصول على أقصى منفعة ممكنة، و تأكد من أنها تقابل أقصى قيمة للفائض الكلي للمستهلك ، و هل يسمح له هذا الوضع بأن يكون - المستهلك - في حالة تشبع ، و لماذا ؟ .

الحل :

نعلم مما تقدم أن المستهلك يكون في حالة توازن في حال سلعة واحدة عند تحقق الشرط التالي :

$$Umg_x = \lambda . P_x$$

λ ، P_x من معطيات المثال ، نقوم الآن بتقدير القيم المعبرة عن المنفعة الحدية

و ذلك من العلاقة الرياضية التالية :

$$Umg_x = \frac{\Delta UT_x}{\Delta x}$$

و حيث أن $\Delta x = 1$ دوما فإن العلاقة السابقة تصبح كما يلي :

$$Umg_x = \Delta UT_x$$

و النتائج المترتبة عن هذه العلاقة الرياضية ، و مختلف المعلومات التي تسمح لنا بالتعرف على وضع التوازن لهذا

المستهلك ، موضحة في الجدول التالي :

x	0	1	2	3	4	5	6	7
UT_x	0	12	28	42	52	60	67	70
Umg_x	-	12	16	14	10	8	7	3
λP_x	-	10	10	10	10	10	10	10
UT_{xs}	-	10	20	30	40	50	60	70
ST_C	-	2	8	12	12	10	7	0

من أجل تحديد وضع توازن هذا المستهلك أو غيره من المستهلكين نقوم بمقارنة الأرقام المعبرة عن المنفعة الحدية المكتسبة (Umg_x) مع الرقم المعبر عن المنفعة الحدية المضحى بها $(\lambda \, . \, P_x)$.

و بالعودة إلى الجدول نلاحظ أن شرط التوازن $Umg_x = \lambda \, . \, P_x$ يتحقق عند الوحدة الرابعة (4) من السلعة ، و نقول عندئذ أن هذا المستهلك يكون في حالة توازن عند حصوله على الوحدة (4) من السلعة .

إن الأرقام الموضحة بالسطر الأخير من الجدول الممثلة للفائض الكلي للمستهلك حيث نلاحظ أن هذا الأخير يبلغ أقصاه مقابل الوحدة الرابعة من السلعة .

كيف حصلنا على المنفعة الكلية المضحى بها ؟

تم ذلك بإحدى الطريقتين :

إما عن طريق مجموع المنافع الحدية المضحى بها أو إما عن طريق جداء كميات السلعة بالمنفعة الحدية المضحى بها .

إن الوضع السابق (وضع التوازن) لا يسمح للمستهلك من بلوغ مرحلة التشبع التي تقابل منفعة حدية معدومة ،

و هو ما لم يتحقق بنتائج هذا المثال .

<u>مثال رقم (2)</u>

عبر أحد المستهلكين عن المنفعة التي تكسبه إياها كميات إحدى المواد الغذائية بالصيغة الرياضية التالية :

$$UT_x = -\frac{2}{3}x^3 + 6x^2 + 13x$$

<u>و المطلوب</u>

1 - قدر الوحدة من هذه المادة الغذائية التي يكون من أجلها هذا المستهلك في حالة تشبع .

2 - إذا علمت أن $P_x = 4$, $\lambda = 3$ قدر الوحدة من هذه المادة الغذائية التي يكون من أجلها هذا المستهلك في حالة توازن .

3 - بمقارنة نتيجتي السؤالين السابقين ، ماذا تستنتج ، و أي وضع سيختار هذا المستهلك ؟ و لماذا ؟ .

<u>الحل :</u>

1 - تقدير الوحدة من هذه المادة الغذائية التي يكون من أجلها هذا المستهلك في حالة تشبع .

يكون هذا المستهلك أو غيره من المستهلكين في حالة تشبع عندما تصبح المنفعة الحدية للسلعة معدومة ، أي

$$Umg_x = 0$$

$$Umg_x = \frac{dUT_x}{dx} = -2x^2 + 12x + 13$$
$$Umg_x = -2x^2 + 6x + 13 = 0$$

$$\Delta = \ , \sqrt{\Delta} = 15.75(6)^2 - 4(-2)(13) = 144 + 104 = 248$$

$$x_1 = \frac{-12-15.75}{-4} = 7 \text{ وحدات} \ , \ x_2 < 0 \text{ مرفوض}$$

2 - تقدير الوحدة من هذه المادة الغذائية التي يكون من أجلها هذا المستهلك في حالة توازن

يكون هذا المستهلك أو غيره من المستهلكين في حالة توازن عند استهلاكه سلعة واحدة عندما يتحقق الشرط التالي :

$$Umg_x = \lambda . P_x$$

$$- 2x^2 + 12x + 13 = (3)(4)$$

$$- 2x^2 + 12x + 1 = 0$$

$$\Delta = 144 + 8 = 152$$

$$\sqrt{\Delta} = 12.33$$

$$x_1 = \frac{-12-12.33}{-4} \approx 6 \text{ وحدات}$$

$x_2 < 0$ مرفوض

3 - من مقارنة نتيجتي السؤالين السابقين (وضع التشبع ووضع التوازن) نلاحظ أن الحلين مختلفين ، و المستهلك سيختار وضع التوازن و ذلك لأنه قبل أن يصل إلى وضع التوازن تكون المنفعة الحدية المكتسبة أكبر من المنفعة الحدية المضحى بها و هذا ما يشجع المستهلك على طلب المزيد من السلعة غير أنه بعد وضع التوازن تصبح المنفعة الحدية المكتسبة أقل من المنفعة الحدية المضحى بها و هذا مما يقف حائلا بين المستهلك و بين طلب المزيد من السلعة .

الحالة الثانية : حالة أكثر من سلعة

بأخذ الصيغة الثانية لوضع التوازن لمستهلك يستهلك سلعة واحدة و المتمثلة في $\frac{Umg_x}{P_x} = \lambda$

واضح أن الطرف الأيسر من هذه العلاقة ، ما هو سوى حاصل قسمة المنفعة الحدية المكتسبة (Umg_x) على ثمن الوحدة من السلعة (P_x) و تقرأ المنفعة الحدية للسلعة (X) منسوبة إلى سعرها .

و من الناحية الإقتصادية : تعرف باسم المنفعة الحدية للإنفاق على السلعة (X) أو منفعة الوحدة النقدية الأخيرة المنفقة على السلعة (X) أو المنفعة الحدية للسلعة (X) مرجحة (مستقلة) بسعرها .

و هكذا يمكن إعادة صياغة شرط التوازن السابق لينص على أن أقصى منفعة ممكنة يتم الحصول عليها في حال استهلاك المستهلك لسلعة واحدة يتحقق عندما تصبح المنفعة الحدية للإنفاق على هذه السلعة أو منفعة الوحدة النقدية الأخيرة المنفقة على هذه السلعة تساوي تماما منفعة هذه الوحدة النقدية (المنفعة الحدية للنقود) .

و من هنا يمكن صياغة قانون عام لتوازن المستهلك (صالح لأكثر من سلعة) ، و ينص هذا القانون أو شرط التوازن على ضرورة أن تتعادل المنافع الحدية للسلع و الخدمات المختلفة منسوبة إلى أسعارها مع بعضها البعض و في نفس الوقت مع المنفعة الحدية للنقود أي :

$$\frac{Umg_x}{P_x} = \frac{Umg_y}{P_y} = \frac{Umg_z}{P_z} = \ldots = \lambda$$

و في غياب معلومات عن المنفعة الحدية للنقود فإن هذا الشرط يصبح غير كاف لوحده لضمان التعرف على وضع التوازن ، بل يقتضي وجود معلومات أخرى خاصة بدخل المستهلك ، أي :

$$R = xP_x + yP_y + zP_z + \ldots$$

و هذه العلاقة تعرف بإسم " قيد إمكانيات المستهلك أو قيد الميزانية "

و يصبح نموذج التوازن الخاص بنظرية المنفعة الحدية في حالة أكثر من سلعة كما يلي :

$$\frac{Umg_x}{P_x} = \frac{Umg_y}{P_y} = \frac{Umg_z}{P_z} = \ldots$$

$$R = xP_x + yP_y + zP_z + \ldots$$

و حتى تكون دراستنا لهذا الموضوع منسجمة مع ما سوف يأتي عند دراستنا لنفس الموضوع وفق متطلبات نظرية منحنيات السواء ، سوف نفرض أن الدراسة تقتصر على سلعتين و هي إحدى حالات أكثر من سلعة ، و نكتب عندئذ :

التفسير الإقتصادي لهذا النموذج

$$\begin{cases} \dfrac{Umg_x}{P_x} = \dfrac{Umg_y}{P_y} \\ R = xP_x + yP_y \end{cases}$$

بالنسبة للشق الأول : $\frac{Umg_x}{P_x} = \frac{Umg_y}{P_y}$

عند الحل الأمثل (وضع التوازن) يجب أن تكون المنفعة الحدية للإنفاق على مختلف السلع و الخدمات متساوية فيما بينها أو القول :

عند الحل الأمثل (وضع التوازن) يجب أن تكون منفعة الوحدة النقدية المنفقة على كل سلعة متساوية فيما بينها أو القول :

عند الحل الأمثل (وضع التوازن) يجب أن تكون المنفعة الحدية لكل سلعة مرجحة (مثقلة) بسعرها متساوية فيما بينها .

بالنسبة للشق الثاني : $R = xP_x + yP_y$

أن المبلغ المخصص للإنفاق على مختلف السلع و الخدمات (R) يجب أن يكون مساويا تماما لما أنفق فعلا على هذه السلع و الخدمات ($xP_x + yP_y + \ldots$)

<u>مثال رقم (1)</u>

على افتراض إمكانية قياس المنفعة قياسا كميا ، فإن الجدول التالي يشتمل على بيانات افتراضية حول وحدات سلعتين و المنفعة الكلية المقابلة لهذه الوحدات و ذلك حسب تقدير مستهلك رشيد .

$x\,,y$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
UT_x	0	16	30	42	52	60	66	70	72
UT_y	0	11	21	30	38	45	51	56	60

فإذا علمت أن هذا المستهلك قد قرر تخصيص مبلغ 12 وحدة نقدية من دخله النقدي لإنفاقه بالكامل على إحدى أو كلتا السلعتين ، و أن ثمن الوحدة من هاتين السلعتين ثابتا و يساوي $P_y = 1\,,\ P_x = 2$

<u>و المطلوب :</u>

1 - حدد وضع توازن هذا المستهلك .

2 - حدد قيمة المنفعة الحدية للنقود .

3 - قدر الفائض الكلي للمستهلك عند وضع التوازن .

4 - وضح الآلية التي يتبعها هذا المستهلك في إنفاقه لدخله حتى يصل إلى وضع التوازن .

5 - في حال تغير دخل المستهلك ليصبح 18 وحدة نقدية ، و ثبات سعري السلعتين (X) و (Y) فهل سيتغير وضع توازن هذا المستهلك ، و ما هي الكميات المطلوبة من السلعتين عند هذا الوضع الجديد .

6 - صديق لهذا المستهلك يطلب نفس السلعتين و لكنه يشتريهما من سوق أخرى و يكون في حالة توازن بحصوله على 6 وحدات من السلعة (X) و 3 وحدات من السلعة (Y) و المنفعة الحدية لهاتين السلعتين موضحة في الجدول التالي :

x, y	1	2	3	4	5	6	7	8
Umg_x	30	25	22	18	12	8	5	4
Umg_y	40	35	32	24	18	14	10	6

وضح فيما إذا كانت عملية التبادل ممكنة بين هذين المستهلكين ، بين كيف تتم عملية التبادل بينها .

حل المثال :

1 - تحديد وضع توازن هذا المستهلك

يكون هذا المستهلك أو غيره من المستهلكين في حالة توازن عند استهلاكه أكثر من سلعة حسب ما تنص عليه نظرية المنفعة الحدية عند تحقق الشرط : $\frac{Umg_x}{P_x} = \frac{Umg_y}{P_y}$

$$R = \qquad xP_x + yP_y$$

في البداية نبدأ بتقدير القيم المعبرة عن المنفعة الحدية لكل من السلعتين و ذلك من العلاقتين الرياضيتين التاليتين :

$$Umg_y = \frac{\Delta \mathrm{UT_y}}{\Delta y} \quad , \quad \mathrm{U}mg_x = \frac{\Delta \mathrm{UT}_x}{\Delta x}$$

و الحسابات الناتجة من هاتين العلاقتين موضحة في الجدول التالي :

x, y	0	1	2	3	4	5	6	7	8
UT_x	0	16	30	42	52	60	66	70	72
UT_y	0	15	21	30	38	45	51	56	60
Umg_x	-	16	14	12	10	8	6	4	2
Umg_y	-	11	10	9	8	7	6	5	4
$\frac{Umg_x}{P_x}$	-	8	7	6	5	4	3	2	1
$\frac{Umg_y}{P_y}$	-	11	10	9	8	7	6	5	4

بالنظر لتعدد الحالات التي تتحقق فيها المساواة بين $\frac{Umg_x}{P_x}$ و بين $\frac{Umg_y}{P_y}$

تصبح كل حالة منها حالة محتملة للتوازن ، لمعرفتها نلجأ إلى المعادلة

$$R + xP_x + yP_y$$

لأن حالة التوازن من أجل دخل معين و أسعار معينة هو وضع وحيد

و هذه الحالات هي : $A(x_A, y_A) = (1\ ,\ 4)$

$$B(x_B, y_B) = (2\ ,\ 5)$$

$$C\ \ (x_C, y_C) = (3\ ,6)$$

$$D\ (x_D, y_D) = (4\ ,7)$$

$$E\ (x_E, y_E) = (5\ ,8)$$

و حيث أن وضع التوازن هو وضع وحيد ، فعندما تتعدد الأوضاع المحققة للجزء الأول من شرط التوازن ، تصبح كل وضعية منها وضعية محتملة للتوازن ، و لمعرفة أي منها تعبر فعلا عن وضع التوازن ، نختبر كل منها مع الشق الثاني من شرط التوازن ، و المتمثل في $R = xP_x + yP_y$

من أجل التوليفة (A) $A(x_A, y_A) = (1\ ,\ 4)$

$2(1) + 1(4) = 6 \neq 12$ مرفوضة

من أجل التوليفة (B) $B(x_B, y_B) = (2\ ,\ 5)$

$2(2) + 1(5) = 9 \neq 12$ مرفوضة

من أجل التوليفة (C) $C(x_c, y_c) = (3,6)$

$$2(3) + 1(6) = 12$$

إذن التوليفة (C) هي الوضعية الوحيدة التي يتحقق عندها نموذج التوازن بشقيه و بالتالي فهو الوضع المعبر عن توازن هذا المستهلك .

أما التوليفتان المتبقيتان (D) ، (E) فإنهما تقعان خارج حدود إمكانيات هذا المستهلك .

2 - تحديد قيمة المنفعة الحدية للنقود λ

تحدد المنفعة الحدية للنقود من إحدى النسبتين $\frac{Umg_x}{P_x}$ أو $\frac{Umg_y}{P_y}$ عند وضع التوازن

و في مثالنا هذا فإن $\lambda = 6$

و في حال تقديرنا للمنفعة الحدية المضحى بها بالنسبة لكل سلعة من السلعتين نجد :

بالنسبة للسلعة (X) : المنفعة الحدية المضحى بها $= \lambda \cdot P_x = (6)(2) = 12$ وحدة منفعة

بالنسبة للسلعة (Y) : المنفعة الحدية المضحى بها $= \lambda \cdot P_y = (6)(1) = 6$ وحدة منفعة

و لو عدنا إلى الجدول فإننا سنلاحظ أن المنفعة الحدية المكتسبة من كل سلعة تكون أكبر من المنفعة الحدية المضحى بها و هذا ما يشجع المستهلك على الاستمرار في طلب السلعتين و ذلك قبل وضع التوازن ، أما بعد وضع التوازن فتصبح المنفعة الحدية المضحى بها أكبر من المنفعة الحدية المكتسبة و هذا مما يقف حائلا أمام المستهلك من أجل طلب المزيد من السلعتين .

3 - تقدير الفائض الكلي للمستهلك عند وضع التوازن

نعلم أن الفائض الكلي للمستهلك يساوي الفرق بين المنفعة الكلية المكتسبة من السلعتين و المنفعة الكلية المضحى بها من أجل الوصول إلى هذا الوضع .

المنفعة الكلية المكتسبة عند وضع التوازن = 42 + 51 = 93 وحدة منفعة

المنفعة الكلية المضحى بها عند وضع التوازن = (6)(12) = 72 وحدة منفعة

الفائض الكلي للمستهلك عند وضع التوازن = 93 – 72 = 21 وحدة منفعة

و هو يمثل أكبر رقم للفائض الكلي للمستهلك عند وضع التوازن .

4 - توضيح الآلية التي مر بها إنفاق هذا المستهلك لدخله

عندما يكون سعر إحدى السلعتين من مضاعفات سعر السلعة الأخرى (كما هو الحال في مثالنا هذا) فتوجد طريقتان لتوضيح هذه الآلية .

الطريقة الأولى : ينفق بموجبها المستهلك في كل مرة وحدتين نقديتين تسمح له بشراء وحدة من (X) أو وحدتين من (Y) ، و الاختيار بين الحالتين يكون على أساس منفعة وحدة من (X) و منفعة وحدتين من (Y) ، أيهما أكبر .

ففي المرة الأولى سيخصص الوحدتين النقديتين لشراء وحدتين من (Y) لأن منفعة هاتين الوحدتين (11 + 10 = 21) أكبر من منفعة الوحدة الأولى من (X) (16) ، و في المرة الثانية

سيخصص الوحدتين النقديتين المواليتين للوحدتين 3 ، 4 من (Y) لنفس السبب المذكور سابقا ، و هكذا إلى غاية استنفاد هذا المستهلك لدخله .

و الجدول التالي يلخص مختلف المراحل التي مر بها إنفاق هذا المستهلك .

المرحلة	x	y	xP_x $2yP_y$	المتبقي من R
1	0	2	2	10
2	0	2	2	8
3	1	0	2	6
4	1	0	2	4
5	0	2	2	2
6	1	0	2	0
المجموع	3	6	12	

هذه الطريقة لا يمكن الإعتماد عليها إلا عند كون سعر إحدى السلعتين من مضاعفات سعر السلعة الأخرى .

الطريقة الثانية : و هذه الطريقة يمكن تطبيقها سواء كان سعر إحدى السلعتين من مضاعفات سعر السلعة الأخرى أو لم يكن كذلك .

و حسب هذه الطريقة المستهلك يشتري في كل مرحلة وحدة من السلعة (X) أو وحدة من السلعة (Y) و يدفع ثمن السلعة التي وقع عليه اختياره ، هذا الإختيار الذي يكون على أساس المقارنة بين الوحدة النقدية الأخيرة المنفقة على كل سلعة أي : $\frac{Umg_x}{P_x}$ و $\frac{Umg_y}{P_y}$

ففي المرحلة الأولى سيختار الوحدة الأولى من (Y) لأن منفعة الوحدة النقدية الأخيرة المنفقة على هذه السلعة (11) أكبر من منفعة الوحدة النقدية الأخيرة المنفقة على السلعة (X) و المقدرة بـ 8 .

و في المرحلة الثانية سيختار الوحدة الثانية من (Y) و ذلك لنفس السبب المذكور في المرحلة الأولى .

و الجدول التالي يلخص مختلف المراحل التي مر بها إنفاق هذا المستهلك

المراحل	x	y	P_x أو P_y	المتبقي من R
المرحلة الأولى	0	1	1	11
المرحلة الثانية	0	1	1	10
المرحلة الثالثة	0	1	1	9
المرحلة الرابعة	0	1	1	8
المرحلة الخامسة	1	0	2	6
المرحلة السادسة	1	0	2	4
المرحلة السابعة	0	1	1	3
المرحلة الثامنة	1	0	2	2
المرحلة التاسعة	0	1	1	0
المجموع	3	6	12	

5 - في حال تغير دخل المستهلك فإن وضعية التوازن ستتغير

سنعيد اختيار التوليفات المحددة بالسؤال الأول و ذلك على النحو التالي :

و ابتداءا من التوليفة (D)

$$D(x_D, y_D) = 4.2 + 7.1 = 15$$

$$E(x_E, y_E) = 5.2 + 8.1 = 18$$

هذا المستهلك سيكون في حالة توازن عند حصوله على 5 وحدات من (X) و 8 وحدات من (Y)

6 - حتى تكون عملية التبادل ممكنة بين المستهلكين يجب أن تكون النسبة $\frac{Umg_x}{Umg_y}$ بالنسبة للمستهلك الأول مختلفة عن نفس النسبة بالنسبة للمستهلك الثاني .

بالنسبة للمستهلك الأول

$$\frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{12}{6} = 2$$

بالنسبة للمستهلك الثاني

$$\frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{8}{32} = 0.3$$

عملية التبادل بين هذين المستهلكين تكون ممكنة

و على اعتبار أن المنفعة الحدية تتناسب عكسيا مع كيانها فإن كل مستهلك يتنازل عن السلعة التي يحوز كميات أكبر منها فالمستهلك الأول سيتنازل عن (Y) أما المستهلك الثاني فيتنازل عن (X)

توضيح عملية التبادل :

المستهلك الأول :

x,y	Umg_x	Umg_y
1	16	11
2	14	10
3	12	9
4	10	8
5	8	7
6	6	6
7	4	5
8	2	4

المستهلك الثاني :

x,y	Umg_x	Umg_y
1	30	40
2	25	35
3	22	32
4	18	24
5	12	18
6	8	14
7	5	10
8	4	6

المستهلك الأول سيتنازل عن الوحدة السادسة من (Y) المقدرة بالرقم 6 مقابل حصوله على وحدة إضافية من (X) و يكسب نتيجة ذلك منفعة هذه الوحدة المقدرة بالرقم 8 .

و المستهلك الثاني سيتنازل عن الوحدة السادسة من (X) خاسرا منفعة هذه الوحدة و المقدرة بالرقم 8 مقابل حصوله على الوحدة الرابعة من (Y) مستفيدا من منفعة هذه الوحدة المقدرة بالرقم 24 .

يصبح بحوزة المستهلكين نتيجة عملية التبادل الأولى

المستهلك الأول $y = 5\ ,\ x = 4$

المستهلك الثاني $y = 4\ ,\ x = 5$

نعيد المقارنة عند هذا الوضع

المستهلك الأول

$$\frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{10}{7} = 1.4$$

المستهلك الثاني

$$\frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{12}{24} = 0.5$$

النسبتان مختلفتان إذن عملية التبادل مازالت ممكنة بين المستهلكين

المستهلك الأول يتنازل عن الوحدة الخامسة من (Y) خاسرا منفعة هذه الوحدة المقدرة بالرقم 7 مقابل استفادته من منفعة الوحدة الخامسة من (X) مستفيدا من منفعة هذه الوحدة المقدرة بالرقم 8 .

و المستهلك الثاني يتنازل عن الوحدة الخامسة من (X) خاسرا منفعة هذه الوحدة المقدرة بالرقم 12 مقابل حصوله على الوحدة الخامسة من (Y) مستفيدا من منفعة هذه الوحدة المقدرة بالرقم 18 .

أصبح بحوزة المستهلكين بعد عملية التبادل

المستهلك الأول $y = 4\ ,\ x = 5$

المستهلك الثاني $y = 5\ ,\ x = 4$

نعيد المقارنة من جديد

المستهلك الأول

$$\frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{8}{8} = 1$$

المستهلك الثاني

$$\frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{18}{18} = 1$$

عملية التبادل بين هذين المستهلكين تتوقف عند هذا الحد .

المنفعة الكلية قبل عملية التبادل

المستهلك الأول $y = 6\ ,\ x = 3$

$$UT_{(x,y)} = 51 + 42 = 93$$

المستهلك الثاني $y = 3\ ,\ x = 6$

$$UT_{(x,y)} = (30 + 25 + 22 + 18 + 12 + 8) + (40 + 35 + 32) = 222$$

المنفعة الكلية بعد عملية التبادل

المستهلك الأول $y = 4\ ,\ x = 5$

$$UT_{(x,y)} = 60 + 38 = 98$$

المستهلك الثاني $y = 5\ ,\ x = 4$

$$UT_{(x,y)} = (30 + 25 + 18 + 12) + (40 + 35 + 32 + 24 + 18) = 244$$

المنفعة الكلية بعد عملية التبادل تحسنت بالنسبة للمستهلكين بعد عملية التبادل التي تمت بينهما .

الفصل الثاني : نظرية منحنيات السواء أو المدخل الترتيبي للمنفعة

الفكرة التي قامت عليها نظرية المنفعة الحدية و المتمثلة في إمكانية قياس المنفعة قياسا كميا لم تلق إجماع الإقتصاديين من حولها ، رغم الإجتهادات المقدمة من قبل ألفريد مارشال ، حيث استبدل وحدات المنفعة المستخدمة في قياس منفعة السلعة أو الخدمة بوحدات نقدية خصوصا بعد أن تمكن الإقتصاديون المعاصرون من قياس المنفعة قياسا ترتيبيا ، أي أن المستهلك حتى و إن كان لا يستطيع أن يقرر كم وحدة منفعة يكتسبها من مجموعة سلعية معينة ، إلا أنه يستطيع أن يقرر كم وحدة منفعة يكتسبها من مجموعة سلعية معينة ، إلا أنه يستطيع أن يقرر فيما إذا كانت هذه المجموعة السلعية تحقق لها مستوى منفعة أكبر أو أقل أو تساوي مستوى منفعة مجموعة سلعية أخرى ، أي أن المستهلك يستطيع أن يرتب مختلف التوليفات السلعية المتاحة أمامه حسب مستوى المنفعة الذي تحققه كل توليفة من وجهة نظره ترتيبا تصاعديا أو تنازليا ، مع الإشارة إلى أن تقييم المستهلك لمستويات المنفعة المكتسبة من مختلف التوليفات السلعية هو أمر شخصي يعكس في النهاية أذواق المستهلك و تفضيلاته تجاه مختلف التوليفات السلعية ، وهذا و هذا التقييم لا يختلف باختلاف الأشخاص ، بل أنه يختلف بالنسبة لنفس الشخص باختلاف المكان والزمان ، و هكذا أمكن تطوير مدخل جديد لتحليل سلوك المستهلك يصل إلى نفس نتائج التحليل التقليدي السابق ، دون أن يتطلب ذلك ضرورة القياس العددي للمنفعة ، و هو ما يعرف بالمدخل الترتيبي للمنفعة و الذي تبلور في بداية ظهوره في نظرية منحنيات السواء .

و يرجع الفضل في صياغة هذه النظرية إلى مجموعة من الإقتصاديين نذكر منهم الإقتصادي البريطاني في الثمانينات من القرن هو من استعمل منحنيات السواء ، ثم تبنى هذا الأسلوب الإقتصادي الإيطالي ألفريدو في أوائل القرن العشرين ، و في سنة 1915 نشر الإقتصادي الروسي سلاتيسكي بحثا رياضيا استخدم فيه منحنيات السواء ، غير أن إشاعة استخدام هذا

الأسلوب الجديد في نظرية المستهلك إلى الإقتصادي هيكس Hiks و الرياضي آلان Allen ببحث استخدما فيه منحنيات السواء كان ذلك في سنة 1934، بعد أن تأكدا بعدم وجود حاجة لقياس المنفعة قياسا كميا ، و أن المستهلك يوزع دخله بين مختلف السلع و الخدمات حسب تفضيلاته خلال فترة زمنية معينة .

إن نظرية منحنيات السواء موضوع هذا الفصل قامت على مجموعة من الإفتراضات من أجل التوصل إلى نموذج توازن لا يختلف عن نموذج التوازن الخاص بنظرية المنفعة الحدية و لكن قبل التطرق إلى هذين العنوانيين سنبدأ في توضيح معاني بعض مصطلحات هذه النظرية .

2 - 1 - مصطلحات النظرية

سوف نتعرف في هذه الفقرة عن كل من منحنيات السواء و المعدل الحدي للإحلال بين سلعتين

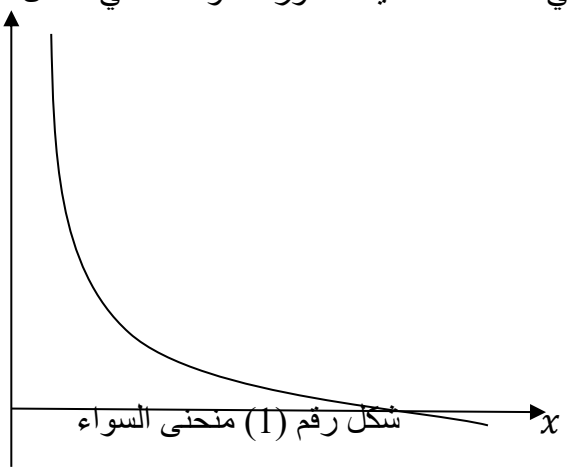
أولا : منحنى السواء

يعرف منحنى السواء بأنه المحل الهندسي لمختلف التوليفات من سلعتين التي تحقق للمستهلك نفس المستوى من المنفعة و يرمز له بالرمز S_i حيث i هو دليل منحنى السواء ، و حتى تنتمي توليفتين لنفس منحنى السواء فإذا كميات إحدى السلعتين في توليفة معينة أكبر من كميات نفس السلعة في التوليفة الأخرى ، فيجب أن تأخذ كميات أقل من السلعة الأخرى ، و ذلك كما هو موضح في الجدول التالي :

التوليفة	x	y
A	1	24
B	2	12
C	3	8
D	4	6
E	5	5

فالمستهلك المعني بهذه التوليفات يشعر أنها تمده بنفس المستوى من المنفعة وواضح من الجدول أن كل توليفة من التوليفات الخمس تحتوي على كميات مختلفة من السلعتين ، إلا أنه يلاحظ أنه كلما زاد من عدد وحدات السلعة (X) فإنه ينقص من كميات السلعة (Y) ، فمثلا التوليفة (A) تحتوي على وحدة واحدة من (X) و 24 وحدة من السلعة (Y) ، و أما التوليفة (B) فتحتوي على وحدتين من السلعة (X) و 12 وحدة من السلعة (Y) ، فإن كل زيادة في وحدات السلعة (X) يقابله نقصان في وحدات السلعة (Y) ، و أن هذا النقصان في وحدات السلعة (Y) مقابل زيادة وحدة واحدة من السلعة (X) أمر ضروري مادام أن هاتين التوليفتين تحقق للمستهلك نفس المستوى من المنفعة .

و يأخذ منحنى السواء في الحالات العادية الصورة الموضحة في الشكل التالي : y

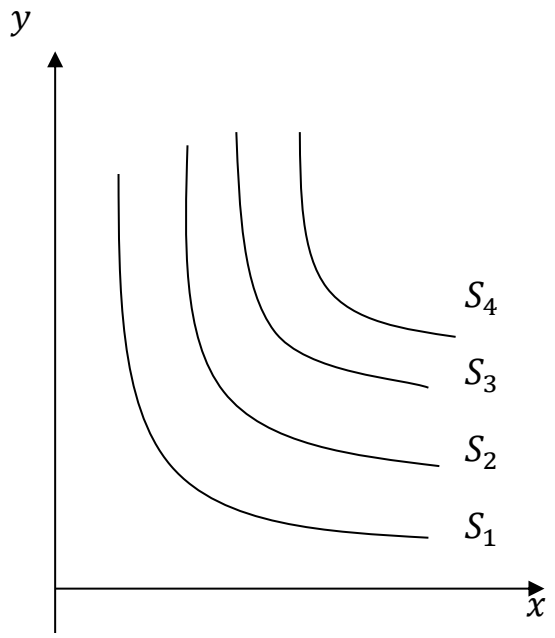


شكل رقم (1) منحنى السواء

كما يمكن تصور وجود أكثر من منحنى سواء في نفس المستوى السلعي $(y0)$ ، و عندما تتعدد منحنيات السواء في مستوى سلعي تعرف باسم خريطة السواء .

ثانيا : خريطة السواء

مجموعة منحنيات السواء التي تنتمي إلى نفس المستوى السلعي تسمى بخريطة سواء المستهلك ، و هي تعبر عن السلوك المرغوب للمستهلك و لا علاقة لهذا السلوك بإمكانياته .



و كلما ابتعد منحنى السواء عن نقطة الأصل كلما دل على مستوى منفعة أكبر و كلما اقترب من نقطة الأصل كلما دل على مستوى منفعة أقل .

و تشترك منحنيات السواء في مجموعة من الخصائص نتعرف عليها فيما يلي :

الخاصية الأولى : منحنى السواء ينحدر من أعلى إلى أسفل و من اليسار باتجاه اليمين .

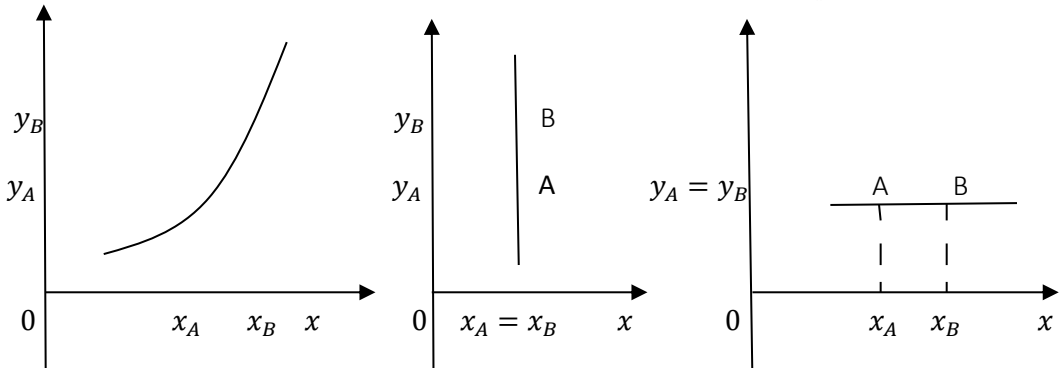
الخاصية الثانية : منحنيات السواء محدبة نحو نقطة الأصل .

الخاصية الثالثة : منحنيات السواء لا تتقاطع فيما بينها .

اثبات هذه الخصائص

الخاصية الأولى : تنحدر من أعلى إلى أسفل و من اليسار باتجاه اليمين .

فإذا لم تكن كذلك فهي إما تكون أفقية أو رأسية أو متجمعة من أسفل إلى أعلى



شكل رقم (3) شكل رقم (2) شكل رقم (1)

نعلم أن كل توليفة تحتوي على كميات أكبر من إحدى السلعتين و نفس كميات السلعة الأخرى تكون مفضلة عن التوليفة التي تحتوي كميات أقل و بالتالي لا يمكن تواجدهما على نفس منحنى السواء .

من الشكل رقم (1) نلاحظ أن التوليفة B تحتوي على كميات أكبر من السلعة (X) $x_B > x_A$ و نفس كميات السلعة (Y) و بالتالي فإن B ستكون مفضلة من طرف المستهلك عن التوليفة (A) و من ثم فلا يمكن تواجدهما على نفس منحنى السواء ، و نتيجة لما تقدم فلا يمكن لمنحنيات السواء في الحالات العادية أن تكون أفقية .

و من الشكل رقم (2) نلاحظ أن التوليفة B تحتوي على كميات أكبر من السلعة (Y) $y_B >$ y_A و نفس كميات السلعة (X) ، فالتوليفة B تكون مفضلة عن التوليفة A ، و من ثم فلا يمكن تواجدهما على نفس منحنى السواء ، و نتيجة لذلك فلا يمكن لمنحنيات السواء في الحالات العادية أن تكون رأسية .

و من الشكل رقم (3) نلاحظ أن التوليفة (B) تحتوي على كميات أكبر من السلعتين و بالتالي فهي مفضلة عن التوليفة (A) ، و من ثم لا يمكن تواجدهما على نفس منحنى السواء و نتيجة لما تقدم فإن منحنيات السواء في الحالات العادية لا يمكن أن تتجه من أسفل إلى أعلى .

فإذا لم يأخذ منحنى السواء أحد الأشكال الثلاث السابقة فإنه ينحدر من أعلى إلى أسفل و من اليسار بإتجاه اليمين .

الخاصية الثانية : منحنيات السواء تكون محدبة نحو نقطة الأصل

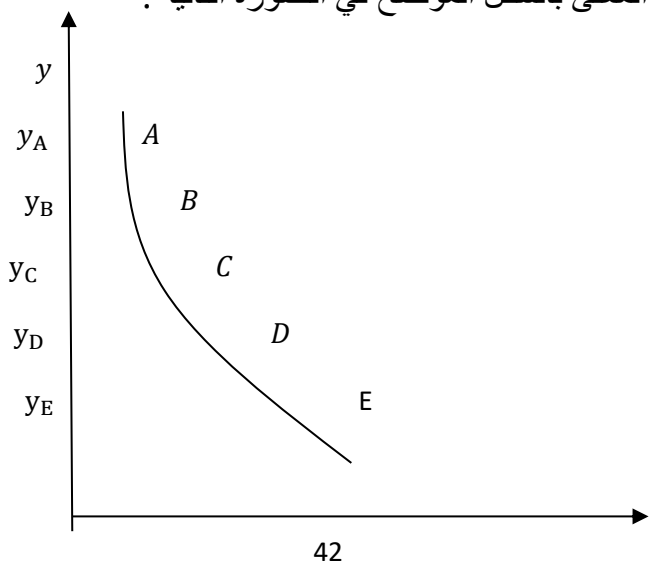
نعلم أن المنفعة الحدية لأي سلعة تتناسب عكسيا مع كمياتها ، و أن كل ما زاد بحوزة المستهلك من سلعة كلما قل تقييمه للوحدات الإضافية منها ، و كلما قل ما بحوزته من سلعة كلما زاد تقييمه للوحدات الإضافية منها ، و يتم

التقييم الشخصي للمستهلك لسلعة ما بدلالة وحدات السلعة الأخرى ، و هكذا فإذا تصورنا أن على المستهلك أن

يتخلى باستمرار عن وحدات من إحدى السلعتين في مقابل حصوله في كل مرة عن وحدة إضافية من السلعة الأخرى

فلكي يظل مستوى المنفعة ثابتا ، فلا بد أن يتناقص عدد وحدات السلعة التي يتخلى عنها في كل مرة يفقد فيها وحدات هذه السلعة ، و هذا يعني أن الإحلال بين السلعتين يتم بمعدل متناقص باستمرار ، و حيث أن هذا الإحلال يتم مقابل وحدة واحدة فإن المعدل الذي يتم به يكون معدلا حديا يعرف باسم المعدل الحدي للإحلال .

و يمكن توضيح هذا المعنى بالشكل الموضح في الصورة التالية :



$0 \quad x_A \; x_B \; x_C \quad x_D \quad x_E \qquad\qquad x$

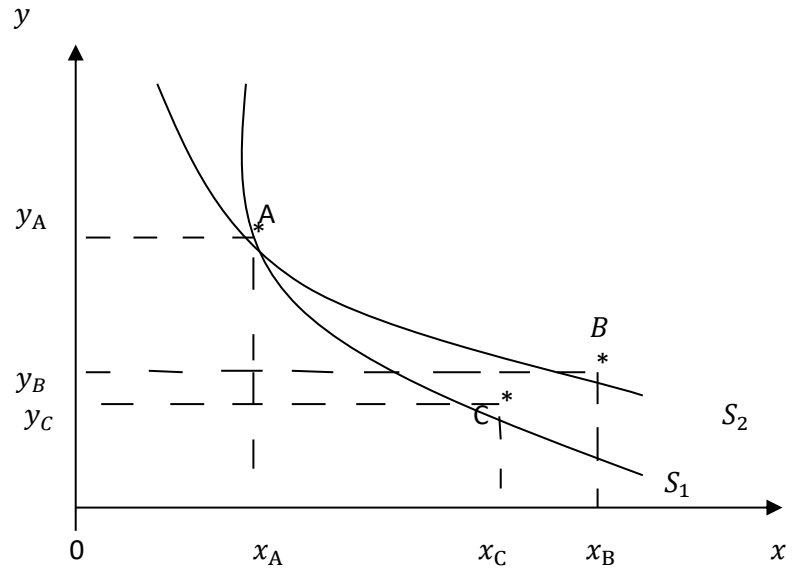
نلاحظ من خلال هذا الشكل أن Δy التي يتخلى عليها المستهلك من السلعة (Y) تتناقص باستمرار من خلال تحرك المستهلك على مستوى مختلف نقاط المنحنى فالمسافة بين A و B أكبرمن المسافة بين B و C و هذه الأخيرة أكبر من المسافة بين C و D و هذه بدورها أكبر من المسافة بين D و E و هذا ما يؤكد ما أوردناه سابقا .

و الذي يجعلنا نقبل افتراض تحدب منحنى السواء نحو نقطة الأصل ، هو أن هذا التحدب يؤدي إلى نتائج تتفق مع تعميم تجريبي مستخلص من ملاحظة المشاهدات الفعلية في دنيا الواقع ، يقوم على مبدأ أساس يعرف باسم مبدأ التنويع في الإستهلاك بمعنى أن المستهلكون سيستهلكون أكثر من سلعة و لا يمارسون التخصص في الإستهلاك (أي استهلاكهم لسلعة واحدة) ، و كما نرى فيما بعد (عند تحليل التوازن) أنه إذا كانت منحنيات السواء محدبة نحو نقطة الأصل فإن توازن المستهلك يتحقق عند نقطة داخلية تحتوي على توليفة سلعية تحتوي كميات موجبة من سلعتين أي أن المستهلك يمارس التنويع في الإستهلاك ، بينما لو كانت مقصرة (يحدث ذلك إذا كان المعدل الحدي للإحلال متزايدا) فإن التوازن يتحقق عند نقطة ركنية أي عند أحد ركني خط الميزانية و في هذه الحالة فإن التوليفة المحققة لوضع التوازن لا تحتوي إلا على سلعة واحدة .

الخاصية الثالثة :

منحنيات السواء لاتتقاطع فيما بينها

نفرض وجود منحنيي سواء متقاطعين و ذلك كما هو موضح في الشكل التالي :



لدينا A و B تتواجدان على منحنى سواء واحد S_2 أي تحققان للمستهلك نفس المستوى من المنفعة (تعريف منحنى السواء) . . . (1)

و لدينا A و C تتواجدان على منحنى سواء واحد S_1 أي تحققان للمستهلك نفس المستوى من المنفعة (تعريف منحنى السواء) . . . (2)

من (1) و (2) نستنتج أن B و C (تطبيق بديهية التعدي) تتواجدان على منحنى سواء واحد أي تحققان للمستهلك نفس المستوى من المنفعة .

و لدينا $\begin{cases} x_B > x_C \\ y_B > y_C \end{cases} \leftarrow B > C$ (بديهية عدم التشبع)و هذا يعني أن B مفضلة عند هذا المستهلك من التوليفة C و بالتالي فهما لا تتواجدان على نفس منحنى السواء

و هذا يؤكد أن هذه النتيجة متناقضة مع النتيجة السابقة إذ لا يعقل تساوي و اختلافهما في نفس الوقت

(بديهية أو المنطقية) مما يؤكد عدم تقاطع منحنيات السواء بالنسبة للمستهلك الواحد .

ثالثا : المعدل الحدي للإحلال بين السلعتين

كما لاحظنا سابقا أن تحرك المستهلك على امتداد منحنى سواء يعبر عنه بالمعدل الحدي للإحلال بين سلعتين ، يعرف هذا الأخير بأنه عبارة عن عدد الوحدات التي يكون المستهلك مستعدا للتنازل عنها من السلعة (Y) مقابل حصوله على وحدة إضافية من السلعة (X) تسمح له بالإحتفاظ بنفس مستوى المنفعة و يرمز له بالرمز $TMS_{(x,y)}$ ولتقديره نميز بين حالتين :

الحالة الأولى : بين نقطتين

يقدر المعدل الحدي في مثل هذه الحالة من خلال العلاقة الرياضية التالية :

$$TMS_{(x,y)} = -\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

الحالة الثانية : عند نقطة من نقاط منحنى السواء

النقطة محددة يتم من خلال العلاقة الرياضية التالية :

$$TMS_{(x,y)} = -\frac{dy}{dx}$$

النقطة غير محددة يتم بالصورة التالية :

عند تحرك المستهلك على منحنى السواء من نقطة إلى أخرى فهناك تعديل في كميات السلعتين هذا التعديل يعبر عنه رياضيا بالرمز dU و حيث أن الدالة المعبرة عن المفهوم الترتيبي للمنفعة تكون من الشكل :

$$U = f(x,y)$$

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x}dx + \frac{\partial U}{\partial y}dy$$

بحيث أن تحرك المستهلك يكون على نفس منحنى السواء إذن فالتغير في المنفعة يكون معدوما أي $dU = 0$

و تصبح العبارة السابقة كما يلي :

$$0 = \frac{\partial U}{\partial x}dx + \frac{\partial U}{\partial y}dy \rightarrow$$

$$-\frac{\partial U}{\partial y}dy = \frac{\partial U}{\partial x}dx$$

و بقسمة الطرفين على $\frac{\partial U}{\partial y}dx$ نجد :

$$-\frac{dy}{dx} = \frac{\partial U/\partial x}{\partial U/\partial y}$$

المعدل الحدي للإحلال بين السلعتين X و Y $-\frac{dy}{dx} = \lim\left(-\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)$

$\frac{\partial U}{\partial x}$ و $\frac{\partial U}{\partial y}$ تمثلان على التوالي المنفعة الحدية للسلعة (X) و المنفعة الحدية للسلعة (Y) و هكذا فالمعدل الحدي للإحلال عند أي نقطة من منحنى السواء ما هو في الحقيقة سوى النسبة بين المنفعة الحدية للسلعة (X) و المنفعة الحدية للسلعة (Y) .

الحالة الأولى : حالة البيانات المتقطعة

يحدث هذا عندما نريد تحديد بين نقطتين من نقاط منحنى السواء و سنوضح ذلك من خلال المثال التالي

مثال رقم (1)

إذا توفرت لديك المعلومات التالية حول كميات سلعتين كما هو موضح في الجدول التالي :

التوليفة	A	B	C	D	E
x	1	2	3	4	5
y	24	18	14	12	11

و المطلوب

1 - قدر المعدل الحدي للإحلال بين مختلف النقاط الموضحة بالجدول .

2 – بعد أن تقدر قيم هذا المعدل ماذا تستنتج .

3 – علق على نتيجة واحدة من النتائج المتوصل إليها .

حل المثال :

1 - تقدير قيم المعدل الحدي للإحلال بين مختلف النقاط الموضحة بالجدول

يقدر المعدل في مثل هذه الحالة (بين نقطتين) كما يلي :

$$TMS_{(x,y)} = -\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

بين النقطتين A و B

$$TMS_{(x,y)} = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = -(\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}) = \frac{y_A - y_B}{x_B - x_A}$$

$$= \frac{24-18}{2-1} = 6$$

بين النقطتين B و C

$$TMS_{(x,y)} = \frac{18-14}{3-2} = 4$$

بين النقطتين C و D

$$TMS_{(x,y)} = \frac{14-12}{4-3} = 2$$

بين النقطتين D و E

$$TMS_{(x,y)} = \frac{12-11}{5-4} = 1$$

2 – من خلال القيم المعبرة عن $TMS_{(x,y)}$ نستنتج بأنه معدل متناقص .

3 - التعليق على نتيجة من نتائج هذا المعدل

بين النقطتين A و B مثلا :

حتى ينتقل هذا المستهلك نحو التوليفة الممثلة بالنقطة B فإنه مستعد للتنازل عن 6 وحدات من السلعة (Y) مقابل حصوله على وحدة إضافية من (X) تسمح بالإحتفاظ بنفس مستوى المنفعة .

معنى تناقص $TMS_{(x,y)}$

يعني تناقص $TMS_{(x,y)}$ أمرين :

الأمر الأول : أن منحنى السواء في الحالات العادية لا يمكن أن يأخذ شكل الخط المستقيم ، يعبر هندسيا عن دالة خطية ، و ذلك لأن ميل الخط المستقيم - كما نعلم - يكون ثابتا ، و لا يتغير بالإنتقال عليه من نقطة لأخرى ، ولكنه يأخذ شكل منحنى يعبر هندسيا عن دالة غير خطية .

الأمر الثاني : هو أن منحنى السواء في الحالات العادية يكون محدبا بالنسبة لنقطة الأصل و ذلك لأن ميل هذا الأخير بالقيمة المطلقة أي $TMS_{(x,y)}$ ، يتناقص بتحرك المستهلك على المنحنى من أعلى إلى أسفل .

الحالة الثانية : حالة البيانات المتصلة

يحدث هذا عندما نريد تحديد $TMS_{(x,y)}$ عند نقطة من منحنى السواء سواء كانت هذه النقطة محددة ، أو غير محددة .

- حالة كون النقطة محددة كأن نقول مثلا تحديد $TMS_{(x,y)}$عند وضع التوازن

في مثل هذه الحالة يحدد $TMS_{(x,y)}$ من خلال العلاقة الرياضية التالية :

$$TMS_{(x,y)} = \lim_{x \to 0}\left(-\frac{\Delta y}{\Delta x}\right) = -\frac{dy}{dx}$$

أي $TMS_{(x,y)}$ ما هو سوى المشتقة الأولى للدالة (Y) المعبرة عن منحنى سواء بالنسبة لـ (X) مسبوقا بالإشارة

(-) ، و هو يمثل في ذات الوقت الميل المطلق للمماس الذي يمس منحنى السواء عند النقطة التي نريد أن نقدر عندها $TMS_{(x,y)}$.

<u>مثال :</u>

إذا افترضنا دالة منحنى سواء معبر عنها بالعلاقة الرياضية التالية :

$$\Delta x \to 0 \qquad , \quad y_A = \frac{4}{x_A^2}$$

<u>و المطلوب :</u>

حدد $TMS_{(x,y)}$ عند النقطة A من منحنى السواء المعبر عنه بالعلاقة الدالية السابقة ، و هل يتحقق الإستنتاج السابق .

<u>الحل :</u>

حيث أننا بصدد بيانات متصلة ، و نقطة محددة من نقاط منحنى السواء ، فإن $TMS_{(x,y)}$ عند هذه النقطة ، يحدد من العلاقة الرياضية التالية :

$$TMS_{(x,y)} = -\frac{dy_A}{dx_A} = -\left[-\frac{2x_A(4)}{(x_A^2+4)^2}\right]$$

$$= \frac{8x_A}{x_A^4} = \frac{8}{x_A^3}$$

و حيث أن البسط ثابت ، فإن كل زيادة في المقام يترتب عنه تناقص في قيمة الكسر ، و حيث أن هذا الأخير ما هو سوى $TMS_{(x,y)}$ فإننا نستنتج أنه معدل متناقص ، و هو نفس الإستنتاج السابق .

- حالة كون النقطة غير محددة ، فإن $TMS_{(x,y)}$ يحدد وفق الصورة التالية :

عند تحرك المستهلك على منحنى سواء معين ، يترتب عنه تعديل في كميات السلعتين (X) ، (Y) بآن واحد ، و على اعتبار أن تغير كميات إحدى السلعتين ينتج عنه تغيرا جزئيا في المنفعة الكلية فإن تغيرهما معا سوف ينتج عنه تغيرا كليا في المنفعة الكلية أي (dS) .

و من الناحية الرياضية فإن (dS) يعبر عنها كما يلي :

$$dS = \frac{\partial S}{\partial x}dx + \frac{\partial S}{\partial y}dy$$

و بما أن مستوى المنفعة على نفس منحنى السواء ثابت (متماثل) فإن التغير فيها يكون معدوما أي$(dS = 0)$

$$0 = \frac{\partial S}{\partial x}dx + \frac{\partial S}{\partial y}dy$$

$$-\frac{\partial S}{\partial y}dy = \frac{\partial S}{\partial x}dx$$

بقسمة الطرفين على $\frac{\partial S}{\partial y}dx$ نجد :

$$-\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{\partial S}{\partial x}dx}{\frac{\partial S}{\partial y}dx}$$

$$-\frac{dy}{dx} = \frac{\partial S/\partial x}{\partial S/\partial y}$$

$$-\frac{dy}{dx} = lim\left(-\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)$$

و هو يمثل المعدل الحدي للإحلال بين سلعتين المقدر على نقطة من منحنى السواء .

$\partial S/\partial x$, $\partial S/\partial y$ يمثلان على التوالي المنفعة الحدية للسلعة (X) و المنفعة الحدية للسلعة (Y) .

و هكذا يمكن القول أن المعدل الحدي للإحلال بين سلعتين عند نقطة من منحنى السواء ما هو سوى النسبة بين المنفعة الحدية للسلعة (X) و المنفعة الحدية للسلعة (Y) .

إن تنازل المستهلك على كميات من السلعة (Y) يترتب عنه زيادة في المنفعة الحدية للسلعة (Y) مقابل حصوله على وحدة إضافية من السلعة (X) بمعنى زيادة في كميات هذه السلعة و بالتالي تناقص منفعتها الحدية .

إن تناقص البسط و زيادة المقام يعني أن النسبة سوى تتناقص مما يدل على تناقص المعدل الحدي للإحلال بين السلعتين (X) و (Y)

ملاحظة :

بالنظر لكون منحنى السواء يعبر عن السلوك المرغوب للمستهلك ، و الذي لا علاقة له بإمكانياته ، فإن المعدل الحدي للإحلال بين سلعتين و المقدر على أي نقطة من نقاط هذا المنحنى أو بين نقطتين منه يعبر عنه باسم " المعدل الحدي المرغوب (الذاتي ، الشخصي) للإحلال بين سلعتين " كما يقيمه المستهلك وفق رغباته و تفضيلاته تجاه السلعتين ، أي التقييم الشخصي للسلعتين ، هذا التقييم سيختلف من مستهلك لآخر .

رابعا : الأشكال الخاصة لمنحنيات السواء

رأينا فيما تقدم أن منحنى السواء في الحالات العادية يكون محدبا نحو نقطة الأصل ، مع الإشارة إلى أن درجة التحدب تتوقف على مدى قابلية الإحلال بين السلعتين قيد الدراسة .

و للإيضاح نشير إلى وجود بعض الأشكال الخاصة لمنحنيات السواء تتغير بحسب :

أ - حسب طبيعة السلعتين

و نميز بين حالتين :

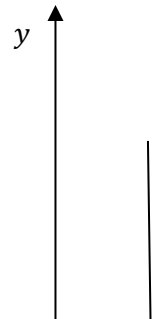
الحالة الأولى : حالة السلع المتكاملة

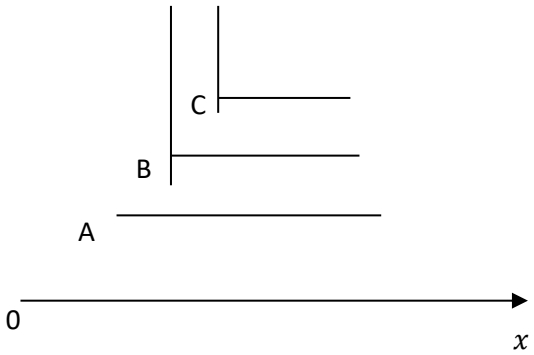
و نكون أمام هذه الحالة عندما يتعذر الإحلال بين السلعتين ، و أن المنفعة لا تتحقق باستهلاك السلعتين معا .

<u>مثال ذلك</u>

زوج الأحذية ، زوج القفازات فالمستهلك في مثل هذه الحالة يستعمل السلعتين معا (حذاء الرجل اليمنى و الرجل اليسرى) ، إلى غير ذلك من أمثلة السلع المتكاملة .

و الشكل التالي يوضح مثل هذه الحالة .





إذن و كما يتضح من هذا الشكل فإن منحنى السواء يأخذ شكل المحورين المتعامدين مكونين فيما بينهما زاوية قائمة ، و أن المستهلك سيبقى على نفس منحنى السواء مهما كانت الكميات المعروضة عليه من إحدى السلعتين ، إذا كانت كميات السلعة الأخرى ثابتة ، و أنه من أجل الإنتقال إلى منحنى سواء آخر (لاحق) محصلا بذلك على مستوى منفعة أكبر ، فلابد من زيادة كميات السلعتين معا ، و بنفس النسبة .

و $TMS_{(x,y)}$ في مثل هذه الحالة إما أن يكون لا نهائيا أو مساويا للصفر ، فعند تحرك المستهلك رأسيا (من أعلى إلى أسفل) ، فإن : $TMS_{(x,y)} = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{\Delta y}{0} = \infty$

و عند تحركه أفقيا (من اليسار إلى اليمين) ، فإن : $TMS_{(x,y)} = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{0}{\Delta x} = 0$

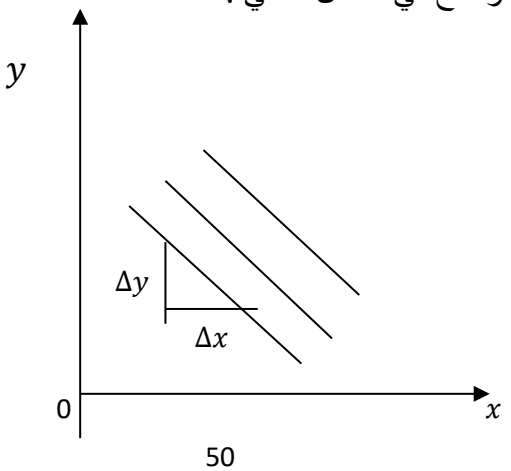
و هذا مناف تماما لأحد إفتراضات نظرية منحنيات السواء (كما سنرى ذلك لاحقا) متمثلا في تناقص $TMS_{(x,y)}$

الحالة الثانية : حالة البدائل التامة

يحدث هذا عندما تكون سلعة معينة بديلا كاملا لسلعة أخرى ، إلى درجة أن ينظر لهما كسلعة واحدة .

و يأخذ منحنى السواء في مثل هذه الحالة شكل خط مستقيم ينحدر من أعلى إلى أسفل ، و من اليسار بإتجاه

اليمين، و ذلك كما هو موضح في الشكل التالي :



و $TMS_{(x,y)}$ في مثل هذه الحالة يكون مساويا للواحد

$$TMS_{(x,y)} = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = 1$$

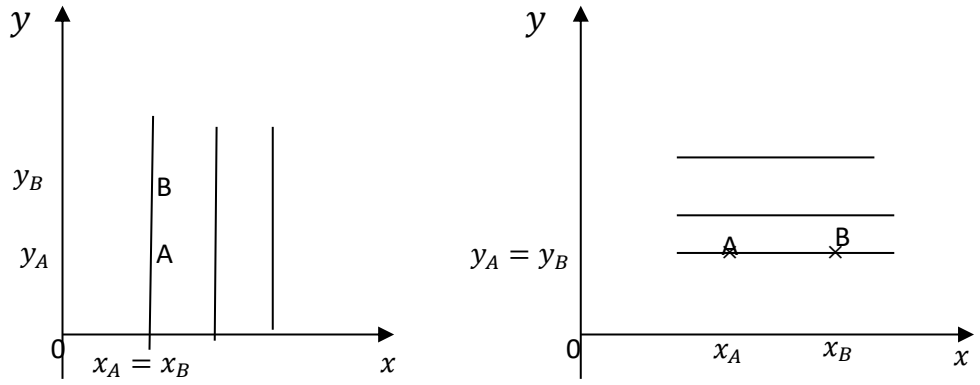
و هذا مناف كذلك لافتراض النظرية الذي ينص على تناقص $TMS_{(x,y)}$

ب – حسب ذوق المستهلك

و نميز هنا - أيضا – بين حالتين :

الحالة الأولى : حالة السلع غير المرغوبة

في مثل هذه الحالة يأخذ منحنى السواء شكلا أفقيا في حالة كون السلعة (X) غير مرغوبة ، و رأسيا في حالة كون السلعة (Y) غير مرغوبة ، و الشكلان الآتيان يوضحان مثل هذه الحالة .



في حالة كون السلعة (X) غير مرغوبة فإن : $TMS_{(x,y)} = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{0}{\Delta x} = 0$

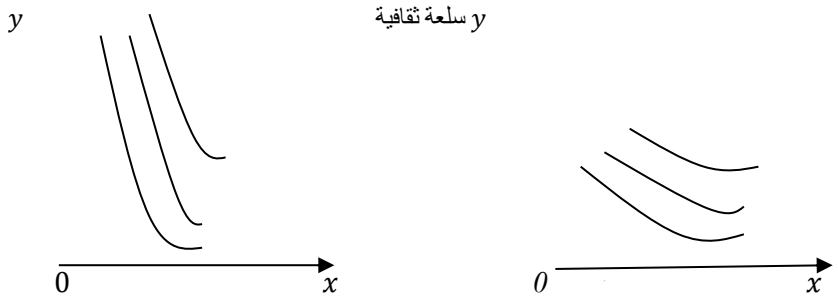
في حالة كون السلعة (Y) غير مرغوبة فإن : $TMS_{(x,y)} = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{\Delta y}{0} = \infty$

و النتيجة في الحالتين منافية لافتراض النظرية الذي ينص على تناقص $TMS_{(x,y)}$ ، كما أنها لا تتوافق مع بديهية

" عدم التشبع " إحدى مستلزمات رشادة المستهلك .

الحالة الثانية : حالة السلع التي تكون إليها الرغبة ضعيفة

و تأخذ منحنيات السواء في مثل هذه الحالة شكلا يقترب من الشكل الأفقي في حالة كون الرغبة إلى السلعة (X) ضعيفة ، و يقترب من الشكل الرأسي في حالة تكون الرغبة إلى السلعة (Y) ضعيفة ، و ذلك كما هو موضح بالشكلين التاليين :



مشروبات غازية

شخص مثقف يعاني من داء القرحة المعدية　　شخص غير مثقف

في حالة كون الرغبة إلى السلعة (X) ضعيفة فإن : $TMS_{(x,y)}$ يقترب من الصفر .

في حالة كون الرغبة إلى السلعة (Y) ضعيفة فإن : $TMS_{(x,y)}$ يقترب من اللانهاية .

و كل ذلك مناف لافتراض النظرية الذي ينص على تناقص $TMS_{(x,y)}$.

خامسا : معادلة و خط الميزانية

يقصد بميزانية المستهلك ذلك الجزء من دخله النقدي المخصص للإنفاق على سلع و خدمات إستهلاكية ، و يرمز لها بالرمز (R) ، و سيعبر عنها من الآن و لاحقا باسم " دخل المستهلك " .

و بغرض تحديد معادلة الميزانية نفترض أن المستهلك يستهلك سلعتين فقط . و يأتي هذا الإفتراض من أجل أن يكون تحليلنا هنا منسجما مع ما سبق أن قلناه عند دراستنا لمنحنى السواء (و هو أن هذا الأخير يتطلب عند تحديده أخذ السلع مثنى مثنى) .

و لنعتبر أن هاتين السلعتين هما (X) و (Y) ، تباعان بسعر ثابت للوحدة منهما هو (P_y, P_x) على الترتيب .

إن دخل المستهلك (R) ، و الثمن الذي تباع كل من السلعتين (P_x) ، (P_y) يعينان معادلة تعرف بمعادلة الميزانية ، و ذلك وفق القاعدة القائلة بأن (R) يجب أن ينفق بكامله على السلعتين ، بمعنى يجب أن يكون مساويا إلى المبلغ المخصص للإنفاق على السلعة (X) ، أي (xP_x) مضافا إليه المبلغ المخصص للإنفاق على السلعة (Y) ، أي (yP_y) و بالنتيجة فإن :

$$R = xP_x + yP_y \leftarrow \text{معادلة الميزانية}$$

من هذه المعادلة نسجل أن :

R , P_y , P_x تمثل ثوابت موجبة .

x , y تمثل على التوالي كميات السلعتين X , Y و بالتالي فهي متغيرات موجبة .

و يمكن أن نعبر عن(y) بدلالة (x) ، فنحصل على :

$$y = -\frac{P_x}{P_y}x + \frac{R}{P_y}$$

و هذه الأخيرة هي - كما تبدوا – معادلة خط مستقيم ، يعرف باسم خط الميزانية .

و لتمثيل معادلة الميزانية بيانيا ، نحتاج إلى نقطتين ، و قد جرت العادة عند تحديد هاتين النقطتين ، أخذ الحالتين المتطرفتين ، أي عندما يمارس المستهلك التخصص في استهلاكه ، بمعنى أننا نفترض أن المستهلك يوزع في كل مرة دخله

بالكامل من أجل الحصول على كميات معينة من سلعة واحدة ، و من ثم لا يحصل على أي شيء من السلعة الأخرى و ذلك على النحو التالي :

أ - نفترض أن المستهلك ينفق دخله بالكامل على السلعة (x) ، و من ثم فإن $(y = 0)$ في مثل هذه الحالة .

و بالتعويض عن (y) بما يساويها في معادلة الميزانية ، نحصل على :

$$R = xP_x + 0(P_y)$$

$$x = \frac{R}{P_x}$$

و هي تمثل كميات السلعة (x) التي يحصل عليها المستهلك عندما ينفق دخله كاملا على هذه السلعة و يتجسد بيانيا بنقطة إلتقاء خط الميزانية مع محور السلعة (x) ، أي محور الفواصل (المحور الأفقي)

ب - نفترض أن المستهلك يخصص كامل دخله للحصول على السلعة (y) ، و تصبح عندئذ ($x = 0$) .

و بالتعويض عن (x) بما يساويها في معادلة الميزانية ، نجد أن :

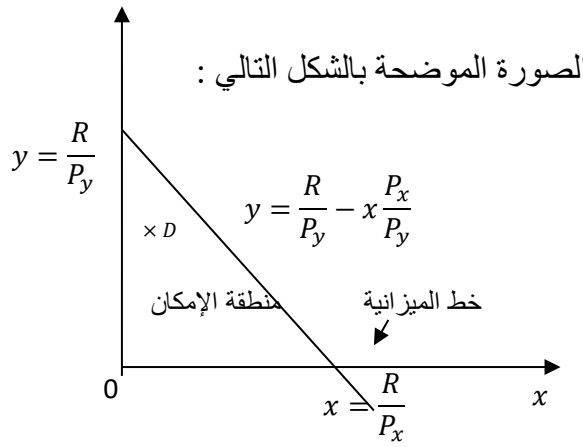
$$R = 0(P_x) + yP_y \rightarrow$$

$$y = \frac{R}{P_y}$$

و هي تمثل كميات السلعة (y) التي يحصل عليها المستهلك عندما ينفق دخله كاملا على السلعة (y)

و يتجسد بيانيا بنقطة إلتقاء خط الميزانية مع محور السلعة (y) أي محور التراتيب (المحور الرأسي

و هكذا فإن خط الميزانية يأخذ الصورة الموضحة بالشكل التالي :



R=24
$P_x = 3$
$P_y = 4$

سنقوم الآن بتفسير مكونات المعادلة $y = \frac{R}{P_y} - \frac{P_x}{P_y}$ (الصورة الأخرى لمعادلة الميزانية) ،

$-\frac{P_x}{P_y}$ يمثل ميل خط الميزانية ، ذلك أن $^{dy}/_{dx} = -\frac{P_x}{P_y}$

$\frac{R}{P_y}$ يمثل الحد الثابت في المعادلة ، و هو يمثل نقطة تقاطع خط الميزانية مع محور التراتيب ، أي الكميات التي سيحصل عليها المستهلك من السلعة (y) عندما يخصص دخله بالكامل لهذه السلعة .

التوليفات الممثلة بالنقاط الواقعة على امتداد خط الميزانية ، تمثل مجموع التوليفات التي يكون بإمكان المستهلك الحصول عليها بدخله (R) ، والتي يستنفد عندها هذا المستهلك دخله بالكامل .

التوليفات الممثلة بالنقاط الواقعة داخل الحيز $\frac{R}{P_x}\frac{R}{P_y}$ ، تمثل مجموع التوليفات التي يمكن للمستهلك الحصول عليها بدخله (R) ، و لكنها غير مستنفدة لهذا الدخل .

التوليفات الممثلة بالنقاط الواقعة خارج خط الميزانية و إلى يمينه - تحديدا – تمثل توليفات غير ممكنة بالنسبة للمستهلك ، حيث يتعذر عليه الحصول عليها بدخله المتاح ، لأن هذا الأخير يصبح – حينئذ – غير كاف .

ملاحظة :

$\frac{dy}{dP_x} = \frac{P_x}{P_y}$ –يمثل رياضيا الميل المطلق لخط الميزانية ، و يمثل من الناحية الإقتصادية المعدل الحدي الممكن

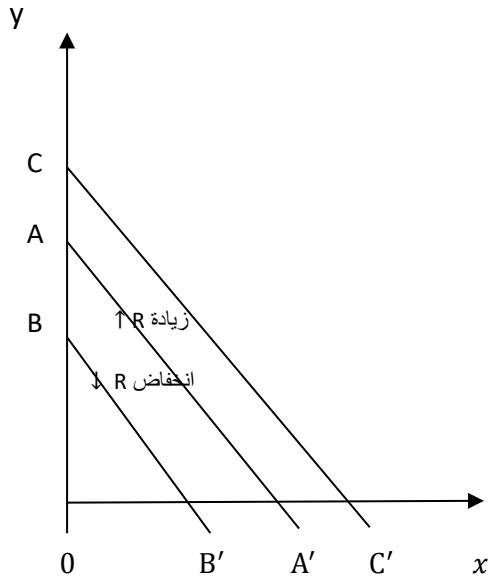
(الموضوعي ، السوقي) للإحلال بين السلعتين ، و هو معدل ثابت ، و هو يعبر عن التقييم الموضوعي للسلعتين كما يحدده السوق .

سادسا : إنتقال خط الميزانية

يقصد بانتقال خط الميزانية تحرك هذا الأخير من وضع لآخر داخل الحيز السلعي(xoy) ، و يحدث ذلك عندما يتغير أحد ثوابت معادلة الميزانية (لأي سبب من الأسباب) ، أي عندما يتغير دخل المستهلك (R) و بقاء سعري السلعتين ثابتين أو تغير سعر إحدى السلعتين و بقاء دخل المستهلك و سعر السلعة الأخرى ثابتين .

1 - في حالة تغير دخل المستهلك و بقاء سعري x و y ثابتين ، فإن خط الميزانية ينتقل بأكمله موازيا لنفسه (دلالة على ثبات ميله و ذلك نتيجة ثبات محددات الميل و هي النسبة بين سعري السلعتين x وy) إلى أعلى في حالة زيادة

الدخل (R) و إلى أسفل في حالة إنخفاضه ، و الشكل التالي يوضح ذلك :

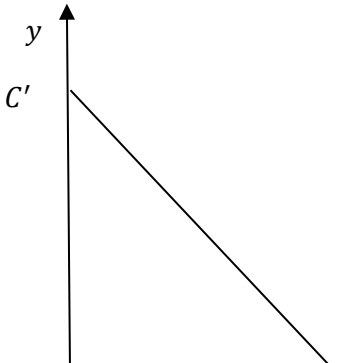


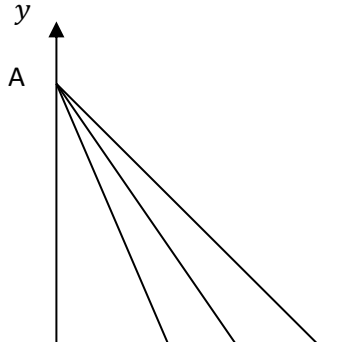
AA'يمثل خط الميزانية في الوضع الأصلي

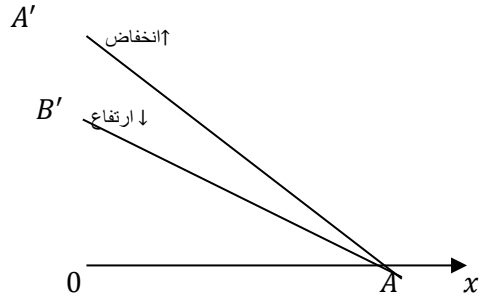
BB' يمثل خط الميزانية بعد انخفاض في الدخل

CC' يمثل خط الميزانية بعد زيادة في الدخل

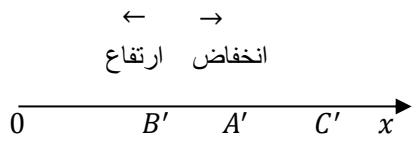
2 - في حالة تغير سعري إحدى السلعتين مع ثبات سعر السلعة الأخرى و كذا دخل المستهلك ، فإن خط الميزانية لا ينتقل بكامله كما هو الحال في حالة تغير دخل المستهلك ، إنما يستدير حول نفسه مرتكزا على النقطة الواقعة على محور السلعة التي لم يتغير سعرها ، و الشكلان التاليان يوضحان ذلك .







حالة تغير P_y و ثبات كل من R و P_x



حالة تغير P_x و ثبات كل من R و P_y

2 - 2 - إفتراضات نظرية منحنيات السواء

قامت هذه النظرية على مجموعة من الإفتراضات نجملها في النقاط التالية :

أولا : رشادة المستهلك

و يعني هذا الإفتراض أن المستهلك يتمتع بدرجة عالية من التعقل ، بحيث يحاول - دوما – مالم تظهر مؤثرات خارجية تؤثر على سلوكه - إختيار توليفة سلعية من بين مجموعة التوليفات المتاحة أمامه ، تتميز أنها أفضل من غيرها من حيث مستوى المنفعة ، و تحقق له أقصى منفعة ممكنة .

و يتطلب إفتراض من الرشد - الذي يحقق متطلبات المفهوم الترتيبي للمنفعة - على ضرورة أن يتم ذلك الإختيار في ظل تحقق مجموعة من البديهيات لعل من أهمها ما يلي :

1 - بديهية المقارنة أو القدرة على تقييم المنفعة (الإختيار المطلق)

و تعني هذه البديهية أن المستهلك إذا ما عرضت عليه توليفتين سلعيتين مثل $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ فإنه يكون قادرا على تقييم مستوى المنفعة الذي ستكسبه إياه كل توليفة منهما ، و مقارنة هذه المستويات ، بحيث يختار في النهاية بديلا واحدا وواحدا فقط من بين البدائل التالية :

$A\ (x_A, y_A) > B(x_B, y_B)$ أو $A(x_A, y_A) < B(x_B, y_B)$ أو $A(x_A, y_A) \sim B(x_B, y_B)$

أفضل ← تفضيل أقل ← (تماثل) تكافؤ ←

2 - بديهية الإتساق أو المنطقية

و تعني هذه البديهية أن تفضيلات المستهلك متسقة أو منطقية ، أي غير متناقضة و لا متعارضة أي إذا كانت $A(x, y) > B(x, y)$ بنظر المستهلك فإنه لا يمكن أن تكون

$A\ (x_A, y_A) \sim B(x_B, y_B)$ أو $B(x_B, y_B) > A(x_A, y_A)$

في نفس الوقت .

3- بديهية التعدي

و تعني هذه البديهية أن تفضيلات المستهلك ينبغي أن تكون متعدية ، بمعنى أنه إذا كانت :

$A(x_A, y_A) \geq B(x_B, y_B)$ و $(x_B, y_B) \geq C(x_c, y_c)$ فإن $A(x_A, y_A) \geq C(x_c, y_c)$

4- بديهية نزعة الإستزادة و عدم التشبع

و تعني هذه البديهية أن يكون الأكثر أفضل من الأقل ، أي أنه إذا كانت هناك توليفتان سلعيتان مثل ($A(x_1, x_2, x_3, \ldots)$ و ($B(x_1, x_2, x_3, \ldots)$ تحتويان على نفس السلع ، و كانت المنافع الحدية لهذه السلع موجبة ، فإن المستهلك سيفضل التوليفة التي تشتمل على كميات أكبر من إحدى أو كل السلع عن التوليفات الأخرى التي تحتوي على كميات أقل ، إذ يفترض في هذا المستهلك أنه لن يصل إلى حالة التشبع من جميع السلع المرغوبة ، بل يظل دوما راغبا في الإستزادة منها على الأقل خلال فترة التحليل .

و بمعنى آخر فإن هذه البديهية تعبر عن الترتيب التفضيلي بين توليفات سلعية ، و ذلك من خلال العلاقات الموجودة بين كميات السلع المكونة لهذه التوليفات ، و هذه العلاقات يمكن أن تأخذ إحدى الصور الثلاثة التالية :

$>$ أكبر تماما ، $<$ أصغر تماما ، $\sim$ تكافىء

و تنص بديهية عدم التشبع من أجل التوليفتين $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ أنه إذا كان

$$\left.\begin{array}{l} x_A \geq x_B \\ y_A \geq y_B \end{array}\right\} \leftarrow \text{فإن} \quad A(x_A, y_A) \geq B(x_B, y_B) \quad \text{و العكس بالعكس}$$

5- بديهية التأكد التام

و تعني هذه البديهية أن يكون المستهلك على معرفة كاملة و دقيقة بكل السلع المعروضة بالسوق و بمواصفاتها الفنية

و أسعارها الفعلية .

ثانيا : منفعة الشيء (سلعة أو خدمة) مفهوم ترتيبي

و يعني هذا الإفتراض أن المستهلك حتى و إن كان لا يستطيع تحديد كمية المنفعة التي يحصل عليها من مختلف التوليفات السلعية المتاحة لديه ، إلا أنه يبقى بمقدوره تقييم المنفعة المستمدة من كل توليفة ، و مقارنة هذه المستويات

(بديهية القدرة على المقارنة) و ترتيبها ترتيبا تنازليا أو تصاعديا .

و عند تقييم مستويات المنفعة من طرف المستهلك بموجب هذه النظرية فإنه يقوم بتعيين عدد معين لكل توليفة سلعية يعكس وزنها بالنسبة لغيرها من التوليفات ، دون أن يكون لهذا العدد أية دلالة كمية ، و من ثم لا يكون لأعداد

المنفعة هنا الخصائص الجبرية لمجموعة الأعداد الحقيقية من حيث التضاعف و التساوي و الفروق كما هو الحال في نظرية المنفعة الحدية .

فإذا كانت هناك مجموعة من التوليفات السلعية مثل $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ و $C(x_c, y_c)$

و $D(x_D, y_D)$ و قيم المستهلك مستويات المنفعة الخاصة بكل توليفة من هذه التوليفات ، بحيث قرر أن

$$A > B > C > D$$

فبإمكان المستهلك التعبير عن هذا الترتيب باستخدام عدد كبير (قد يكون لا نهائيا) من مجموعات الأعداد التي تحافظ على هذا الترتيب ، فبمجرد أن يعين عدد التوليفة التي تعد أقل تفضيلا بنظره و هي التوليفة D في حالتنا هذه ، و ليكن (3) ، مع الإشارة إلى أنه يمكن إختيار أي رقم آخر فإنه يستطيع أن يعين للتوليفة الموالية لها (B) أي رقم آخر أكبر من (3) و ليكن (9) دون أن يعني ذلك أن التوليفة (B) تحقق للمستهلك مستوى منفعة مساو ليضعف مستوى منفعة (D) ، و هكذا بالنسبة للتوليفتين المتبقيتين ، حيث يعين أي رقم يفوق الرقم (9) بالنسبة للتوليفة (C) و ليكن (11) و عدد آخر للتوليفة (A) يفوق الرقم (11) و ليكن (105) .

ثالثا : تناقص المعدل الحدي للإحلال بين السلعتين (x) و (y)

يعتبر تناقص هذا المعدل بديهية أكثر مما هو افتراض ، و هذه حقيقة وقفنا عليها عند دراستنا لهذا المعدل في فقرات سابقة (تحدب منحنيات السواء) .

و كون هذا المعدل يشترك مع المنفعة الحدية للسلعة في صفة التناقص ، جعل بعض الإقتصاديين يرون أن افتراض تناقص $TMS_{(x,y)}$ هو الصورة الحديثة لافتراض تناقص المنفعة الحدية (Umg) و إذا كانت المنفعة الحدية تكتسي أهمية بالغة في توازن المستهلك حسب نظرية المنفعة الحدية - كما سبق و أن بينا - فإن $TMS_{(x,y)}$ يكتسي بدوره نفس الأهمية حسب نظرية منحنيات السواء ، إذ تكسب هذه الخاصية منحنيات السواء صفة التحدب نحو نقطة الأصل ، مما يجعل توازن المستهلك عند نقطة داخلية تضمن التنويع في الإستهلاك .

رابعا : المنفعة الكلية لأية توليفة سلعية تعتمد على كميات سلعتي هذه التوليفة

و يعني هذا الإفتراض أن المنفعة الكلية (U) هي دالة في كميات السلعتين (x) و (y)

$$U = f(x, y)$$

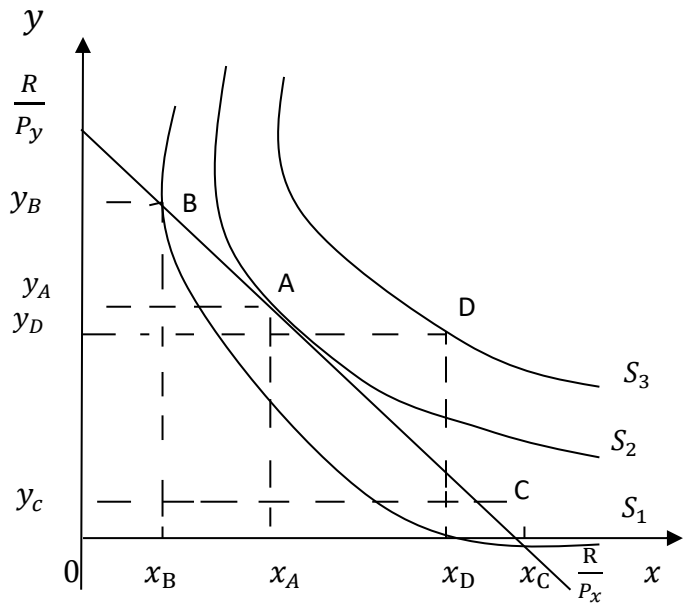
و هي دالة مستمرة ، و لها مشتقات جزئية من الدرجتين الأولى و الثانية مستمرة كذلك ، وحيدة القيمة و معرفة خلال فترة زمنية معينة .

2 - 3 - نموذج التوازن

على ضوء الإفتراضات السابقة ، تمكن منظرو هذه النظرية صياغة نموذج توازن يعتمد على أداتين تحليليتين تتعلق أولاهما بالسلوك المرغوب (منحنيات السواء) ، و ثانيتهما بالسلوك الممكن (خط الميزانية) ، فالمستهلك يقع - دائما – بين فكي الرحى : رغباته من ناحية و إمكانياته من ناحية أخرى .

و حيث أن كلا من هاتين الأداتين تتحدد في استقلال تام عن الأخرى ، فإن جمعهما معا يمكن من تحديد الوضع الذي يكون عنده السلوك المرغوب ممكن أي توازن المستهلك .

و بمعنى آخر نقول أن توازن المستهلك يتحقق عندما يتمكن هذا الأخير من إشباع أقصى قدر من رغباته في حدود إمكانياته ، و يمكن توضيح هذا الوضع من خلال الشكل التالي :



من الشكل السابق نلاحظ ما يلي :

أ - وجود ثلاث منحنيات سواء S_1, S_2, S_3 تشكل مجتمعة ما يعرف اصطلاحا باسم " خريطة السواء " الخاصة بأحد المستهلكين .

ب - كل التوليفات الواقعة على S_3 تكون مفضلة على التوليفات الواقعة على S_2 ، و هذه الأخيرة تكون مفضلة على التوليفات الواقعة على S_1 ، لا، منحنى السواء S_3 يعبر على منفعة أكبر من المنفعة التي يعبر عنها المنحنيات S_2 ، S_1 كما أن المنحنى S_2 يعبر على منفعة أكبر من المنفعة التي يعبر عنها المنحنى S_1 ، لأن المنحنى كلما إبتعد عن نقطة الأصل كلما كانت المنفعة التي يعبر عنها أكبر .

ج - إن الحل الأمثل (توازن المستهلك) يتحقق عند تلك التوليفة التي تتواجد في نفس الوقت على :

- خط الميزانية

- منحنى السواء الأكثر ارتفاعا

د - منحنى السواء الأكثر ارتفاعا و الذي يكون بإمكان المستهلك الوصول إليه يقع على خط الميزانية أي المنحنى الذي يمس خط الميزانية و هو المنحنى S_2 في الشكل السابق .

ه - الحل الأمثل يتمثل في التوليفة المعبر عنها بالنقطة (A) و هي نقطة تماس بين منحنى السواء S_2 و خط الميزانية ، و هي كما يتضح من الشكل توليفة مكونة من كميات سلعتين x و y (و في هذا دليل على وجود تنويع في الإستهلاك)

و - منحنى السواء الذي يقطع خط الميزانية أي S_1 يعكس مستوى منفعة تقل عن المنفعة التي يعكسها منحنى السواء S_2 ، و عليه فإن نقطتي التقاطع مع خط الميزانية B و C تمثلان توليفتين ممكنتين و لكنهما غير مرغوبتين .

ي - منحنى السواء الذي تقع عليه التوليفة D أي S_3 يعبر عنها منحنى السواء المماس لخط الميزانية أي S_2 و لكنه يقع خارج منطقة إمكانيات المستهلك ، و عليه فإن التوليفة (D) تكون توليفة مرغوبة و لكنها غير ممكنة .

إذا ما أخذنا بنظر الإعتبار إفتراض تناقص $TMS_{(x,y)}$ و الذي يضمن تحدب منحنى السواء تجاه نقطة الأصل ، فإن الحل الأمثل (نقطة التماس) موجود دائما و يكون وحيدا .

خصائص الحل الأمثل أو وضعية التوازن

عند الحل الأمثل يكون ميل السواء $\left(-\frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}}\right)$ مساويا لميل خط الميزانية $\left(-\frac{P_x}{P_y}\right)$ أي :

$$-\frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = -\frac{P_x}{P_y} \rightarrow \frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = \frac{P_x}{P_y}$$

$\frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}}$ يمثل المعدل الحدي (المرغوب أو الذاتي) للإحلال بين السلعتين x و y .

$\frac{P_x}{P_y}$ يمثل المعدل الحدي (الممكن أو الموضوعي أو السوقي) للإحلال بين السلعتين x و y .

و بالنتيجة فإن نموذج توازن المستهلك حسب نظرية منحنيات السواء يقتضي تحقق الشرط :

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = \frac{P_x}{P_y}$$

التفسير الإقتصادي

عند الحل الأمثل يجب أن تكون النسبة بين المنفعتين الحديتين للسلعتين x و y مساوية للنسبة بين سعري هاتين السلعتين أو القول :

عند الحل الأمثل يجب أن يكون المعدل الحدي (المرغوب) للإحلال بين السلعتين x و y مساويا للمعدل الحدي

(الممكن) للإحلال بين نفس السلعتين .

ملاحظة

أ – إن نموذج التوازن السابق يقتضي ضمنيا تحقق الشرط $R = xP_x + yP_y$

و يعني هذا الأخير أن التوليفة التوازنية تقع على خط الميزانية تماما ليست فوقه و لا تحته

ب - إن النموذج السابق يمكن إعادة كتابته كما يلي :

$$\frac{\partial U/\partial x}{P_x} = \frac{\partial U/\partial y}{P_y}$$

و هذا الأخير ما هو في الحقيقة سوى نموذج التوازن حسب نظرية المنفعة الحدية ، و هذا ما يسمح لنا بالقول بتماثل نموذجي التوازن رغم انطلاق النظريتين من إفتراضات مختلفة و متباينة

<u>مثال :</u>

نأخذ نفس المثال الموجود بنظرية المنفعة الحدية ، أي :

$$R = 81 \ , \ P_y = 4 \ , P_x = 2 \ , UT_{(x,y)} = x + y + 2xy$$

<u>و المطلوب</u> : تحديد وضع توازن المستهلك

نعلم أن المستهلك يكون في حالة توازن حسب نظرية منحنيات السعر عندما يتساوى المعدل الحدي المرغوب للإحلال مع المعدل الحدي الممكن للإحلال .

المعدل الحدي المرغوب للإحلال $-\frac{dy}{dx} = \frac{\partial U/\partial x}{\partial U/\partial y}$

$-\frac{dy}{dx} = \frac{P_x}{P_y}$ المعدل الحدي الممكن للإحلال

$$\frac{\partial U}{\partial x} = 1 + 2y \quad , \quad \frac{\partial U}{\partial y} = 1 + 2x$$

$$\frac{\partial U/\partial x}{\partial U/\partial y} = \frac{P_x}{P_y}$$

$$\frac{1+2y}{1+2x} = \frac{2}{4} \rightarrow 4 + 8y = 2 + 4x$$

$$4x = 8y + 4 - 2 \rightarrow 4x = 8y + 2$$

و منه :

$$x = 2y + 0.5 \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

و بالتعويض في معادلة القيد المتمثلة في $81 = 2x + 4y$ نحصل على :

$$81 = 2(2x + 0.5) + 4y \rightarrow$$

$$81 = 4x + 1 + 4y \rightarrow 80 = 8y$$

و منه : $(y = 10)$

نعوض عن (y) بما يساويها في (1) فنحصل على :

$$x = 2(10) + 0.5$$

و منه : $(x = 20.5)$

إن هذه النتيجة ($x = 20.5 \ , y = 10$) هي نفس النتيجة المتوصل إليها بتطبيق نموذج التوازن الخاص بنظرية المنفعة الحدية .

يمكن إيجاد هذه النتيجة بطريقة أخرى و ذلك عندما نعلم مستوى المنفعة فمن أجل $x = 20.5 \ , y = 10$

فإن : $UT_{(x,y)} = 20.5 + 10 + 2(20.5)(10)$

$UT_{(x,y)} = 440.5$

نشكل في البداية دالة منحنى السواء و ذلك كما يلي :

$$440.5 = x + y(1 + 2x)$$

$$440.5 - x = y(1 + 2x) \rightarrow$$

$y = \frac{440.5-x}{1+2x}$ (دالة منحنى السواء)

ميل هذه الدالة $\frac{dy}{dx} = \frac{-(1+2x-2(440.5-x)}{(1+2x)^2} = \frac{-1-2x-881+2x}{(1+2x)^2}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{882}{(1+2x)^2}$$

ميل خط الميزانية $\frac{dy}{dx} = -\frac{P_x}{P_y} = -\frac{2}{4} = -0.5$

عند التوازن يكون ميل منحنى السواء يساوي ميل خط الميزانية

$$-\frac{882}{(1+2x)^2} = -0.5 \rightarrow$$

$$882 = 0.5\ (1 + 4x + 4x^2)$$

$$= 0.5 + 2x + 2x^2$$

$$2x^2 + 2x - 881.5 = 0$$

$$x^2 + x - 440.75 = 0$$

$$\Delta = 1 + 1763 = 1764 \quad \sqrt{\Delta} = 41.988$$

$$x_1 = \frac{-1+41.988}{2} = \frac{40.988}{2} = 20.5$$

$x < 0$ مرفوض

نعوض عن (x) بما يساويها في دالة منحنى السواء ، فنحصل على :

$$y = \frac{440.5-20.5}{1+2(20.5)} = \frac{420}{42} = 10$$

عرض التوازن حسب أداتيه التحليليتين ، أي منحنى السواء ، و خط الميزانية

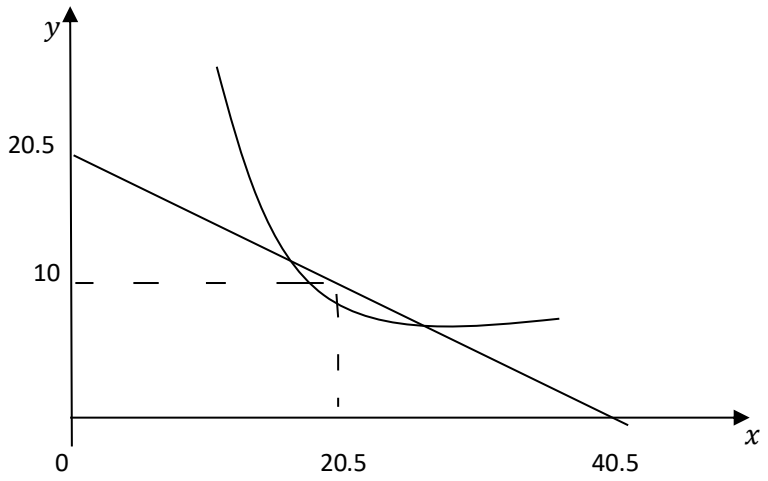
بالنسبة لخط الميزانية نأخذ القيمتين المتطرفتين

$$x = 0\ ,\ y = \frac{R}{P_y} = \frac{81}{4} = 20.25 \quad ,y = 0\ ,x = \frac{R}{P_x} = \frac{81}{2} = 40.5$$

بالنسبة لمنحنى السواء ، نعطي قيما اختيارية لـ (x) ثم نحسب قيم(y) المقابلة و ذلك بالتعويض في دالة منحنى السواء .

x	5	10	20.5	30	40
y	39.6	20.5	10	6.7	4.9

تمثيل وضعية التوازن بيانيا



(تابع لمصطلحات النظرية)

رابعا : أثر تغير دخل المستهلك على التوازن

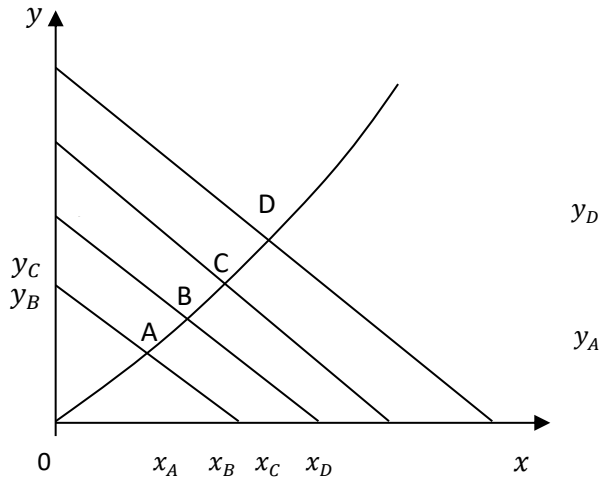
في حالة تغير دخل المستهلك (R) و ثبات سعري السلعتين x و y ، فإنه يترتب عن ذلك تغير في الدخل الحقيقي للمستهلك (نحو التحسن في حالة ارتفاع الدخل و نحو التدهور في حالة إنخفاضه) ، تغير يقود في نهاية المطاف إلى تعديل في التوليفة التوازنية الأصلية ، و انتقال المستهلك إلى وضعيات توازنية أخرى تكون متوافقة مع مستويات الدخول الجديدة ، و المنحنى الذي يصل بين مختلف النقاط الممثلة لهذه الوضعيات يسمى إصطلاحا منحنى

" الإستهلاك – الدخل "

1 - منحنى " الإستهلاك – الدخل "

يعرف منحنى " الإستهلاك – الدخل " بأنه المحل الهندسي لمختلف التوليفات لأوضاع توازنية مختلفة الناتجة عن تغير دخل المستهلك و ثبات سعري السلعتين (x) و (y) .

و يأخذ هذا المنحنى في الحالات العادية :



نلاحظ وجود علاقة سببية طردية بين كميات السلعتين (x) و (y) (كميات مطلوبة) و دخل المستهلك ، حيث نسجل زيادة كميات هاتين السلعتين بارتفاع (زيادة) دخل المستهلك و نقصانها في حالة إنخفاضه ، و السلع التي ينطبق عليها هذا الوصف يقال عنها أنها سلع عادية و بالنتيجة فإن x و y سلعتان عاديتان .

نشير إلى أن الفضل في دراسة العلاقة بين دخل المستهلك و الكميات المطلوبة من سلعة معينة ، يعود إلى الإحصائي الألماني " أنجل Engel" و ذلك في القرن التاسع عشر (19) .

2 - منحنى " أنجل "

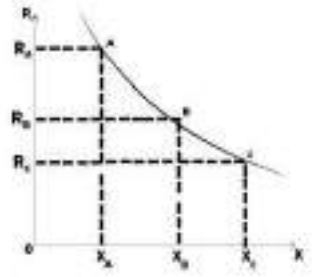
و يعبر عن المنحنى الذي يصور العلاقة السببية بين دخل المستهلك و الكميات المطلوبة من سلعة معينة ، و هذه العلاقة - كما سبق و أن بينا - على نوعين :

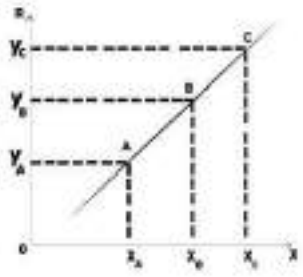
النوع الأول : علاقة سببية طردية بين دخل المستهلك و الكميات المطلوبة من سلعة معينة ، و هذه حالة السلع العادية (شكل 1)

النوع الثاني : وجود علاقة سببية عكسية بين دخل المستهلك و الكميات المطلوبة من سلعة معينة و هذه حالة السلع الدنيا (شكل 2) .

و هكذا فإن منحنى " أنجل " يأخذ أحد الوضعين الموضحين بالشكلين التاليين :

السلعة (X) سلعة عادية السلعة (X) سلعة دنيا





مثال :

بينت دراسة لاختيارات أحد المستهلكين ، أن الطلب على السلعة (y) يتغير بتغير دخل المستهلك وفق ما يوضحه الجدول التالي :

R	30	45	60	90
y	3	6	9	14.5

فإذا علمت أن ثمن الوحدة من السلعتين (x) و (y) هو 3 و 6 وحدات نقدية على الترتيب .

1- حدد البيانات التي تسمح لنا بتمثيل منحنى " الإستهلاك - الدخل " بيانيا ثم مثله .

2 - أرسم منحنى " أنجل " بالنسبة للسلعة (x) ، و ماهي الطبيعة الإقتصادية لهذه السلعة .

الحل :

1 - لتحديد البيانات التي تسمح لنا بتمثيل منحنى " الإستهلاك - الدخل " بيانيا ، ينبغي في البداية التعرف على هذا المصطلح ، حيث يعرف بأنه المحل الهندسي لمختلف التوليفات لأوضاع توازنية مختلفة الناتجة عن تغير دخل المستهلك و ثبات سعري السلعتين x و y .

فالتوليفات عند أوضاع توازنية مختلفة إذن هي البيانات التي تسمح لنا بتمثيل منحنى " الإستهلاك - الدخل " بيانيا ، و حيث أن هذه التوليفات ما هي سوى نقاط التماس بين خطوط ميزانية معينة و منحنيات سواء معينة ، فذلك يقتضي بأن تكون كل توليفة محققة للقيد $R = xP_x + yP_y$ ، و في ظل معلومية كل من $y\ ,P_y\ ,P_x\ ,R$ فمن السهل عندئذ تحديد كميات السلعة (x) ، و من ثم التوليفة عند وضع توازن معين .

فمن أجل $P_x = 3$ و $P_y = 6$ (معطيات المثال) تصبح معادلة قيد الميزانية على النحو التالي :

$$R = 3x + 6y \quad \rightarrow x = \frac{R}{3} - \frac{6}{3}y$$

و منه : $x = \frac{R}{3} - 2y$

و بالعودة إلى الجدول ، و اعتمادا على هذه العلاقة الأخيرة ، يمكن تحديد كميات السلعة (x) ، و ذلك كما يلي :

* من أجل $R = 30$ و $y = 3$ فإن :

$$x = \frac{30}{3} - 2(3) \rightarrow x = 10 - 6 = 4 \qquad A(x,y) = (4,3)$$

* من أجل $R = 45$ و $y = 6$ فإن :

$$x = \frac{45}{3} - 2(6) \rightarrow x = 15 - 12 = 3 \qquad B(x,y) = (3,6)$$

* من أجل $R = 60$ و $y = 9$ فإن :

$$x = \frac{60}{3} - 2(9) \rightarrow x = 20 - 18 = 2 \qquad C(x,y) = (2,9)$$

* من أجل $R = 90$ و $y = 14.5$ فإن :

$$x = \frac{90}{3} - 2(14.5) \rightarrow x = 10 - 6 = 4 \qquad D(x,y) = (1.14,5)$$

هذه التوليفات لأوضاع توازنية مختلفة تمثل أقصى منفعة ممكنة عندما يبقى سعرا السلعتين (x) و (y) ثابتا و يتغير دخل المستهلك .

الآن و بعد تحديدنا للتوليفات عند أوضاع توازنية مختلفة ، يبقى علينا تحديد مواقع خط الميزانية في المستوى السلعي $(x0y)$ ، و ذلك وفق القاعدة التي تقول بأن المستهلك يستهلك في كل مرة سلعة واحدة فيحصل بذلك على $\frac{R}{P_x}$ من السلعة (x) أو $\frac{R}{P_x}$ من السلعة (y) ، و كميات معدومة من السلعة (y) في الحالة الأولى ، و كميات معدومة من السلعة (x) في الحالة الثانية .

فمن أجل $R = 30$ فإن :

$$x = \frac{R}{P_x} = \frac{30}{3} = 10\ , y = \frac{R}{P_y} = \frac{30}{6} = 5 \qquad A(x,y) = (4,3)$$

* من أجل $R = 45$ فإن :

$$x = \frac{R}{P_x} = \frac{45}{3} = 15\ , y = \frac{R}{P_y} = \frac{45}{6} = 7.5 \qquad B(x,y) = (3,6)$$

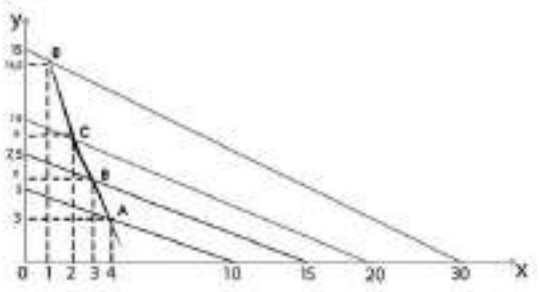
* من أجل $R = 60$ فإن :

$$x = \frac{R}{P_x} = \frac{60}{3} = 20\ , y = \frac{R}{P_y} = \frac{60}{6} = 10 \qquad C(x,y) = (2,9)$$

* من أجل $R = 90$ فإن :

$$x = \frac{R}{P_x} = \frac{90}{3} = 30\ , y = \frac{R}{P_y} = \frac{90}{6} = 15 \qquad D(x,y) = (1,14.5)$$

التمثيل البياني لمنحنى " الإستهلاك – الدخل "



من هذا الشكل نلاحظ ما يلي :

أولا : الكميات المطلوبة من السلعة (x) تقل مع كل زيادة مسجلة في دخل المستهلك ، أي وجود علاقة سببية عكسية بين دخل المستهلك و الكميات المطلوبة من هذه السلعة ، فالسلعة (x) إذن هي سلعة دنيا ، في حين أن الكميات المطلوبة من السلعة (y) تزداد بزيادة دخل المستهلك ، أي علاقة سببية طردية بين هذين المتغيرين ، و تكون بذلك السلعة (y) سلعة عادية .

ثانيا : منحنى " الإستهلاك - الدخل " يقترب من محور السلعة (y) ، دالا بذلك على أن المستهلك يقلل من كميات السلعة (x) مع كل زيادة حاصلة في دخله إلى درجة أنه يكاد ينصرف عن شرائها نهائيا بعدما يبلغ دخله مستوى معين من الإرتفاع .

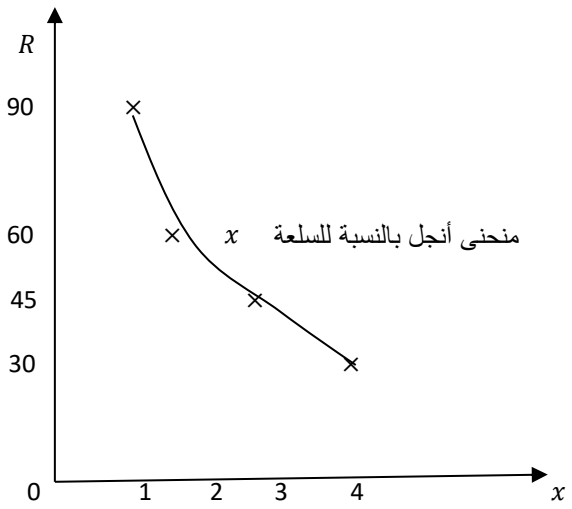
2 - منحنى " أنجل Angel " بالنسبة للسلعة (x)

حيث أن منحنى " أنجل " هو المنحنى الذي يصور و يصف لنا العلاقة بين دخل المستهلك و الكميات المطلوبة من السلعة موضوع الطلب ، فإننا نقوم في البداية بتشكيل جدول يوضح هذه العلاقة ثم نقوم بعد ذلك برسم المنحنى الممثل لهذه العلاقة .

و الجدول هو :

R	30	45	60	90
x	4	3	2	1

أما التمثيل البياني فهو :



من هذا الشكل نلاحظ أن الكميات المطلوبة من السلعة (x) تقل مع كل زيادة في دخل المستهلك ، و تزداد في حالة انخفاضه ، مما يدل على أن هذه السلعة هس سلعة " دنيا " ، و في

ذلك تاكيد على طبيعتها الإقتصادية حسب ما سجلناه سابقا من خلال منحنى " الإستهلاك - الدخل " .

خامسا - أثر تغير سعر إحدى السلعتين (x) و (y) على التوازن

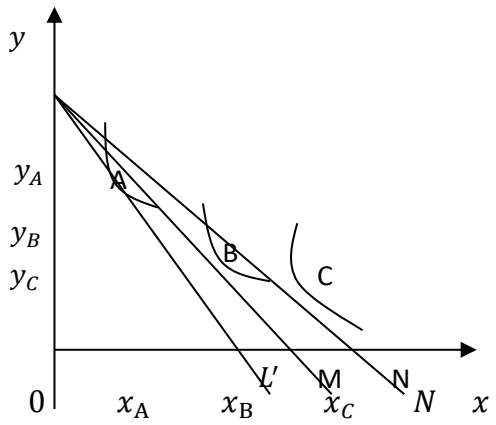
في حالة تغير سعر إحدى السلعتين (x) و (y) و ثبات دخل المستهلك (R) و سعر السلعة الأخرى ، فإنه يترتب عن ذلك تغير في الدخل الحقيقي للمستهلك (نحو التحسن في حالة إنخفاض السعر ، و نحو التدهور في حالة

إرتفاعه) تغير يرافقه - دون شك - تعديل في التوليفة التوازنية الأصلية و انتقال المستهلك إلى وضعيات توازنية أخرى تكون متوافقة مع مستويات الأسعار الجديدة و المنحنى الذي يصل بين مختلف النقاط الممثلة لهذه الوضعيات يسمى اصطلاحا بمنحنى " الإستهلاك - السعر " .

1 - منحنى " الإستهلاك - السعر "

يعرف منحنى " الإستهلاك - السعر " بأنه المحل الهندسي لمختلف التوليفات لأوضاع توازنية مختلفة الناتجة عن تغير سعر إحدى السلعتين ، و ثبات دخل المستهلك و سعر السلعة الأخرى .

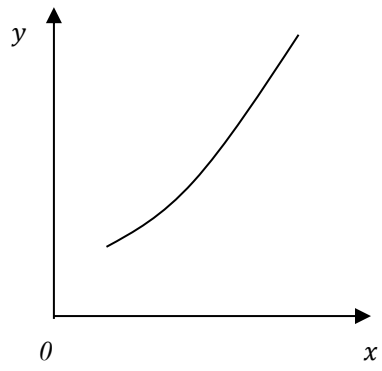
و يأخذ هذا المنحنى في الحالات العادية الصورة الموضحة في الشكل التالي :



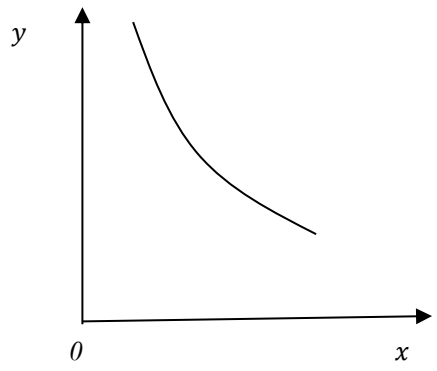
نلاحظ وجود علاقة سببية عكسية بين الكميات المطلوبة من السلعة التي تغير سعرها (x) و بين ثمنها ، حيث نسجل زيادة الكميات المطلوبة بانخفاض السعر و تقلصها بارتفاعه و السلع التي ينطبق عليها هذا الوصف هي سلع عادية فالسلعة (x) إذن هي سلعة عادية .

2 - منحنى الطلب

منحنى الطلب يصور لنا العلاقة بين الكميات المطلوبة من سلعة واحدة و ثمنها و هذه العلاقة يمكن أن تكون على نوعين و ذلك كما هو موضح في الشكلين التاليين :



شكل رقم(2)



شكل رقم(1)

من الشكل رقم (1)

نلاحظ أن منحنى الطلب ينحدر من أعلى إلى أسفل دالا بذلك على وجود علاقة عكسية بين الكميات المطلوبة من السلعة (x) و ثمنها و هذا هو النوع الأول من منحنى الطلب و السلعة (x) هي سلعة عادية .

و من الشكل رقم (2)

نلاحظ أن منحنى الطلب يتجه من أسفل إلى أعلى دالا بذلك على وجود علاقة طردية بين الكميات المطلوبة من السلعة (x) و ثمنها ، و هذا هو النوع الثاني من نوعي منحنى الطلب ، و السلعة (x) هي سلعة جيفن Giffen مع الإشارة إلى وجود حالات أخرى يكون فيها الطلب دالة متزايدة في السعر سنتعرف عليها عند دراستنا لنظرية الطلب .

<u>مثال :</u>

بينت دراسة لاختيارات أحد المستهلكين أن الطلب على السلعة (x) يتغير بتغير سعر السلعة (y) وفق ما يوضحه الجدول التالي :

P_y	6	8	10	12
x	4	6	10	12

فإذا علمت أن دخل المستهلك يساوي 90 وحدة نقدية ، و أن $P_x = 3$

المطلوب :

1-قدر الكميات المطلوبة من السلعة (y) ، و مختلف البيانات التي تسمح لنا بتمثيل منحنى " الإستهلاك - السعر " و ما هي الطبيعة الإقتصادية للسلعة (y) و ما نوع العلاقة السائدة بين السلعتين .

2- مثل منحنى الطلب بالنسبة للسلعة (y) ، ثم تأكد من الطبيعة الإقتصادية لهذه السلعة .

الحل :

1 - يعرف منحنى " الإستهلاك - السعر " بأنه المحل الهندسي لمختلف التوليفات لأوضاع توازنية مختلفة الناتجة عن تغير سعر إحدى السلعتين و ثبات دخل المستهلك و سعر السلعة الأخرى .

و من أجل تمثيل هذا المنحنى بيانيا ، ينبغي بادىء ذي بدء تحديد التوليفات عند مختلف الأوضاع التوازنية ، و ذلك بالإستناد إلى معطيات المثال ، آخذين بنظر الإعتبار أن إختيارات المستهلك هي اختيارات مثلى ، بمعنى أنها تحقق قيد الميزانية :

$$R = xP_x + yP_y$$

و من أجل $R = 90$ و $P_x = 3$ فإن معادلة قيد الميزانية تأخذ الصيغة التالية :

$$90 = 3x + yP_y$$

و حيث أن المجهول الوحيد في هذه المعادلة هو (y) فيمكن إعادة كتابة المعادلة كما يلي :

$$y = \frac{90}{P_y} - \frac{3}{P_y}x$$

* من أجل $x = 4$ و $P_y = 6$ فإن :

$$y = \frac{90}{6} - \frac{3}{6}(4) \rightarrow y = 15 - 2 = 13 \qquad A(x,y) = (4,13)$$

* من أجل $x = 6$ و $P_y = 8$ فإن :

$$y = \frac{90}{8} - \frac{3}{8}(6) \rightarrow y = 11.25 - 2.25 = 9 \qquad B(x,y) = (6,9)$$

* من أجل $x = 10$ و $P_y = 10$ فإن :

$$y = \frac{90}{10} - \frac{3}{10}(10) \rightarrow y = 9 - 3 = 6 \qquad C(x,y) = (10,6)$$

* من أجل $x = 12$ و $P_y = 12$ فإن :

$$y = \frac{90}{12} - \frac{3}{12}\ (12) \rightarrow y = 7.5 - 3 = 4 \qquad D(x,y) = (12,4.5)$$

بعد تحديدنا للتوليفات عند مختلف الأوضاع التوازنية ، ننتقل للمرحلة الموالية و الخاصة بتحديد مواقع خطوط الميزانية المقابلة لهذه التوليفات على محوري السلعتين x و y ، و ذلك وفق القاعدة المعروفة و المتوافقة مع كون المستهلك يمارس التخصص في استهلاكه ، فيحصل عندئذ على :

$$y = \frac{R}{P_y} \qquad \text{و} \qquad x = \frac{R}{P_x}$$

* من أجل $P_x = 3$ فإن : $x = \frac{R}{P_y} = 30$ دوما لأن سعرها لم يتغير

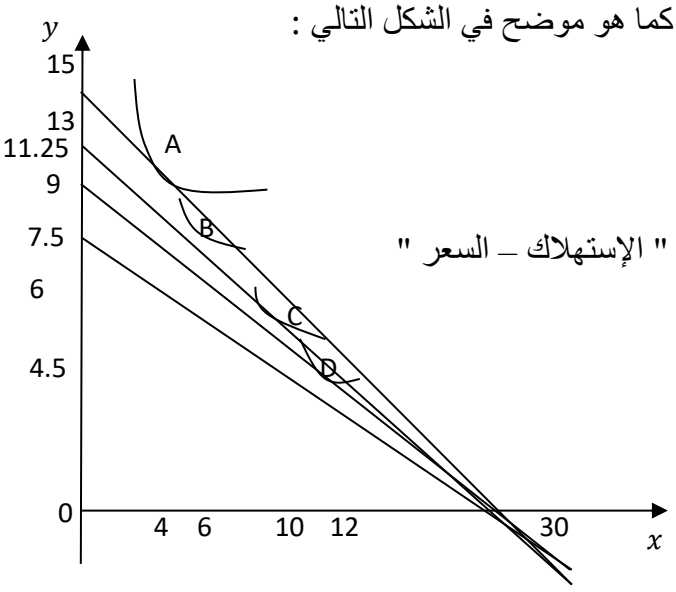
* من أجل $P_y = 6$ فإن : $y = \frac{R}{P_y} = \frac{90}{6} = 15$

* من أجل $P_y = 8$ فإن : $y = \frac{R}{P_y} = \frac{90}{8} = 11.25$

* من أجل $P_y = 10$ فإن : $y = \frac{R}{P_y} = 9$

* من أجل $P_y = 12$فإن : $y = \frac{R}{P_y} = 7.5$

الآن و بعد تجهيز البيانات الخاصة بالتوليفات عند الأوضاع التوازنية و بالنقاط الموضحة لموقع خطوط الميزانية في المستوى السلعي$x0y$ ، يمكن تمثيل منحنى " الإستهلاك - السعر " و ذلك كما هو موضح في الشكل التالي :



منحنى " الإستهلاك – السعر "

من هذا الشكل يمكن تسجيل ملاحظتين هما :

الملاحظة الأولى : نلاحظ أن الكميات المطلوبة من السلعة (y) تزداد مع كل انخفاض في سعرها و تقل بارتفاعه ،

و عليه فالسلعة (y) هي سلعة عادية .

الملاحظة الثانية : أن منحنى " الإستهلاك - السعر " يبدأ من النقطة التي تقطع فيها خطوط الميزانية محور السلعة (x) و هي السلعة التي لم يتغير سعرها ، و ذلك بسبب كون استمرار سعر السلعة (y) في الإرتفاع يؤدي إلى نقصان متواصل في كمياتها ، فإذا ما بلغ سعر هذه السلعة مستوى معينا من الإرتفاع تخلى المستهلك نهائيا عن هذه السلعة ، و اتجه نحو السلعة البديلة (x) التي تصبح عندئذ أرخص نسبيا فينفق المستهلك دخله بالكامل على هذه السلعة .

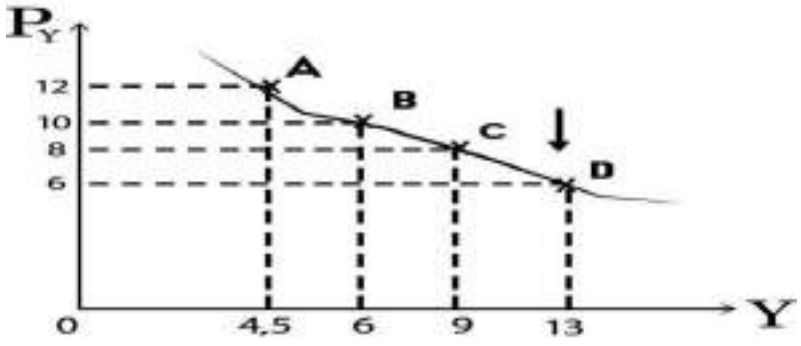
2 - تمثيل منحنى الطلب بالنسبة للسلعة (y)

نشكل في البداية جدولا يوضح كميات السلعة (y) المقابلة لكل مستوى معين من الأسعار ، يسمى بجدول الطلب ، و ذلك بالإستناد إلى نتائج السؤال الأول ، و ذلك كما يلي :

P_y	6	8	10	12
y	13	9	6	4.5

هذه البيانات يمكن نقلها إلى الشكل التالي :

منحنى الطلب بالنسبة للسلعة (Y)



من هذا الشكل نلاحظ أن منحنى الطلب ينحدر من أعلى إلى أسفل و من اليسار باتجاه اليمين مشيرا بذلك إلى وجود علاقة سببية عكسية بين الكميات المطلوبة من السلعة (y) و سعرها حيث تقل بارتفاعه و تزداد بانخفاضه ،

و في ذلك تأكيد على الطبيعة الإقتصادية لهذه السلعة من حيث كونها سلعة عادية .

الفصل الثالث : الحل الرياضي لمشكلة المستهلك

يقصد بالحل الرياضي لمشكلة المستهلك تحديد الوضع الأمثل أو ما يعرف بوضع التوازن باستخدام الأسلوب الرياضي .

و عندما يتم تحديد هذا الوضع ، نكون بذلك قد وجدنا حلا لمشكلة المستهلك .

إن مشكلة المستهلك يمكن أن تأخذ أحد الوجهين التاليين :

الوجه الأول : تعظيم المنفعة تحت قيد الدخل و الأسعار

و يعبر عن هذا الوجه رياضيا كما يلي :

$$\text{الهدف} \rightarrow \quad \text{تعظيم} \rightarrow \quad MaxU_{(x,y)} = f(x,y)$$

$$\text{القيد} \rightarrow \text{تحت القيد} \rightarrow \quad R = xP_x + yP_y$$

الوجه الثاني : تدنية الدخل تحت قيد المنفعة

و يعبر عن هذا الوجه رياضيا كما يلي :

$$\text{الهدف} \rightarrow \text{تدنية} \rightarrow MinR = xP_x + yP_y$$

$$\text{القيد} \rightarrow \text{تحت القيد} \rightarrow \quad {}^{S}/_{C}\, \overline{U}(x,y) = f(x,y)$$

و لحل مشكلة المستهلك في وجهها الأول أو الثاني توجد طريقتان تسمى إحداهما بطريقة التعويض و الأخرى تسمى بطريقة مضروب لاغرانج .

و تقتضي كل طريقة من هاتين الطريقتين ضرورة تحقق شرطين :

الشرط الأول : و يسمى بالشرط اللازم (الضروري) أو شروط الدرجة الأولى أو شروط البحث عن المثلوية ،

و تتجلى أهمية هذا الشرط في كونه يسمح لنا من الوصول إلى الحل الأمثل (وضع التوازن) .

الشرط الثاني : و يسمى بالشرط الكافي أو شروط الدرجة الثانية ، و تكمن أهمية هذا الشرط في كونه يؤكد على أن الحل الأمثل المحدد من الشرط اللازم هو حل محقق لهدف المستهلك (تعظيم المنفعة أو تدنية الدخل) فعلا .

إن أول خطوة يمر بها حل مشكلة المستهلك رياضيا هو تحديد مشكلة المستهلك على النحو الموضح سابقا .

1.3 . طريقة التعويض

* من معادلة القيد نجد (y) بدلالة (x) أو العكس ، فنحصل بذلك على علاقة بين كميات سلعتين .

* نعوض بالنتيجة المحصل عليها سابقا في دالة الهدف ، فتصبح دالة الهدف تابعة لكميات سلعة واحدة ، أي :

$$U = f(x)$$

أو و ذلك في حالة $Max(U)$

$$U = f\ (y)$$

و

$$R = f(x)$$

أو و ذلك في حالة Min(R)

$$R = f(y)$$

* **الشرط اللازم** : و يتمثل في ضرورة كون المشتق الأول لدالة الهدف (الظاهرة الإقتصادية) المنفعة أو الدخل بالنسبة للعامل المؤثر فيها مساويا للصفر ، أي :

$\frac{dU}{dy} = 0$ أو $\frac{dU}{dx} = 0$ في حالة $Max(U)$

$\frac{dR}{dy} = 0$ أو $\frac{dR}{dx} = 0$ في حالة $Min(R)$

سنحصل في هذه المرحلة على الكميات المطلوبة من إحدى السلعتين (x) أو (y) .

* نعوض بنتيجة هذه المرحلة من مراحل الحل في نتيجة المرحلة الأولى فنحصل بذلك على الكميات المطلوبة من السلعة الأخرى .

* **الشرط الكافي** : و ذلك للتحقق من أن التوليفة المحددة سابقا هي توليفة محققة لهدف المستهلك فعلا .

و ينص هذا الشرط على ضرورة كون المشتق الثاني لدالة الهدف بالنسبة للسلعة :

سالبة في حالة $Max(U)$ أي $\frac{d2\,U}{dx^2} < 0$ أو $\frac{d2\,U}{dU^2} < 0$

و موجبة في حالةMin(R) أي $\frac{d2\,R}{dx^2} > 0$ أو$\frac{d2\,R}{dy^2} > 0$

2.3 . طريقة مضروب لاغرانج

* تشكيل دالة مضروب لاغرانج ، و ذلك على النحو التالي :

(معادلة القيد في صورتها الصفرية) λ+ دالة الهدف = L

أي : $L = U + \lambda\ (R - xP_x - yP_y)$

$$= f(x,y) + \lambda\ (R - xP_x - yP_y)$$

و ذلك في حالة $Max(U)$

و

$$\mathrm{L} = R + \lambda\ [\overline{U} - f(x,y)]$$

$$= xP_x + yP_y + \lambda\ [\overline{U} - f(x,y)]$$

و ذلك في حالة MinR

الشرط اللازم : و ينص على ضرورة كون المشتقات الجزئية الأولى لدالة مضروب لاغرانج (L) بالنسبة لكل من (x) ، (y) و (λ) مساويا للصفر ، أي

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 0\ ,\ \frac{\partial L}{\partial y} = 0\ ,\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$$

و ينتج عن هذا الشرط ثلاث معادلات بثلاث مجاهيل ، و تكون على النحو التالي :

$$\frac{\partial L}{\partial x} = f_1 - \lambda\ P_x = 0\ \rightarrow\ f_1 = \lambda\ P_x\ \ldots.(1)$$

في حالة $Max(U)$ $\frac{\partial L}{\partial y} = f_2 - \lambda\, P_y = 0\ \rightarrow\ f_2 = \lambda\ P_y\ \ldots.(2)$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = R - xP_x - yP_y = 0\ \ldots.(3)$$

و

$$\frac{\partial L}{\partial x} = P_x - \lambda\, f_1 = 0\ \rightarrow\ P_x = \lambda\, f_1\ \ldots.(1)$$

في حالة $MinR$ $\frac{\partial L}{\partial y} = P_y - \lambda\, f_2 = 0\ \rightarrow\ P_y = \lambda\ f_2\ \ldots.(2)$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \overline{U} - f\,(x\,,y\,) = 0\ \ldots.(3)$$

* من المعادلتين (1) و (2) نجد (y) بدلالة (x) أو العكس ، فنحصل على علاقة تربط بين هذين المتغيرين و نرقمها بالرقم (4) .

$$x = f(y) \text{ أو } y = f(x)\ \ldots\ (4)$$

* نعوض نتيجة هذه المرحلة ، أي من العلاقة رقم (4) في المعادلة (3) فنحصل على الكميات المطلوبة من إحدى السلعتين .

* نعوض بنتيجة هذه المرحلة في العلاقة رقم (4) فنحصل بذلك على الكميات المطلوبة من السلعة الأخرى .

الشرط الكافي : و ذلك لإثبات أن التوليفة المحددة من الشرط اللازم أي الكميات المطلوبة من السلعتين تحقق بالفعل هدف المستهلك و يقتضي تحقق هذا الشرط أن يكون المحدد الهيسي موجبا في حالة التعظيم و سالبا في حالة التدنية .

أما عناصر هذا المحدد فيتم الحصول عليها من خلال :

في حالة التعظيم $Max(U)$

$$\Delta = \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & -\mathrm{P}_x \\ f_{21} & f_{22} & -\mathrm{P}_y \\ -\mathrm{P}_x & -\mathrm{P}_y & 0 \end{vmatrix} > 0$$

$$f_{11} = \frac{\partial 2U}{\partial x^2}$$
$$f_{12} = \frac{\partial 2U}{\partial x \partial y}$$
$$f_{21} = \frac{\partial 2U}{\partial x \partial y}$$
$$f_{22} = \frac{\partial 2U}{\partial y^2}$$

في حالة التدنية $MinR$

$$\Delta = \begin{vmatrix} -\lambda f_{11} & -\lambda f_{12} & -f_1 \\ -\lambda f_{21} & -\lambda f_{22} & -f_2 \\ -f_1 & -f_2 & 0 \end{vmatrix} < 0$$

لإيجاد قيمة المحدد نعتمد إحدى الطريقتين التاليتين :

الطريقة الأولى : و تعرف باسم طريقة النشر ، و تتم عملية النشر هذه حسب عناصر أي سطر أو عمود ، و ذلك بالإعتماد على القاعدة التالية :

$$\Delta = \sum_{i,j=1}^{n} (-1)^{i+j} a_{ij} D_{ij}$$

حيث iيمثل رقم السطر .

jيمثل رقم العمود .

a_{ij}العنصر الموجود في السطر iو العمود j .

D_{ij}هو المحدد المتبقي بعد حذف عناصر السطر iو العمود j .

فإذا ما أخذنا المحدد

$$\Delta = \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & -P_x \\ f_{21} & f_{22} & -P_y \\ -P_x & -P_y & 0 \end{vmatrix}$$

فإذا ما قمنا بنشر هذا المحدد حسب عناصر السطر الثالث

$$\Delta = (-1)^{3+1}(-P_x)\begin{vmatrix} f_{12} & -P_x \\ f_{22} & -P_y \end{vmatrix} + (-1)^{3+2}(-P_y)$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} f_{11} & -P_x \\ f_{21} & -P_y \end{vmatrix} + (-1)^{3+3}(0)$$

$$= -P_x(-P_x f_{12} + P_x f_{22}) + P_y\left(-P_y f_{11} + P_x f_{21}\right) + 0$$

$$= P_x P_y f_{12} - P_x^2 f_{22} - P_y^2 f_{11} + P_x P_y f_{21}$$

$$= -(P_x^2 f_{22} - 2P_x P_y f_{12} + P_y^2 f_{11}) > 0$$

$$\downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow$$

$$< 0 \qquad > 0 \qquad < 0$$

الطريقة الثانية : و تعرف باسم طريقة " Sarrus " نسبة للرياضي الفرنسي وذلك بأن نضيف للمحدد $(n-1)$ سطر أو $(n-1)$ عمود

في حالتنا هذه المحدد من بعد 3×3 إذن نضيف سطرين أو عمودين

إضافة عمودين

$$\Delta = \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & -P_x & f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} & -P_y & f_{21} & f_{22} \\ -P_x & -P_y & 0 & -P_x & -P_y \end{vmatrix}$$

$$\Delta = \left(P_x P_y f_{12} + P_x P_y f_{21}\right) - (P_x^2 f_{22} + P_y^2 f_{11})$$

$$= -(P_x^2 f_{22} - 2P_x P_y f_{12} + P_y^2 f_{11}) > 0$$

إضافة سطرين

$$\Delta = \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & -\mathrm{P}_x \\ f_{21} & f_{22} & -\mathrm{P}_y \\ -P_x & -\mathrm{P}_y & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & -\mathrm{P}_x \\ f_{21} & f_{22} & -\mathrm{P}_y \end{vmatrix}$$

$$= (P_x P_y f_{12} + P_x P_y f_{21}) - (P_x^2 f_{22} + P_y^2 f_{11})$$

$$= -(P_x^2 f_{22} - 2P_x P_y f_{12} + P_y^2 f_{11}) > 0$$

لتوضيح الحل الرياضي نعتمد معطيات المثال المأخوذ في نظريتي المنفعة الحدية و منحنيات السواء و المتمثلة في :

$$UT = x + y + 2xy$$

$$P_x = 2 \ , \ P_y = 4 \ , \ R = 81$$

في مثل هذه الحالة نكون أمام مشكلة مستهلك في صورة تعظيم المنفعة تحت قيد الدخل و الأسعار

$$MaxUT = x + y + 2xy$$

$$S/_C \quad 81 = 2x + 4y$$

*** طريقة التعويض و حل مشكلة المستهلك من القيد نجد y بدلالة (x) أو العكس**

$$4y = 81 - 2x$$

$$y = 20.25 - 0.5x \ . \ . \ . (1)$$

نعوض عن (y) بما يساويها في دالة الهدف (دالة المنفعة) فنجد :

$$UT = x + (20.25 - 0.5x) + 2x(20.25 - 0.5x)$$

$$UT = x + 20.25 - 0.5x + 40.5x - x^2 = 0 \ \rightarrow$$

$$UT = 20.25 + 41x - x^2 = 0$$

الشرط اللازم : $\frac{dUT}{dx} = 0$

$$\frac{dUT}{dx} = 0 \ \rightarrow \ 41 - 2x = 0 \ \rightarrow 2x = 41$$

و منه $x = \frac{41}{2} = 20.5$ وحدة

و بالتعويض عن (x) بما يساويها في (1) نجد :

$$y = 20.25 - 0.5(20.5)$$

$$= 20.25 - 10.25$$

و منه

$y = 10$ وحدات

الشرط الكافي $\frac{d2}{dx^2} < 0$

$$\frac{d2UT}{dx^2} = -2 < 0$$

الشرط الكافي محقق و عليه فالتوليفة $x = 20.5$ و $y = 10$ تحقق فعلا للمستهلك أقصى منفعة ممكنة .

*** طريقة مضروب لاغرانج و حل مشكلة المستهلك**

نشكل دالة مضروب لاغرانج

$$L = x + y + 2xy + \lambda\ (81 - 2x - 4y)$$

الشرط اللازم : $\frac{\partial L}{\partial x} = 0$, $\frac{\partial L}{\partial y} = 0$, $\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 0 \rightarrow 1 + 2y - 2\lambda = 0 \rightarrow 1 + 2y = 2\lambda \ldots (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = 0 \rightarrow 1 + 2x - 4\lambda = 0 \rightarrow 1 + 2x = 4\lambda \ldots (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \rightarrow 81 - 2x - 4y = 0 \ldots (3)$$

بقسمة (1) على (2) نجد :

$$\frac{1+2y}{1+2x} = \frac{2}{4} \rightarrow \frac{1+2y}{1+2x} = 0.5 \rightarrow$$

$$1 + 2y = 0.5 + x \rightarrow 2y = 0.5 + x - 1$$

و منه : $2y = x - 0.5$

$$y = 0.5x - 0.25 \ldots (4)$$

بالتعويض في (3) نجد :

$$81 - 2x - 4(0.5x - 0.25) = 0$$

$$81 - 2x - 2x + 1 = 0 \rightarrow$$

$$4x = 82 \rightarrow x = \frac{82}{4}$$

$x = 20.5$ وحدة

و بالتعويض في (4) نجد :

$$y = 0.5(20.5) - 0.25 \rightarrow$$

$$= 10.25 - 0.25$$

$y = 10$ وحدات

الشرط الكافي :

المحدد الهيسي يكون موجبا $\Delta > 0$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 2 & 0 & -4 \\ -2 & -4 & 0 \end{vmatrix}$$

و لإيجاد قيمة هذا المحدد سوف نعتمد طريقة " *Sarrus* " نسبة للرياضي الفرنسي *Pierre Fredric Sarrus* و ذلك بإضافة عمودين أو سطرين (الأول و الثاني

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & -4 & 2 & 0 \\ -2 & -4 & 0 & -2 & -4 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = +(0 + 16 + 16) - (0 + 0 + 0)$$

$$= +32 > 0$$

الشرط الكافي متحقق .

و عليه فالتوليفة السابقة تحقق فعلا للمستهلك أقصى منفعة ممكنة .

نستخلص من كل ما تقدم أن الإعتماد على أحد نموذجي التوازن (المنفعة الحدية ، منحنيات السواء) أو الحل الرياضي يؤدي إلى نفس النتيجة .

تقدير كمية المنفعة المقابلة لهذه التوليفة

$$UT = 20.5 + 10 + 2(20.5)(10)$$

$$= 440.5$$

فإذا ما افترضنا أن ثمن السلعة (X)قد انخفض إلى وحدة نقدية واحدة فإذا ما رغب هذا المستهلك في الإحتفاظ بنفس حجم المنفعة أي 440.5 في ظل هذا الوضع ، فإن مشكلة هذا المستهلك تصبح على النحو التالي :

تدنية الدخل تحت قيد المنفعة و هذا هو الوجه الآخر لمشكلة المستهلك

$$MinR = x + 4y$$

$$S/C \quad 440.5 = x + y + 2xy$$

و سوف نعتمد في حل مشكلة المستهلك في البداية طريقة التعويض .

من القيد نجد (y) بدلالة (x)

$$y + 2xy = 440.5 - x$$

$$y(1 + 2x) = 440.5 - x \rightarrow$$

$$y = \frac{440.5-x}{1+2x} \ldots (1)$$

بالتعويض في دالة الهدف (الدخل) نجد :

$$R = x + 4(\frac{440.5-x}{1+2x})$$

$$= x + (\frac{1762-4x}{1+2x})$$

الشرط اللازم : $\frac{dR}{dx} = 0$

$$\frac{dR}{dx} = 0 \rightarrow 1 - \frac{4(1+2x) - 2(1762-4x)}{(1+2x)^2} = 0$$

$$1(1 + 2x)^2 - 4(1 + 2x) - 2(1762 - 4x) = 0$$

$$1 + 4x + 4x^2 - 4 - 8x - 3524 + 8x = 0$$

$$-3527 + 4x + 4x^2 = 0$$

بقسمة الطرفين على (4) نجد :

$$-881.75 + x + x^2 = 0$$

$$\Delta = (1)^2 - 4(1)(-881.75) = 3528$$

$$\sqrt{\Delta} = 59.4$$

$x_1 = \frac{-1-59.4}{2} = -30.2$ مرفوض

$x_2 = \frac{-1+59.4}{2} = 29.2$ وحدة

و بالتعويض في (1) نجد :

$$y = \frac{440.5-29.2}{1+2(29.2)} = \frac{411.3}{59.4}$$

$$y = 6.92$$

الشرط الكافي : $\frac{d2R}{x^2} > 0$

$$\frac{d2R}{dx^2} = 1 + 2x$$
$$= 1 + 2(29.2) = 59.4 > 0$$

الشرط الكافي متحقق ، و عليه فإن التوليفة $x = 29.2$ و $y = 6.92$ التي تضمن للمستهلك الاحتفاظ بنفس مستوى المنفعة أي 440.5 يتحصل عليها بأقل انفاق نقدي ممكن و الذي يساوي

$R = 1(29.2) + 4(6.92) = 56.88$ و . نقدية

* طريقة مضروب لاغرانج وحل مشكلة هذا المستهلك

نشكل دالة مضروب لاغرانج

$$L = x + 4y + \lambda\,(440.5 - x - y - 2xy)$$

الشرط اللازم : $\frac{\partial L}{\partial x} = 0$, $\frac{\partial L}{\partial y} = 0$, $\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 0 \rightarrow 1 - \lambda(1 + 2y) = 0 \rightarrow 1 = \lambda\,(1 + 2y) \ldots (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = 0 \rightarrow 4 - \lambda(1 + 2x) = 0 \rightarrow 4 = \lambda(1 + 2x) \ldots (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \rightarrow 440.5 - x - y - 2xy = 0 \ldots (3)$$

بقسمة (1) على (2) نجد :

$$\frac{1+2y}{1+2x} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1+2y}{1+2x} = 0.25 \rightarrow$$

$$1 + 2y = 0.25 + 0.5x \rightarrow 2y = -0.75 + 0.5x$$

و منه :

$$y = -0.375 + 0.25x \ldots (4)$$

بالتعويض في (3) نجد :

$$440.5 - x - (-0.375 + 0.25x) - 2x(-0.375 + 0.25x)$$

$$440.5 - x + 0.375 - 0.25x + 0.75x - 0.5x^2 = 0$$

$$440.875 - 0.5x - 0.5x^2 = 0$$

بقسمة الطرفين على (0.5) نجد :

$$881.75 - x - x^2 = 0$$

$$\Delta = (1)^2 - 4(-1)(881.75) = 3527$$

$$\sqrt{\Delta} = 59.4$$

$$x_1 = \frac{1-59.4}{-2} = 29.2 \text{ وحدة}$$

$$x_2 = \frac{1+59.4}{-2} = -30.2 \text{ مرفوض}$$

و بالتعويض في (4) نجد :

$$y = -0.375 + 0.25(29.2)$$

$$y = 6.92 \text{ وحدة}$$

الشرط الكافي :

المحدد الهيسي سالب $\Delta < 0$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & -2\lambda & -(1+2y) \\ -2\lambda & 0 & -(1+2x) \\ -(1+2y) & -(1+2x) & 0 \end{vmatrix}$$

$$\lambda = \frac{1}{1+2y} = \frac{1}{1+2(6.92)} = \frac{1}{14.84} \approx 0.07$$

$$(1+2y) = 1 + 2(6.92) = 14.84$$

$$(1+2x) = 1 + 2(29.2) = 59.4$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & -0.14 & -14.84 \\ -0.14 & 0 & -59.4 \\ -14.84 & -59.4 & 0 \end{vmatrix}$$

و سوف نعتمد في ايجاد قيمة هذا المحدد على طريقة $Sarrus$ و ذلك بإضافة سطرين (السطر الأول و الثاني)

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & -0.14 & -14.84 \\ -0.14 & 0 & -59.4 \\ -14.84 & -59.4 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 0 & -0.14 & -14.84 \\ -0.14 & 0 & -59.4 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = +(0 - 123.41 - 123.41) - (0 + 0 + 0) = -246.82 < 0$$

الشرط الكافي متحقق .

التمثيل البياني لنتيجة هذين السؤالين

نحدد في البداية موقع خطي الميزانية على محوري السلعتين

خط الميزانية $P_x = 2\ ,\ P_y = 4\ ,\ R = 81$

$$x = \frac{81}{2} = 40.5\ ,\ y = \frac{81}{4} = 20.25$$

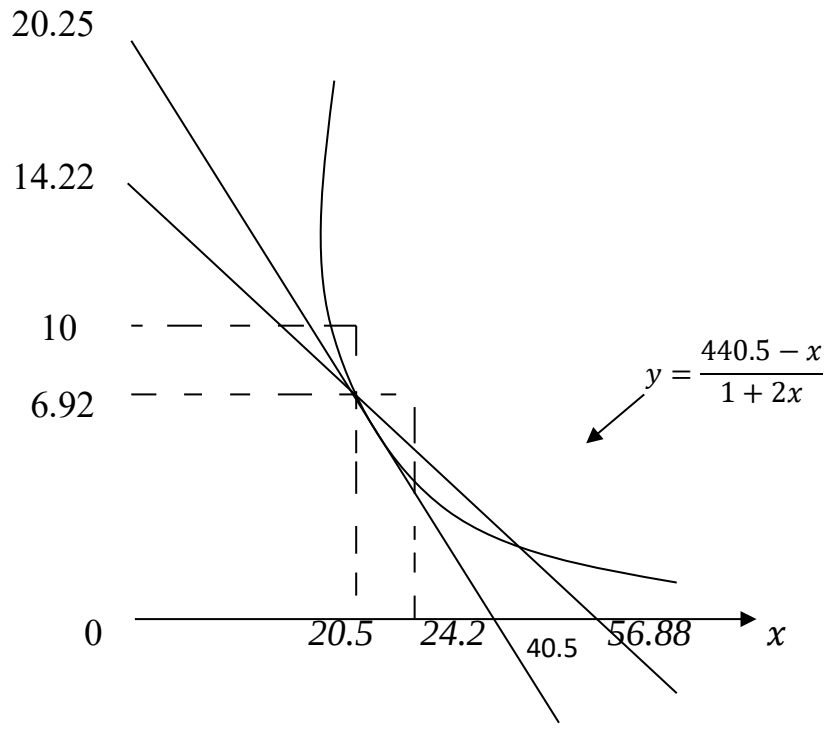
و التوليفة $y = 10 \quad , \quad x = 20.5$

خط الميزانية $P_x = 1\ ,\ P_y = 4\ ,\ R = 56.88$

$$x = \frac{56.88}{1} = 56.88\ ,\ y = \frac{56.88}{4} = 14.22$$

و التوليفة $y = 6.92 \quad , \quad x = 29.2$

y



الفصل الرابع : نظرية الطلب

الهدف من دراسة نظرية الطلب هو التعرف على الآلية التي تمكننا من تحديد (إشتقاق) دالة الطلب الفردية ،

و لكن و قبل الوصول إلى ذلك ينبغي في بداية الأمر أن نحيط علما ببعض ما يتعلق بموضوع الطلب .

1.4. تعريف الطلب على سلعة ما

يعرف الطلب على سلعة ما ، بأنه الكمية التي يرغب المستهلكون في اقتناءها (شرائها) من هذه السلعة ، عند سعر معين و في فترة زمنية معينة ، و تتوفر لديهم القدرة على تسديد ثمنها .

و بتفحص ما جاء في هذا التعريف يمكن استخلاص مجموعة من الأمور هي :

1- إن تعبير الطلب الوارد بهذا التعريف يشير إلى الطلب الكلي (مجموع الطلبات الفردية) على السلعة ، و ليس الطلب الفردي ، لأن هذا الأخير يكون من االصفر مقارنة بالطلب الكلي بالقدر الذي سوف لن يكون له أي تأثير على الكميات المطلوبة و سعرها .

2 - إن الطلب على سلعة ما مقترن بثمنها ، ذلك أن الكميات المطلوبة من السلعة عندما يكون سعرها منخفضا سيختلف - حتما – عن الكميات المطلوبة من هذه السلعة في حال كون سعرها مرتفعا .

3 – إن الطلب على سلعة ما ، متوقف على الفترة الزمنية التي يتم خلالها هذا الطلب فالكميات المطلوبة في ساعة ستختلف عن الكميات المطلوبة خلال يوم أو أسبوع .

4 - لا تكفي الرغبة في اقتناء سلعة ما بمفردها للحديث عن الطلب على هذه السلعة ما لم تكن تلك الرغبة مصحوبة بالقدرة على تسديد ثمنها ، كما أن توفر القدرة على تسديد ثمن السلعة تكون غير كافية للحديث عن الطلب على السلعة ما لم تكن مصحوبة بالرغبة .

5 - إن توفر القدرة على تسديد ثمن السلعة و الرغبة في الحصول عليها من قبل أحد المستهلكين يُبقي الطلب على السلعة قائما ، حتى و إن تعذر عليه الحصول عليها لأي سبب من الأسباب .

6 - لا تتوقف الكمية المطلوبة من سلعة ما على ثمنها فقط ، بل توجد عوامل أخرى مؤثرة في الطلب على السلعة ، بعض هذه العوامل كميا بمعنى أنه يمكن التعبير عنه بوحدات كمية (كالدخل و أسعار السلع الأخرى البديلة و المكملة) ، و بعضها الآخر غير كمي بمعنى أنه لا يمكن التعبير عنه بوحدات كمية (كالذوق و العادات الإستهلاكية).

و يطلق على العوامل المؤثرة في الطلب في بعض مراجع الإقتصاد الجزئي إسم " محددات الطلب " .

2.4. قانون الطلب

إن التعريف السابق يركز على العلاقة بين الكميات المطلوبة من السلعة و ثمنها مع افتراض ضمني يشير إلى ثبات العوامل الأخرى المؤثرة في الطلب على السلعة .

إن العلاقة العكسية التي تسود - عادة - بين الكميات المطلوبة من سلعة ما و سعرها أي زيادة الكميات المطلوبة من السلعة بانخفاض سعرها و نقصانها بارتفاعه ، تعرف في الاصطلاح الإقتصادي باسم " قانون الطلب " .

و يمكن التعبير عن فحوى هذا القانون بأكثر من صيغة نتعرف عليها فيما يلي :

أولا : الصيغة الجبرية

حيث يمكن تصوير قانون الطلب في صورة دالة أو معادلة جبرية قد تكون خطية أو غير خطية، تعبر عن نفس الحقيقة التي ينص عليها هذا القانون و لكن في صورة رياضية و ليست لفظية .

مثال :

$$P_x = 20 - 0.5x$$

فهذه المعادلة تؤكد على وجود علاقة عكسية بين الطلب على السلعة (x) و ثمنها ذلك أن ميل هذه المعادلة $0 > \frac{dP_x}{dx} - 0.5$

ثانيا : الصيغة الرقمية (الجدولية)

حيث يمكن تصوير قانون الطلب في صورة رقمية (جدول) يعرف باسم جدول الطلب

مثال :

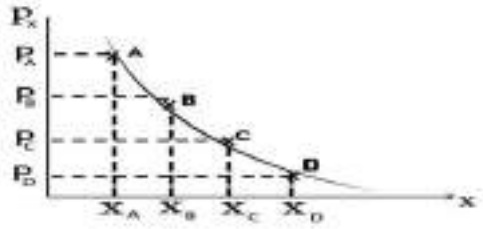
P_x	10	12	15	18	20	24
x	100	70	50	40	30	10

و كما يتضح من هذا الجدول فإن الكميات المطلوبة من السلعة تتغير في اتجاه معاكس لاتجاه تغير سعرها (مضمون قانون الطلب) .

ثالثا : الصيغة الهندسية (البيانية)

حيث يمكن التعبير عن قانون الطلب في صورة منحنى يعرف باسم " منحنى الطلب "

مثال :



إذن و كما يبدو من هذا الشكل فإن المنحنى ينحدر من أعلى إلى أسفل دالا بذلك على وجود علاقة عكسية بين الكميات المطلوبة من السلعة و سعرها (قانون الطلب) .

3.4. استثناءات قانون الطلب

القاعدة العامة تشير إلى وجود علاقة عكسية بين الكميات المطلوبة من السلعة و سعرها (قانون الطلب) ، غير أنه لوحظ عدم سريان هذه القاعدة في بعض الحالات حيث تم تسجيل وجود علاقة طردية بين الكميات المطلوبة من السلعة و سعرها.

أي أن هذه الكميات تزداد عندما يرتفع السعر و تقل في حالة انخفاضه (لأن قوانين علم الإقتصاد هي قوانين نسبية) و هذا ما يعرف باسم " استثناءات قانون الطلب " .

و من هذه الاستثناءات نذكر الحالات التالية :

الحالة الأولى : الطلب على بعض السلع الأساسية مثل الخبز من قبل فقراء أي مجتمع من المجتمعات و يعرف هذا النوع من السلع باسم " سلع جيفن " " Giffen " نسبة للإقتصادي البريطاني " R. Giffen "

(1837/1910) ، حيث لاحظ هذا الأخير من خلال تتبعه لنفقات العمال الإيرلنديين أن الطلب على السلع الضرورية مثل الخبز و البطاطا تزداد عندما يرتفع ثمنها و يقل في حالة انخفاضه .

الحالة الثانية : الطلب على السلع الفاخرة ذات السعر الجد مرتفع من قبل أثرياء أي مجتمع من المجتمعات ، حيث أن إقبال هذه الفئة من الناس على هذه السلع يزداد عند ارتفاع ثمنها و يقل حين انخفاضه و الطلب على هذه السلع

- عادة - لا يكون سوى من باب التفاخر و التباهي ليس إلا .

الحالة الثالثة : توقعات المستهلكين حول زيادة أو نقصان المعروض من أي سلعة ، فإذا ما توقع المستهلكون زيادة عرض سلعة ما ، زيادة يصاحبها - عادة - انخفاض في ثمنها ، فإنهم لن يقبلون عليها ، بل - ربما - سيقللون من طلبهم عليها و ذلك على أمل الحصول عليها مستقبلا بثمن أقل ، و العكس بالعكس .

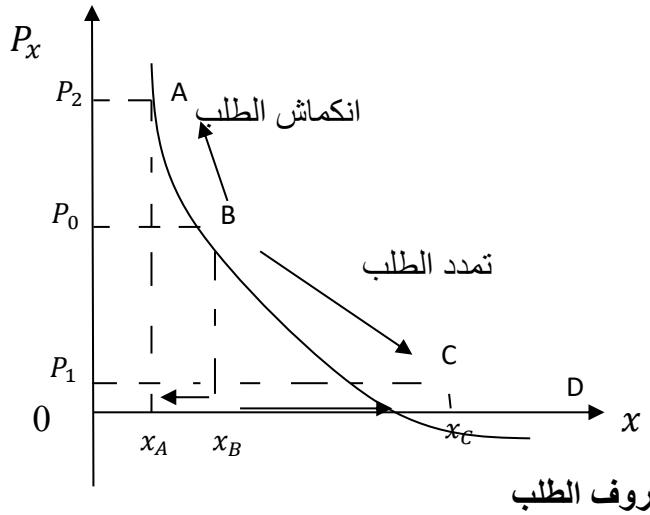
4.4. تغير الطلب و تغير ظروف الطلب

سنحاول في هذه الفقرة أخذ فكرة عن تغير الطلب و تغير ظروف الطلب .

أولا : تغير الطلب

يقصد بتغير الطلب تغير الكميات المطلوبة من سلعة ما نتيجة تغير سعرها .

إن تغير الطلب (زيادة أو نقصانا) يعبر عنه بالتحرك على نفس منحنى الطلب ، يمينا في حالة الزيادة " تمدد الطلب " و شمالا في حالة النقصان " انكماش الطلب " ، و ذلك كما هو موضح في الشكل التالي :

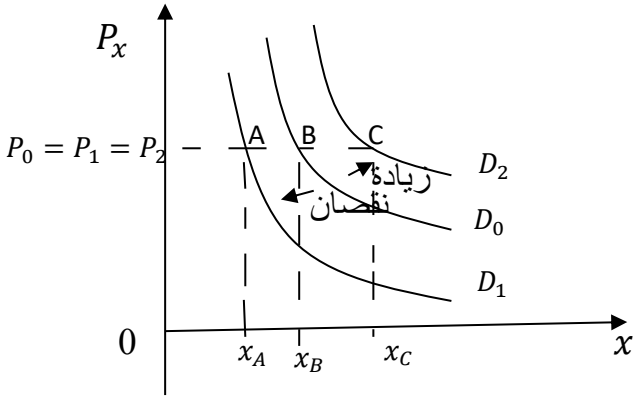


ثانيا : تغير ظروف الطلب

و يقصد بتغير ظروف الطلب تغير الكميات المطلوبة من سلعة ما نتيجة تغير أحد العوامل الأخرى المؤثرة في الطلب على السلعة بخلاف ثمنها .

أما تغير ظروف الطلب فيتجسد بيانيا بانتقال منحنى الطلب بكامله نحو اليمين في حالة زيادة الطلب و نحو الشمال

(اليسار) في حالة نقصان الطلب ، و ذلك كما هو موضح في الشكل التالي :



5.4. الطلب الكلي

يقصد بلفظ الطلب الكلي مجموع الطلبات الفردية .

و سنوضح هذا المصطلح الإقتصادي بالمثالين التاليين :

<u>مثال رقم (1)</u>

الجدول التالي يشتمل على طلب ثلاث فئات من المجتمع (الأثرياء ، الفقراء ، الطبقة المتوسطة) على إحدى السلع

الطبقة المتوسطة D_3	طلب الفقراء D_2	طلب الأثرياء D_1	P_x

10	30	40	25
12	34	36	24
16	40	28	22
21	50	18	19
25	60	8	16

و المطلوب :

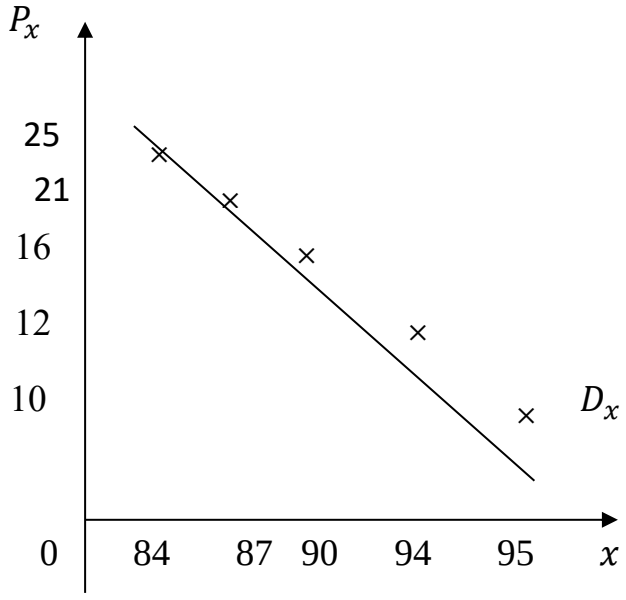
تقدير الطلب الكلي على السلعة من قبل أفراد هذا المجتمع

$$D_x = D_1 + D_2 + D_3$$

و الجدول التالي يشتمل على بيانات الطلب الكلي

P_x	10	12	16	21	25
D_x	95	94	90	87	84

التمثيل البياني :



مثال رقم (2)

إذا كان الطلب الفردي على سلعة ما معبر عنه بمعادلات من الشكل :

$$P_1 = 8 - P_x$$

$$P_2 = 24 - 0.5\,P_x$$

$$P_3 = 9 + 0.75\ P_x$$

$$P_4 = 16 - 0.45\ P_x$$

و المطلوب :

حدد الطلب الكلي على هذه السلعة ثم مثله بيانيا .

لتحديد الطلب الكلي للسلعة في مثل هذه الحالة نأخذ مجموع ثوابت المعادلات و متوسط ميول هذه المعادلات

مجموع ثوابت المعادلة = $8 + 24 + 9 + 16 = 57$

متوسط الميول = $\frac{-1 + 0.5 - 0.75 + 0.45}{4} = \frac{-1.2}{4} = -0.3$

الطلب الكلي $D_x = 57 - 0.3\ P_x$

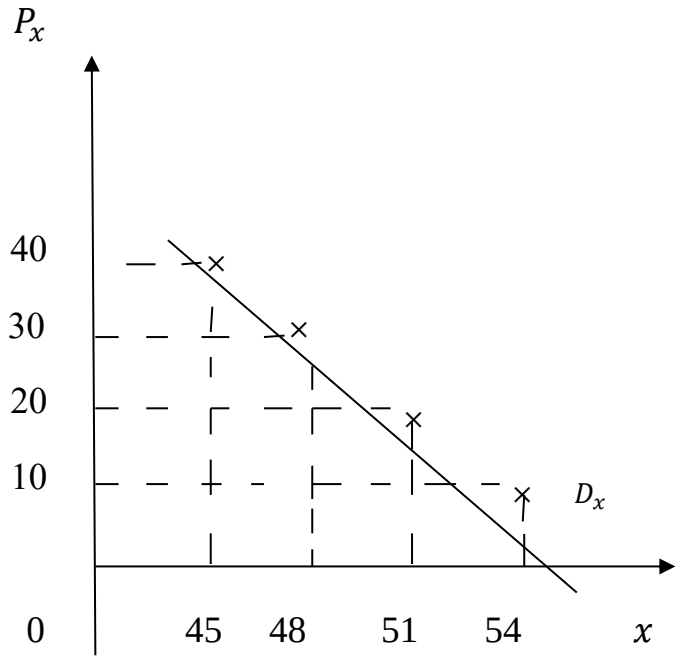
و لرسم منحنى الطلب الكلي نعطي قيما افتراضية لـ P_x ثم نحسب الطلب

من أجل $P_x = 10$ فإن $D_x = 54$

من أجل $P_x = 20$ فإن $D_x = 51$

من أجل $P_x = 30$ فإن $D_x = 48$

من أجل $P_x = 40$ فإن $D_x = 45$



6.4. اشتقاق دالة الطلب

تشتق (تحدد) دالة الطلب الفردية على سلعة ما بنفس الكمية التي اعتمدناها عند تقديرنا للكميات المطلوبة من سلعتين ، أي من خلال أحد نموذجي التوازن (نظرية المنفعة الحدية ، نظرية منحنيات السواء) أو من الشرط اللازم لتعظيم المنفعة تحت قيد الدخل و الأسعار (طريقة التعويض ، طريقة مضروب لاغرانج) ، على أن نأخذ معادلة الميزانية ($R = xP_x + yP_y$) في صورتها العامة ، و ذلك بأن نبقي R , P_x , P_y كمجاهيل حتى و إن كانت قيمها معلومة ، و ذلك حتى نضمن حصولنا على دالة طلب لسلعة معينة بدلالة دخل المستهلك و سعر السلعة

و احتمال سعر السلعة الأخرى .

و لتوضيح مضمون هذه الفقرة نأخذ معطيات المثال الذي اعتمدناه في دراستنا لتوازن المستهلك و معطيات هذا المثال هي :

$$UT_{(x,y\ )} = x + y + 2xy$$

$$R = 81\ ,\ P_x = 4\ ,\ P_y = 2$$

و سوف نعتمد في تحديدنا لدالتي الطلب بالنسبة للسلعتين x و y على طريقة مضروب لاغرانج

$$\mathrm{L}\ = x + y + 2xy + \ \lambda(\mathrm{R} - xP_x - yP_y)$$

الشرط اللازم :

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 0\ \ ,\ \ \frac{\partial L}{\partial y} = 0\ \ ,\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 1 + 2y - \lambda\, P_x = 0\ \rightarrow 1 + 2y = \lambda\ P_x .\ .\ .\ (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = 1 + 2x - \lambda\, P_y = 0\ \rightarrow 1 + 2x = \lambda\ P_y\ .\ .\ .(2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = R - xP_x - \ yP_y = 0\ .\ .\ .(3)$$

بقسمة (1) على (2) نجد :

$$\frac{1+2\,y}{1+2\,x} = \frac{\lambda\,\mathrm{P}x}{\lambda\,\mathrm{P_y}} \rightarrow \frac{1+2y}{1+2x} = \frac{P_x}{P_y} \rightarrow (1 + 2y)P_y = (1 + 2x)P_x$$

$$\rightarrow P_y + 2yP_y = P_x + 2xP_x$$

$$2yP_y = 2xP_x + P_x - P_y$$

$$y = \frac{2xP_x + P_x - P_y}{2P_y} \ldots (4)$$

بالتعويض في (3) نجد :

$$R - xP_x - \frac{2xP_x + P_x - P_y}{2P_y} \cdot P_y = 0$$

$$2R - 2xP_x - 2xP_x - P_x + P_y = 0$$

$$x = \frac{2R - P_x + P_y}{4P_x}$$

دالة الطلب بالنسبة للسلعة (x) و بالتعويض في (y) نجد :

$$y = \frac{2\left(\frac{2R - P_x + P_y}{4P_x}\right) + P_x - P_y}{2P_y} \rightarrow$$

$$y = \frac{2R - 2P_x + 2P_y + P_x - P_y}{4P_y} \rightarrow$$

$$y = \frac{2R + P_x - P_y}{4P_y}$$

دالة الطلب للسلعة (y) :

و بالتعويض في دالتي الطلب عن P_y , P_x , R بما يساويها نجد :

$$x = \frac{2(81) - 4 + 2}{(4)(4)} = \frac{160}{16}$$

$$(x = 10) \quad \text{وحدات}$$

$$y = \frac{2(81) + 4 - 2}{(4)(4)} = \frac{164}{16}$$

$$(y = 20.5) \quad \text{وحدة}$$

و هي نفس الكميات المطلوبة التي كنا قد حصلنا عليها عند دراستنا لتوازن المستهلك .

ملاحظة رقم (1)

تشترك كل دوال الطلب في خاصية أساسية و هي أنها متجانسة من الدرجة الصفرية .

و تعني هذه الخاصية أن الكميات المطلوبة من السلعة سوف لن تتغير في حال تغير دخل المستهلك و أسعار السلع بنفس النسبة بمعنى أنها تبقى ثابتة .

و نقول عن المستهلك إذا تصرف بهذه الكيفية أنه لم يقع تحت طائلة ما يعرف باسم الخداع (الوهم) النقدي ذلك أنه ما يزال عند نفس المستوى من الفقر أو الغنى (عدم تحسن أو تدهور قدرته الشرائية) .

ملاحظة رقم (2)

أن دوال الطلب تفيدنا و تيسر لنا طريق الوصول إلى مختلف المنحنيات المرتبطة بنظرية منحنيات السواء و المتمثلة في " منحنى الإستهلاك - الدخل ، منحنى Angel ، منحنى الإستهلاك - السعر ، منحنى الطلب " .

فعندما نريد البحث عن منحنى " الإستهلاك - الدخل " نعيد كتابة دالتي الطلب بدلالة دخل المستهلك فقط

و ذلك لأن سعر السلعتين ثابتين .

و بالنسبة لمثالنا نكتب :

$$x = \frac{2R-4+2}{16} = \frac{2R-2}{16} = \frac{R-1}{8}$$

$$y = \frac{2R+4-2}{8} = \frac{2R+2}{8} = \frac{R+1}{4}$$

ثم نعوض بقيم R المختلفة في هاتين الدالتين فنحصل على الكميات المطلوبة من السلعتين عند كل مستوى دخل .

و بعد أن نحدد الكميات المطلوبة من السلعتين المعبرة عن أوضاع توازنية مختلفة ، و أن كل وضع من هذه الأوضاع هو عبارة عن نقطة تماس بين منحنى سواء معين و خط ميزانية معين .

و نقوم بتحديد مواقع خطوط الميزانية على محوري السلعتين و ذلك وفق القاعدة التي تنص على أن المستهلك يخصص دخله في كل مرة للحصول على كميات سلعة واحدة أي :

موقع خط الميزانية على محور السلعة (x) $x = \frac{R}{P_x}$

موقع خط الميزانية على محور السلعة (y) $y = \frac{R}{P_y}$

المنحنى الذي يصل بين نقاط التماس بين خطوط الميزانية و منحنيات السواء يسمى بمنحنى " الإستهلاك - الدخل "

و بالنسبة لمنحنى أنجل :

فيكفي التعرف على الكميات المطلوبة من سلعة واحدة و دخل المستهلك الذي يكون من المعطيات ، من أجل رسم منحنى " أنجل " بالنسبة لهذه السلعة أو تلك .

R	×	×	×	×
x	×	×	×	×

و عندما نريد البحث عن منحنى " الإستهلاك - السعر " نعيد كتابة دالتي الطلب بدلالة ثمن السلعة التي تغير سعرها و لتكن السلعة (x) ، و ذلك لأن دخل المستهلك و ثمن السلعة y يفترض ثباتهما في مثل هذه الحالة .

و بالنسبة لمثالنا : $x = \frac{2(81) - P_x + 2}{16} = \frac{164 - P_x}{16}$

$$y = \frac{2(81) + P_x - 2}{8} = \frac{160 + P_x}{8}$$

ثم نعوض بقيم P_x المختلفة في هاتين الدالتين فنحصل على الكميات المطلوبة من السلعتين عند كل مستوى سعر

و بعد أن نحدد الكميات المطلوبة من السلعتين المعبرة عن أوضاع توازنية مختلفة ، و أن كل وضع من هذه الأوضاع هي عبارة عن نقطة تماس بين منحنى سواء معين و خط ميزانية معين .

و بعد قيامنا بالعملية السابقة نقوم بتحديد مواقع خطوط الميزانية على محوري السلعتين X و y ، هذه الخطوط التي تتحرك على محوري السلعة (x) فقط ، أما على محور السلعة (y) فلا تتحرك لأن R , P_y ثابتتين ، أي أن :

$$R = \frac{81}{2} = 40.5$$

و عندما نصل بين مختلف نقاط التماس نحصل على منحنى " الإستهلاك - السعر "

و بالنسبة لمنحنى الطلب :

فيكفي أن نتعرف على الكميات المطلوبة من السلعة التي تغير سعرها ، و سعر هذه السلعة و الذي يكون - عادة - من المعطيات ، و ذلك من أجل رسم منحنى الطلب بالنسبة لهذه السلعة .

P_x	×	×	×	×
x	×	×	×	×

نحاول الآن تكوين مختلف هذه المنحنيات بالنسبة لمثالنا .

1 - منحنى " الإستهلاك - الدخل " :

نفترض أن R أخذ القيم 61 ، 101 ، 121 إلى جانب القيمة 81 .

نقوم في البداية بتقدير الكميات المطلوبة من السلعتين .

لدينا مما تقدم : $x = \frac{R-1}{8}$

$$y = \frac{R+1}{4}$$

من أجل $R = 61$ فإن :

$$x = \frac{61-1}{8} = 7.5$$

$$y = \frac{61+1}{4} = 15.5$$

من أجل $R = 101$ فإن :

$$x = \frac{101-1}{8} = 12.5$$

$$y = \frac{101+1}{4} = 25.5$$

من أجل $R = 121$ فإن :

$$x = \frac{121-1}{8} = 12.5$$

$$y = \frac{121+1}{4} = 25.5$$

بعد تحديدنا للكميات المطلوبة من السلعتين (x) و (y) عند مختلف مستويات الدخول ، نقوم الآن بتحديد مواقع خطوط الميزانية التي تتواجد عليها الكميات المحددة سابقا .

من أجل $R = 61$ فإن :

$$x = \frac{61}{4} = 15.25$$

$$y = \frac{61}{2} = 30.5$$

من أجل $R = 101$ فإن :

$$x = \frac{101}{4} = 25.25$$

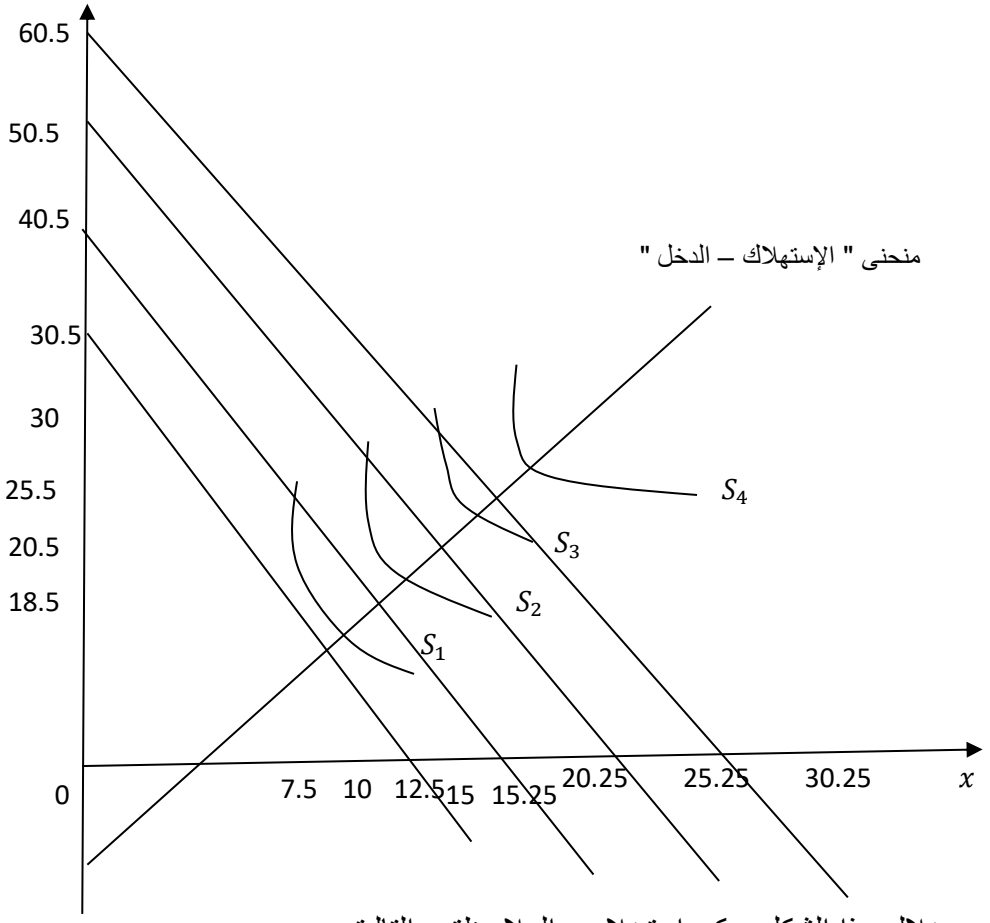
$$y = \frac{101}{2} = 50.5$$

من أجل $R = 121$ فإن :

$$x = \frac{121}{4} = 30.25$$

$$y = \frac{121}{2} = 60.5$$

التمثيل البياني :



من خلال هذا الشكل يمكن استخلاص الملاحظتين التاليتين :

الملاحظة رقم (1)

أن الكميات المطلوبة من السلعتين تتغير في نفس اتجاه تغير دخل المستهلك فهي تزداد بزيادته و تقل بانخفاضه ،

و السلع التي ينطبق عليها هذا الوصف تعرف باسم السلع العادية فالسلعتان (x) و (y) عاديتان بنظر هذا المستهلك.

الملاحظة رقم (2)

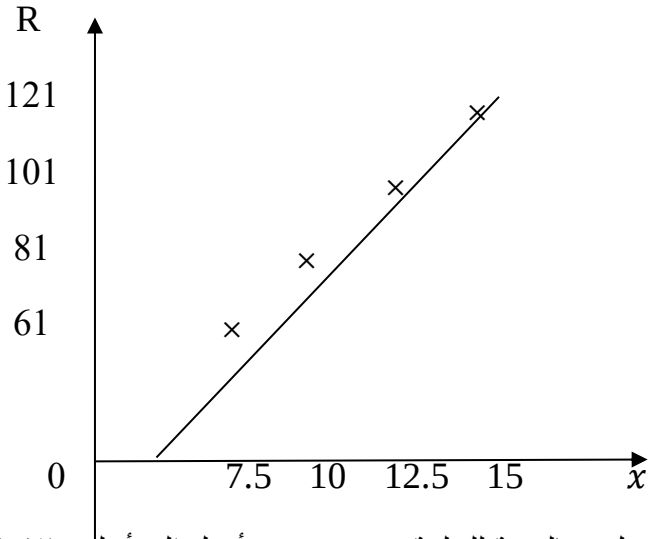
أن منحنى " الإستهلاك - الدخل " يبدأ من نقطة الأصل و تفسير ذلك أن كون السلعتين (x) و (y) عاديتين فإن المستهلك يخفض في طلبه على السلعتين مع كل انخفاض في دخله حتى إذا ما

بلغ مستوى معينا من الإنخفاض أصبح لا يخصص للسلعتين أي شيء و ينصرف إلى سلع أخرى .

2 - منحنى " أنجل " بالنسبة للسلعة (x)

لتمثيل هذا المنحنى نحتاج إلى الكميات المطلوبة من السلعة (x) (تم تحديدها سابقا) و دخل المستهلك (من معطيات المثال)

R	61	81	101	121
x	7.5	10	12.5	15



إن منحنى " أنجل " بالنسبة للسلعة (x) يتجه من أسفل إلى أعلى دالا بذلك على وجود علاقة طردية بين الكميات المطلوبة من السلعة (x) و دخل المستهلك ، و في هذا تأكيد على الطبيعة الإقتصادية لهذه السلعة من حيث كونها سلعة عادية بنظر هذا المستهلك .

3 - منحنى " الإستهلاك - السعر "

نفترض أن P_x أخذ القيم التالية 2 ، 6 ، 8

و بالعودة إلى دالتي الطلب بدلالة P_x نجد الكميات المطلوبة من السلعتين :

$$x = \frac{164 - P_x}{4\,P_x}$$

$$y = \frac{160 + P_x}{8}$$

من أجل $P_x = 2$ فإن :

$$x = \frac{164-2}{(4)(2)} = 20.25 \text{ وحدة}$$

$$y = \frac{160+2}{8} = 20.25 \text{ وحدة}$$

من أجل $P_x = 6$ فإن :

$$x = \frac{164-6}{(4)(6)} = 6.6 \text{ وحدة}$$

$$y = \frac{160+6}{8} = 20.75 \text{ وحدة}$$

من أجل $P_x = 8$ فإن :

$$x = \frac{164-8}{(4)(8)} = 4.9 \text{ وحدة}$$

$$y = \frac{160+8}{8} = 21 \text{ وحدة}$$

بعد تحديدنا للكميات المطلوبة من السلعتين عند مختلف مستويات سعر السلعة (x) ، نقوم الآن بتحديد مواقع خطوط الميزانية على محوري السلعتين (x) و (y) .

على محور السلعة (y) يبقى ثابتا

$$y = \frac{R}{P_y} = \frac{81}{2} = 40.5$$

على محور السلعة (x)

من أجل $P_x = 2$ فإن :

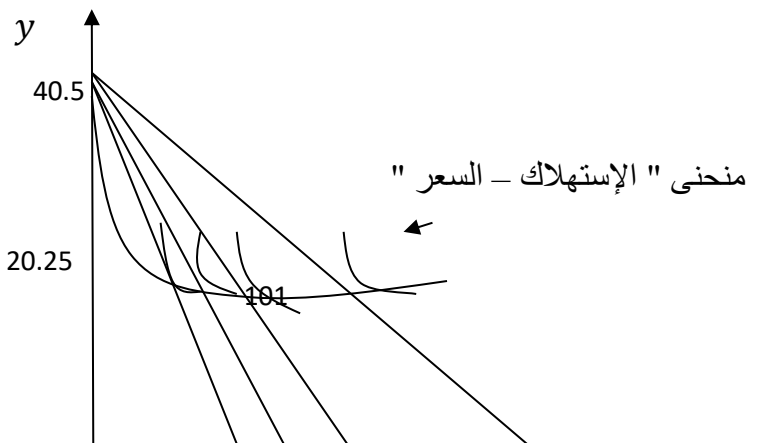
$$x = \frac{R}{P_x} = \frac{81}{2} = 40.5$$

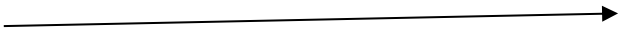
من أجل $P_x = 6$ فإن :

$$x = \frac{81}{6} = 13.5$$

من أجل $P_x = 8$ فإن :

$$x = \frac{81}{8} = 10.125$$





0 4.9 6.6 10 20.25 40.5 x

من خلال هذا الشكل يمكن استخلاص الملاحظتين التاليتين :

الملاحظة رقم (1)

أن الكميات المطلوبة من السلعة (x) تتغير عكس اتجاه تغير سعرها فهي تزداد بانخفاضه و تقل بارتفاعه و السلع التي ينطبق عليها هذا الوصف تعرف باسم " السلع العادية " ، فالسلعة (x) إذن هي سلعة عادية بنظر المستهلك و في هذا تأكيد للنتيجة المتوصل إليها سابقا .

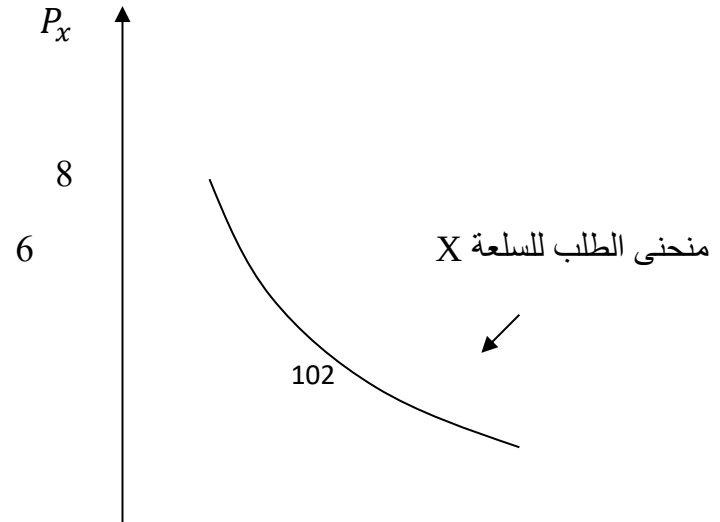
الملاحظة رقم (2)

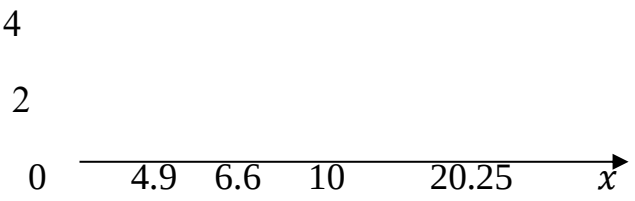
أن منحنى " الإستهلاك - السعر " يبدأ من النقطة التي تقع على محور السلعة التي لم يتغير سعرها ، و تفسير ذلك أن المستهلك يقلل من طلبه على السلعة (x) مع كل ارتفاع في سعرها حتى إذا ما وصل سعرها مستوى معينا من الإرتفاع انصرف المستهلك نهائيا عن طلب هذه السلعة مستبدلا إياها بالسلعة الأخرى (y) .

4 - منحنى الطلب بالنسبة للسلعة (x)

لتمثيل هذا المنحنى نحتاج إلى معطيات حول الكميات المطلوبة من السلعة التي تغير سعرها (تم تحديدها سابقا) و ثمن هذه السلعة (من معطيات المثال)

P_x	2	4	6	8
x	20.25	10	6.6	4.9





إن منحنى " الطلب " بالنسبة للسلعة (x) ينحدر من أعلى إلى أسفل دالا بذلك على وجود علاقة عكسية بين الكميات المطلوبة من السلعة (x) و ثمنها ، و في هذا تأكيد على الطبيعة الإقتصادية لهذه السلعة من حيث كونها سلعة عادية .

<u>تمرين شامل حول سلوك المستهلك</u>

عبر أحد المستهلكين عن المنفعة التي تكسبه إياها كميات سلعتين (x) و (y) بالصيغة الرياضية التالية :

$$UT_{(x\,,y\,)} = 15\,x + 20\,y - 0.5x^2 - \ 0.5\,y^2$$

فإذا علمت أن :

$R = 195$ و . نقدية

$P_y = 3$ و . نقدية $\quad P_x = 6$ و . نقدية

<u>و المطلوب :</u>

1 - حدد دالتي الطلب للسلعتين (x) و (y) .

2 - قدر الكميات المطلوبة من السلعتين (x) و (y) .

3 - قدر كمية المنفعة من أجل نتائج السؤال السابق .

4 - تأكد من أن كمية المنفعة المحددة بالسؤال السابق تعبر فعلا عن أقصى منفعة ممكنة .

5 - قدر المعدل الحدي للإحلال بين السلعتين (x) و (y) عند وضع التوازن و علق على نتيجته .

6 - قدر الفائض الكلي للمستهلك عند وضع التوازن .

7 - بافتراض انخفاض ثمن السلعة (x) إلى 4 وحدات نقدية مع ثبات ثمن السلعة (y) فما هو المبلغ الواجب تخصيصه من قبل هذا المستهلك لكميات السلعتين و التي تضمن له الإحتفاظ بنفس مستوى المنفعة المحدد بالسؤال رقم (3) .

8 - مثل نتيجتي السؤالين 2 ، 7 بيانيا .

9 - تأكد من أن دالتي الطلب المحددين بالسؤال رقم (1) متجانستين من الدرجة الصفرية و ماذا تعني هذه الخاصية

10 - إذا تغير دخل المستهلك و أخذ القيم 187.5 و 206.25 و 217.5 فما الذي يحدث لوضعية التوازن الأصلية في حال ثبات كل من P_x ، P_y ، و كيف نسمي المنحنى الذي يوافق هذه المعطيات ، مثله بيانيا ، و ما هي الطبيعة الإقتصادية للسلعتين (x) و (y) .

11 - مثل منحنى " أنجل " بالنسبة للسلعة (x) ، و تأكد من الطبيعة الإقتصادية لهذه السلعة .

12 - إذا تغير ثمن السلعة (x) و أخذ القيم 4 ، 8 ، 10 وحدات نقدية ، فماذا سيحدث لوضعية التوازن الأصلية في حال ثبات كل من R وP_y ، و كيف نسمي المنحنى الذي يوافق هذه المعطيات ، مثله بيانيا و ما هي الطبيعة الإقتصادية للسلعة (X) .

13 – مثل منحنى الطلب للسلعة X و تأكد من طبيعتها الإقتصادية .

الفصل الخامس : أثر الثمن أو السعر وفق وجهتي نظر " هيكس " و " سلاتيكسي "

سنحاول في هذا الفصل أن نتعرف على أثر الثمن حسب وجهتي نظر هيكس و سلاتيسكي

1.5. معلومات أولية

لتوضيح مضامين موضوع هذا الفصل ، ينبغي في بداية الأمر الإشارة لمجموعة من النقاط نجملها في العناصر التالية :

1 - عند تغير سعر إحدى السلعتين و بقاء دخل المستهلك و سعر السلعة الأخرى ثابتين ، لاحظنا أن الكميات المطلوبة من السلعة التي تغير سعرها سوف تتغير ستتواجد التوليفة المعبرة عن هذه الكميات إلى جانب الكميات المطلوبة من السلعة (y) التي بقي سعرها ثابتا على خط ميزانية جديد .

2 - التغير المسجل في الكميات المطلوبة من سلعة معينة نتيجة تغير سعرها يسمى بأثر الثمن (السعر) أو الأثر الكلي المباشر ، في حين يطلق إسم الأثر الكلي التبادلي على التغير الحاصل في الكميات المطلوبة من سلعة معينة نتيجة تغير سعر السلعة الأخرى .

3 - أثر الثمن في الحالتين (الأثر الكلي المباشر ، الأثر الكلي التبادلي) هو محصلة أثرين هما : أثر الإحلال و أثر الدخل .

و يعبر أثر الثمن - عادة - عن التغير الحاصل في الكميات المطلوبة من سلعة معينة نتيجة تغير سعرها بوحدة نقدية واحدة ، و يرمز له بالرمز $\frac{dx}{dP_x}$ ، $\frac{dy}{dP_y}$ الأثر الكلي المباشر

$\frac{dx}{dP_y}$ ، $\frac{dy}{dP_x}$ الأثر الكلي التبادلي

4 - أثر الإحلال يعبر عن التغير الحاصل في الكميات المطلوبة من سلعة معينة ، نتيجة تغير سعرها بوحدة نقدية ، مع ضرورة بقاء الدخل الحقيقي للمستهلك ثابتا .

5 - أثر الدخل يعبر عن التغير الحاصل في الكميات المطلوبة من سلعة معينة نتيجة تغير الدخل الحقيقي للمستهلك .

6 - أثر الإحلال يعمل - دوما - في اتجاه معاكس لاتجاه تغير السعر مهما كانت الطبيعة الإقتصادية للسلعة

(عادية ، دنيا ، جيفن) بمعنى أنه يكون سالبا دوما دالا بذلك على وجود علاقة عكسية بين الكميات المطلوبة من سلعة معينة و سعرها .

7 - أثر الدخل يعمل أحيانا في نفس اتجاه عمل أثر الإحلال ، أي في اتجاه معاكس لاتجاه تغير السعر ، و أحيانا أخرى في اتجاه معاكس لاتجاه عمل أثر الإحلال ، أي في نفس اتجاه تغير السعر ، كل ذلك متوقف على الطبيعة الإقتصادية للسلعة .

8 - إذا كان أثر الإحلال و أثر الدخل يعملان في نفس الإتجاه ، بمعنى أن الكميات المطلوبة من السلعة التي تغير سعرها تزداد أو تقل بفعل محصلة الأثرين فالسلعة عادية .

9 - إذا كان أثر الإحلال يعمل في اتجاه معاكس لاتجاه عمل أثر الدخل ، و كان أثر الإحلال أكبر من أثر الدخل ، بمعنى أن التغير المسجل في الكميات المطلوبة من السلعة بفعل أثر الإحلال أكبر من التغير الحاصل في الكميات المطلوبة من هذه السلعة بفعل أثر الدخل فالسلعة دنيا ، أما إذا كان أثر الدخل أكبر من أثر الإحلال فالسلعة هي من النوع المعروف باسم " جيفن "

10 - المستهلك يعمل - دوما - على إحلال السلعة الأرخص نسبيا محل السلعة الاغلى نسبيا ، و تكون السلعة التي انخفض سعرها أرخص نسبيا من السلعة التي بقي سعرها ثابتا ، و تكون هذه الأخيرة أرخص نسبيا من السلعة التي ارتفع سعرها .

11 - لدراسة أثر الثمن ينبغي أن نميز بين نوعين من التحليل أحدهما للإقتصادي البريطاني " Hicks " و الآخر للإحصائي الأوكراني " Slutsky " ، و الإختلاف بين هذين التحليلين يتجسد في أثر الإحلال و من ثم في أثر الدخل ، أما أثر الثمن فلا يوجد خلاف حوله .

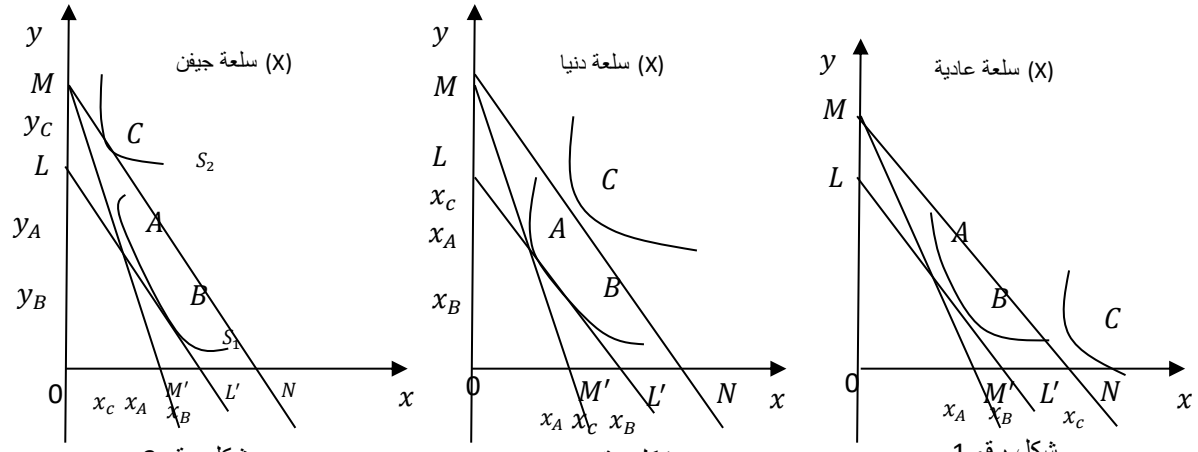
12 - لفصل أثر الإحلال عن أثر الدخل ، أي لمعرفة نصيب كل من أثر الإحلال و أثر الدخل في أثر الثمن ، أي في التغيرات الحاصلة في الكميات المطلوبة من سلعة ما نتيجة تغير سعرها ، نقوم بفرض ضريبة وهمية على دخل المستهلك في حالة انخفاض ثمن السلعة ، و ذلك بهدف إلغاء التحسن المسجل في الدخل الحقيقي للمستهلك نتيجة انخفاض الثمن ، أو تقديم إعانة وهمية لدخل المستهلك في حالة ارتفاع ثمن السلعة و ذلك بهدف إزالة التدهور الذي لحق بالدخل الحقيقي للمستهلك نتيجة ارتفاع السعر ، كل ذلك من أجل الإبقاء على الدخل الحقيقي للمستهلك ثابتا .

13 - بالنسبة لـ " هيكس " يتحقق ثبات الدخل الحقيقي للمستهلك عندما يتمكن هذا الأخير من الإحتفاظ بمستوى المنفعة ثابتا (dU = 0) ، في حين يتحقق هذا الأمر حسب تحليل " سلاتيسكي " عندما يتمكن المستهلك بدخله الجديد من الحصول على التوليفة المحققة لوضع التوازن الأولي ، أي قبل حدوث التغير في السعر ، و هذا ما سنلاحظه في الأشكال البيانية الموضحة لأثر الثمن ، أثر الإحلال ، أثر الدخل لاحقا .

14 – الأشكال البيانية التالية توضح مختلف الآثار (أثر الثمن ، أثر الإحلال ، أثر الدخل) حسب تحليلي

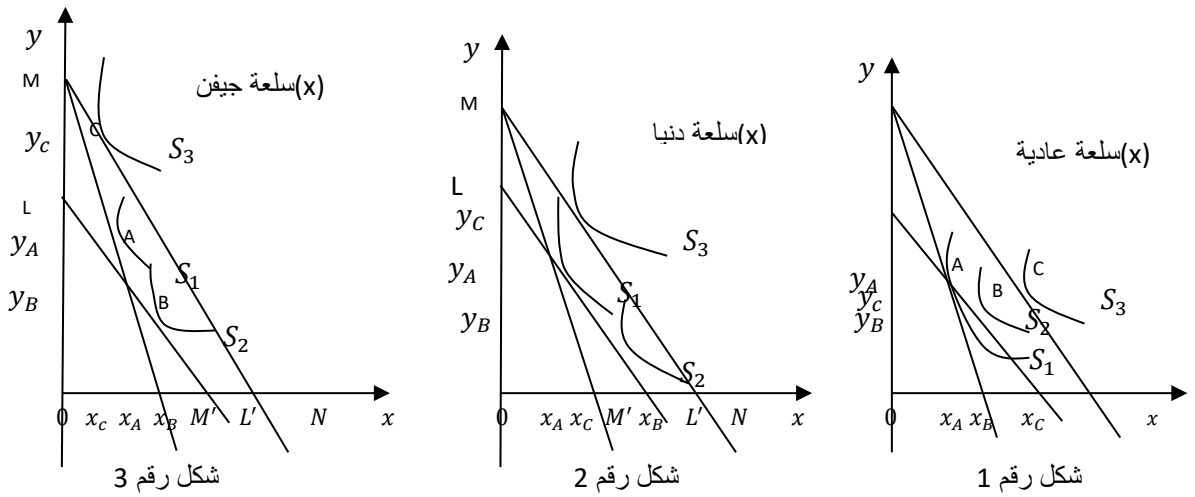
" هيكس " و " سلاتيسكي " و ذلك بافتراض انخفاض ثمن السلعة (x) و ثبات دخل المستهلك ، و سعر السلعة الأخرى .

تحليل " هيكس "



شكل رقم 1 شكل رقم 2 شكل رقم 3

تحليل سلاتيسكي



شكل رقم 1 شكل رقم 2 شكل رقم 3

MM' خط الميزانية الأصلي أي قبل انخفاض ثمن السلعة (x) الأصلية

A نقطة التوازن

MN خط الميزانية الجديد أي بعد انخفاض ثمن السلعة (x)

C نقطة التوازن الجديدة

LL' خط الميزانية الوهمي B نقطة التوازن الوهمية

الشكل رقم (1) أثر الإحلال و أثر الدخل يعملان في نفس الإتجاه .

الشكل رقم (2) أثر الإحلال و أثر الدخل يعملان في اتجاهين متعاكسين و أثر الإحلال أكبر من أثر الدخل .

الشكل رقم (3) أثر الإحلال و أثر الدخل يعملان في اتجاهين متعاكسين و أثر الإحلال أقل من أثر الدخل .

التعليق على الأشكال السابقة

من الشكل رقم (1) نلاحظ زيادة الكميات المطلوبة من السلعة (x) نتيجة انخفاض سعرها بفعل أثر الإحلال $Ox_A < Ox_B$ و بفعل أثر الدخل كذلك $Ox_B < Ox_C$ بمعنى أن أثري الإحلال و الدخل يعملان في نفس الإتجاه ، فالسلعة (x) إذن هي سلعة عادية بنظر المستهلك .

تفسير ذلك

أن انخفاض ثمن السلعة (x) ، يجعلها أرخص نسبيا من السلعة (y) التي بقي سعرها ثابتا ، فيعمل المستهلك على إحلال وحدات من السلعة (x) محل وحدات من السلعة (y) و يؤدي هذا الإنخفاض في ثمن السلعة (x) إلى زيادة الدخل الحقيقي للمستهلك (تحسن قدرته الشرائية) فتزداد الكميات المطلوبة من السلعة (x) نتيجة زيادة دخل المستهلك لكونها سلعة " عادية " .

و من الشكل رقم (2)

نلاحظ زيادة الكميات المطلوبة من السلعة (x) بفعل أثر الإحلال (نفس السبب المذكور أعلاه) و ذلك نتيجة انخفاض سعرها $Ox_A < Ox_B$ ، غير أنها تقل بفعل أثر الدخل $Ox_B > Ox_C$ أي أن أثري الإحلال و الدخل يعملان في اتجاهين متعاكسين ، و أن أثر الإحلال x_Ax_B أكبر من أثر الدخل x_Bx_C ، فالسلعة (x) إذن هي سلعة دنيا بنظر المستهلك .

تفسير ذلك

إن انخفاض ثمن السلعة (x) يجعلها أرخص نسبيا من السلعة (y) التي بقي سعرها ثابتا ، فيعمل المستهلك على إحلال وحدات من السلعة (x) محل وحدات من السلعة (y) ، و يؤدي هذا الإنخفاض في ثمن السلعة (x) إلى زيادة الدخل الحقيقي للمستهلك (تحسن قدرته الشرائية) فتقل الكميات المطلوبة من السلعة (x) نتيجة تحسن دخل المستهلك لكونها سلعة " دنيا " لكن الزيادة الحاصلة بفعل أثر الإحلال في الكميات المطلوبة من السلعة (x) تكون أكبر من الإنخفاض في كميات هذه السلعة بفعل أثر الدخل ، بمعنى زيادة الكميات المطلوبة من السلعة (x) نتيجة انخفاض سعرها .

و من الشكل رقم (3) نلاحظ انخفاض الكميات المطلوبة من السلعة (x) نتيجة انخفاض سعرها بفعل أثر الثمن حيث نسجل زيادة الكميات المطلوبة من السلعة (x) نتيجة انخفاض سعرها بفعل أثر الإحلال $Ox_A < Ox_B$ و لكنها تقل بفعل أثر الدخل $Ox_C < Ox_B$.

بمعنى أن أثري الإحلال و الدخل يعملان في اتجاهين متعاكسين ، و أن أثر الإحلال أقل من أثر الدخل ، فالسلعة (x) إذن هي سلعة " جيفن " بنظر هذا المستهلك .

تفسير ذلك

أن انخفاض ثمن السلعة (x) يجعلها أرخص نسبيا من السلعة (x) التي بقي سعرها ثابتا ، فيعمل المستهلك على إحلال وحدات من السلعة (x) محل وحدات من السلعة (y) ، و يؤدي هذا الإنخفاض في ثمن السلعة (x) إلى زيادة الدخل الحقيقي للمستهلك (تحسن قدرته الشرائية) فتقل الكميات المطلوبة من السلعة (x) نتيجة تحسن دخل المستهلك لكونها سلعة " جيفن " ، لأن الزيادة في الكميات المطلوبة من السلعة (x) بفعل أثر الإحلال أقل من الانخفاض في هذه الكميات بفعل أثر الدخل ، بمعنى انخفاض الكميات المطلوبة من السلعة (x) نتيجة انخفاض سعرها

و لتوضيح تحليل كل من " Hickes " و " Slutsky " ، نأخذ معطيات المثال الموجود بحوزتنا .

من أجل $P_x = 4$ وجدنا أن $x = 10$

و من أجل $P_x = 2$ فإن $x = 20.25$

أثر الثمن هو الفرق بين هاتين الكميتين ، أي :

$$20.25 - 10 = 10.25 \text{ وحدة}$$

و أثر الثمن لا يختلف حوله كل من " هيكس " و " سلاتيسكي " ، و الإختلاف بينهما يكون في نصيب أثر الإحلال و أثر الدخل في الأثر الكلي (أثر الثمن) .

و لعزل أثر الإحلال عن أثر الدخل نقوم بفرض ضريبة وهمية على دخل المستهلك (في حال انخفاض السعر)

و تقديم إعانة وهمية (في حال ارتفاعه) و الهدف من هذا الإجراء هو إلغاء التحسن (التدهور) الحاصل بالدخل الحقيقي للمستهلك (الذي يعبر عن كميات السلع و الخدمات التي يمكن للمستهلك أن يتحصل عليها بدخله النقدي) .

بالنسبة لسلاتيسكي

يتحقق ثبات الدخل الحقيقي للمستهلك إذا تمكن بدخله النقدي (بعد فرض الضريبة الوهمية) من الحصول على التوليفة التوازنية الأصلية .

بالنسبة لمثالنا :

$$x = 10\ ,\ y = 20.5$$

$$R = 2(10) + 2(20.5)$$

$$= 20 + 41 = 61 \text{ و . نقدية}$$

$$x = \frac{2\,R - P_x + P_y}{4\,P_x}$$

$$= \frac{2(61) - 2 + 2}{4(2)} = 15.25 \text{ وحدة}$$

$$y = \frac{2\,R + P_x - P_y}{4\,P_y}$$

$$= \frac{2(61) + 2 - 2}{8} = 15.25 \text{ وحدة}$$

$$= 15.25 - 10 = 5.25 \text{ وحدة أثر الإحلال}$$

$$= 10.25 - 5.25 = 5 \text{ وحدات أثر الدخل}$$

مقدار الضريبة الوهمية

$$T = 81 - 61 = 20 \text{ و . نقدية}$$

خط الميزانية الأصلي

$$R = 81\ ,\ P_x = 4\ \ ,P_y = 2$$

$$x = \frac{81}{4} = 20.25\ \ (x = 10\,, y = 20.5)$$

$$y = \frac{81}{2} = 40.5$$

خط الميزانية الجديد

$$R = 81\ \ ,P_x = 2\ \ \ ,P_y = 2\ \ \ (x = y = 20.25)$$

$$x = y = \frac{81}{2} = 40.5$$

خط الميزانية الوهمي

$$R = 61\ \ \ ,P_x = 2\ \ ,P_y = 2\ \ \ \ (x = y = 15.25)$$

$$x = \frac{61}{2} = y = 30.5$$

نصيب أثر الإحلال

$$\frac{5.25}{10.25} = 51.2\%$$

نصيب أثر الدخل

$$\frac{5}{10.25} = 48.8\%$$

بالنسبة لهيكس

يتحقق ثبات الدخل الحقيقي للمستهلك إذا تمكن بدخله النقدي (بعد فرض الضريبة الوهمية) من الاحتفاظ بنفس مستوى المنفعة .

أثر الإحلال يتحدد من خلال الشرط اللازم لتدنية الدخل تحت قيد المنفعة

من أجل $x = 10$ ، $y = 20.5$

$$U = 10 + 20.5 + 2(10)(20.5) = 440.5$$

$$L = 2x + 2y + \lambda\,(440.5 - x - y - 2xy)$$

الشرط اللازم

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 2 - \lambda\,(1 + 2y) = 0 \rightarrow 2 = \lambda\,(1 + 2y) \ldots (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = 2 - \lambda\,(1 + 2x) = 0 \rightarrow 2 = \lambda\,(1 + 2x) \ldots (2)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \lambda} = 440.5 - x - y - 2xy = 0 \ldots (3)$$

بقسمة (1) على (2) نجد :

$$\frac{2}{2} = \frac{\lambda\,(1+2y)}{\lambda\,(1+2x)} \rightarrow$$

$$1 + 2x = 1 + 2y \rightarrow 2y = 2x \rightarrow x = y \ldots (4)$$

بالتعويض في (3) نجد :

$$440.5 - x - x - 2x(x) = 0$$

$$440.5 - 2x - 2\,x^2 = 0$$

بالقسمة على (2) نجد :

$$220.5 - x - x^2 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4(-1)(220.25)$$

$$\sqrt{\Delta} = 29.7$$

$x_1 = \frac{1-29.7}{-2} = 14.35$ وحدة

$x_2 = \frac{1+29.7}{-2} = -15.35$ مرفوض

$$x = y = 14.35$$

أثر الإحلال $= 14.35 - 10 = 4.35$ وحدة

أثر الدخل $= 10.25 - 4.35 = 5.9$ وحدة

الدخل الوهمي

$R = 2(14.35) + 2(14.35) = 57.4$ وحدة نقدية

مقدار الضريبة الوهمية

$T = 81 - 57.4 = 23.6$ وحدة نقدية

نصيب أثر الإحلال

نصيب أثر الإحلال $= \frac{4.35}{10.25} = 42.4\ \%$

أثر الدخل $= \frac{5.9}{10.25} = 57.6\ \%$

التمثيل البياني

سلاتيسكي

خط الميزانية الأصلي $R = 81\ ,\ P_x = 4\ ,\ P_y = 2$

$x = \frac{81}{4} = 20.25$

$y = \frac{81}{2} = 40.5$

$(x = 10\ , y = 20.5)$

خط الميزانية الجديد

$$R = 81 \ , \ P_x = 2 \ , \ P_y = 2$$

$$x = y = \frac{81}{2} = 40.5$$

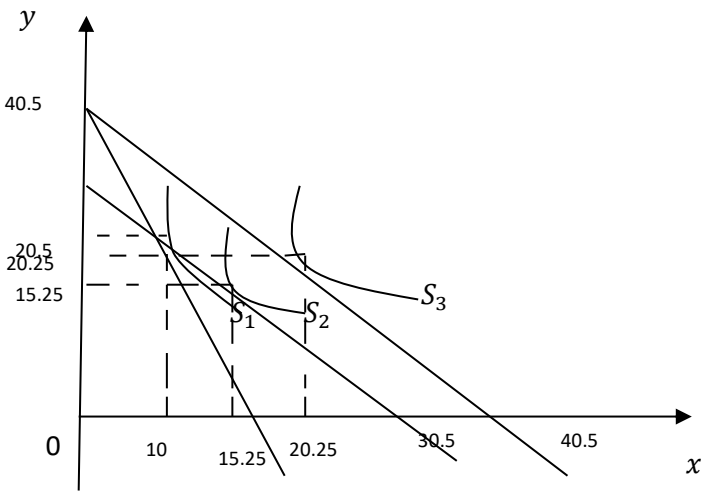
$x = y = 20.25$

خط الميزانية الوهمي

$$R = 61 \ , \ P_x = 2 \ , \ P_y = 2$$

$$x = y = \frac{61}{2} = 30.5$$

$x = y = 15.25$



حسب هيكس

خط الميزانية الأصلي

$$R = 81 \ , \ P_x = 4 \ , \ P_y = 2$$

$$x = \frac{81}{4} = 20.25$$

$$y = \frac{81}{2} = 40.5$$

$(x = 10 \, , y = 20.5 \,)$

خط الميزانية الجديد

$$R = 81 \ , \ P_x = 2 \ , \ P_y = 2$$

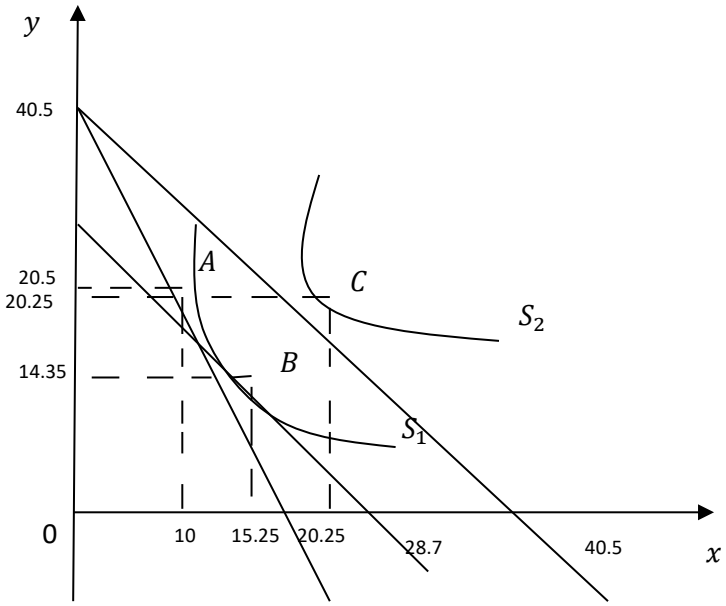
$(x = y = 20.25)$

$$x = y = \frac{81}{2} = 40.5$$

خط الميزانية الوهمي

$$R = 57.4 \ , \ P_x = 4 \ , \ P_y = 2 \quad (x = y = 14.35)$$

$$x = y = \frac{57.4}{2} = 28.7$$



2.5. إشتقاق معادلة سلاتيسكي

نشير في البداية إلى أمرين :

الأمر الأول : الصياغة الجبرية لأثر الثمن تسمى بمعادلة سلاتيسكي نسبة للاقتصادي الروسي

الأمر الثاني : اشتقاق معادلة سلاتيسكي يتم بالاعتماد على طريقة مضروب لاغرانج فقط ، أي لا يمكن الاعتماد على طريقة التعويض في ذلك .

إن اشتقاق معادلة سلاتيسكي يمر بمرحلتين :

المرحلة الأولى : البحث عن التوليفة المحققة لوضع توازن المستهلك ، و ذلك من الشرط اللازم لتعظيم المنفعة تحت قيد الدخل و الأسعار .

المرحلة الثانية : فحص التغيرات المسجلة في معادلات الشرط اللازم مفترضين أن كل المتغيرات التي تؤثر في سلوك المستهلك قد تغيرت في نفس الوقت ، أي تغير P_x ، P_y ، R ،

، x ، y ، هذا التغير الذي يعبر عنه رياضيا بالتفاضل الكلي لكل معادلة من المعادلات الثلاث المحددة بالشرط اللازم .

بالنسبة للمرحلة الأولى

سيتم توضيحها من خلال إيجاد حل لمشكلة المستهلك من الشكل

الهدف $MaxUT_{(x\,,y)} = f(x\ ,\ y)$

القيد $^{S}/_{C}\ R = xP_x + yP_y$

* نشكل دالة مضروب لاغرانج ، و ذلك على النحو الموضح فيما يلي :

$$= f(x,y) + \lambda\,(R - xP_x - yP_y)$$

* الشرط اللازم :

$$\frac{\partial L}{\partial x} = f_1 - \lambda P_x = 0\ .\ .\ .\ (1)\ /\ f_1 = \frac{\partial UT_{(x,y)}}{\partial x}$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = f_2 - \lambda P_y = 0\ .\ .\ .\ (2)\ /\ f_2 = \frac{\partial UT_{(x,y)}}{\partial y}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = R - xP_x - yP_y = 0\ .\ .\ .(3)$$

و بعد تحديد التوليفة المعبرة عن وضع توازن المستهلك ، ننتقل إلى المرحلة الثانية

بالنسبة للمرحلة الثانية

نقوم خلالها بإجراء التفاضل الكلي للمعادلات المحددة بالمرحلة السابقة

$$d\left(\frac{\partial L}{\partial x}\right) = f_{11}dx + f_{12}dy - P_x d_x - dP_x = 0\ .\ .\ .\ (1)'$$

$$d\left(\frac{\partial L}{\partial y}\right) = f_{21}dx + f_{22}dy - P_y d_y - dP_y = 0\ .\ .\ .\ (2)'$$

$$d\left(\frac{\partial L}{\partial \lambda}\right) = -P_x dx - P_y dy - x dP_x - y dP_y + dR = 0\ .\ .\ .\ (3)'$$

نعيد كتابة جملة هذه المعادلات بعد أن نجعل المجاهيل في طرف و المعاليم في طرف آخر و ذلك على النحو التالي :

$$f_{11}dx + f_{12}dy - P_x d = dP_x\ .\ .\ .\ (1)''$$

$$f_{21}dx + f_{22}dy - P_y d = dP_y\ .\ .\ .\ (2)''$$

$$-P_x dx - P_y dy = \ xdP_x + ydP_y - dR \ = 0 \ . \ . \ . \ (3)''$$

إن جملة هذه المعادلات يمكن كتابتها بشكل مصفوفي ، و ذلك كما يلي :

$$\text{المحدد الهيسي} \rightarrow \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & -\mathrm{P}_x \\ f_{21} & f_{22} & -\mathrm{P}_\mathrm{y} \\ -\mathrm{P}_x & -\mathrm{P}_\mathrm{y} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dP_x \\ dP_y \\ \left(xdP_x + ydP_y - dR\right) \end{bmatrix}$$

و عندما نريد تقدير أحد المتغيرات (dx) أو (dy) نستبدل عناصر العمود الذي يتواجد به هذا المتغير بالثوابت الموجودة بالطرف الأيمن لجملة المعادلات السابقة ، ثم نقسم نتيجة هذا المحدد على المحدد الهيسي (الشرط الكافي لتعظيم المنفعة تحت قيد الدخل و الأسعار) ، و نكتب عندئذ

$$dx = \frac{D_1}{D} \ , \ dy = \frac{D_2}{D}$$

حيث D يمثل المحدد الهيسي

D_1 يمثل المحدد الهيسي بعد استبدال عناصر عموده الأول بالثوابت الموجودة بالطرف الأيمن لجملة المعادلات السابقة

D_2 يمثل المحدد الهيسي بعد استبدال عناصر عموده الثاني بالثوابت الموجودة بالطرف الأيمن لجملة المعادلات السابقة

$$D = \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & -P_x \\ f_{21} & f_{22} & -P_y \\ -P_x & -P_y & 0 \end{vmatrix} \ , \ D_1 = \begin{vmatrix} dP_x & f_{12} & -P_x \\ dP_y & f_{22} & -P_y \\ \left(xdP_x + ydP_y - dR\right) & -P_y & 0 \end{vmatrix}$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} f_{11} & dP_x & -P_x \\ f_{21} & dP_y & -P_y \\ -P_x & \left(xdP_x + ydP_y - dR\right) & 0 \end{vmatrix}$$

نقوم الآن بنشر المحددين ، أي تحديد قيمتهما ، حيث تتم عملية النشر اعتمادا على العمود الذي تتواجد به ثوابت جملة المعادلات السابقة

$$D_1 = (-1)^{1+1} \ dP_x D_{11} + (-1)^{2+1} \ dP_y D_{21} + (-1)^{3+1} \left(xdP_x + ydP_y - dR\right) D_{31}$$

$$= \ dP_x D_{11} - \ dP_y D_{21} + \left(xdP_x + ydP_y - dR\right) D_{31}$$

$$D_2 = (-1)^{1+2} \ dP_x D_{12} + (-1)^{2+2} \ dP_y D_{22} + (-1)^{3+2} \left(xdP_x + ydP_y - dR\right) D_{32}$$

$$= \ dP_x D_{12} - \ dP_y D_{22} + \left(xdP_x + ydP_y - dR\right) D_{32}$$

حيث أن D_{ij} يمثل المحدد الهيسي بعد استبعاد عناصر السطر i و العمود j .

أما عن عملية النشر فقد تمت عن طريق القاعدة المعروفة المتمثلة في :

$$D = \sum_{i,j=1}^{n} (-1)^{i+j} a_{ij} D_{ij}$$

و بالعودة إلى العلاقتين و الموضحتين سابقا ، نعيد كتابتهما على النحو التالي :

$$(1) d_x = \frac{D_1}{D} = \frac{D_{11}}{D} dP_x - \frac{D_{21}}{D} dP_x + \left(x dP_x + y dP_y - dR\right) \frac{D_{31}}{D} \ . \ . \ .$$

$$(2) d_y = \frac{D_2}{D} = \frac{D_{12}}{D} dP_x - \frac{D_{22}}{D} dP_x + \left(x dP_x + y dP_y - dR\right) \frac{D_{32}}{D} \ . \ . \ .$$

فإذا ما أردنا تقدير أثر تغير سعر إحدى السلعتين (x) و (y) أو دخل المستهلك على الكميات المطلوبة من هاتين السلعتين ، ينبغي أن نفترض ثبات باقي المتغيرات الأخرى ، مما يجعل التغير فيها معدوما ، و فيما يلي نكتب كل المعادلات الممكن استخلاصها .

$$(1) \ . \ . \ . \ \frac{dx}{dP_x} = \frac{D_{11}}{D} + x \frac{D_{31}}{D} \quad / \quad dP_y = 0 \ , \ dR = 0$$

$$(2) \ . \ . \ . \ \frac{dx}{dP_y} = - \frac{D_{21}}{D} + y \frac{D_{31}}{D} \quad / \quad dP_x = 0 \ , \ dR = 0$$

$$(3) \ . \ . \ . \ \frac{dx}{dR} = - \frac{D_{31}}{D} \quad / \quad dP_x = 0 \ , \ dP_y = 0$$

$$(4) \ . \ . \ . \ \frac{dy}{dP_y} = \frac{D_{22}}{D} - y \frac{D_{32}}{D} \quad / \quad dP_x = 0 \ , \ dR = 0$$

$$(5) \ . \ . \ . \ \frac{dy}{dP_x} = - \frac{D_{12}}{D} - x \frac{D_{32}}{D} \quad / \quad dP_y = 0 \ , \ dR = 0$$

$$(6) \ . \ . \ . \ \frac{dy}{dR} = \frac{D_{32}}{D} \quad / \quad dP_x = 0 \ , \ dP_y = 0$$

و نحاول الآن توضيح بأن حدي كل معادلة من المعادلات المحددة لأثر الثمن ، يمثل أحدهما أثر الإحلال و الآخر يمثل أثر الدخل ، و ذلك حسب ما توضحه الصيغة التالية :

$$\frac{dx}{dP_x} = \left(\frac{dx}{dP_x}\right)_{dU=O} - \left(x \frac{dx}{dR}\right)_{dP_x=0} = 0 \ , \ dP_y = 0$$

البرهان :

نعلم من دراستنا للمعدل الحدي للإحلال بين السلعتين (x) و (y) أن :

$$dUT_{(x,y)} = f_1 dx + f_2 dy$$

و لدينا من المعادلتين (1) و (2) من معادلات الشرط اللازم $\frac{f_1}{f_2} = \frac{Px}{Py}$

نستنتج من ذلك أن $f_1 = P_x$ ، $f_2 = P_y$ ، و حيث أن $dU = 0$ فإن

العلاقة السابقة يمكن إعادة كتابتها كما يلي :

$$P_x dx + P_y dy = 0$$

و حيث أن هذه الأخيرة ما هي في الحقيقة سوى الطرف الأيسر في المعادلة (3) فيمكن أن نستبدلها بما يساويها في الطرف الأيمن من نفس المعادلة ، لتصبح كما يلي :

$$x dP_x + y dP_y - dR = 0$$

و بالعودة إلى المعادلة ، و من أجل (dx) نحصل على :

$$dx_{(dU=0)} = \frac{D_{11}}{D} dP_x - \frac{D_{21}}{D} dP_y + (0)\frac{D_{31}}{D}$$

$$\left(\frac{dx}{dP_x}\right)_{dU=0} = \frac{D_{11}}{D} \quad / \; dP_y = 0$$

و لدينا مما تقدم

$$\left(\frac{dx}{dR}\right)_{dP_x=0\,,dP_y=0} = -\frac{D_{31}}{D}$$

و هكذا فإن المعادلة

$$\frac{dx}{dP_x} = \frac{D_{11}}{D} + x\frac{D_{31}}{D}$$

يمكن إعادة كتابتها كما يلي :

$$\left(\frac{dx}{dP_x}\right) = \left(\frac{dx}{dP_x}\right)_{dU=0} - x\left(\frac{dx}{dR}\right)_{dP_x=0\,,dP_y=0}$$

أثر الدخل أثر الإحلال أثر الثمن

ملاحظة : إن التوضيح البياني لأثر الثمن حسب تحليل كل من " هيكس " و " سلاتيسكي " مأخوذ من مراجع في مقياس الإقتصاد الجزئي ، و أن اشتقاق معادلة سلاتيسكي مأخوذ كذلك من إحدى تلك المراجع ، غير أنني أرى – والله أعلم – أن حدود معادلة سلاتيسكي تنسجم مع تحليل " هيكس " و ليس مع تحليل سلاتيسكي ، لأن "هيكس " هو الذي أكد أن أثر الإحلال يتجسد بتحول المستهلك على نفس منحنى السواء الذي تتواجد عليه التوليفة المعبرة عن وضع التوازن الأول ، و هذا ما يشير إليه الحد الأول في معادلة سلاتيسكي $\left(\frac{dx}{dP_x}\right) dU = 0$

الفصل السادس : مرونة الطلب

من خلال دراستنا السابقة كنا قد لاحظنا العلاقات الإتجاهية التي يمكن أن تسود بين الكميات المطلوبة من سلعة معينة و بعض العوامل المؤثرة فيها (كدخل المستهلك و ثمن السلعة) غير أن

هذه العلاقات الإتجاهية قد لا تكفي لوحدها بالنسبة للباحث الإقتصادي الذي يرغب في إجراء مثل هذه الدراسات ، بل سيكون بحاجة إلى التعرف على الآثار الكمية المترتبة عن تغير أحد العوامل المؤثرة في الطلب .

إن التغيرات المعتمدة في دراستنا لحد الآن و المتمثلة في (Δ) قد تؤدي إلى نتائج مغلوطة فضلا عن تعذر إجراء المقارنات بين مختلف الظواهر الإقتصادية اعتمادا على مثل هذه التغيرات .

فإذا ما افترضنا وجود ظاهرتين هما (x) و (y) و اللتين تعبران عن الكميات المطلوبة من سلعتين و P_x ، P_y يمثلان على التوالي ثمن الوحدة من السلعتين (x) و (y) .

فإذا كانت الكميات المطلوبة من السلعة (x) مثلا 80 وحدة عندما كان الثمن مساويا لـ 6 ثم ازدادت هذه الكميات نتيجة انخفاض سعرها إلى 5 وحدات نقدية إلى 90 وحدة .

أما السلعة (y) فكانت الكميات المطلوبة منها 40 وحدة لما كان سعرها 6 وحدات نقدية و ازدادت إلى 50 وحدة لما انخفض سعرها إلى 5 وحدات نقدية .

فإذا اعتمدنا على التغيرات المطلقة (Δ) فسنحصل على :

$$\frac{\Delta x}{\Delta P_x} = \frac{90-80}{5-6} = -10$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta P_y} = \frac{50-40}{5-6} = -10$$

الإشارة السالبة تدل على العلاقة العكسية بين الكميات المطلوبة من السلعة و سعرها و هكذا فبحسب التغيرات المطلقة ، فالنتيجة متماثلة ، و هذا يعني أن درجة استجابة الظاهرتين (الطلب على السلعتين) للعامل المؤثر فيهما

(ثمن السلعتين) متماثلة ، و هذه نتيجة مضللة .

إن انخفاض ثمن السلعة (x) بما يقارب 17 % ... $0.166 = (\frac{6-5}{6})$ أدى إلى زيادة الكميات المطلوبة من هذه السلعة بـ $\left(\frac{90-80}{80}\right) = 12.5\%$

أما بالنسبة للسلعة (y) فإن انخفاض ثمن هذه السلعة بما يقارب 17 % أدى إلى زيادة الكميات المطلوبة من هذه السلعة بـ 25 % .

و النتيجة هي أن السلعة (y) أكثر استجابة لسعرها من السلعة (x) .

إن التعبير عن التغيرات بهذه الطريقة يعني أننا بصدد مصطلح جديد يعرف باسم " مرونة الطلب " .

و لدراسة هذا الموضوع يكون من خلال العناصر التالية :

6 . 1 . معلومات لابد منها

و يمكن حصر هذه المعلومات فيما يلي :

أولا : تعريف المرونة

تعرف مرونة أي ظاهرة اقتصادية بالنسبة لعامل مؤثر فيها بأنها درجة استجابة هذه الظاهرة للعامل المؤثر فيها

(استجابة قوية ، استجابة ضعيفة) .

ثانيا : تسمى المرونة - دائما – باسم الظاهرة المبحوثة نسبة إلى العامل المؤثر فيها ، فنقول مثلا مرونة الطلب لسلعة معينة بالنسبة لسعرها ، مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل ، فالطلب على السلعة و الإنتاج ظاهرتان اقتصاديتين ، ثمن السلعة، و عنصر العمل عاملان مؤثران في الظاهرتين .

ثالثا : إشارة المرونة توضح نوع العلاقة السائدة بين الظاهرة الإقتصادية و العامل المؤثر فيها ، و ذلك كما يلي :

(+) تعني وجود علاقة طردية بين الظاهرة الإقتصادية و العامل المؤثر فيها فهي تزداد بارتفاعه و تقل بانخفاضه .

(-) تعني وجود علاقة عكسية بين الظاهرة الإقتصادية و العامل المؤثر فيها فهي تزداد بانخفاضه و تقل بارتفاعه

رابعا : العوامل المؤثرة في الظاهرة الإقتصادية يتغير (ما لم يشر إلى غير ذلك) بنسبة 1 % و الظاهرة الإقتصادية تتغير نتيجة لذلك في نفس الإتجاه أو في عكس الإتجاه (حسب إشارة معامل المرونة + ، -) بنسبة مساوية لمقدار قيمة معامل المرونة في المائة .

خامسا : تتراوح قيم معامل المرونة من الناحية النظرية بين $-\infty$ ، $+\infty$ ، و بصرف النظر عن إشارة معامل المرونة ، فكلما كبرت قيمة معامل المرونة كلما ازدادت درجة استجابة الظاهرة للعامل المؤثر فيها ، و العكس بالعكس

6 . 2 . تقدير معامل المرونة لظاهرة اقتصادية

(y) مثلا بالنسبة لاحد العوامل المؤثر فيها (x) مثلا :

يقدر معامل مرونة هذه الظاهرة الإقتصادية بإحدى الصور التالية

أولا : معامل مرونة ظاهرة اقتصادية $= \frac{\text{التغير النسبي للظاهرة}}{\text{التغير النسبي للعامل المؤثر فيها}}$

* التغير النسبي لأي متغير تابع كان أم مستقل = التغير المطلق لهذا المتغير ÷ قيمة هذا المتغير (في سنة الأساس)

* التغير المطلق لاي متغير = الفرق بين كل قيمتين متتاليتين لهذا المتغير

التغير المطلق للظاهرة = Δy

التغير المطلق للعامل المؤثر في الظاهرة = Δx

التغير النسبي للظاهرة = $\frac{\Delta y}{y}$

التغير النسبي للعامل المؤثر في الظاهرة = $\frac{\Delta x}{x}$

معامل مرونة الظاهرة = $\frac{\Delta y/y}{\Delta x/x}$

هذا في حالة البيانات المتقطعة ، أي عندما نريد تقدير معامل المرونة بين نقطتين .

أما في حال كون البيانات متصلة فبدلا من Δ نستعمل d إذا كانت الظاهرة الإقتصادية تتأثر بعامل واحد فقط أو ∂ في حال كون الظاهرة الإقتصادية تتاثر بأكثر من عامل .

ثانيا : معامل مرونة ظاهرة اقتصادية بالنسبة لعامل مؤثر فيها = $\frac{\text{المعامل الحدي}}{\text{المعامل المتوسط}}$

المعامل الحدي للظاهرة = $\frac{\text{التغير المطلق للظاهرة}}{\text{التغير المطلق للعامل المؤثر فيها الظاهرة}} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

أو $\frac{d y}{d x} =$

أو $\frac{\partial y}{\partial x} =$

المعامل المتوسط = $\frac{\text{قيمة الظاهرة}}{\text{قيمة العامل المؤثر في الظاهرة}} = \frac{y}{x}$

ثالثا : يأخذ معامل المرونة في مثل هذه الصورة الصيغة التالية :

معامل مرونة ظاهرة اقتصادية بالنسبة لعامل مؤثر فيها = المعامل الحدي × مقلوب المعامل المتوسط

أي : $\frac{\Delta y}{\Delta x} . \frac{x}{y}$ أو $= \frac{d y}{d x} . \frac{x}{y}$ أو $= \frac{\partial y}{\partial x} . \frac{x}{y}$

و بالنسبة للطلب على سلعة معينة x مثلا كظاهرة اقتصادية $x = f(P_x , P_y , R)$

نميز بين ثلاثة أنواع لمعاملات المرونة .

6 . 3 . أنواع معاملات مرونة الطلب

و تتمثل في مرونة الطلب على السلعة (x) بالنسبة لسعرها (المرونة السعرية) و مرونة الطلب على السلعة (x) بالنسبة لسعر السلعة الأخرى (المرونة التبادلية) ، و مرونة الطلب على السلعة (x) بالنسبة لدخل المستهلك (المرونة

الدخلية) .

أولا : المرونة السعرية

1 - تقدير معامل المرونة السعرية $e_x/_{P_x}$

يمكن تقدير معامل المرونة السعرية وفق إحدى الصور الموضحة سابقا

$$e_x/_{P_x} = \frac{\Delta x/_x}{\Delta P_x/_{P_x}} \text{ أو } = \frac{\Delta x/_{\Delta P_x}}{x/_{P_x}} \text{ أو } = \frac{\Delta x}{\Delta P_x} \cdot \frac{P_x}{x}$$

حالة المرونة بين نقطتين سعرين

$$e_x/_{P_x} = \frac{dx/_{d P_x}}{x/_{P_x}} \text{ أو } = \frac{d x}{d P_x} \cdot \frac{P_x}{x}$$

حالة نقطة عند سعر معين ، و الكميات المطلوبة من السلعة (x) تعتمد على سعر السلعة فقط .

$$x = f(P_x)$$

$$e_x/_{P_x} = \frac{\partial x/_{\partial P_x}}{x/_{P_x}} \text{ أو } = \frac{\partial x}{\partial P_x} \cdot \frac{P_x}{x}$$

حالة نقطة عند سعر معين ، و الكميات المطلوبة من السلعة (x) تتأثر بأكثر من عامل

$$x = f\ (P_x , R\ )$$

<u>مثال رقم (1)</u>

بافتراض أن الكميات المطلوبة من سلعة معينة (x) مثلا كانت 20 وحدة عندما كان سعرها 4 وحدات نقدية ،

و ازدادت هذه الكميات إلى 44 وحدة عندما انخفض سعرها إلى وحدتين نقديتين .

و المطلوب

قدر المرونة السعرية للسلعة (x) بالنسبة لسعرها .

الحل :

$$e_x/_{P_x} = \frac{\Delta x}{\Delta P_x} \cdot \frac{P_x}{x}$$

$$= \frac{44-20}{2-4} \cdot \frac{4}{20} = -\frac{96}{40} = -2.4$$

التعليق

إذا انخفض ثمن السلعة (x) بنسبة فإن الكميات المطلوبة من هذه السلعة ستزداد بنسبة 2.4% أو القول

إذا ارتفع ثمن السلعة (x) بنسبة 1 % فإن الكميات المطلوبة من هذه السلعة ستقل بنسبة 2.4 % .

مثال رقم (2)

نفترض أن الطلب على سلعة معينة (x) من طرف أحد المستهلكين معطى بالصيغة الرياضية :

$$P_x = 18 - 0.4\,x$$

و المطلوب

قدر المرونة السعرية للسلعة (x) ، علما أن ثمن السلعة يساوي 10 .

الحل :

$$e_x/_{P_x} = \frac{dx}{dP_x} \cdot \frac{P_x}{x}$$

من أجل $P_x = 10$ فإن :

$$10 = 18 - 0.4\,x \rightarrow$$

$$0.4\,x = 18 - 10 = 8 \rightarrow$$

$$x = \frac{8}{0.4} = 20 \text{ وحدة}$$

$$\frac{e_x}{P_x} = -0.4\left(\frac{10}{20}\right) = -0.2$$

التعليق :

إذا انخفض ثمن السلعة (x) بنسبة 1 % فإن الكميات المطلوبة من هذه السلعة ستزداد بنسبة 0.2% أو القول

إذا ارتفع ثمن السلعة (x) بنسبة 1% فإن الكميات المطلوبة من هذه السلعة ستقل بنسبة 0.2 %

مثال رقم (3)

بافتراض أن طلب أحد المستهلكين على السلعة (x) معطى بالصيغة الرياضية التالية :

$$x = \frac{R}{1.5\ P_x}$$

و المطلوب

قدر المرونة السعرية بالنسبة لهذه السلعة علما أن $P_x = 6$ و $R = 216$

الحل

$$e_x/_{P_x} = \frac{\partial\ x}{\partial\ P_x} \cdot \frac{P_x}{x}$$

من أجل $P_x = 6$ و $R = 216$ فإن $x = 24$

$$e_x/_{\partial\ P_x} = -\frac{1.5\ R}{(1.5P_x)^2} \cdot \frac{6}{24}$$

$$= -\frac{R}{1.5\ P_x^2} \cdot \frac{6}{24}$$

$$= \frac{-216}{54} \cdot \frac{6}{24}$$

$$= -1 \frac{-1296}{1296}$$

إذا انخفض ثمن السلعة (x) بنسبة 1 % فإن الكميات المطلوبة من هذه السلعة ستزداد بنفس النسبة أي 1 % أو القول :

إذا ارتفع ثمن السلعة (x) بنسبة 1 % ، فإن الكميات المطلوبة من هذه السلعة ستقل بنسبة 1 % كذلك .

2 - درجات المرونة

قلنا فيما تقدم أن قيم معامل المرونة السعرية تتراوح من الناحية النظرية بين $-\infty$ و $+\infty$ غير أنه يمكن حصر هذه القيم في الحالات الخمس التالية :

الحالة الأولى : حالة الطلب المرن

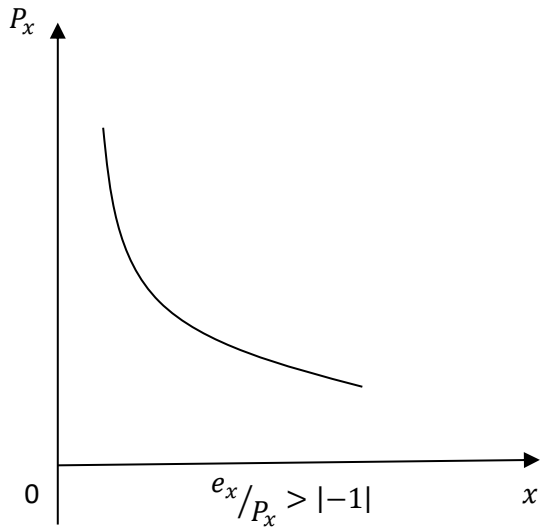
نقول عن الطلب على سلعة معينة أنه مرنا إذا كان التغير في الكميات المطلوبة من هذه السلعة بالنسبة المئوية

(التغير النسبي $\frac{\Delta x}{x}$) أكبر من التغير في سعرها بالنسبة المئوية (التغير النسبي $\frac{\Delta P_x}{P_x}$) أي

$$\frac{\Delta x}{x} > \frac{\Delta P_x}{P_x}$$

و أن معامل المرونة السعرية في مثل هذه الحالة يكون أكبر من الواحد .

و يمكن تمثيله بيانيا كما يلي :

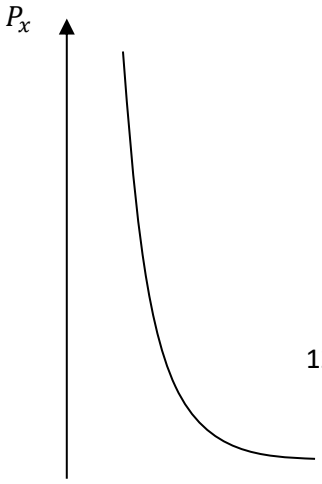


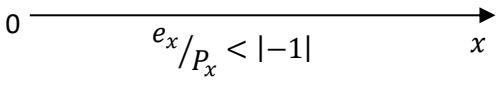
الحالة الثانية : حالة الطلب غير المرن

نقول عن الطلب على سلعة معينة أنه غير مرن إذا كان التغير النسبي في الكميات المطلوبة من هذه السلعة أقل من التغير النسبي في سعرها أي $\frac{\Delta x}{x} < \frac{\Delta P_x}{P_x}$

و أن معامل المرونة في مثل هذه الحالة يكون أقل من الواحد .

و يمكن تمثيله بيانيا كما يلي :



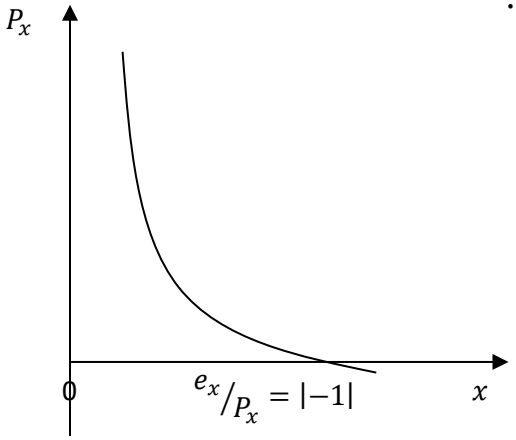


الحالة الثالثة : حالة الطلب المتكافىء المرونة

نقول عن الطلب على سلعة معينة أنه متكافىء المرونة إذا كان التغير النسبي في الكميات المطلوبة من هذه السلعة مساويا للتغير النسبي في سعرها ، أي $\frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta P_x}{P_x}$

و أن معامل المرونة في مثل هذه الحالة يكون مساويا للواحد .

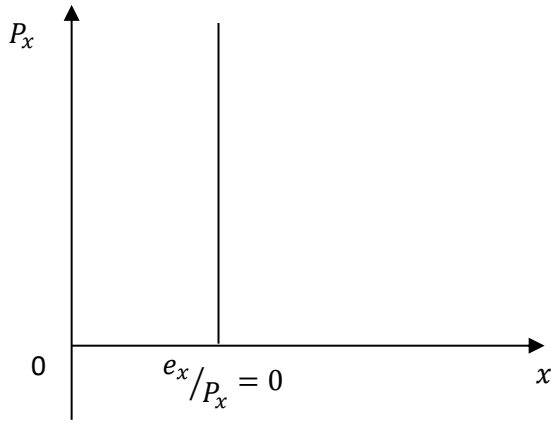
و يمكن تمثيله بيانيا كما يلي :



الحالة الرابعة : حالة الطلب عديم المرونة

نقول عن الطلب على سلعة معينة أنه عديم المرونة ، إذا لم يترتب عن تغير سعر هذه السلعة أي تعديل في الكميات المطلوبة من هذه السلعة ، و أن معامل المرونة في مثل هذه الحالة يكون مساويا للصفر $e_x/_{P_x} = 0$

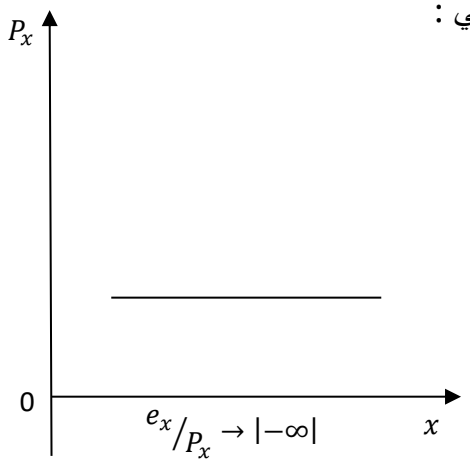
و يمكن تمثيله بيانيا كما يلي :



الحالة الخامسة : حالة الطلب التام المرونة

نقول عن الطلب على سلعة معينة أنه تام المرونة ، إذا ترتب عن تغير سعر هذه السلعة تغير كبير جدا في الكميات المطلوبة من هذه السلعة ، و يكون معامل المرونة في مثل هذه الحالة لا نهائيا $e_x/_{P_x} \rightarrow |-\infty|$

و يمكن تمثيله بيانيا كما يلي :



3 - خصائص المرونة السعرية

للمرونة السعرية مجموعة من الخصائص لعل من أهمها ما يلي :

أ - إشارة معامل المرونة السعرية في الظروف العادية تكون سالبة ، و هذه الخاصية ناتجة عن قانون الطلب (السابق الإشارة له) ، ذلك أنه إذا كان التغير في السعر موجبا ، فإن التغير في الكميات المطلوبة من السلعة سيكون سالبا ،

و العكس بالعكس ، مما يعني وجود علاقة عكسية بين الكميات المطلوبة من السلعة و سعرها

ب - قيمة معامل المرونة السعرية لا ترتبط بوحدة القياس ، لأن التغير المأخوذ سواء بالنسبة للكميات المطلوبة أو بالنسبة للسعر هي تغيرات نسبية أي مأخوذة بالنسبة المئوية .

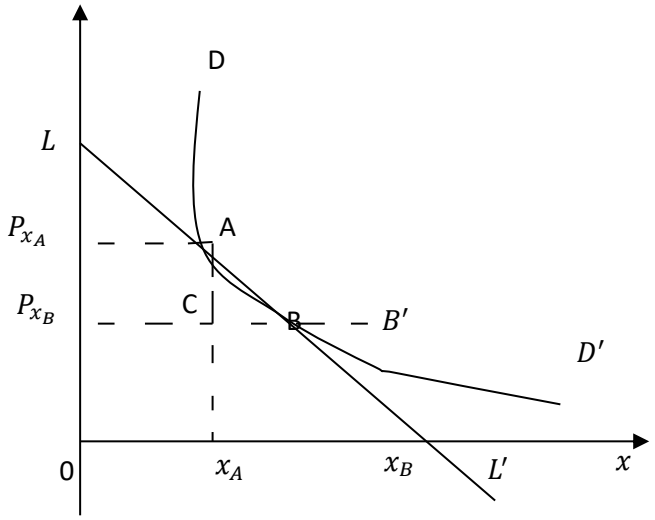
ج - معاملات المرونة السعرية لسلع مختلفة يمكن مقارنتها ، و بموجب هذه الخاصية فإنه يمكن ترتيب هذه السلع بحسب درجة استجابتها للتغيرات الحاصلة في أسعارها .

د - المرونة السعرية هي مفهوم نقطي ، بمعنى أن قيمتها تحسب عند نقطة محددة من منحنى الطلب (عند ثمن معين) لان قيمة معامل المرونة (السعرية تختلف بصورة مستمرة عند التحرك على منحنى الطلب من نقطة لأخرى .

4 - قياس المرونة السعرية هندسيا

لنأخذ منحنى الطلب على السلعة (x) بالصورة الموضحة في الشكل التالي :

P_x



$$e_x/_{P_x} = \frac{\Delta x}{\Delta P_x} \cdot \frac{P_x}{x}$$

$$e_x/_{P_x} = \frac{x_A\, x_B}{P_{x_A}\, P_{x_B}} \cdot \frac{OP_{x_A}}{Ox_A} = \frac{BC}{AC} \cdot \frac{OP_{x_A}}{Ox_A}$$

و بما أن المثلثين (BCA) و (CP_xA) متشابهان ، فإنه ينتج عن ذلك :

$$\frac{BC}{AC} = \frac{AP_{x_A}}{LP_{x_A}}$$

و بالتعويض في (1) نحصل على :

$$e_x/_{P_x} = \frac{AP_{x_A}}{LP_{x_A}} \cdot \frac{OP_{x_A}}{Ox_A}$$

و حيث أن :

$AP_{x_A} = Ox_A$ فإن :

$$e_x/_{P_x} = \frac{\cancel{Ox_A}}{LP_{x_A}} \cdot \frac{OP_{x_A}}{\cancel{Ox_A}} = \frac{OP_{x_A}}{LP_{x_A}}$$

و في المثلث (LOL') نجد أن الخط (P_{x_A}) يقطع الضلعين (LL') و (OL) و يوازي القاعدة ، و منه فالأضلاع المتناظرة تكون متناسبة ، و عليه فإن :

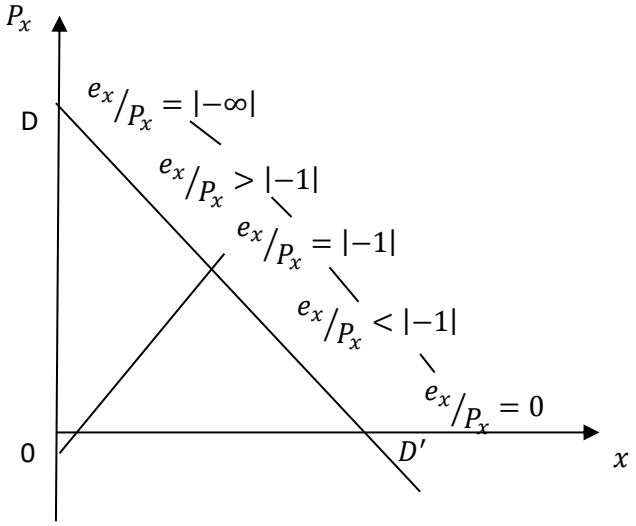
$$\frac{OP_{x_A}}{LP_{x_A}} = \frac{L'A}{AL}$$

و تصبح المرونة السعرية $e_x/_{P_x}$ هندسيا كما يلي :

$$e_x/_{P_x} = \frac{L'A}{AL}$$

أي أن المرونة السعرية للطلب بالنسبة لسلعة معينة عند نقطة ما من منحنى الطلب تساوي خارج قسمة الجزء السفلي من مماس منحنى الطلب (عند تلك النقطة) على الجزء العلوي منه .

و يمكن اعتماد هذه القاعدة في تصوير جميع حدود المرونة السعرية بيانيا في شكل واحد ، و ذلك كما هو موضح فيما يلي :



5 - مرونة النقطة و مرونة القوس

إن المقياس المطبق سابقا في تقدير معامل المرونة السعرية خاص بمرونة النقطة و التي تعني تقدير معامل المرونة عند ثمن معين ، أي عند نقطة من نقاط منحنى الطلب .

و تشير مرونة القوس إلى مرونة الطلب عند جزء معين يقع بين نقطتين من منحنى الطلب .

و لتقدير مرونة القوس يستخدم المقياس العام للمرونة نفسه ، و لكن بعد إجراء تعديل بسيط على بعض مكوناته ، يتمثل في اعتماد متوسط السعرين بدل السعر الواحد و متوسط الكميتين بدل الكمية الواحدة ، و تصبح بذلك مرونة

القوس على النحو التالي :

$$e_x/_{P_x} = \frac{\frac{x_B - x_A}{(x_B + x_A)/_2}}{\frac{P_{x_B} - P_{x_A}}{(x + P_{x_A})/_2}} = \frac{x_B - x_A}{P_{x_B} - P_{x_A}} \cdot \frac{P_{x_A} + P_{x_B}}{x_A + x_B}$$

لتوضيح ذلك نأخذ معطيات المثال رقم (1)

P_x	x

4	20
2	44

نقدر في البداية مرونة النقطة معتبرين مرة سعر الأساس هو 4 و كمية الأساس هي 20 و في المرة الأخرى نأخذ كأساس للقياس السعر 2 و الكمية 44 .

* من أجل $P_x = 4$ و $x = 20$

$$e_x/_{P_x} = \frac{44-20}{2-4} . \frac{4}{20} = -2.4$$

* من أجل $P_x = 2$ و $x = 44$

$$e_x/_{P_x} = \frac{20-44}{4-2} . \frac{2}{44} \approx -0.55$$

من خلال هاتين النتيجتين نلاحظ أن قيمة المرونة تختلف اختلافا جوهريا باختلاف السعر أو الكمية المأخوذتين كأساس للقياس . و لمعالجة هذا الخلل توجد طريقتان :

الطريقة الأولى : إعتمادا على مرونة القوس

$$e_x/_{P_x} = \frac{44-20}{2-4} . \frac{2+4}{44+20} = -1.125$$

$$e_x/_{P_x} = \frac{20-44}{4-2} . \frac{4+2}{20+44} = -1.125$$

الطريقة الثانية : نأخذ كأساس للقياس أصغر سعر و أصغر كمية

$$e_x/_{P_x} = \frac{44-20}{2-4} . \frac{2}{20} = 1.2$$

6 - العوامل المؤثرة في المرونة السعرية

قد نطرح على أنفسنا سؤالا حول ما يجعل الطلب على بعض السلع مرنا و على بعضها الآخر غير مرن ، و للإجابة على هذا السؤال نقول أن ثمة عوامل تؤثر في المرونة السعرية ، لعل من أهمها ما يلي :

أ – وجود بديل للسلعة ، و يعتبر هذا العامل من أهم العوامل المؤثرة في المرونة السعرية ، فالطلب على السلعة يكون مرنا في حالة وجود بدائل لهذه السلعة ، فارتفاع سعر السلعة الأصلية مثلا سيدفع بالمستهلكين نحو السلع البديلة

و العكس بالعكس .

ب - ثمن السلعة بالنسبة لدخل المستهلك ، فإذا كان ثمن السلعة يشكل نسبة ضعيفة من دخل المستهلك فالطلب على السلعة يكون غير مرن ، أما إذا كان يشكل نسبة كبيرة يجعل الطلب على هذا النوع من السلع شديد الحساسية للتغيرات الحاصلة في أثمانها ، لذا فالطلب عليها يصبح مرنا .

ج - ضرورة السلعة ، إن إحساس الفرد بضرورة سلعة معينة بالنسبة إليه يجعل الطلب عليها غير مرن ، فتقلبات أسعار هذا النوع من السلع ضمن حدود معينة و معقولة قد لا يؤثر كثيرا في الطلب عليها ، أما إذا بلغ سعرها مستوى معينا من الإرتفاع قد تصبح معه غير ضرورية ، و يصبح الطلب عليها حينئذ مرنا .

د - تعدد استعمالات السلعة ، فإذا كان للسلعة استعمالات متعددة يصبح الطلب عليها مرنا ، أما إذا كان لها استعمال واحد فالطلب عليها يكون غير مرن .

7 - أهمية المرونة السعرية

تكتسي المرونة السعرية أهمية بالغة بالنسبة لمنتجي السلع و الحكومات على حد سواء ، و يمكن إبراز هذه الأهمية في الجوانب التالية :

الجانب الأول : أهمية المرونة السعرية في تحديد الثمن

قد يعتقد الواحد فينا لأول وهلة أن لمنتجي السلع و الخدمات الحرية الكاملة في وضع الأسعار التي تروق لهم ، دون الأخذ بنظر الإعتبار موضوع الطلب على منتجاتهم خصوصا فيما يتعلق بالمرونة السعرية ، إن تصرف كهذا قد ينعكس سلبا عليهم ، و نشير بهذا الخصوص إلى أمرين :

الأمر الأول : عندما يكون الطلب على سلعة معينة مرنا فمصلحة المنتج تقتضي تخفيض الثمن ، أما في حالة الطلب غير المرن فإن رفع السعر يمثل السلوك الأمثل ، غير أن تخفيض السعر لا ينبغي أن يستمر إلى مستويات معينة حيث يصبح إجراءً عديم الفائدة كما أن رفع السعر لا ينبغي أن يستمر إلى مستويات معينة قد يدفع بالمستهلكين إلى العزوف عن طلب السلعة .

الأمر الثاني : أن حرية المنتج في وضع سعر معين في حالات الطلب المرن و غير المرن ، ستنعكس أثرها في الإيراد الناشىء عن البيع ، ذلك أن رفع السعر بالنسبة للسلع ذات الطلب المرن يؤدي إلى إنخفاض الإيراد ، بينما يزداد في حال السلع ذات الطلب غير المرن ، كما أن تخفيض الثمن في حالة السلع ذات الطلب المرن سيزيد في الإيراد ، بينما يقل في حالة السلع ذات الطلب غير المرن .

الجانب الثاني : أهمية المرونة السعرية في تحديد الطرف (المستهلك ، المنتج) الذي سيتحمل عبء الضريبة .

إذا قررت الحكومة فرض ضريبة على سلعة معينة ، فالأمر هنا لا يخرج عن الإحتمالات الثلاث التالية :

الإحتمال الأول : حالة كون الطلب تام المرونة

ففي مثل هذه الحالة يتحمل المنتج عبء الضريبة بمفرده ، ذلك أن تحميل المستهلك و لو بقدر يسير من الضريبة سيؤدي إلى انصراف هذا الأخير عن طلب هذه السلعة .

الإحتمال الثاني : حالة كون الطلب عديم المرونة

ففي مثل هذه الحالة سيتحمل المستهلك عبء الضريبة بمفرده ، حيث يتمكن المنتج الذي فرضت على سلعته ضريبة أن ينقل عبء هذه الضريبة للمستهلك ، بالنظر لعدم تراجع الطلب على هذه السلعة .

الإحتمال الثالث : حالة كون الطلب متكافىء المرونة

في مثل هذه الحالة يتحمل المنتج عبء الضريبة مناصفة مع المستهلك ، حيث يتحمل كل منهما 50 % من قيمة الضريبة .

الجانب الثالث : أهمية المرونة السعرية في البرامج التنموية

تعتبر الضرائب أحد المصادر المهمة من مصادر تمويل برامج التنمية الإقتصادية في البلدان المتخلفة ، و حيث أن أي مجتمع من المجتمعات يتوزع بين نوعين من الجماهير ، جمهور المستهلكين و جمهور المنتجين ، فإذا كانت الدولة ترغب في أن تكون الضرائب على جمهور المستهلكين فإنها تفرض الضريبة على السلع ذات الطلب غير المرن ، أما إذا كانت تنوي فرضها على جمهور المنتجين فينبغي أن تفرض هذه الضرائب على السلع ذات الطلب المرن .

8 – علاقة المرونة السعرية بإنفاق المستهلك

درجة المرونة	اتجاه التغير في السعر	اتجاه التغير في الكمية	اتجاه التغير في انفاق المستهلك
$e_x/_{P_x} = 0$ عديم المرونة	10 % مثلا ↑	صفر % ↓	يزيد الإنفاق بنفس نسبة ارتفاع السعر
	10 % ↓	صفر % ↑	يقل الإنفاق بنفس نسبة انخفاض السعر
$1 > e_x/_{P_x} > 0$ غير مرن	10 % ↑	أقل من 10 % ↓	يزيد الإنفاق بنسبة أقل من نسبة ارتفاع السعر
	10 % ↓	أقل من 10 % ↑	يقل الإنفاق بنسبة أقل من نسبة انخفاض السعر
$e_x/_{P_x} = 1$ متكافىء المرونة	10 % ↑	10 % ↓	يظل الإنفاق ثابتا
	10 % ↓	10 % ↑	يظل الإنفاق ثابتا
$\infty > e_x/_{P_x} > 1$ الطلب مرن	10 % ↑	أكبر من 10 % ↓	يقل الإنفاق بنسبة اكبر من نسبة ارتفاع السعر
	10 % ↓	أكبر من 10 % ↑	يزيد الإنفاق بنسبة أكبر من نسبة انخفاض السعر
$e_x/_{P_x} = \infty$ تام المرونة	10 % ↑	α% ↓	يقل الإنفاق بنسبة لانهائية أي ينعدم
	10 % ↓	α% ↑	يزيد الإنفاق بنسبة لانهائية (نظريا)

ثانيا : المرونة التبادلية

1 - تقدير المرونة التبادلية $e_x/_{P_y}$ و ذلك كما يلي :

$$e_x/_{P_y} = \frac{\Delta x/x}{\Delta P_y/_{P_y}} \text{ أو } = \frac{\Delta x/_{\Delta P_y}}{x/_{P_y}} \text{ أو } = \frac{\Delta x}{\Delta P_y} \cdot \frac{P_y}{x}$$

بين نقطتين :

عند نقطة $e_x/_{P_y} = \frac{\partial x/_{\partial P_y}}{x/_{P_y}}$ أو $= \frac{\partial x}{\partial P_y} \cdot \frac{P_y}{x}$

مثال 1 : $x = \frac{R}{1.5P_x}$

$$e_x/_{P_y} = 0$$

مثال 2 :

x	P_y
16	4
10	2

$$e_x/_{P_y} = \frac{10-16}{2-4} \cdot \frac{4}{16} = 0.75$$

التعليق :

إذا انخفض ثمن السلعة (y) بنسبة 1 %فإن الكميات المطلوبة من السلعة (x) ستقل بنسبة 0.75% أو القول

إذا ارتفع ثمن السلعة (y) بنسبة 1 % فإن الكميات المطلوبة من السلعة (x) ستزداد بنسبة 0.75 % .

2 - العلاقة بين سلعتين

- إذا كانت إشارة معامل المرونة التبادلية موجبة فالسلعتان متنافستان .
- إذا كانت إشارة معامل المرونة التبادلية سالبة فالسلعتان متكاملتان .
- إذا كان معامل المرونة التبادلية مساويا للصفر فالسلعتان متنافستان .

ثالثا : المرونة الدخلية

1 - تقدير المرونة الدخلية $e_x/_R$ و ذلك كما يلي :

$$e_x/_R = \frac{\Delta x/_x}{\Delta R/_R} \text{ أو } \frac{\Delta x/_{\Delta R}}{x/_R} \text{ أو } \frac{\Delta x}{\Delta R} . \frac{R}{x}$$

بين نقطتين :

$$e_x/_R = \frac{\partial x/_{\partial R}}{x/_R} \text{ أو } = \frac{\partial x}{\partial R} . \frac{R}{x}$$

2 – تصنيف السلع

اعتمادا على معامل المرونة الدخلية يمكن تصنيف السلع و ذلك على النحو التالي :

التصنيف الأول : $e_x/_R > 0$ (x) سلعة عادية

$e_x/_R < 0$ (x) سلعة دنيا

التصنيف الثاني : $0 < e_x/_R < 1$ (x) سلعة ضرورية

$e_x/_R > 1$ (x) سلعة كمالية

التصنيف الثالث : $0 < e_x/_R < 1$ (x) مأكل أو مشرب

$e_x/_R = 1$ (x) ملبس أو مسكن

$e_x/_R > 1$ (x) سلعة كمالية

تطبيق من خلال معطيات المثال :

$$UT_{(x,y)} = x + y + 2xy$$

$$R = 81 \ , \ P_x = 4 \ , \ P_y = 2$$

دالتي الطلب

$$x = \frac{2R - P_x + P_y}{4P_x}$$

$$x = 10$$

$$y = \frac{2R + P_x - P_y}{4P_y}$$

نأخذ للتوضيح دالة الطلب بالنسبة للسلعة (x)

المرونة السعرية

$$e_x/_{P_x} = \frac{\partial x}{\partial P_x} \cdot \frac{P_x}{x}$$

$$\frac{\partial x}{\partial P_x} = \frac{-1(4P_x) - 4(2R - P_x + P_y)}{16P_x^2}$$

$$= \frac{-4P_x - 8R + 4P_x - 4P_y}{16P_x^2}$$

$$\frac{\partial x}{\partial P_x} = \frac{-2R - P_y}{4P_x^2} = \frac{-2(81) - 2}{4(4)^2}$$

$$= \frac{-160}{64} = -2.5625$$

$$e_x/_{P_x} = -2.5625\ (\frac{4}{10}) = -1.025$$

التعليق على هذه النتيجة

إذا انخفض ثمن السلعة (x) بنسبة 1 % فإن الكميات المطلوبة من هذه السلعة ستزداد بـ 1.025 %

$e_x/_{P_x} = (-1.025)$ الطلب مرنا

المرونة التبادلية

$$e_x/_{P_x} = \frac{\partial x}{\partial P_y} \cdot \frac{P_y}{x}$$

$$\frac{\partial x}{\partial P_y} = \frac{1}{4P_x}$$

$$e_x/_{P_y} = \frac{1}{(4)(4)} \cdot \frac{2}{10}$$

$$= 0.0125$$

التعليق على النتيجة

إذا انخفض ثمن السلعة (X) بنسبة 1 % فإن الكميات المطلوبة من السلعة (X) ستقل بنسبة 0.0125 %

الإشارة موجبة (+) فالسلعتان متنافستان .

المرونة الدخلية

$$e_x/_R = \frac{\partial x}{\partial R} \cdot \frac{R}{x}$$

$$\partial x/_{\partial R} = \frac{2}{4P_x}$$

$$e_x/_R = \frac{2}{4P_x} \cdot \frac{R}{x} = \frac{162}{160}$$

$$e_x/_R = 1.0125$$

إذا ارتفع دخل المستهلك بنسبة 1 % فإن الطلب على السلعة (X) سيزداد بنسبة 1.0125 % .

$$e_x/_R > 0$$

X سلعة عادية

$$e_x/_R > 1$$

X سلعة كمالية

مجموع معاملات المرونة

$$e_x/_{P_x} + e_x/_{P_y} + e_x/_R = -1.025 + 1.0125 + 0.0125 = 0$$

و هذه هي إحدى خصائص دوال الطلب .

القسم الثاني : نظرية الإنتاج

إن المنتجات (سلعا كانت أم خدمات) التي يطلبها المستهلك لا يمكن تصور وجودها من العدم ، بل لابد من وجود أطراف أخرى تعمل على توفيرها في المكان والزمان المناسبين ، وهذه الأطراف هي جمهور المنتجين (المؤسسات) و المنتجون عندما يقدمون على إنتاج منتجات يتحملون في ذلك مجموعة من التكاليف تمثل تعويض لعناصر الإنتاج المساهمة في تحقيق هذه المنتجات ، هذه العناصر التي لا يمكن لأية عملية إنتاج أن تتم في غيابها .

و هكذا فالإنتاج و التكاليف سيشكلان معا محور دراستنا في هذا القسم ، ذلك لأن الحديث عن سلوك المنتجين يتم بطريقتين أساسيتين هما :

الطريقة الأولى : و يغلب عليها الجانب الفني (التقني) و تعتمد دوال الإنتاج كأداة رئيسية في التحليل .

الطريقة الثانية : و يغلب عليها الجانب الإقتصادي و تعتمد دوال التكلفة كأداة رئيسية في التحليل .

الفصل الأول : نظرية الإنتاج

سنحاول في بداية هذا الفصل إبراز أهم أوجه التشابه و الإختلاف بين هذه النظرية و نظرية الإستهلاك .

أولا : التشابه الموجود بين النظريتين

يمكن إجمال أوجه التشابه بين نظرية الإنتاج و نظرية الإستهلاك في الجوانب التالية :

أ - يشتري المستهلكون المنتجات التي تتيح لهم الحصول على المنفعة ، و يشتري المنتجون أو يؤجرون عناصر الإنتاج التي يتحصلون بها على المنتجات .

ب - يترجم (يعبر) المستهلكون سلم تفضيلاتهم اتجاه توليفات سلعية بدالة تسمى دالة المنفعة ، كما يترجم المنتجون سلم تفضيلاتهم تجاه توليفات من عناصر إنتاج بدالة تسمى دالة الإنتاج .

ج - نفقات المستهلكين في حال ثبات (R ، P_x ، P_y ، الذوق) تتعلق بكميات المنتجات التي يشترونها ، كما أن تكاليف الإنتاج بالنسبة للمنتجين في حال المنافسة الكاملة تتعلق بالوحدات المستخدمة من عناصر الإنتاج .

ثانيا : الإختلاف بين النظريتين

يمكن حصر أوجه الإختلاف بين نظريتي الإنتاج و الإستهلاك في النواحي التالية :

أ - عند دراستنا لموضوع المنفعة ، إنتهينا إلى أن المنفعة ذات طبيعة ذاتية و غير قابلة للقياس الكمي ، و بالتالي فإن دالة المنفعة تقيس التغير الترتيبي للمنفعة ، في حين أن الإنتاج يكون قابلا للقياس الكمي ، و بالتالي فإن دالة الإنتاج تقيس قيما موضوعية .

ب - يعتبر المستهلكون المستفيدون الأوحدون من منفعة المنتجات التي يشترونها ، كما أن استهلاكهم لهذه المنتجات يكون نهائيا ، على عكس المنتجين الذين لا يحتفظون لأنفسهم بالمنتجات التي ينتجونها ، بل يبيعونها في أسواق السلع و الخدمات للمستهلكين النهائيين ، و لهذا يمكن تشبيه استخدامهم لعوامل الإنتاج بالغستهلاك الوسيط .

ج - يسعى المستهلكون إلى الحصول على أقصى منفعة انطلاقا من دخل معين و أسعار معلومة ، في حين يأتي هدف تحقيق أقصى ربح في المقام الأول من إهتمامات المنتجين ، أما عن أمر الحصول على أقصى إنتاج إنطلاقا من ميزانية انتاج معينة ، أو تحقيق حجم معين من الإنتاج بأقل تكلفة ممكنة فتأتي في المقام الثاني من إهتماماته .

1 - 1 - مصطلحات نظرية الإنتاج

تشتمل نظرية الإنتاج شأنها في ذلك شأن أية نظرية إقتصادية على العديد من المصطلحات سنتعرف عليها فيما يلي :

أولا : الإنتاج

يمكن النظر إلى مصطلح الإنتاج من زاويتين :

الزاوية الأولى : الإنتاج كعملية

يجمع الإقتصاديون المعاصرون على أن الإنتاج لم يعد مقتصرا على تشكيل المادة كما كان سائدا على عهد الطبيعيين

و الكلاسيكيين ، بل إتسع نطاقه ليشمل كل الأنشطة المولدة للمنفعة و أصبح بذلك مصطلح الإنتاج مرادف لمجموع العمليات التالية :

أ - العمليات التي تغير شكل المادة إلى صورة تصبح بها صالحة لإشباع حاجة إنسانية كتحويل الفرينة إلى خبز والقطن إلى قماش (المنفعة الشكلية) .

ب - عمليات النقل من مكان تقل فيه منفعة الشيء (سلعة أو خدمة) إلى مكان تزيد فيه منفعة ذلك الشيء دون تغيير في شكله ، كنقل النفط و الغاز من مكان لآخر (المنفعة المكانية) .

ج - عمليات التخزين ، بمعنى الإحتفاظ بالشيء لحين ظهور الحاجة إليه (المنفعة الزمنية) .

د - العمليات التي تسهل نقل ملكية الشيء من شخص تقل منفعة هذا الشيء بالنسبة له إلى شخص آخر تزداد منفعته بالنسبة إليه (المنفعة التمليكية) .

هـ - مختلف صور الإنتاج غير المادي (الخدمات) كخدمة الطبيب و المهندس و المدرس (منفعة الخدمة الشخصية)

الزاوية الثانية : الإنتاج كحصيلة

و نميز هنا بين ثلاثة أنواع من النواتج هي :

1 - الإنتاج الكلي (q)

و هو عبارة عن الكمية المنتجة من منتج ما (سلعة أو خدمة) خلال فترة زمنية معينة ، كما يعرف بأنه أقصى إنتاج يمكن تحقيقه باستخدام وحدات معينة من عنصر إنتاجي أو أكثر ، و يرمز له بالرمز q أو PT و يقدر رياضيا بنفس الطريقة التي اعتمدناها عند تقديرنا للمنفعة الكلية أي :

(بيانات متقطعة) $q = \sum_{i=1}^{n} P_{L_i}$

(بيانات متصلة) $q = \int Pmg_L$

2 - الإنتاج الحدي لعنصر إنتاجي ما (Pmg)

يعرف الإنتاج الحدي لعنصر إنتاجي ما بأنه التغير الحاصل في الإنتاج الكلي نتيجة تغير خدمات هذا العنصر الإنتاجي بوحدة واحدة ، كما ينظر إليه على أنه مقدار ما تساهم به الوحدة الإضافية (الأخيرة) من هذا العنصر الإنتاجي في الإنتاج الكلي و يرمز له بالرمز Pmg_L (بالنسبة للعمل) و Pmg_K (بالنسبة لرأس المال) .

و يقدر رياضيا بنفس الكيفية التي اعتمدناها عند تقديرنا للمنفعة الحدية ، أي :

(بيانات متقطعة) $Pmg_K = \frac{\Delta q}{\Delta K}$, $Pmg_L = \frac{\Delta q}{\Delta L}$

(بيانات متصلة) : نميز بين حالتين :

الحالة الأولى : الإنتاج الكلي يعتمد على عنصر إنتاجي واحد أي $q = f(L)$ أو $q = f(K)$

$$Pmg_K = \frac{dq}{dK} \quad \text{أو} \quad Pmg_L = \frac{dq}{dL}$$

الحالة الثانية : الإنتاج الكلي يعتمد على أكثر من عنصر إنتاجي مثل $q = f(L, K)$

$$Pmg_K = \frac{\partial q}{\partial K} \quad , \quad Pmg_L = \frac{\partial q}{\partial L}$$

أهمية مصطلح الإنتاج الحدي

تكمن أهمية الإنتاج الحدي لعنصر إنتاجي ما في كونه يوضح لنا منحى تطور الإنتاج الكلي و ذلك من خلال مختلف صور العلاقة بين الإنتاج الكلي و الإنتاج الحدي التي نبينها فيما يلي :

أ - إنتاج حدي لعنصر إنتاجي ما موجبا و متزايدا يعني إنتاج كلي متزايد بمعدل متزايد ، أي أن مساهمة الوحدة الإضافية في الإنتاج الكلي تكون أكبر من مساهمة الوحدة السابقة لها .

ب - إنتاج حدي لعنصر إنتاجي ما أعظميا ، يعني بلوغ المؤسسة مرحلة بدء سريان " قانون تناقص الغلة " أي تناقص الإنتاج الحدي لهذا العنصر الإنتاجي و التي تعرف في لغة الرياضيين بنقطة الإنعطاف .

ج - إنتاج حدي لعنصر إنتاجي ما موجبا و متناقصا يعني إنتاج كلي متزايد بمعدل متناقص ، أي أن مساهمة الوحدة الإضافية من عنصر الإنتاج في الإنتاج الكلي تكون أقل من مساهمة الوحدة السابقة لها .

د - إنتاج حدي لعنصر إنتاجي ما معدوما يعني إنتاجا كليا أعظميا $Max(q)$.

هـ - إنتاج حدي لعنصر إنتاجي ما سالبا يعني إنتاجا كليا متناقصا .

3 - الإنتاج المتوسط لعنصر إنتاجي ما (PM)

يعرف بأنه الكمية من الإنتاج الكلي التي تقوم الوحدة من هذا العنصر الإنتاجي بإنتاجها في المتوسط ، و بتعبير آخر فهو عبارة عن متوسط ما تساهم به الوحدة من هذا العنصر الإنتاجي في الإنتاج الكلي و يرمز له بالرمز PM_L (بالنسبة للعمل) و PM_K (بالنسبة لرأس المال) .

و يقدر رياضيا كما يلي :

$$PM_L = \frac{q}{L} \quad , \quad PM_K = \frac{q}{K}$$

أهمية مصطلح الإنتاج المتوسط لعنصر انتاجي ما

تكمن أهمية هذا المصطلح الإقتصادي في كونه يقيس لنا مدى فعالية الوحدات المستخدمة من عنصر إنتاجي ما ، وذلك على النحو التالي :

أ - إنتاج متوسط لعنصر انتاجي ما متزايدا يعني فعالية متزايدة لجميع الوحدات المستخدمة من هذا العنصر الإنتاجي.

ب - إنتاج متوسط لعنصر انتاجي ما أعظميا يعني أن فعالية هذا العنصر الإنتاجي عند أقصى مستوى لها ، و تتحقق عند هذا الحد النسبة المعروفة في الاصطلاح الإقتصادي باسم " النسبة الفنية المثلى " لمزج هذا العنصر الإنتاجي مع عنصر إنتاجي آخر ثابت .

ج - إنتاج متوسط لعنصر إنتاجي ما متناقصا يعني فعالية متناقصة للوحدات المستخدمة من هذا العنصر الإنتاجي .

العلاقة بين الإنتاج المتوسط لعنصر إنتاجي ما و ناتجه الحدي :

أ - عندما يكون الإنتاج المتوسط لعنصر إنتاجي ما متزايدا يكون أقل من الإنتاج الحدي لهذا العنصر الإنتاجي .

ب - عندما يكون الإنتاج المتوسط لعنصر إنتاجي ما أعظميا يتساوى مع الإنتاج الحدي لهذا العنصر الإنتاجي .

إثبات هذه العلاقة

نعلم أن الشرط اللازم لتعظيم أية دالة أو تدنيتها هو أن يكون مشتق هذه الدالة بالنسبة للمتغير مساويا للصفر

لدينا : $PM_L = \frac{q}{L}$

$$Max(PM_L) \leftrightarrow \frac{d(PM_L)}{dL} = 0$$

$$\frac{d(PM_L)}{dL} = \frac{\frac{\partial q}{\partial L}.L-(1).q}{L^2} = 0 \qquad \frac{\frac{\partial \mathrm{q}}{\partial \mathrm{L}}.L}{\mathrm{L}^2} - \frac{\mathrm{q}}{\mathrm{L}^2} = 0 \rightarrow \frac{\frac{\partial \mathrm{q}}{\partial \mathrm{L}}}{\mathrm{L}} = \frac{\mathrm{q}}{\mathrm{L}^2} \rightarrow \frac{\partial \mathrm{q}}{\partial \mathrm{L}} = \frac{\mathrm{q}}{\mathrm{L}^2}.L \rightarrow$$

$$\frac{\partial q}{\partial L} = \frac{q}{L}$$

الإنتاج المتوسط للعمل الإنتاج الحدي للعمل

Pmg_L PM_L

و نكتب عندئذ : $Pmg_L = PM_L$

و مادام أن الإنتاج المتوسط لعنصر الإنتاج يبدأ متزايدا فهذا يعني أنه يتجه مع كل زيادة في استخدام هذا العنصر الإنتاجي نحو الذروة ، و عليه فالنتيجة السابقة تؤكد حقيقة العلاقة المشار إليها سابقا .

ج - عندما يكون الإنتاج المتوسط لعنصر إنتاجي ما متناقصا يصبح أكبر من الإنتاج الحدي لهذا العنصر الإنتاجي .

ثانيا : الفترة الزمنية

يقصد بالفترة الزمنية فسحة الوقت المتاح أمام المنتج (المؤسسة) لاتخاذ قراراته الإقتصادية .

و قد جرت العادة في جل كتب الإقتصاد المتناولة لهذا الموضوع (الإقتصاد الجزئي) التمييز بين أربعة أنواع تتراوح بين القصيرة جدا و الطويلة جدا ، و هذا متوقف على مدى قدرة المؤسسة على تغيير حجم إنتاجها نتيجة قدرتها على التحكم في أمور ثلاثة هي :

أ - تغيير الوحدات المستخدمة من أحد عنصري الإنتاج .

ب - تغيير الوحدات المستخدمة من عنصري الإنتاج و هذا ما يعرف باسم تغير حجم الطاقة الإنتاجية للمؤسسة

أو تغير مستوى نشاطها .

ج - تغيير الفن الإنتاجي المعتمد في عملية الإنتاج أي تغيير مستوى المعارف الإنتاجية السائدة و استحداث أو إبتكار فنون و عمليات انتاجية بكفاءة أعلى .

ملاحظة : حتى يكون تحليلنا لموضوع الإنتاج متماشيا مع ما جاء في تحليلنا لموضوع المنفعة نعتبر أن الإنتاج يعتمد على عاملين إنتاجيين فقط هما العمل (L) و رأس المال (K) .

و تأسيسا على ما تقدم ، يمكن التمييز بين الفترات الزمنية التالية :

1 - الفترة الزمنية القصيرة جدا

و هي تلك الفترة الزمنية التي تبلغ من القصر حدا لا تستطيع المؤسسة خلاله تغيير أي عنصر من عنصري الإنتاج التي تستفيد من خدماتهما في عملية الإنتاج ، حيث تعجز المؤسسة خلالها عن تحقيق أية زيادة في الإنتاج الذي يظل ثابتا ، أي : $\Delta q = 0$.

2 - الفترة القصيرة

و هي تلك الفترة الزمنية التي تبلغ من الطول حدا يمكن المؤسسة خلاله من تغيير عدد الوحدات المستخدمة من أحد عنصري الإنتاج ، و تبلغ من القصر بحيث يتعذر عليها - المؤسسة - تغيير عدد الوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج الآخر فضلا عن عجزها تغيير مستوى الفن الإنتاجي المعتمد .

3 - الفترة الطويلة

و هي تلك الفترة الزمنية التي تبلغ من الطول حدا تتمكن خلاله المؤسسة تغيير الوحدات المستخدمة من عنصري الإنتاج بآن واحد ، و لكنها تكون قصيرة بالقدر الذي يتعذر على المؤسسة تغيير مستوى الفن الإنتاجي المعتمد .

4 - الفترة الزمنية الطويلة جدا

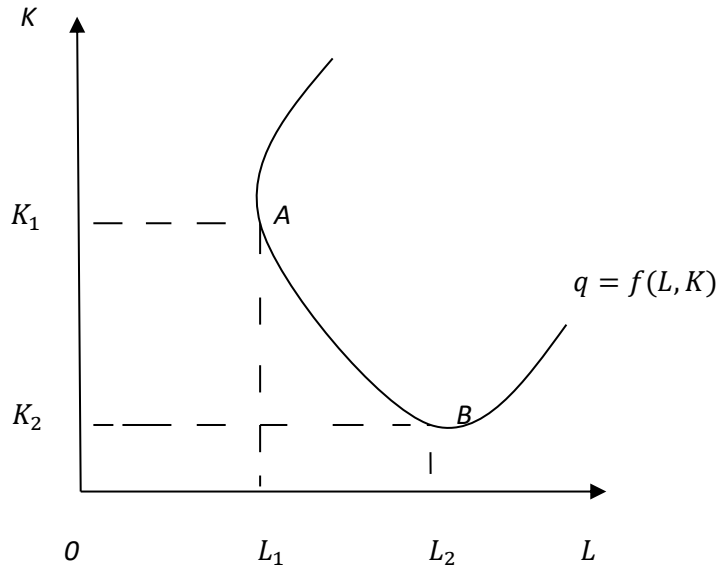
و هي تلك الفترة الزمنية التي تبلغ حدا من الطول تتمكن خلاله المؤسسة تغيير عدد الوحدات المستخدمة من عنصري الإنتاج و كذا مستوى الفن الإنتاجي المعتمد .

ثالثا : منحنى الناتج المتساوي

يعرف منحنى الناتج المتساوي بأنه المحل الهندسي لمختلف التوليفات من عنصري العمل و رأس المال و التي تسمح للمؤسسة الحصول على نفس الحجم من الإنتاج .

و يعبر عن هذا المنحنى رياضيا كما يلي : $\bar{q} = f(L,K)$ أو $K = f(\bar{q}\,, L)$

حيث أن $\bar{q}$ تمثل حجما ثابتا من الإنتاج أي $\Delta q = 0$ و يأخذ هذا المنحنى الصورة الموضحة في الشكل التالي :



نلاحظ من خلال هذا الشكل أن منحنى الناتج المتساوي في حالة زيادة *(L)* أو *(K)* عن حدود معينة ، فإن المنحنى يبتعد عن محوري العمل *(L)* و رأس المال *(K)* عكس ما كان عليه

الحال بالنسبة لمنحنى السواء ، و السبب في ذلك يرجع إلى أنه إذا كان الإحلال بين السلعتين قد يستمر طويلا إلى درجة أنه قد يستبدل المستهلك سلعة بأخرى ، لكنه في حالة الإنتاج فإن عملية الإحلال بين عنصري الإنتاج تتم في حدود ضيقة جدا .

و تشترك منحنيات الناتج المتساوي في منطقة الإحلال (بين A و B) مع منحنيات السواء في نفس الخصائص :

أ - تنحدر من أعلى إلى أسفل و من اليسار باتجاه اليمين .

ب - لا تتقاطع فيما بينها .

ج - محدبة نحو نقطة الأصل .

رابعا : المعدل الحدي للإحلال الفني بين عنصري العمل و رأس المال $TMST_{(L,K)}$

يعرف المعدل الحدي للإحلال الفني بين العمل و رأس المال بأنه عبارة عن عدد الوحدات من رأس المال التي تكون المؤسسة مستعدة لاستبدالها بوحدة من العمل ، بحيث لن يترتب عن هذا السلوك أي تعديل في حجم الإنتاج ، و يرمز له بالرمز $TMST_{(L,K)}$ ، و يقدر رياضيا بنفس الكيفية التي كنا قد قدرنا بها المعدل الحدي للإحلال بين سلعتين عند دراستنا لسلوك المستهلك .

بين نقطتين $TMST_{(L,K)} = -\frac{\Delta K}{\Delta L}$

عند نقطة محددة من منحنى الناتج المتساوي $TMST_{(L,K)} = -\frac{dK}{dL}$

عند نقطة غير محددة من منحنى الناتج المتساوي $TMST_{(L,K)} = \frac{\partial q/\partial L}{\partial q/\partial K}$

$\frac{\partial q}{\partial \mathrm{L}}$ الإنتاج الحدي للعمل

$\frac{\partial \mathrm{q}}{\partial \mathrm{K}}$ الإنتاج الحدي لرأس المال

خامسا : منحنى " حافة الإنتاجية "

يعرف منحنى " حافة الإنتاجية " بأنه المحل الهندسي لمختلف النقاط المعبرة عن أقصى إنتاج في حال كون أحد عنصري الإنتاج متغيرا و الآخر ثابتا .

و يتم تحديد مسار هذا المنحنى من أجل إنتاج حدي معدوم لكل من العمل و رأس المال

$$Pmg_L = 0 \quad , \quad Pmg_K = 0$$

سادسا : خط التكلفة المتساوية

يعرف خط التكلفة المتساوية بأنه المحل الهندسي لمختلف التوليفات من عنصري الإنتاج (العمل و رأس المال) التي يكون بإمكان المؤسسة شراءها أو تأجيرها و المستنفدة لميزانية الإنتاج .

و يعبر عن المعادلة المعبرة عن هذا الخط بإحدى الصورتين التاليتين :

$$C = LP_L + KP_K$$

أو $$K = \frac{C}{P_K} - \frac{P_L}{P_K}.L$$

حيث تمثل C التكلفة الكلية (تكلفة الإنتاج)أو الميزانية المخصصة للإنتاج .

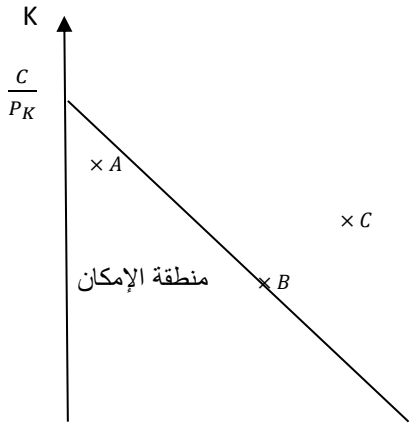
L , K يمثلان على التوالي رأس المال و العمل .

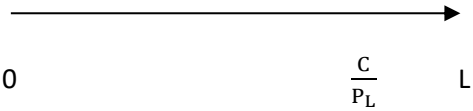
P_L , P_K يمثلان على التوالي تكلفة استخدام الوحدة من رأس المال و العمل .

أما عن موقع هذا الخط على محوري عنصري الإنتاج فيحدد كما يلي :

$$L = \frac{C}{P_L} \quad , \quad K = \frac{C}{P_K}$$

و يأخذ خط التكلفة المتساوية الصورة الموضحة في الشكل التالي :





A توليفة ممكنة و لكنها غير مستنفدة لميزانية الإنتاج .

B توليفة ممكنة و مستنفدة لميزانية الإنتاج .

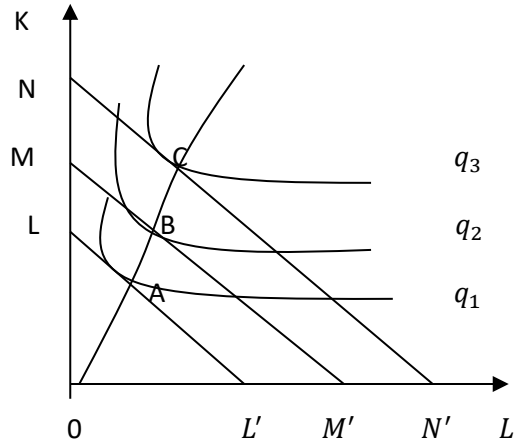
C توليفة غير ممكنة .

سابعا : مسار التوسع

يعرف مسار التوسع بأنه المحل الهندسي لمختلف الأوضاع التوازنية الناتجة عن تغير الميزانية المخصصة للغنتاج و ثبات تكلفة استخدام الوحدة من العمل و رأس المال .

و تحدد معادلة هذا المسار من الشرط اللازم لتعظيم الإنتاج تحت قيد التكلفة باستخدام طريقة مضروب لاغرانج أو من الشرط اللازم لتعظيم الربح ، و تأخذ الصيغة : $K = f(L)$

و يأخذ هذا المسار الصورة الموضحة في الشكل التالي :



ثامنا :مرونة الإحلال

إن عملية الإحلال بين عنصري العمل (L) و رأس المال (K) السابق الإشارة إليها ، تعني تخفيض أحد العنصرين (رأس المال) و زيادة الآخر (العمل) مع البقاء على نفس منحنى الناتج المتساوي (أي أن الانخفاض في الإنتاج الناتج عن نقص أحد العنصرين يساوي الزيادة في الإنتاج الناتجة عن زيادة العنصر الآخر) ، فإذا ما تم إحلال العمل محل رأس المال فإن ذلك يؤدي إلى تقليص (K) و زيادة (L) مما يعني تزايد النسبة (L/K) و انخفاض النسبة (K/L) ، و درجة إحلال العنصر (L) محل العنصر (K) الناتجة بشكل خاص عن تغير أسعارهما النسبية تدعى مرونة الإحلال الفنية ، و تقاس بالتغير النسبي للنسبة (K/L) الناجم عن التغير النسبي في المعدل الحدي للإحلال الفني ($TMST_{K,L}$) و يرمز لها بالرمز

$$\sim \qquad = \frac{\frac{d(K/L)}{K/L}}{\frac{d(TMST)}{TMST}} = \frac{d(K/L)}{d(TMST)} . \frac{TMST}{K/L}$$

و مادام أن $TMST$ و النسبة K/L يتغيران في نفس الإتجاه إذن فإن مرونة الإحلال تكون دوما موجبة ، وتكون أكبر أو أصغر أو مساوية للواحد تبعا لكون التغير النسبي في البسط أكبر أو أصغر أو مساو للتغير النسبي في المقام .

- إذا كانت كبيرة فهذا يعني أن النسبة K/L أكثر حساسية للتغيرات الحاصلة في سعري العنصرين L و K ، و أن أي تغير بسيط في أسعارهما النسبية سوف ينجر عنه تغير كبير في الكميات المستخدمة منهما ، أي الإحلال بينهما يكون كبيرا جدا .

- إذا كانت منخفضة فهذا يقود إلى عكس النتيجة السابقة ، أي أن الإحلال بين العنصرين L و K يتم في حدود ضيقة .

- إذا كانت مساوية للصفر فإن الكميات المستخدمة من العنصرين L و K لا تتأثر بتغير أسعارهما النسبية و الإحلال بين العنصرين يكون مستحيلا .

- إذا كانت مساوية لـ ∞ فهذا يعني أن تغير الأسعار النسبية للعاملين L و K يؤدي إلى حدوث إحلال تام بين العنصرين ، ويصبح الإنتاج حينها معتمدا على العنصر الأرخص و الأوفر .

بالإضافة إلى ما تقدم فإن العلاقة بين الكثافة الرأسمالية (K) ، و النصيب في الأرباح ترتبط بقيمة مرونة الإحلال .

و يمكن توضيح هذا الأمر فيما يلي :

إذا كانت فإن نصيب الأرباح في الإنتاج الكلي يقل عندما تزداد الكثافة الرأسمالية و معدل الأجور .

إذا كانت فإن نصيب الأرباح في الإنتاج الكلي يبقى ثابتا عندما يزداد كل من الكثافة الرأسمالية و معدل الأجور .

إذا كانت فإن نصيب الأرباح في الإنتاج الكلي يزداد بزيادة كل من الكثافة الرأسمالية و معدل الأجور .

تاسعا : الكفاءة الفنية و الكفاءة الاقتصادية

نقول عن طريقة انتاج أنها كفء من الناحية الفنية إذا كانت المؤسسة بموجبها تستخدم وحدات أقل من عناصر الإنتاج التي تستفيد من خدماتها .

و نقول عن طريقة إنتاج أنها كفء من الناحية الاقتصادية إذا كانت المؤسسة تتحمل من أجلها أدنى تكلفة .

و كل طريقة كفء اقتصادي تكون كفء من الناحية الفنية و العكس غير صحيح .

عاشرا : دالة الإنتاج

تعرف دالة الإنتاج بأنها التعبير أو الوصف الفني الموضح للعلاقة الكمية بين عدد الوحدات المستخدمة من عنصر إنتاجي أو أكثر و بين الكميات المنتجة من سلعة (سلع) ما خلال فترة زمنية معينة .

وحيث أن دالة الإنتاج معرفة خلال فترة زمنية معينة ، فيجب أن نميز بين دوال الإنتاج في الفترتين القصيرة والطويلة.

1 - 2 - دالة الإنتاج في الفترة القصيرة

في الفترة القصيرة حيث يتعذر على المؤسسة تغيير عدد الوحدات المستخدمة من أحد عنصري الإنتاج في الوقت الذي تكون فيه قادرة على تغيير عدد الوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج الآخر .

و لقد جرت العادة – بهذا الخصوص – على اعتبار العمل كعنصر إنتاجي متغير و رأس المال كعنصر إنتاجي ثابت ، و هكذا تكون دالة الإنتاج في هذه الفترة على النحو التالي :

$$q = f(L, \overline{K})$$

حيث $\overline{K}$ يمثل رصيدا ثابتا من رأس المال .

إن تمتع المنتج (المؤسسة) بصفة الرشادة تجعله يسعى إلى تحقيق أقصى ربح ، لذلك نجده يعمل - جاهدا - من أجل الإستفادة من خدمات عنصري الإنتاج التي يستخدمها في عملية الإنتاج (سواء كانت مملوكة أو مؤجرة) إلى أقصى حد ممكن .

و على ضوء الفن الإنتاجي المعتمد في عملية الإنتاج فإنه لن يحقق هدفه - أقصى ربح - إلا إذا تمكن من مزج

(خلط) ذلك العنصرين وفق ما يعرف بـ " النسبة الفنية المثلى " و هي النسبة التي يكون من أجلها الإنتاج المتوسط لعنصر الإنتاج المتغير أعظميا .

لكن و بالنظر لثبات أحد عنصري الإنتاج في الفترة القصيرة ، فإن ذلك سيحول بين المنتج و بين قدرته على مزج عنصري الإنتاج في كل مرحلة من مراحل الإنتاج وفق تلك النسبة .

فالمنتج سيواجه نسب مزج مختلفة $(\frac{L}{\overline{K}})$ و أنه عند كل نسبة من هذه النسب سيحقق حجما معينا من الإنتاج ، أي أن الإنتاج في الفترة القصيرة يتغير نتيجة تغير نسب مزج خدمات عنصري الإنتاج الثابت و المتغير .

لذا يقال عن دالة الإنتاج في الفترة القصيرة أنه يحكمها قانون النسب المتغيرة أو قانون تناقص الغلة .

أولا : مضمون قانون تناقص الغلة

إذا ما اعتبرنا أن مصطلح " الغلة " مرادفا لمصطلح " الإنتاج " كما هو متداول على مستوى كتب الإقتصاد الجزئي ، فيمكن توضيح مضمون هذا القانون من زوايا ثلاث هي :

1 - لإنتاج سلعة ما ، إذا زيدت خدمات أحد عنصري الإنتاج بوحدات متشابهة و متكافئة مع خدمات عنصر الإنتاج الثابت في عملية إنتاج معينة فإن الإنتاج الكلي سيتزايد إلى غاية حد معين ثم يتناقص .

2 - لإنتاج سلعة ما ، إذا زيدت خدمات أحد عنصري الإنتاج بوحدات متشابهة و متكافئة مع مع خدمات عنصر الإنتاج الثابت في عملية إنتاج معينة فإن الإنتاج المتوسط لعنصر الإنتاج المتغير سيتزايد إلى غاية حد معين ثم يتناقص .

3 - لإنتاج سلعة ما ، إذا زيدت خدمات أحد عنصري الإنتاج بوحدات متشابهة و متكافئة مع خدمات عنصر الإنتاج الثابت في عملية إنتاج معينة فإن الإنتاج الحدي سيتزايد إلى غاية حد معين ثم يتناقص .

مع الإشارة إلى أن الرأي الراجح الذي يجمع عليه الإقتصاديون فيما يتعلق بمضمون قانون تناقص الغلة هو الحالة الأخيرة أي تناقص الإنتاج الحدي إن آجلا أو عاجلا و الذي يعني من ناحية أخرى تزايد الإنتاج الكلي بمعدل متناقص.

و يعود الفضل في اكتشاف هذا القانون إلى الإقتصادي الفرنسي Anne Robert Jacques Turgot و الذي كان يشغل منصب وزير المالية على عهد لويس السادس عشر ، كان ذلك في سنة 1777 حيث لاحظ هذا الإقتصادي أن البذور التي ترمى في الأرض مهما كانت خصبة إذا لم يتم تجهيزها ستكون ذات فائدة ضعيفة إن لم تكن منعدمة ، فإذا ما أسندت مهمة تجهيزها لعامل واحد فإن الإنتاج سيكون أحسن مما كان عليه سابقا، فإذا ما أضيف عامل ثاني و ثالث و رابع فإن التغير في الإنتاج الكلي ستميل نحو التناقص حتى و إن لم تستنفذ الطاقة الإنتاجية للأرض .

إلا أن صياغة هذه الظاهرة (تناقص الغلة) في شكل قانون فيعود للإقتصادي البريطاني " دافيد ريكاردو "

" D.Ricardo " و الذي حصر إنطباقه على الزراعة دون غيرها من الأنشطة الإقتصادية كان ذلك في سنة 1814 ، ثم ثبت فيما بعد إمكانية تعميم هذا القانون على كافة الأنشطة الإقتصادية .

ثانيا : الفروض التي يقوم عليها قانون تناقص الغلة

حتى يسري قانون تناقص الغلة يجب تحقق مجموعة من الشروط هي :

أ - ثبات خدمات أحد عنصري الإنتاج و تغير خدمات عنصر الإنتاج الآخر .

ب - الوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج المتغير يجب أن تكون من طبيعة واحدة (متشابهة) و ذات كفاءة متماثلة .

ج - ثبات مستوى الفن الإنتاجي المعتمد في عملية الإنتاج .

ثالثا : تفسير قانون تناقص الغلة

إن زيادة الإنتاج الكلي بمعدل متناقص ، أي تناقص الإنتاج الحدي لعنصر الإنتاج المتغير يعود إلى أنه في بداية أية عملية إنتاجية تكون عدد الوحدات المستخدمة من هذا العنصر الإنتاجي مقارنة مع عدد الوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج الثابت قليلة جدا ، هذه الندرة ستحول - حتما - دون الإستغلال الأمثل للطاقة الإنتاجية الكبيرة نسبيا لعنصر الإنتاج الثابت ، و هنا تقتضي مصلحة المنتج من أجل تلافي الهدر الموجود في استغلال الطاقة الإنتاجية لعنصر الإنتاج الثابت ، زيادة عدد الوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج المتغير محصلا في البداية على إنتاج كلي متزايد بمعدل متزايد (إنتاج حدي موجب و متزايد) حيث تكون حصة عنصر الإنتاج المتغير بالنسبة لعنصر الإنتاج الثابت ($\frac{L}{K}$) ضعيفة ، غير أن الإستمرار في زيادة عدد وحدات عنصر الإنتاج المتغير سيؤدي إن آجلا أو عاجلا إلى زيادة النسبة ($\frac{L}{K}$) و الإقتراب نحو الإستخدام الأمثل للطاقة الإنتاجية لعنصر الإنتاج الثابت ، و تميل الزيادة في

الإنتاج الكلي (الإنتاج الحدي) نحو التناقص ، و يستمر هذا الإتجاه مع كل زيادة في عدد الوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج المتغير إلى غاية وصول الإنتاج الكلي لأقصى مستوى له ، حيث يتحقق عند هذا المستوى الإستخدام الأمثل للطاقة الإنتاجية لعنصر الإنتاج الثابت .

رابعا : مناطق الإنتاج و خصائصها العامة

يمكن التمييز في الفترة القصيرة بين ثلاثة مناطق للإنتاج و لكل منها خصائص معينة ، سنحاول فيما يلي التعرف على حدود كل منطقة و خصائصها .

1 - المنطقة الأولى للإنتاج بالنسبة للعمل (المنطقة الثالثة للإنتاج بالنسبة لرأس المال)

و تبدأ هذه المنطقة من بداية عملية الإنتاج ($L = 0$ و رصيد ثابت من رأس المال) و تنتهي عند الوحدة من عنصر العمل (L) التي يكون من أجلها الإنتاج المتوسط لهذا العنصر الإنتاجي أعظميا .

الخصائص الأساسية لهذه المنطقة

أ - إنتاج حدي لرأس المال سالبا ، بمعنى إنتاج كلي متناقص بزيادة عدد الوحدات المستخدمة من عنصر رأس المال ، و حيث أن هذا الأخير ثابت فذلك يعني وجود هدر و تبذير في استخدام هذا العنصر الإنتاجي و سوء استغلال في طاقته الإنتاجية .

ب - إنتاج حدي للعمل موجبا ، بمعنى إنتاج كلي متزايدا بزيادة عدد الوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج المتغير (العمل) .

ج - إنتاج متوسط للعمل متزايدا يعني فعالية متزايدة للوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج المتغير .

د - إنتاج متوسط لرأس المال متزايدا ، بمعنى فعالية متزايدة للوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج الثابت .

2 - المنطقة الثانية للإنتاج بالنسبة للعمل (المنطقة الثانية للإنتاج بالنسبة لرأس المال)

و تبدأ هذه المنطقة من الحد الذي يكون فيه PM_L أعظميا (نهاية المنطقة الأولى للإنتاج بالنسبة للعمل)

و تنتهي عند الوحدة من العمل (L) التي يكون من أجلها الإنتاج الحدي لهذا العنصر الإنتاجي معدوما ، أي إنتاج كلي أعظمي .

الخصائص العامة لهذه المنطقة

أ - إنتاج حدي للعمل (Pmg_L) موجبا ، يعني إنتاج كلي متزايدا بزيادة عدد الوحدات المستخدمة من هذا العنصر الإنتاجي .

ب - إنتاج حدي لرأس المال(Pmg_K) موجبا ، يعني إنتاج كلي متزايدا بزيادة عدد الوحدات المستخدمة من هذا العنصر الإنتاجي .

ج - إنتاج متوسط للعمل(PM_L) متناقصا ، يعني فعالية متناقصة للوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج المتغير

د - إنتاج متوسط لرأس المال (PM_K) متزايدا ، يعني فعالية متزايدة للوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج الثابت .

3 - المنطقة الثالثة للإنتاج بالنسبة للعمل (المنطقة الأولى للإنتاج بالنسبة لرأس المال)

و تشغل هذه المنطقة الحيز في المستوى *(KoL)* الذي يكون عنده الإنتاج الحدي للعمل (Pmg_L) سالبا .

الخصائص العامة لهذه المنطقة

أ - إنتاج حدي للعمل سالبا ، يعني إنتاج كلي متناقص بزيادة عدد الوحدات المستخدمة من هذا العنصر الإنتاجي .

ب - إنتاج حدي لرأس المال موجبا يعني إنتاج كلي متزايدا بزيادة عدد الوحدات المستخدمة من هذا العنصر الإنتاجي.

ج - إنتاج متوسط للعمل متناقص ، يعني فعالية متناقصة للوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج المتغير .

د - إنتاج متوسط لرأس المال متناقص ، يعني فعالية متناقصة للوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج الثابت .

الآن ، و بعد أن تعرفنا على حدود و خصائص كل منطقة من مناطق الإنتاج الثلاث ، فأي منطقة من بين هذه المناطق تمثل " المنطقة الإقتصادية للإنتاج " ، أي المنطقة التي يكون فيها الإنتاج مستجيبا للإعتبارات الإقتصادية

(أقصى ربح) .

قبل الإجابة على هذا السؤال نشير إلى قاعدة أساسية هي :

أن المؤسسة (المنتج) لا تستخدم العنصر الإنتاجي الذي يكون ناتجه الحدي سالبا ، إلا إذا كانت تقوم بذلك لأسباب غير إقتصادية و هذا حسب طروحات " النظرية النيوكلاسيكية " .

المنطقة الأولى للإنتاج بالنسبة للعمل

تتميز هذه المنطقة أن الإنتاج الحدي لرأس المال فيها يكون سالبا ، و مصلحة المؤسسة في مثل هذه الحالة أي من أجل زيادة الإنتاج الكلي تخفيض عدد الوحدات المستخدمة من هذا العنصر الإنتاجي ، و حيث أن هذا الأخير يكون ثابتا فإنه يتعذر على المؤسسة إجراء أي تعديل في الوحدات المستخدمة منه ، كما أن استخدام هذا العنصر الإنتاجي داخل هذه المنطقة يكون بعيدا عن الإستغلال الأمثل للطاقة الفعلية لهذا العنصر الإنتاجي و بالتالي يكون هناك تبذير في استخدام عنصر الإنتاج الثابت ، و أن الحل الوحيد أمام المؤسسة لمعالجة هذه المسألة هو زيادة عدد الوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج المتغير، و هذا يقتضي الخروج من هذه المنطقة التي لا يمكن ا، تمثل المنطقة الإقتصادية للإنتاج .

المنطقة الثالثة للإنتاج بالنسبة للعمل

إن أهم ما يميز هذه المنطقة هو أن الإنتاج الحدي للعمل (عنصر الإنتاج المتغير) يكون سالبا ، و لزيادة الإنتاج الكلي في مثل هذه الحالة ينبغي على المؤسسة تقليص عدد الوحدات المستخدمة من هذا العنصر الإنتاجي ، وحيث أن تعديل الوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج المتغير يكون ممكنا ، يصبح بإمكان المؤسسة القيام بمثل هذا الإجراء ، كما أنها لا تقبل – لاعتبارات اقتصادية - استخدام هذا العنصر الإنتاجي داخل هذه المنطقة حتى و إن عرضت عليها خدماته مجانا أي دون مقابل ، و التبذير في استخدام عنصر الإنتاج المتغير هو السمة البارزة للإنتاج داخل هذه المنطقة ، الأمر الذي يستدعي الخروج من هذه المنطقة التي لا يمكن أن تمثل المنطقة الإقتصادية للإنتاج .

المنطقة الثانية للإنتاج بالنسبة للعمل

تتميز هذه المنطقة عن المنطقتين الأولى و الثانية للإنتاج بالنسبة للعمل يكون الإنتاج الحدي لعنصري الإنتاج (العمل و رأس المال) موجبا ، مما يدل على الإنتاج الكلي يزداد بزيادة عدد

الوحدات المستخدمة من العنصرين الإنتاجيين بآن واحد ، و بالتالي فهذه المنطقة خالية من أي تبذير لأي عنصر انتاجي .

هذا إلى جانب كون بداية هذه المنطقة يتزامن مع كون ($Max \leftarrow PM_L$) الإنتاج المتوسط لعنصر الإنتاج المتغير

(العمل) أعظميا ، حيث تتحقق " النسبة الفنية المثلى " لمزج عنصري الإنتاج (العمل و رأس المال) التي تجعل استخدام عنصر الإنتاج المتغير (العمل) عند أقصى حد من الفعالية ، و أن نهايتها تتزامن مع كون

($Max \leftarrow PM_{\bar{K}}$) الإنتاج المتوسط لعنصر الإنتاج الثابت (رأس المال) أعظميا ، حيث تتحقق " النسبة الفنية المثلى " لمزج عنصري الإنتاج (الثابت و المتغير) و التي تجعل استخدام عنصر الإنتاج الثابت (رأس المال) عند أقصى حد من الفعالية .

و بالنتيجة فإن هذه المنطقة هي التي يستجيب الإنتاج داخلها للإعتبارات الإقتصادية ، هذه المنطقة التي تعرف باسم

" المنطقة الإقتصادية للإنتاج " ، أما عن النقطة التي تنتج عندها المؤسسة من مختلف النقاط التي تمتد عليها هذه المنطقة فتتوقف على تكلفة استخدام الوحدة من عنصري الإنتاج (العمل و رأس المال) .

<u>مثال رقم (1)</u>

تستخدم احدى المؤسسات عند انتاجها لسلعة معينة وحدات متغيرة من عنصر العمل و رصيد ثابت من رأس المال حسب ما هو موضح في الجدول التالي :

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$\bar{K}$	4	4	4	4	4	4	4	4	4
q	0	10	24	39	52	61	66	66	64

<u>و المطلوب :</u>

1 - قدر القيم المعبرة عن الإنتاج الحدي و الإنتاج المتوسط للعمل (L) و كذا الإنتاج المتوسط لرأس المال ($\bar{K}$) .

2 - ماهي الوحدة من عنصر العمل التي يبدأ عندها سريان قانون تناقص الغلة ، و ما هو حجم النواتج الثلاث

(الكلي ، المتوسط ، الحدي) عند هذا الوضع .

3 - ما هي الوحدة من عنصر العمل التي تتحقق من أجلها " النسبة الفنية المثلى " في استخدام عنصر العمل مع رصيد ثابت لرأس المال ، نفس السؤال و لكن بالنسبة لرأس المال ، و ما هو حجم النواتج الثلاث (الكلي ، المتوسط، الحدي) للعمل .

4 - عند أية وحدة من عنصر العمل يتعين على هذه المؤسسة التوقف عن استخدام وحدات أخرى من هذا العنصر الإنتاجي ، و لماذا ؟ .

5 - مثل نتائج السؤال الأول بيانيا مبرزا على الشكل مختلف مناطق الإنتاج و خصائصها الأساسية .

مثال رقم (2)

الجدول التالي يشتمل على بيانات حول عدد الوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج المتغير (العمل) و الرصيد الثابت من رأس المال ، و كذا الإنتاج الحدي للعمل .

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\overline{K}$	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
Pmg_L	-	15	20	25	20	15	10	5	0	- 5

و المطلوب :

1 – قدر القيم المعبرة عن الإنتاج الكلي و المتوسط للعمل (L) و كذا الإنتاج المتوسط لرأس المال($\overline{K}$) .

2 – تأكد من صحة مختلف أنواع العلاقات القائمة بين الإنتاج الكلي و الحدي من جهة و بين الإنتاج الحدي والإنتاج المتوسط من جهة أخرى .

مثال رقم (3)

الجدول التالي يشتمل على بيانات حول عدد الوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج المتغير (العمل) و الرصيد الثابت من رأس المال ($\overline{K}$) ، و كذا الإنتاج المتوسط لعنصر العمل .

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\overline{K}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
PM_L	-	10	12.5	15	15	14	12.5	10.7	8.75	6.67

و المطلوب :

1 - قدر القيم المعبرة عن الإنتاج الكلي و الحدي لعنصر العمل ، و كذا الإنتاج المتوسط لرأس المال ($\overline{K}$) .

2 - أثبت سالبية الإنتاج الحدي لرأس المال في المنطقة الأولى للإنتاج بالنسبة للعمل .

مثال رقم (4)

تعتمد إحدى المؤسسات في انتاجها لسلعة معينة

دالة إنتاج من الشكل :

$$q = 30L + 6L^2 - \frac{1}{3}L^3$$

حيث q تمثل الكمية المنتجة من سلعة ما .

L تمثل عدد الوحدات المستفاد من خدماتها من عنصر العمل .

و المطلوب :

1 – حدد دالتي الإنتاج الحدي و المتوسط للعمل (L) .

2 - حدد الوحدة من (L) التي يبدأ عندها سريان قانون تناقص الغلة ، و ماهو حجم النواتج الثلاث (الكلي ، المتوسط ، الحدي) عند هذا الوضع .

3 - حدد الوحدة من العمل (L) في الحد الفاصل بين المنطقتين الأولى و الثانية للإنتاج بالنسبة للعمل ، و عند الحد الفاصل بين المنطقتين الثانية و الثالثة للإنتاج بالنسبة للعمل ، و ما هو حجم النواتج الثلاث (الكلي ، المتوسط ، الحدي) عند هذين الوضعين .

4 - بافتراض الكمية المنتجة من قبل هذه المؤسسة و أن الكميات المطلوبة من هذه السلعة من قبل المستهلكين تقدر بـ 700 وحدة .

أ - هل بإمكان هذه المؤسسة تغطية هذا الطلب .

ب - إذا ما توقعنا أن الطلب على هذه السلعة سيكون 600 وحدة خلال كل سنة من السنوات العشر القادمة ، فما الذي ينبغي على هذه المؤسسة القيام به لمواجهة هذا الطلب .

حل الأمثلة :

مثال رقم (1)

1 - تقدير القيم المعبرة عن الإنتاج الحدي و الإنتاج المتوسط للعمل (L) ، و كذا الإنتاج المتوسط لرأس المال ($\overline{K}$)

يقدر الإنتاج الحدي للعمل (L) أو أي عنصر إنتاجي آخر في مثل هذه الحالة (حالة بيانات متقطعة)

من العلاقة الرياضية التالية :

$$Pmg_L = \frac{\Delta q}{\Delta L}$$

و حيث أن $\Delta L = 1$ فإن : $Pmg_L = \Delta q$

و يقدر الإنتاج المتوسط للعمل (L) أو أي عنصر إنتاجي آخر في مثل هذه الحالة (حالة بيانات متقطعة) أو غيرها من الحالات (حالة البيانات المتصلة)

من العلاقة الرياضية التالية :

الإنتاج المتوسط للعمل $\mathrm{PM_L} = \frac{q}{L}$

الإنتاج المتوسط لرأس المال $PM_{\overline{K}} = \frac{q}{\overline{K}}$

و الحسابات الناتجة من هذه العلاقات الرياضية موضحة في الجدول التالي :

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$\overline{K}$	4	4	4	4	4	4	4	4	4
q	0	10	24	39	52	61	66	66	64
PM_L	-	10	12	13	13	12.5	11	9.43	8
Pmg_L	-	10	14	15	13	9	5	0	- 2
$PM_{\overline{K}}$	-	2.5	6	9.75	13	15.25	16.5	16.5	16

2 – الوحدة من عنصر العمل (L) التي يبدأ عندها سريان قانون تناقص الغلة .

* يبدأ سريان قانون تناقص الغلة بعد أن يصبح الإنتاج الحدي لعنصر الإنتاج المتغير (العمل) أعظميا .

في مثالنا يكون PM_L أعظميا عندما تستخدم المؤسسة الوحدة الثالثة من العمل $(L=3)$

* حجم النواتج (الكلي ، المتوسط ، الحدي) عند هذا الوضع :

الإنتاج الكلي وحدة $q = 39$

الإنتاج المتوسط وحدة $PM_{\mathrm{L}} = 13$

الإنتاج الحدي وحدة $\mathrm{P}mg_{\mathrm{L}} = 15$

3 – الوحدة من عنصر العمل (L) التي تتحقق من أجلها " النسبة الفنية المثلى " في مزج عنصر الإنتاج المتغير(العمل) بعنصر الإنتاج الثابت (رأس المال) .

* تتحقق هذه النسبة عندما يصبح الإنتاج المتوسط لعنصر الإنتاج المتغير أعظميا $Max \rightarrow PM_L$

في مثالنا يتحقق هذا الأمر عندما تستخدم المؤسسة الوحدة الرابعة من العمل (L) (L=4)

* حجم النواتج (الكلي ، المتوسط ، الحدي) عند هذا الوضع :

الإنتاج الكلي وحدة$q = 52$

الإنتاج المتوسط وحدة $PM_{\mathrm{L}} = 13$

الإنتاج الحدي وحدة $Pmg_{\mathrm{L}} = 13$

* و تتحقق " النسبة الفنية المثلى " في مزج عنصر رأس المال مع عنصر العمل عندما يصبح الإنتاج المتوسط لرأس المال أعظميا $PM_K \leftarrow Max$

و في مثالنا تتحقق هذه النسبة عندما تستخدم المؤسسة الوحدة السابعة من العمل (L=7)

* حجم النواتج (الكلي ، المتوسط ، الحدي) عند هذا الوضع :

الإنتاج الكلي وحدة $q = 66$

الإنتاج المتوسط وحدة $\mathrm{PM_L} = 9.43$

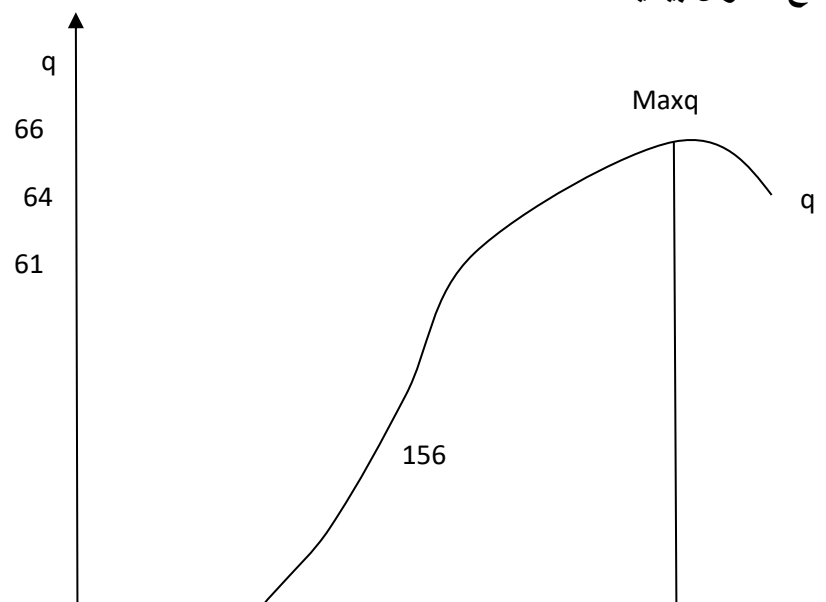
الإنتاج الحدي $Pmg_{\mathrm{L}} = 0$

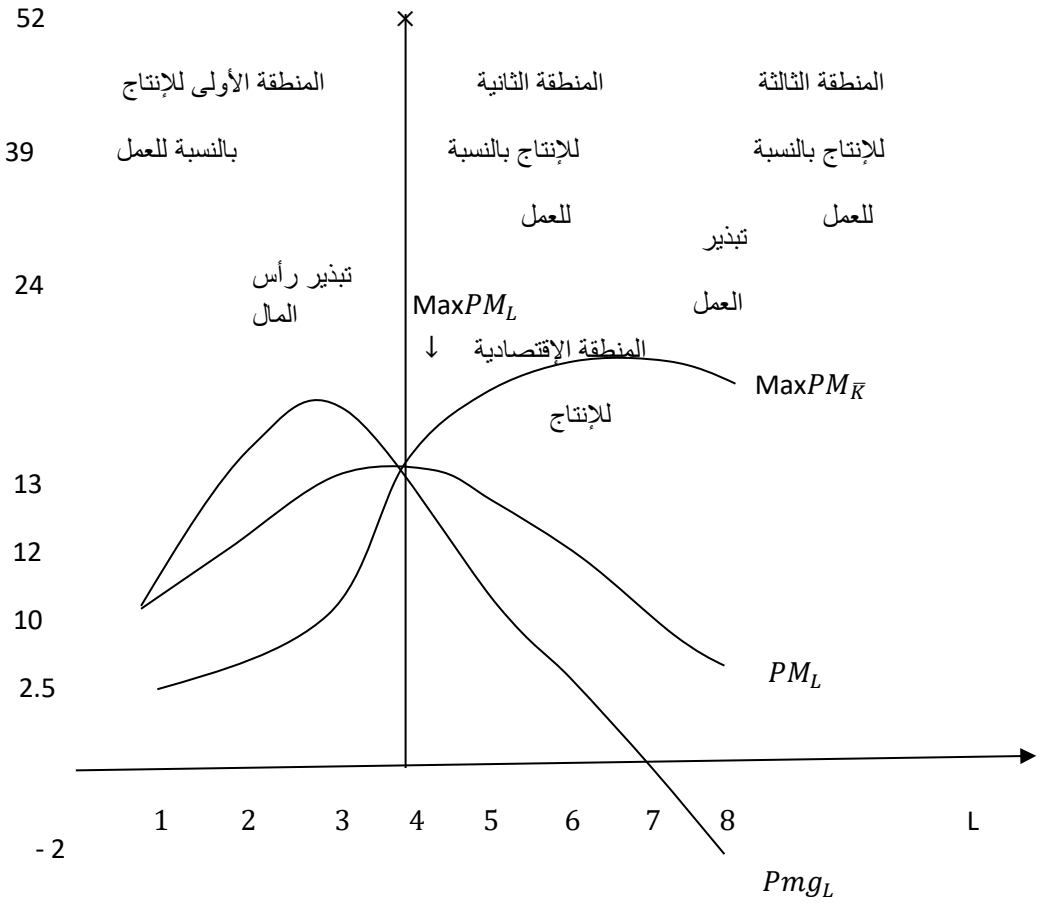
4 - الوحدة التي ينبغي أن تتوقف عندها المؤسسة عن استخدام عنصر العمل

تتوقف المؤسسة عن استخدام عنصر العمل أو أي عنصر انتاجي آخر عندما يصبح الإنتاج الحدي له معدوما

في مثالنا عند الوحدة السابعة من العمل (L=7)

5 - تمثيل نتائج السؤال بيانيا





الخصائص العامة لمناطق الإنتاج

*** المنطقة الأولى للإنتاج بالنسبة للعمل**

و تتميز هذه المنطقة بالخصائص التالية :

أ - إنتاج حدي للعمل (L) موجب ($Pmg_L > 0$) و هذا يعني إنتاج كلي متزايد بزيادة المستخدم من هذا العنصر الإنتاجي .

ب – إنتاج حدي لرأس المال (K) سالب ($Pmg_K < 0$) و هذا يعني إنتاج كلي متناقص بزيادة المستخدم من هذا العنصر الإنتاجي .

ج - إنتاج متوسط لعنصر الإنتاج المتغير (العمل) متزايد يعني فعالية متزايدة للوحدات المستخدمة من هذا العنصر الإنتاجي .

د – إنتاج متوسط لعنصر الإنتاج الثابت (رأس المال) متزايد يعني فعالية متزايدة للوحدات المستخدمة من هذا العنصر الإنتاجي .

*** المنطقة الثانية للإنتاج بالنسبة للعمل**

و تتميز هذه المنطقة بالخصائص التالية :

أ – إنتج حدي للعمل (Pmg_L) موجب ($Pmg_L > 0$) يعني إنتاج كلي متزايد بزيادة المستخدم من هذا العنصر الإنتاجي .

ب - إنتاج حدي لرأس المال موجب ($Pmg_K > 0$) يعني إنتاج كلي متزايد بزيادة المستخدم من هذا العنصر الإنتاجي .

ج - إنتاج متوسط للعمل (PM_L) متناقص يعني فعالية متناقصة للوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج المتغير .

د - إنتاج متوسط لرأس المال ($PM_{\overline{K}}$) متزايد يعني فعالية متزايدة للوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج الثابت .

*** المنطقة الثالثة للإنتاج بالنسبة للعمل**

و تتميز هذه المنطقة بالخصائص التالية :

أ – إنتاج حدي للعمل سالب $(Pmg_L < 0)$ يعني إنتاج كلي متناقص بزيادة عدد الوحدات المستخدمة من عنصر العمل .

ب - إنتاج حدي لرأس المال موجب ($Pmg_K > 0$) يعني إنتاج كلي متزايد بزيادة عدد الوحدات المستخدمة من عنصر رأس المال .

ج - إنتاج متوسط للعمل متناقص يعني فعالية متناقصة للوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج المتغير (العمل) .

د – إنتاج متوسط لرأس المال متناقص يعني فعالية متناقصة للوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج الثابت .

<u>مثال رقم (2)</u>

1 – تقدير القيم المعبرة عن الإنتاج الكلي و الإنتاج المتوسط للعمل (L) و كذا الإنتاج المتوسط لرأس المال ($\overline{K}$) .

بالنسبة للإنتاج المتوسط للعمل و رأس المال فيقدران بنفس الطريقة التي اعتمدناها عند تقديرنا لهذين المصطلحين الإقتصاديين في التمرين السابق .

أما الإنتاج الكلي فيقدر في مثل هذه الحالة (حالة بيانات متقطعة) كما يلي :

$$q = \sum_{i=1}^{n} Pmg_{L_i}$$

و الحسابات الناتجة من هذه العلاقات الرياضية موضحة في الجدول التالي :

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\overline{K}$	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
q	0	15	35	60	80	95	105	110	110	105
PM_L	-	15	17.5	20	20	19	17.5	15.7	13.75	11.67
$Pmg_{\overline{K}}$	-	3	7	12	16	19	21	22	22	21
Pmg_L	-	15	20	25	20	15	10	5	0	- 5

2 – التأكد من صحة العلاقات الموجودة بين كل من الإنتاج الكلي و الحدي من جهة و بين الإنتاج الحدي و المتوسط من ناحية أخرى .

العلاقة بين الإنتاج الكلي و الحدي

إلى غاية الوحدة الثالثة من عنصر العمل ($L = 3$) الإنتاج الحدي للعمل موجب و متزايد و الإنتاج الكلي متزايد

و بمعدل متزايد حيث نلاحظ أن مساهمة الوحدة الثالثة من العمل في الإنتاج الكلي (25) أكبر من مساهمة الوحدة الثانية (20) و هذه الأخيرة أكبر منمساهمة الوحدة الأولى (15) .

- إلى غاية الوحدة السابعة من العمل $3 < L \leq 7$ الإنتاج الحدي للعمل موجب و متناقص و الإنتاج الكلي متزايد و لكن بمعدل متناقص حيث نلاحظ أن مساهمة الوحدة السادسة مثلا في الإنتاج الكلي (10) أقل من مساهمة الوحدة السابقة لها أي الخامسة (15) و هكذا بالنسبة لمختلف قيم L الأكبر من ثلاثة و الأقل من سبعة .

- عند الوحدة السابعة من العمل يكون الإنتاج الحدي للعمل معدوما و الإنتاج الكلي أعظميا .

- و من أجل $L > 7$ فإن الإنتاج الحدي يصبح سالبا و الإنتاج الكلي متناقصا .

العلاقة بين الإنتاج المتوسط و الحدي للعمل :

* قبل وصول الإنتاج المتوسط للعمل أو أي عنصر انتاجي آخر إلى أقصى مستوى له يكون أقل من الإنتاج الحدي لذات العنصر الإنتاجي حيث نلاحظ أن الجزء من المنحنى الممثل للإنتاج المتوسط يقع أسفل المنحنى الممثل للإنتاج الحدي .

* منحنى الإنتاج الحدي للعمل يقطع منحنى الإنتاج المتوسط عندما يكون هذا الأخير أعظميا ، حيث يتساوى Pmg_L مع PM_L .

- و أن منحنى الإنتاج المتوسط عندما يكون هذا الأخير متناقصا يقع فوق منحنى الإنتاج الحدي .

و هذه هي مختلف أنواع العلاقات القائمة بين كل من الإنتاج الكلي و الإنتاج الحدي و بين هذا الأخير و الإنتاج المتوسط .

<u>مثال رقم (3)</u>

1 - تقدير القيم المعبرة عن الإنتاج الكلي و الحدي لعنصر العمل ، و كذا الإنتاج المتوسط لرأس المال ($\overline{K}$)

بالنسبة للإنتاج الحدي للعمل و الإنتاج المتوسط لرأس المال فيقدران بنفس الكيفية التي كنا قد قدرنا بها هذين المصطلحين الإقتصاديين سابقا .

أما بالنسبة للإنتاج الكلي في حالة معرفتنا للإنتاج المتوسط فيقدر كما يلي :

$$q = PM_L . L$$

و الحسابات الناتجة من هذه العلاقة إلى جانب المصطلحين السابقين فهي موضحة في الجدول التالي :

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\overline{K}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
q	0	10	25	45	60	70	75	75	70	60
PM_L	-	10	12.5	15	15	14	12.5	10.7	8.75	6.67
Pmg_L	-	10	15	20	15	10	5	0	- 5	- 10
$Pmg_{\overline{K}}$	-	10	25	45	60	70	75	75	70	60

2 – إثبات سالبية الإنتاج الحدي لرأس المال في المنطقة الأولى للإنتاج بالنسبة للعمل

لتوضيح ذلك نعتبر أن دالة الإنتاج المعبر عنها بهذه الصورة متجانسة و خطية ، ثم نقوم بتغيير دور عنصري الإنتاج في عملية الإنتاج حيث يصبح رأس المال الذي كان ثابتا متغيرا في حين يصبح العمل عنصرا ثابتا .

و للحصول على البيانات المتعلقة بالإنتاج الكلي و على اعتبار الإفتراض الذي ينص على ثبات الغلة بمعنى أن الوحدة من العمل تكافىء الوحدة من رأس المال و هكذا .

فإن استخدام وحدة من العمل مع وحدة من رأس المال $\frac{L}{K} = \frac{1}{1}$ حققت حجما انتاجيا مساويا لـ 10 وحدات ، فإن استخدام وحدة من رأس المال مع وحدة من العمل $\frac{K}{L} = \frac{1}{1}$ ستحقق نفس الكمية المنتجة أي 10 وحدات .

و استخدام وحدتين من العمل مع وحدة من رأس المال حققت حجما انتاجيا مساويا لـ 25 وحدة ، و بالتالي فإن استخدام $\frac{1}{2}$ كميات العمل و رأس المال لابد و أن تنتج $\frac{1}{2}$ الـ 25 وحدة أي 12.5 وحدة ، و هكذا إلى غاية بلوغ الوحدة $\frac{1}{9}$ من رأس المال مع وحدة من العمل .

و بهذه الطريقة يتم الحصول على الإنتاج الكلي عندما يصبح رأس المال متغيرا و العمل ثابتا .

و بالنسبة لكل من الإنتاج المتوسط و الحدي لرأس المال فيتم تحديدهما وفق القاعدتين المعروفتين :

$$PM_K = \frac{PT_K}{K}$$

$$Pmg_K = \frac{\Delta PT_K}{\Delta K}$$

و الجدول التالي يشتمل على مختلف البيانات المتعلقة بالنواتج الثلاث PT_K ,PM_K ,Pmg_K

L	1	1	1	1	1	1	1	1	1
K	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$
PT_K	10	12.5	15	15	14	12.5	10.7	8.75	7.67
PM_K	10	25	45	60	70	75	75	70	60
Pmg_K	-	-30	- 15	0	20	45	75.6	109.2	149.6

المنطقة الأولى للإنتاج ↙ المنطقة الثانية للإنتاج المنطقة الثالثة للإنتاج

بالنسبة لرأس المال بالنسبة لرأس المال بالنسبة لرأس المال

إذن و كما يبدو من هذا الجدول فإن الإنتاج الحدي لرأس المال في المنطقة الأولى للإنتاج بالنسبة لرأس المال يكون سالبا .

<u>مثال رقم (4)</u>

1 – تحديد دالتي الإنتاج المتوسط و الحدي للعمل

* دالة الإنتاج المتوسط للعمل PM_L

$$PM_L = 30 + 6L - \frac{1}{3}L^2$$

* دالة الإنتاج الحدي للعمل Pmg_L

$$Pmg_L = \frac{dq}{dL} = 30 + 12L - L^2$$

2 – الوحدة من العمل (L) التي يبدأ عندها سريان قانون تناقص الغلة

يبدأ سريان قانون تناقص الغلة بعد بلوغ الإنتاج الحدي لعنصر الإنتاج المتغير العمل (L) أقصى مستوى له .

و تبلغ أية دالة قيمتها الأعظمية بتحقق شرطين :

شرط لازم و يقضي بأن يكون مشتق هذه الدالة مساويا للصفر .

و شرط كافي و يقضي بأن يكون المشتق الثاني للدالة سالبا .

الشرط اللازم وحدات $\frac{dPmg_L}{dL} = 0 \rightarrow 12 - \underset{=0}{\frac{2}{}} \rightarrow L = 6$

الشرط الكافي $\frac{d2(Pmg_L)}{dL^2} = -2 < 0$

الشرط الكافي متحقق ، و عليه فإنه من أجل L = 6 يكون الإنتاج الحدي للعمل أعظميا .

و من أجل هذه الوحدة يبدأ سريان قانون تناقص الغلة .

* حجم النواتج الثلاث عند هذا الحد :

$$q = 30(6) + 6(6)^2 - \frac{1}{3}(6)^3$$

$$= 180 + 216 - 72 = 324 \text{ وحدة}$$

$$PM_L = 30 + 6(6) - \frac{1}{3}(6)^2$$

$$= 30 + 36 - 12 = 54 \text{ وحدة}$$

$$Pmg_L = 30 + 12(6) - (6)^2$$

$$= 30 + 72 - 36 = 66 \text{ وحدة}$$

3 – تحديد الوحدة من العمل عند الحد الفاصل بين المنطقتين الأولى و الثانية للإنتاج بالنسبة للعمل

الحد الفاصل بين هاتين المنطقتين يتحدد من أجل الوحدة من العمل التي يكون من أجلها الإنتاج المتوسط للعمل أعظميا و يكون هذا الأخير كذلك عندما يتساوى مع الإنتاج الحدي للعمل أي

$$Max\ PM_L \leftrightarrow PM_L = Pmg_L$$

$$30\ +12L - L^2 = 30 + 6L - \frac{1}{3}L^2$$

$$36 \qquad L - 3L^2 = 18L - L^2 \rightarrow$$

$$36L\ + L^2 - 18L - 3L^2 = 0$$

$$-2\ \ L^2 + 18L = 0 \rightarrow 2L(9 - L) = 0$$

$$(L = 9)$$

من أجل L = 9 فإن الإنتاج المتوسط للعمل يكون أعظميا .

حجم النواتج عند هذا الحد :

$$q = 30(9) + 6(9)^2 - \frac{1}{3}(9)^3$$

$$= 270 + 468 - 243 = 513 \text{ وحدة}$$

$$PM_L = 30 + 6(9) - \frac{1}{3}(9)^2$$

$$= 30 + 54 - 27 = 57 \text{ وحدة}$$

$$Pmg_L = \ 30 + 12(9) - (9)^2$$

$$= 30 + 108 - 81 = 57 \text{ وحدة}$$

4 - تحديد الوحدة من العمل في الحد الفاصل بين المنطقتين الثانية و الثالثة للإنتاج بالنسبة للعمل

الحد الفاصل بين المنطقتين الثانية و الثالثة للإنتاج بالنسبة للعمل يتحدد من أجل الوحدة من العمل التي يكون من أجلها الإنتاج الحدي للعمل معدوما أي $Pmg_L = 0$

$$Pmg_L\ = 0 \leftrightarrow 30 + 12L - L^2 = 0$$

$$\Delta = \ 144 + 120 = 264$$

$$\sqrt{\Delta} = 16.25$$

$$L_1 = \frac{-12-16.25}{-2} = 14.125 \text{ وحدة}$$

$L_2 = \frac{-12+16.25}{-2} = -2.125 < 0$ مرفوض

حجم النواتج الثلاث عند هذا الحد

$$q = 30(14.125) + 6(14.125)^2 - \frac{1}{3}(14.125)^3$$

$$= 123.75 + 1197.094 - 939.368 = 681.46 \text{ وحدة}$$

$$PM_L = 30 + 6(14.125) - \frac{1}{3}(14.125)^2$$

$$= 30 + 84.75 - 66.51 = 48.24 \text{ وحدة}$$

$$Pmg_L = 30 + 12(14.125) - (14.125)^2$$

$$= 30 + 169.5 - 199.5 = 0$$

أ – إن هذه المؤسسة عاجزة عن تغطية حجم الطلب المقدر بـ 700 وحدة في حين أن الإنتاج لم يتجاوز 681.46 وحدة .

ب – إذا كان حجم الطلب في السنوات العشر القادمة 700 وحدة خلال كل سنة فما على هذه المؤسسة سوى القيام بتعديل الوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج الثابت بمعنى أنها ستتحول إلى الفترة الطويلة .

1 . 3 . دالة الإنتاج في الفترة الطويلة

في الفترة الطويلة - و كما سبق أن بينا - يكون بإمكان المؤسسة أن تعدل من عدد الوحدات المستخدمة من جميع عناصر الإنتاج التي تستفيد من خدماتها خلال انجازها لعملية انتاج معينة .

فإذا حصرنا عناصر الإنتاج في عنصرين هما العمل (L) و رأس المال (K) فإن دالة الإنتاج تأخذ الصورة التالية :

$$q = f(L, K)$$

إن تغير عدد الوحدات المستخدمة من عنصري العمل و رأس المال في نفس الوقت ، يعني أن هناك تغير في حجم المؤسسة ، أي حجم طاقتها الإنتاجية (مستوى نشاطها) و يصاحب هذا التغير تغير في حجم الإنتاج المتحقق أو الغلة حسب الغستعمال القائم في هذا المقام ، و لعل هذا هو السبب الذي دفع بالإقتصاديين إلى استخدام عبارة " غلة الحجم " و اعتباره بمثابة القانون الذي يحكم تطور الإنتاج خلال الفترة الطويلة .

أولا : غلة الحجم

سنتناول في هذه الفقرة تعريف غلة الحجم ، أنواعها ، طرق تحديدها .

1 - تعريف غلة الحجم

تعرف غلة بأنها التغير الحاصل في الإنتاج الكلي ، نتيجة تغير عدد الوحدات المستخدمة من عنصري العمل و رأس المال بنفس النسبة .

2 - أنواع غلة الحجم

غلة الحجم تأخذ أحد الأنواع الثلاثة التالية :

غلة الحجم المتناقصة ، غلة الحجم الثابتة ، غلة الحجم المتزايدة .

أ - غلة الحجم المتناقصة

إذا ترتب مضاعفة عنصري الإنتاج العمل (L) و رأس المال (K) بنفس النسبة مثلا ، فإن الإنتاج الكلي سيتضاعف بنسبة أقل من (t) .

ب - غلة الحجم الثابتة

نكون أمام هذا النوع من أنواع غلة الحجم إذا ترتب عن مضاعفة عنصري الإنتاج العمل (L) و رأس المال (K) بنفس النسبة (t) مثلا ، فإن الإنتاج الكلي سيتضاعف بنفس تلك النسبة أي (t) .

ج – غلة الحجم المتزايدة

نكون أمام هذا النوع من أنواع غلة الحجم إذا ترتب عن مضاعفة عنصري الإنتاج العمل (L) و رأس المال (K) بنفس النسبة (t) مثلا ، فإن الإنتاج الكلي سيتضاعف بنسبة أكبر من (t) .

3 - طرق التعرف على نوعية غلة الحجم (متناقصة ، ثابتة ، متزايدة) توجد عدة طرق سنتعرف عليها فيما يلي :

أ - عن طريق دراسة تجانس الدالة

إن درجة التجانس تعكس نوعية غلة الحجم

أقل من 1 غلة حجم متناقصة

تساوي 1 غلة حجم ثابتة

أكبر من 1 غلة حجم متزايدة

و نقول عن دالة إنتاج $q = f(L, K)$ أنها متجانسة من الدرجة (n) ، إذا ترتب عن مضاعفة عنصري الإنتاج العمل (L) و رأس المال (K) فبنفس النسبة (t) ، فإن الإنتاج الكلي سيتضاعف بنسبة (t^n) ، و هذا يعني ضرورة تحقق الشرط التالي :

$$q_n = f(tL\,, tK) = t^n f(L, K) = t^n q$$

فإذا كانت $n > 1$ أي أن $q^n > t$ فذلك يعني أن مضاعفة عنصري الإنتاج العمل (L) و راس المال (K) بنفس النسبة (t) ترتب عنه مضاعفة الإنتاج الكلي بنسبة أكبر $t^{n>1}$ و هذه حالة غلة الحجم المتزايدة .

و إذا كانت $n = 1$ أي أن $t^n = t$ فذلك يعني أن مضاعفة عنصري الإنتاج العمل (L) و رأس المال (K) بنفس النسبة أدى إلى مضاعفة الإنتاج الكلي بنفس النسبة $(t)^{n=1}$ و هذه غلة الحجم الثابتة .

و إذا كانت $n < 1$ أي $t^n < t$ فذلك يعني أن مضاعفة عنصري العمل (L) و رأس المال (K) بنفس النسبة (t) ترتب عنه مضاعفة الإنتاج الكلي بنسبة أقل $(t)^{n<1}$ و هذه حالة غلة الحجم المتناقصة .

ب - عن طريق تطبيق متطابقة أويلر

قبل الحديث عن مضمون هذه المتطابقة نشير إلى أن كل دالة متجانسة تحقق متطابقة " أويلر " و تنص هذه المتطابقة على أن مجموع جداءات النواتج الحدية لعناصر الإنتاج بعدد الوحدات المستخدمة منها يساوي إلى جداء الكمية المنتجة بـ n أي :

$$q_* = \frac{\partial q}{\partial L}.L + \frac{\partial q}{\partial K}.K = n.q$$

و نقول عن هذه الدالة أنها متجانسة من الدرجة (n) فإذا كانت $n > 1$ فذلك يعني أن مضاعفة عنصري الإنتاج العمل (L) و رأس المال (K) بنفس النسبة أدى إلى مضاعفة الإنتاج بنسبة أكبر و هذه هي حالة غلة الحجم المتزايدة .

و إذا كانت $n = 1$ فذلك يعني أن مضاعفة عنصري الإنتاج العمل (L) و رأس المال (K) بنفس النسبة أدى إلى مضاعفة الإنتاج الكلي بنفس تلك النسبة و هذه هي حالة غلة الحجم الثابتة .

و إذا كانت $n < 1$ فذلك يعني أن مضاعفة عنصري الإنتاج العمل (L) و رأس المال (K) بنفس النسبة ترتب عنه مضاعفة الإنتاج الكلي بنسبة تقل عن تلك النسبة و هذه هي حالة غلة الحجم المتناقصة .

ب 1 - مضمون متطابقة أو قاعدة " أويلر "

إن هذه القاعدة مأخوذة من إحدى نظريات التوزيع ، و المعروفة في الأدبيات الإقتصادية باسم " نظرية أويلر في التوزيع " ، و تشير هذه النظرية إلى أنه إذا كانت عناصر الإنتاج التي تستفيد المؤسسة من خدماتها تعوض نتيجة مساهمتها في عملية الإنتاج حسب نواتجها الحدية فإن مجموع ما تحصل عليه هذه العناصر من عوائد يكون إما مساويا لإجمالي الإنتاج المتحقق و ذلك إذا كانت دالة الإنتاج متجانسة من الدرجة الأولى (n=1) (غلة حجم ثابتة) أو أن

ما تحصل عليه يكون أقل من الإنتاج المتحقق و ذلك إذا كانت دالة الإنتاج متجانسة من درجة أقل من الدرجة الأولى

(n< 1) (غلة حجم متناقصة) أو أن يكون مجموع ما تحصل عليه يكون أكبر من الإنتاج المتحقق إذا كانت الدالة متجانسة من درجة تفوق الدرجة الأولى (n> 1) (غلة حجم متزايدة) .

ب 2 - تفسير الحالات السابقة

- إذا كانت (n=1) (غلة حجم ثابتة)

$$q_* = \frac{\partial q}{\partial L} L + \frac{\partial q}{\partial K} K = n.q = q$$

في مثل هذه الحالة إذا قامت المؤسسة بتعويض عنصري العمل و رأس المال نتيجة استفادتها من خدماتها على أساس ناتجيها الحديين ، فإن مجموع ما يحصل هذين العنصرين من عوائد نتيجة مساهمتهما في عملية الإنتاج مساويا إلى إجمالي الإنتاج المتحقق ، بمعنى أن هذا الإنتاج يستنفد بكامله من قبل هذين العنصرين الإنتاجيين ، و نكون هنا أمام القاعدة المعروفة باسم قاعدة " نفاذ المنتوج " .

- و إذا كانت (n< 1) (غلة حجم متناقصة)

$$q_* = L \frac{\partial q}{\partial L} + K \frac{\partial q}{\partial K} = n.q < q$$

في مثل هذه الحالة لا يأخذ عنصرا الإنتاج كل الإنتاج المتحقق ، بل جزءا منه فقط ، و هنا تكون المؤسسة قد توسعت في استخدام عنصري الإنتاج أي توسعت في حجمها (مستوى نشاطها) أكثر من اللازم ، و من الأفضل لها أن تتجزأ حتى تتلافى الضياع المترتب عن هذا التوسع الزائد عن حاجة المؤسسة .

– و إذا كانت (n> 1) (غلة حجم متزايدة)

$$q_* = L \frac{\partial q}{\partial L} + K \frac{\partial q}{\partial K} = n.q > q$$

و في مثل هذه الحالة ، التعويض الذي يأخذاه عنصرا الإنتاج يكون أكبر من الإنتاج المتحقق ، و هذا أمر مستبعد ، ومصلحة المؤسسة في مثل هذه الحالة تقتضي التوسع في استخدام عنصري الإنتاج ، طالما أنها تتحقق نتيجة هذا التوسع زيادة أكبر في الإنتاج الكلي .

ج - عن طريق مرونة الحجم

و يقصد بمرونة الحجم مجموع مرونات الإنتاج بالنسبة لمختلف عناصر الإنتاج

$$e_q/_h = e_q/_L + e_q/_K$$

حيث : $e_q/_h$ مرونة الحجم

$e_q/_L$ مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل

$e_q/_K$ مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال

فإذا كانت $e_q/_h = 1$ فإن الإنتاج الكلي يزداد بنفس نسبة زيادة عنصري الإنتاج و نكون أمام حالة غلة الحجم الثابتة .

فإذا كانت $e_q/_h < 1$ فإن الإنتاج الكلي يزداد بنسبة تقل عن نسبة زيادة عنصري الإنتاج و نكون أمام حالة غلة الحجم المتناقصة .

و إذا كانت $e_q/_h > 1$ فإن الإنتاج الكلي يزداد بنسبة أكبر من نسبة زيادة عنصري الإنتاج و نكون أمام حالة غلة الحجم المتزايدة .

3 - تطبيق العلاقة التالية :

$$q_* = \frac{f(tL\,,tK)}{tf(L\,,K)} = th$$

فإذا كانت :

$\frac{\partial q_t}{\partial t} = 0$ كنا أمام حالة غلة الحجم الثابتة .

$\frac{\partial q_t}{\partial t} < 0$ كنا أمام حالة غلة الحجم المتناقصة .

$\frac{\partial q_t}{\partial t} > 0$ كنا أمام حالة غلة الحجم المتزايدة .

مثال حول دالة الإنتاج في الفترة الطويلة

تعتمد إحدى المؤسسات المتخصصة في انتاج العجائن الغذائية فنا انتاجيا معبرا عنه بالصيغة الرياضية التالية :

$$q = 6KL - 3L^2 - K^2$$

و المطلوب :

1 - حدد نوعية غلة الحجم التي يمر بها انتاج هذه المؤسسة .

2 - حدد دالتي الطلب على عنصري العمل و رأس المال .

3 - فسر الدلالة التي يعبر عنها مضروب لاغرانج .

4 - قدر عدد الوحدات المستخدمة من عنصري العمل و رأس المال علما أن $P_L = 10$ ، $P_K = 14$ ، $c = 726$.

5 - تقدير قيم المعدل الحدي للإحلال الفني عند وضع التوازن ، و علق على نتيجته .

6 - في حال انخفاض كلفة استخدام الوحدة من العمل إلى 8 وحدات نقدية ، فما هو حجم الميزانية التي ينبغي أن تخصصها هذه المؤسسة حتى تضمن الاحتفاظ بنفس حجم الإنتاج .

7 - مثل نتيجتي السؤالين الرابع و السادس بيانيا .

8 - بعد أن تحدد معادلتي الإنتاجية مثل المنحنيين الممثلين لهاتين الدالتين على نفس الشكل المحدد بالسؤال 7 .

9 - في حال تغير الميزانية المختصة لعنصري الإنتاج ، كيف نسمي المنحنى الواصل بين مختلف قيم هذه الميزانية ، تأكد من وقوعه داخل المنطقة الإقتصادية للإنتاج .

10 – قدر مرونتي الإنتاج بالنسبة للعمل و رأس المال و علق على نتيجتهما .

حل مثال الإنتاج في الفترة الطويلة

1 - التعرف على المرحلة التي يمر بها الإنتاج الكلي بالمؤسسة .

و سوف نعتمد في ذلك على متطابقة " أويلر "

$$L\frac{\partial q}{\partial L} + K\frac{\partial q}{\partial K} = L(K - L) + K(6L - K)$$

$$= 6KL - 6L^2 + 6KL - 2K^2$$

$$= 2.6KL - 3L^2 - K^2$$

$$= 2q$$

$n > 1$ إذن الإنتاج يمر بمرحلة غلة الحجم المتزايدة .

و في مثل هذه الحالة يكون الإجراء المناسب الذي ينبغي على هذه المؤسسة إتباعه هو التوسع في استخدام عنصري العمل و رأس المال .

2 - تحديد دالتي الطلب على عنصري العمل و رأس المال

تحدد دوال الطلب على عناصر الإنتاج بنفس الكيفية التي اعتمدناها في تحديد دوال الطلب على السلع و الخدمات عند دراستنا لسلوك المستهلك ، أي باعتماد طريقة النواتج الحدية أو طريقة

الميول (ميل منحنى الناتج المتساوي و ميل خط التكلفة المتساوية) أو بالإعتماد على الطرق الرياضية طريقة التعويض أو طريقة مضروب لاغرانج .

و سوف نعتمد في الإجابة على هذا السؤال على طريقة مضروب لاغرانج

$$= 6KL - 3L^2 - K^2 + \lambda\,(C - LP_L - KP_K)$$

الشرط اللازم : $\frac{\partial u}{\partial \lambda} = 0\,, \frac{\partial u}{\partial K} = 0\,, \frac{\partial u}{\partial L} = 0$

$$\frac{\partial u}{\partial L} = (6K - 6L) - P_L = 0 \rightarrow 6K - 6L = P_L \ldots (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial K} = (6L - 2K) - P_K = 0 \rightarrow 6L - 2K = P_K \ldots (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \lambda} = c - LP_L - KP_K = 0 \ldots (3)$$

إن الطرف الأيسر في المعادلتين (1) ، (2) ما هو سوى الإنتاج الحدي لكل من العمل و رأس المال ، أي

$$\partial q/_{\partial L} = P_L \rightarrow = \frac{\partial q/_{\partial L}}{P_L}$$

$$\partial q/_{\partial K} = P_K \rightarrow = \frac{\partial q/_{\partial K}}{P_K}$$

و منه

$$\begin{cases} \lambda = \frac{\partial q/_{\partial L}}{P_L} = \frac{\partial q/_{\partial K}}{P_K} \\ c = LP_L + KP_K \end{cases}$$

نموذج التوازن المقابل لنموذج التوازن الخاص بنظرية المنفعة الحدية

تفسير هذا النموذج

بالنسبة لـ $\frac{\partial q/_{\partial L}}{P_L} = \frac{\partial q/_{\partial K}}{P_K}$

عند الحل الأمثل يجب أن تكون النواتج الحدية لعناصر الإنتاج منسوبة لأسعارها متساوية فيما بينها .

أو عند الحل الأمثل يجب أن تكون النواتج الحدية لعناصر الإنتاج مستقلة (مرجحة) بتكاليفها متساوية فيما بينها .

و بالنسبة لـ $C = LP_L + KP_K$

فيعني أن الميزانية المخصصة لعناصر الإنتاج يجب أن تكون مساوية تماما لما أنفق فعلا على هذه العناصر

بقسمة (1) على (2) نجد : $\frac{\partial q/_{\partial L}}{\partial q/_{\partial K}} = \frac{P_L}{P_K}$

$$C = LP_L + KP_K$$

نموذج التوازن المقابل لنموذج التوازن الخاص بنظرية منحنيات السواء

تفسير هذا النموذج

بالنسبة لـ $\frac{\partial q/_{\partial L}}{\partial q/_{\partial K}} = \frac{P_L}{P_K}$

عند الحل الأمثل يجب أن تكون النسبة بين الإنتاج الحدي للعمل و الإنتاج الحدي لرأس المال مساوية للنسبة بين تكاليف استخدام الوحدة من هذين العنصرين الإنتاجيين .

أو عند الحل الأمثل يجب أن يكون المعدل الحدي للإحلال الفني بين عنصري العمل و رأس المال المرغوب (المقدر على منحنى الناتج المتساوي) مساويا للمعدل الحدي للإحلال الفني بين عنصري الإنتاج الممكن (المقدر على خط التكلفة المتساوية) .

و بالنسبة لـ $C = LP_L + KP_K$

فهذا يعني أن النقطة الممثلة للتوليفة من عنصري الإنتاج المحققة لوضع التوازن تقع على خط التكلفة المتساوية تماما ليست أعلى و لا أسفل منه .

3 - تفسير مضروب لاغرانج

أ - في حالة تعظيم الإنتاج تحت قيد التكلفة

لدينا من المعادلتين (1) و (2) من معادلات الشرط اللازم لتعظيم الإنتاج تحت قيد التكلفة باستخدام طريقة مضروب لاغرانج

$$\partial q/_{\partial L} = \boldsymbol{\lambda} P_L \rightarrow P_L = \frac{\partial q/_{\partial L}}{\boldsymbol{\lambda}}$$

$$\partial q/_{\partial K} = \boldsymbol{\lambda}\, P_K \rightarrow P_K = \frac{\partial q/_{\partial K}}{\boldsymbol{\lambda}}$$

و بمفاضلة المعادلة (3) نجد :

$$\ldots(1) dc = P_L dL + P_K dK$$

و بمفاضلة دالة الإنتاج نجد :

$$dq = {}^{\partial q}/_{\partial L}\, dL + {}^{\partial q}/_{\partial K}\, dK \ldots(2)$$

و بالتعويض عن P_L و P_K بما يساويهما في (1) نجد :

$$dc = \frac{{}^{\partial q}/_{\partial L}}{\boldsymbol{\lambda}} dL + \frac{{}^{\partial q}/_{\partial K}}{\boldsymbol{\lambda}} dK \rightarrow$$

$$\boldsymbol{\lambda}\, dC = \underbrace{{}^{\partial q}/_{\partial L}\, dL + {}^{\partial q}/_{\partial K}\, dK}_{dq}$$

$$\boldsymbol{\lambda}\, dc = dq$$

و منه : $\boldsymbol{\lambda} = \frac{dq}{dc}$

مضروب لاغرانج في مثل هذه الحالة يعبر عن مقلوب التكلفة الحدية

ب - في حالة تدنية التكاليف تحت قيد الإنتاج من المعادلتين (1) ، (2) المشار إليهما سابقا نجد :

$$P_L = \boldsymbol{\lambda}\ {}^{\partial q}/_{\partial L}$$

$$P_K = \boldsymbol{\lambda}\ {}^{\partial q}/_{\partial K}$$

و بالتعويض في العلاقة (1) السابقة نجد :

$$dc = \boldsymbol{\lambda}\ {}^{\partial q}/_{\partial L}\, dL + \boldsymbol{\lambda}\ {}^{\partial q}/_{\partial K}\, dK$$

$$= \frac{\boldsymbol{\lambda}({}^{\partial q}/_{\partial L} dL + {}^{\partial q}/_{\partial K} dK)}{dq}$$

$$dc = \boldsymbol{\lambda}\ dq$$

و منه : $\boldsymbol{\lambda} = \frac{dc}{dq}$

مضروب لاغرانج في مثل هذه الحالة يعبر عن التكلفة الحدية .

بعد هذه التغييرات نعود للإجابة على محتوى هذا السؤال

$$\frac{6K-6L}{6L-2K} = \frac{P_L}{P_K} \rightarrow P_K(6K-6L) = P_L(6L-2K)$$

$$6KP_K - 6LP_K = 6LP_L - 2KP_L \ \rightarrow$$

$$6KP_K + 2KP_L = 6LP_L + 6LP_K$$

$$K(6P_K + 2P_L) = L(6P_L + 6P_K) \rightarrow$$

$$K(3P_K + P_L) = L(3P_L + 3P_K)$$

و منه :

$$K = \left(\frac{3P_L+3P_K}{3P_K+P_L}\right) L \ldots (4)$$

بالتعويض في المعادلة (3) نجد :

$$c - LP_L - \left(\frac{3P_L+3P_K}{3P_K+P_L}\right) LP_K = 0 \ \rightarrow$$

$$c(3P_K + P_L) - L(3P_K + P_L)P_L - L(3P_L + 3P_K)P_K = 0 \rightarrow$$

$$c(3P_K + P_L) \ - L(3P_KP_L + P_L^2) - L(3P_KP_L + 3P_K^2) = 0 \rightarrow$$

$$c(3P_K + P_L) - L(6P_KP_L + P_L^2 + 3P_K^2) = 0$$

و منه :

$$L = \left(\frac{3P_K+P_L}{6P_KP_L+P_L^2+3P_K^2}\right) C$$

دالة الطلب بالنسبة لعنصر العمل .

و بالتعويض في (4) نجد :

$$K = \left(\frac{3P_L+3P_K}{\cancel{3P_K+P_L}}\right)\left(\frac{\cancel{3P_K+P_L}}{6P_KP_L+P_L^2+3P_K^2}\right) c$$

$$K = \left(\frac{3P_K+3P_L}{6P_KP_L+P_L^2+3P_K^2}\right) c$$

دالة الطلب بالنسبة لعنصر رأس المال .

4 - تقدير عدد الوحدات المطلوبة من عنصري العمل و رأس المال

بالتعويض في دالتي الطلب P_L , P_K و C بما يساويها نجد :

$$L = \left(\frac{(3)(14)+10}{(6)(14)(10)+10^2+(3)(14^2)}\right)726$$

$$= \left(\frac{52}{840+100+588}\right)726 = \frac{37752}{1528}$$

$$L = 24.71 \text{ وحدة}$$

$$K = \left(\frac{(3)(14)+(3)(10)}{1528}\right)726 = \frac{52272}{1528}$$

$$K = 34.21$$

و من أجل $L = 24.71$ و $K = 34.21$ فإن حجم الإنتاج يكون مساويا لـ

$$q = 6(34.21)(24.71) - 3(24.71)^2 - (34.21)^2$$

$$q = 5072 - 1831.8 - 1170.2$$

$$q = 2070 \text{ وحدة}$$

5 – تقدير المعدل الحدي للإحلال الفني $TMST_{(L,K)}$ عند وضع التوازن .

عند وضع التوازن

$$TMST_{(L,K)} = \frac{P_L}{P_K} = \frac{10}{14} = 0.71$$

$$= \frac{Pmg_L}{Pmg_K} = \frac{6K-6L}{6L-2K} \approx \frac{3K-3L}{3L-K} \text{ أو}$$

$$= \frac{3(34.21)-3(24.71)}{(3)(24.71)-34.21} = \frac{102.63-74.13}{74.13-34.21} = \frac{28.5}{39.92}$$

$$= 0.71$$

التعليق على نتيجة $TMST_{(L,K)}$

من أجل أن تكون هذه المؤسسة في وضع التوازن (أفضل وضع ممكن) فإنها مستعدة لاستبدال 0.71 وحدة من رأس المال بوحدة إضافية من عنصر العمل تسمح لها بالإحتفاظ بحجم الإنتاج عند مستواه الأول أي 2070 وحدة .

6 - عند انخفاض تكلفة استخدام الوحدة من العمل إلى 8 وحدات نقدية ، و من أجل الإحتفاظ بنفس حجم الإنتاج (2070) فإن المؤسسة ستقوم بتعديل الميزانية المخصصة لعنصري الإنتاج مع حرصها على أن تكون هذه الميزانية في أدنى مستوياتها .

في مثل هذه الحالة نصبح أمام مشكلة جديدة للمؤسسة ، تقوم على أساس تدنية التكاليف تحت قيد الإنتاج

$$MinCT = 8L + 14K$$

$$S/_C\ 2070 = 6KL - 3L^2 - K^2$$

و سوف نعتمد في حل مشكلة هذه المؤسسة على طريقة مضروب لاغرانج

$$V = 8L - 14K + \ (2070 - 6KL + 3L^2 + K^2)$$

الشرط اللازم : $\frac{\partial V}{\partial L} = 0$, $\frac{\partial V}{\partial K} = 0$, $\frac{\partial V}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = 0$

$$\frac{\partial V}{\partial L} = 8 - \ \boldsymbol{\lambda}\ (6K - 6L) = 0 \rightarrow 8 = \boldsymbol{\lambda}(6K - 6L)\ .\ .\ .\ (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial K} = 14 - \ \boldsymbol{\lambda}\ (6L - 2K) = 0 \rightarrow 14 = \ \boldsymbol{\lambda}\ (6L - 2K).\ .\ .\ (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = 2070 - 6KL + 3L^2 + K^2 = 0\ .\ .\ .\ (3)$$

بقسمة (1) على (2) نجد :

$$\frac{8}{14} = \frac{3K-3L}{3L-K} \rightarrow 24L - 8K = 42K - 42L \rightarrow$$

$$42K + 8K = 24L + 42L \rightarrow 50K = 66L \rightarrow$$

$$K = \frac{66}{80}L \rightarrow K = 1.32L\ .\ .\ .\ (4)$$

بالتعويض في (3) نجد :

$$2070 - 6(1.32L)L + 3L^2 + (1.74L)^2 = 0 \rightarrow$$

$$2070 - 7.92L^2 + 3L^2 + 1.74L^2 = 0 \rightarrow$$

$$2070 - 3.18L^2 = 0 \rightarrow L^2 = \frac{2070}{3.18} = 650.94$$

$$L = 25.5 \text{ وحدة}$$

و بالتعويض في (4) نجد :

$$K = (25.5)(1.32) \rightarrow K = 33.66 \text{ وحدة}$$

و من أجل هذه التوليفة تكون الميزانية المخصصة لها مساوية لـ

$$C = (8)(25.5) + (14)(33.66) = 204 + 471.24$$

$$C = 675.24 \text{ و . نقدية}$$

و للتأكد من أن هذه الميزانية هي أدنى ميزانية إنتاج يمكن أن تتحملها المؤسسة ، نلجأ إلى الشرط الكافي ، و الذي ينص على ضرورة كون المحدد الهيسي سالبا

$$\Delta = \begin{vmatrix} 6\boldsymbol{\lambda} & -6\boldsymbol{\lambda} & -(6K - 6L) \\ -6\boldsymbol{\lambda} & 2\boldsymbol{\lambda} & -(6L - 2K) \\ -(6K - 6L) & -(6L - 2K) & 0 \end{vmatrix}$$

نقوم من أجل إيجاد قيمة هذا المحدد بتقدير قيمة $(\boldsymbol{\lambda})$ و مختلف حدود هذا المحدد .

$$\boldsymbol{\lambda} = \frac{Pmg_L}{P_L} = \frac{6K-6L}{P_L} = \frac{(6)(33.66)-(6)(25.5)}{8}$$

$$= \frac{201.96-153}{8} = \frac{48.96}{8}$$

$$\boldsymbol{\lambda} = 6.12$$

$$\frac{Pmg_K}{P_K} = \frac{6L-2K}{P_K} = \frac{(6)(25.5)-(2)(33.66)}{14} \text{ أو}$$

$$= \frac{153-67.32}{14} = \frac{85.68}{14}$$

$$\boldsymbol{\lambda} = 6.12$$

$$-(6K - 6L) = -48.96 \quad , -(6L - 2K) = -85.68$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 36.72 & -36.72 & -48.96 \\ -36.72 & 12.24 & -85.68 \\ -48.96 & -85.68 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 36.72 & -36.72 & -48.96 \\ -36.72 & 12.24 & -85.68 \end{vmatrix}$$

$$= +(-154036.5 - 154036.5) - (0 + 269563.8 + 29340.3)$$

$$= -467977.1 < 0$$

الشرط الكافي متحقق ، و عليه فالتوليفة L=25.5 و K=33.66 و التي تحقق للمؤسسة حجم الإنتاج السابق (2070) تكلفة أقل ما يمكن .

6 - تمثيل نتيجتي السؤال الرابع و السادس بيانيا .

لدينا منحنى ناتج متساوي $q = 6KL - 3L^2 - K^2$ و لدينا خطي تكلفة متساوية .

تحديد موقع هذين الخطين على محوري عنصري الإنتاج .

من أجل $C = 726$ ، $P_L = 10$ ، $P_K = 14$

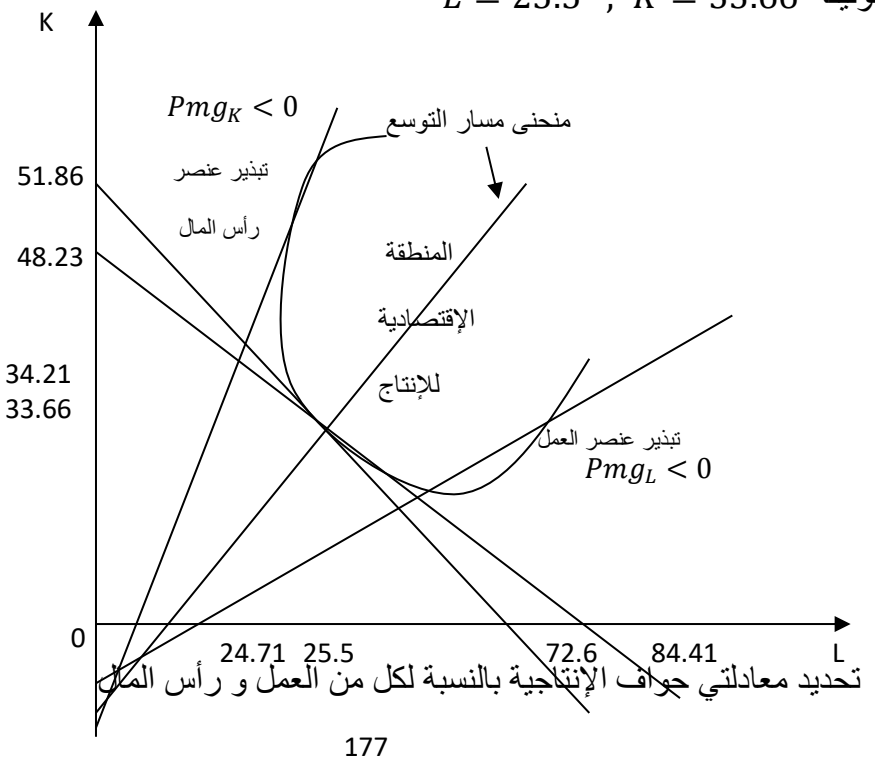
$$L = \frac{726}{10} = 72.6 \quad , \quad K = \frac{726}{14} = 51.86$$

و التوليفة $L = 24.71$ ، $K = 34.21$

و من أجل $C = 675.24$ ، $P_L = 8$ ، $P_K = 14$

$$\text{L} = \frac{675.24}{8} = 84.41 \quad , \quad K = \frac{675.24}{14} = 48.23$$

و التوليفة $L = 25.5$ ، $K = 33.66$



7 - تحديد معادلتي حواف الإنتاجية بالنسبة لكل من العمل و رأس المال

بالنسبة للعمل $Pmg_L = 0 \leftrightarrow 6K - 6L = 0 \rightarrow K = L$

بالنسبة لرأس المال $Pmg_K = 0 \leftrightarrow 6L - 2K = 0 \rightarrow 2K = 6L \rightarrow K = 3L$

إذن من خلال الشكل السابق نلاحظ أن المنطقة الإقتصادية للإنتاج و التي يكون فيها الإنتاج الحدي لكل من العمل و رأس المال موجبا تقع بالفعل بين حدود المعادلتين المحددتين لحواف الإنتاجية لعنصري الإنتاج (العمل و رأس المال).

- في حال تغير الميزانية المخصصة لعنصري الإنتاج فإن ذلك سيؤثر حتما على وضعية التوازن الأصلية للمؤسسة .

و بالتعويض في دالتي الطلب عن C بما يساويها نجد :

من أجل $C = 564.5$ فإن :

$$L = \frac{52}{1528}.564.5 = 19.21$$

$$K = \frac{72}{1528}.564.5 = 26.6$$

و من أجل $C = 847$ فإن :

$$L = \frac{52}{1528}.847 = 28.8$$

$$K = \frac{72}{1528}.847 = 39.9$$

و من أجل $C = 927.5$ فإن :

$$L = \frac{52}{1528}.927.5 = 31.6$$

$$K = \frac{72}{1528}.927.5 = 43.7$$

المنحنى الذي يصل بين مختلف التوليفات من عنصري العمل و رأس المال المعبرة عن أوضاع توازنية مختلفة نتيجة اختلاف الميزانية المخصصة لهذين العنصرين الإنتاجيين يسمى بمنحنى " مسار التوسع " .

9 - تقدير مرونتي الإنتاج بالنسبة للعمل و رأس المال

$$eq/_L = \frac{\partial q}{\partial L}.\frac{L}{q} = (6K - 6L).\frac{L}{q} = (6)(34.21) - (6)(24.71).\frac{24.71}{2070}$$

$$= \frac{(57)(24.71)}{2070}$$

$$eq/_L = \frac{1408.47}{2070} = 0.68$$

$$eq/_K = (6L - 2K).\frac{K}{q}$$

$$= (6)(24.71) - (2)(34.21).\frac{34.21}{2070}$$

$$eq/_K = 1.32$$

4.1 . دالة الإنتاج كوب – دوغلاس Cobb – Dougles

يمكن لدوال الإنتاج أن تأخذ عدة صور جدية ، غير أننا سنكتفي في هذا المقام أن نتعرف على واحدة من هذه الدوال و التي يعتمد عليها كثيرا في البحوث الاقتصادية و يتعلق الأمر بدالة الإنتاج كوب - دوغلاس و التي أخذت هذا الاسم نسبة للعاملين الأمريكيين أحدهما اقتصادي بول دوغلاس و الآخر رياضي شارل كوب ، حيث استخدما هذه الدالة في دراسة الاقتصاد الأمريكي حدث ذلك في سنة 1929 ، و تأخذ الصورة الرياضية التالية :

$$q = AL^{\alpha}K^{\beta}$$

حيث q تمثل حجم الإنتاج

A تمثل عددا ثابتا

L , K يمثلان الوحدات المستخدمة من رأس المال و العمل

α , β يمثلان ثابتان موجبان و لهما دلالات اقتصادية مختلفة

أولا : تحليل دالة الإنتاج كوب – دوغلاس

لهذه الدالة نفس الخصائص التي تشترك فيها كل دوال الإنتاج

1 - الإنتاج الحدي للعمل و رأس المال

أ - الإنتاج الحدي للعمل

$$Pmg_L = \frac{\partial q}{\partial L} = \alpha AL^{\alpha-1}K^{\beta}$$

ب – الإنتاج الحدي لرأس المال

$$Pmg_K = \frac{\partial q}{\partial K} = \beta AL^{\alpha}K^{\beta-1}$$

2 - الإنتاج المتوسط للعمل و رأس المال

أ - الإنتاج المتوسط للعمل

$$PM_L = \frac{q}{L} = AL^{\alpha-1}K^{\beta}$$

ب – الإنتاج المتوسط لرأس المال

$$PM_K = \frac{q}{K} = AL^{\alpha}K^{\beta-1}$$

3 - α ، β تمثلان مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل و رأس المال

أ - مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل

$$e_q/_L = \frac{Pmg_L}{PM_L} = \frac{\alpha AL^{\alpha-1}K^{\beta}}{AL^{\alpha-1}K^{\beta}} = \alpha$$

ب - مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال

$$e_q/_K = \frac{Pmg_K}{PM_K} = \frac{\beta AL^{\alpha}K^{\beta-1}}{AL^{\alpha}K^{\beta-1}} = \beta$$

الدلالة الاقتصادية الأولى لـ α ، β أنها تمثل مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل و رأس المال .

و يتضح من أن α و β لا يمكن أن تكون أكبر من الواحد لأن ذلك يعني أن زيادة العمل بنسبة معينة يترتب عنها زيادة في الإنتاج الكلي بنسبة أكبر ، و حيث أن المنتج يسلك سلوكا رشيدا فإنه يتوجب عليه التوسع في استخدام عنصر العمل و هذا غير صحيح ، كما أنها لا يمكن أن تكون مساوية للواحد و هذا يعني أن زيادة العمل بنسبة معينة يترتب عنه زيادة في الإنتاج الكلي بنفس النسبة ، أي أنه يحقق نفس الإنتاج مع زيادة الوحدات المستخدمة من عنصر العمل ، و هذا لا ينسجم مع السلوك الرشيد للمنتج .

4 - α ، β تمثلان نسبة العمل و رأس المال من الإيراد الكلي و لإثبات ذلك نفترض أن ثمن البيع هو P_q

و حيث أن أجر العامل = الإنتاج الحدي للعمل مقوما بوحدات نقدية حسب ما تنص عليه النظرية النيوكلاسيكية

$$P_q\ AL^{\alpha-1}K^{\beta} = P_q \alpha AL^{\alpha-1}K^{\beta}$$

الإيراد الكلي = ثمن البيع × الكمية المباعة

$$P_q\ AL^{\alpha}K^{\beta} = P_q\ AL^{\alpha}K^{\beta}$$

مجموع ما يحصل عليه العمال = أجر العامل × عدد العمال

$$S = P_q\ \alpha AL^{\alpha-1}K^{\beta}\ =\ P_q\ AL^{\alpha}K^{\beta}$$

$$\alpha\ = \frac{P_q\ \alpha AL^{\alpha}K^{\beta}}{P_q\ AL^{\alpha}K^{\beta}}$$ نسبة نصيب العمل من الإيراد الكلي =

و بنفس الكيفية يمكن إثبات أن

β = نصيب رأس المال من الإيراد الكلي

و هذه هي الدلالة الاقتصادية لـ α ، β

5 - المجموع $\alpha + \beta$ يمثل مرونة الحجم التي تعبر عن التغير النسبي في الإنتاج الكلي نتيجة التغير نتيجة التغير النسبي الحاصل في عنصري العمل و رأس المال فإذا كان هذا المجموع أكبر من الواحد ، فهذا يعني أن المنتج يمكنه التوسع في استخدام عنصري الإنتاج محققا بذلك وفورات الإنتاج الكبير ، و هذه هي مرحلة غلة الحجم المتزايدة ، أما إذا كان المجموع أقل من الواحد فإن المؤسسة تكون قد تخطت مرحلة وفورات الحجم إلى مرحلة الضياع و مصلحة المؤسسة أن تتجزأ (سبب عدم قدرتها على الرقابة على مختلف أقسام المؤسسة فتزداد تكلفة الوحدة و ذلك بسبب التوسع المفرط)

و عندما تحقق المؤسسة الحجم الأمثل فإن المجموع يجب أن يكون مساويا للواحد ($\alpha + \beta = 1$) (حالة الحجم الثابتة)

و بذلك فالمجموع $\alpha + 1$ يدل على غلة الحجم بينما تدل α على غلة الحجم في حال زيادة وحدات العمل وثبات وحدات رأس المال ، كما تدل β على غلة حجم الإنتاج بزيادة وحدات رأس المال و ثبات وحدات عنصر العمل .

ثانيا : عيوب دالة الإنتاج كوب – دوغلاس

من أهم عيوب هذه الدالة نذكر

أ - عند الحجم الأمثل (أي عند التوازن) فإن :

$$\alpha + \beta = 1$$

و على أساس هذه الدالة نصل إلى نتيجة هي أن كل المؤسسات ذات حجم واحد و قد تكون هذه النتيجة معقولة بالنسبة لسلعة تنتجها عدة مؤسسات في سوق تسودها المنافسة الكاملة ، و لكنها تكون غير منطقية بالنسبة لمؤسسات تعمل في أسواق أخرى ، حيث يتجلى اختلاف حجم المؤسسات .

ب - ما يهم الباحث التعرف فيما إذا كانت الدالة التي يستخدمها تساعده على قياس المعدل الحدي للإحلال الفني بين عنصري العمل و رأس المال .

$$TMST_{(L,K)} \quad \frac{Pmg_L}{Pmg_K}$$

$$= \frac{\alpha AL^{\alpha-1}K^{\beta}}{\beta AL^{\alpha}K^{\beta-1}} = \frac{\alpha}{\beta}\frac{K}{L}$$

و حيث أن K ، L تقاسان بمقاييس مختلفة ، لذلك فإنه يفكر في مرونة الإحلال .

$$e = \frac{d(K/L)}{dTMST_{(K,L)}} . \frac{TMST_{(K,L)}}{K/L}$$

$$\frac{\beta}{\alpha} . \frac{\alpha}{\beta} = 1$$

و هذا عيب آخر لدالة الإنتاج " كوب – دوغلاس " حيث أنها تدل على مرونة إحلال ثابتة ، و هو أمر لا يتفق مع الواقع في الكثير من الحالات حيث أن مرونة الإحلال تكون ضعيفة جدا ، لأن الإحلال بين عنصري الإنتاج يتم في حدود ضعيفة جدا .

ثالثا:استخدام دالة الإنتاج " كوب – دوغلاس " في تقدير نسبة التقدم الفني في مؤسسة ، صناعة ، اقتصاد ما

يتم تقدير نسبة التقدم الفني في مؤسسة صناعة ، اقتصاد ما من خلال الفرق بين مؤشر الفن الإنتاجي السائد في فترتين زمنيتين و قسمته على مستوى هذا الفن في سنة الأساس و ضرب النتيجة في 100 ، و هذا كما هو موضح في العلاقة التالية :

$$\frac{A_2 - A_1}{A_1} . 100$$

و سنقوم بتوضيح هذا الأمر من خلال معطيات المثال التالي :

الجدول التالي يشتمل على بيانات حول المستخدم من عنصري الإنتاج و رأس المال و حجم الإنتاج المتحقق ونصيب عنصر العمل من الإيراد الكلي في سنتين مختلفتين لصناعة ما

السنة	L	K	q	نصيب العمل من RT
1990	2.96	2.21	85	0.66
2011	4.67	4.6	165	0.67

و المطلوب

1 - أحسب نسبة التقدم الفني عام 2011 مقارنة بنتائج 1990 لهذه الصناعة مع العلم أن شروط التوازن متحققة و ذلك بالاعتماد على دالة الإنتاج " كوب – دوغلاس "

الحل :

دالة الإنتاج " كوب – دوغلاس "

$$q = AL^{\alpha}K^{\beta}$$

حيث q يمثل حجم الإنتاج .

A يمثل مؤشر للدلالة على المستوى الفني الإنتاجي السائد .

L تمثل وحدات عنصر العمل .

K تمثل وحدات عنصر رأس المال .

α تمثل نصيب العمل من الإيراد الكلي كما أنها تدل على مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل .

β تمثل نصيب رأس المال من الإيراد الكلي كما أنها تدل على مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال .

و حيث أن شروط التوازن متحققة فذلك يعني أن $\alpha + \beta + 1$ فلا يكون هناك حافز للصناعة من أجل التوسع أو الانكماش و التجزأ ، نقوم الآن بالاعتماد على البيانات الموضحة بالجدول السابق بتقدير مستوى الفن الإنتاجي في سنتي 1990 و 2011 .

*** في سنة 1990**

$$85 = A_1(2.96)^{0.66}(2.21)^{0.34}$$

$$= (2.0466922)(1.3094634)A_1$$

$$= 2.6801A_1$$

$$A_1 = \frac{85}{2.6801} = 31.715$$

*** في سنة 2011**

$$165 = A_2(4.67)^{0.67}(4.6)^{0.33}$$

$$= 4.6467A_2$$

$$A_2 = \frac{165}{4..6467} = 35.509$$

$$\frac{A_2 - A_1}{A_1}.100 = \frac{35.509 - 31.715}{31.715} = 11.96$$

نسبة التقدم الفني في هذه الصناعة بلغت في سنة 2011 نسبة 11.96 % مقارنة بسنة 1990 .

5.1. الإنتقال من دالة الإنتاج إلى دالة التكلفة

و سنوضح هذا الأمر من خلال معطيات المثال التالي :

لتكن لدينا دالة انتاج إحدى السلع بإحدى المؤسسات من الشكل :

$$q = L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{3}}$$

فإذا علمت أن $P_L = P_K = 1$, $CF = 4$

و المطلوب :

1 - ما هي أدنى تكلفة يمكن أن تتحملها هذه المؤسسة إذا كانت تهدف لإنتاج 10 وحدات من السلعة .

2 - حدد دوال التكلفة الكلية المتوسطة و الحدية ، و مثل منحنيي متوسط التكلفة و التكلفة الحدية .

3 - بافتراض أن ثمن البيع يساوي 6 وحدات نقدية ، ماهي الكمية المنتجة من السلعة ، ثم أحسب مقدار الربح المقابل لهذه الكمية من السلعة ، و تأكد من أعظميته .

- حدد دالة عرض هذه المؤسسة .

الحل

1 - تقدير أدنى تكلفة

سوف نعتمد في ذلك على طريقة مضروب لاغرانج و ذلك في صورة تدنية التكلفة تحت قيد الإنتاج

$$u = L + K + 4 + \ (10 - L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{3}})$$

الشرط اللازم :

$$\frac{\partial u}{\partial L} = 1 - \frac{1}{2}\ \ L^{-\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{3}} = 0 \rightarrow 2 = \left(\frac{K^{\frac{1}{3}}}{L^{\frac{1}{2}}}\right) \qquad \ldots (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial K} = 1 - \frac{1}{3}\ \ L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{-2}{3}} = 0 \rightarrow 3 = \left(\frac{L^{\frac{1}{2}}}{K^{\frac{2}{3}}}\right) \quad \ldots (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial} = 10 - L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{3}} = 0 \ . \ . \ . \ (3)$$

بقسمة (1) على (2) نجد :

$$\frac{2}{3} = \frac{\frac{K^{\frac{1}{3}}}{L^{\frac{1}{2}}}}{\frac{L^{\frac{1}{2}}}{K^{\frac{2}{3}}}} \rightarrow \frac{2}{3} = \frac{K}{L} \rightarrow$$

$$K = \frac{2}{3}L \ \ . \ . \ . \ (4)$$

و بالتعويض في (3) نجد :

$$10 - L^{\frac{1}{2}}\left(\frac{2}{3}L\right)^{\frac{1}{3}} = 0 \rightarrow$$

$$10 - \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}} L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{3}} = 0 \rightarrow$$

$$10 = 0.874L^{\frac{5}{6}} \rightarrow L^{\frac{5}{6}} = 11.442 \rightarrow$$

$$L = = (11.442)^{\frac{5}{6}} \ 18.63 \text{ وحدة}$$

و بالتعويض في (4) نجد :

$$K = \frac{2}{3}(18.63) = 12.42 \text{ وحدة}$$

الشرط الكافي للتحقق من أن هذه التوليفة من عنصري الإنتاج (العمل و رأس المال) التي تسمح للمؤسسة بتحقيق حجم إنتاجي مساو لـ 10 وحدات .

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{4}\left(\frac{K^{\frac{1}{3}}}{L^{\frac{3}{2}}}\right) & -\frac{1}{6}\left(\frac{1}{L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{2}{3}}}\right) & -\frac{K^{\frac{1}{3}}}{L^{\frac{1}{2}}} \\ -\frac{1}{6}\left(\frac{1}{L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{2}{3}}}\right) & \frac{2}{9}\left(\frac{L^{\frac{1}{2}}}{K^{\frac{5}{3}}}\right) & -\frac{L^{\frac{1}{2}}}{K^{\frac{1}{3}}} \\ -\frac{K^{\frac{1}{3}}}{L^{\frac{1}{2}}} & -\frac{L^{\frac{1}{2}}}{K^{\frac{1}{3}}} & 0 \end{vmatrix}$$

تقدير قيمة

$$= 2\,\frac{L^{\frac{1}{2}}}{K^{\frac{1}{3}}} = 2\,\frac{(18.63)^{\frac{1}{2}}}{(12.42)^{\frac{1}{3}}} = \frac{8.632}{2.316}$$

$$= 3.73$$

$$= \frac{3K^{\frac{2}{3}}}{L^{\frac{1}{2}}} = \frac{3(12.42)^{\frac{2}{3}}}{(18.63)^{\frac{1}{2}}} = \frac{16.089}{4.316}$$ أو

$$= 3.73$$

$$\frac{K^{\frac{1}{3}}}{L^{\frac{3}{2}}} = \frac{(12.42)^{\frac{1}{2}}}{(18.63)^{\frac{3}{2}}} = \frac{2.316}{80.412} = 0.029$$

$$\frac{1}{4}\left(\frac{K^{\frac{1}{3}}}{L^{\frac{2}{3}}}\right) = \frac{1}{4}\,(3.73)(0.029) = 0.02$$

$$L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{2}{3}} = (18.63)^{\frac{1}{2}}(12.42)^{\frac{2}{3}}$$

$$= (4.316)(5.363) = 23.15$$

$$\frac{1}{L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{2}{3}}} = 0.043$$

$$\frac{1}{6}\left(\frac{1}{L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{2}{3}}}\right) = \frac{1}{6}(3.73)(0.043) = 0.027$$

$$\frac{L^{\frac{1}{2}}}{K^{\frac{5}{3}}} = \frac{(18.63)^{\frac{1}{2}}}{(12.42)^{\frac{5}{3}}} = \frac{4.316}{9.891} = 0.463$$

$$\frac{2}{9}\,\frac{L^{\frac{1}{2}}}{K^{\frac{5}{3}}} = \frac{2}{9}(3.73)(0.436) = 0.361$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0.027 & -0.027 & \frac{-2.316}{4.316} \\ -0.027 & 0.316 & \frac{-4.316}{5.363} \\ \frac{-2.316}{4.316} & \frac{-4.316}{5.363} & 0 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0.027 & -0.027 & -0.537 \\ -0.027 & 0.316 & -0.805 \\ -0.537 & -0.805 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 0.027 & -0.027 & -0.537 \\ -0.027 & 0.316 & -0.805 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = (0 - 0.0112 - 0.0112) - (0 + 0.0175 + 0.0911)$$

$$= -0.131 < 0$$

الشرط الكافي متحقق ، و عليه فإن التوليفة $(K = 12.42 \ , \ L = 18.63)$ التي تسمح للمؤسسة بإنتاج 10 وحدات تكلفها أقل ما يمكن أن تتحمله في سبيل تحقيق هدفها بمعنى أدنى تكلفة .

مبلغ هذه التكلفة هو :

$$C = (18.63)(1) + (12.42)(1) + 4 = 35.05$$ وحدة نقدية

2 - تحديد دوال التكلفة

* التكلفة الكلية

نقوم بنفس العملية السابقة نأخذ P_L و P_K بدلا من 1 لكل منهما .

العلاقة رقم (4) $\frac{K}{L} = \frac{2}{3}$ تصبح :

$$\frac{K}{L} = \frac{2P_L}{3P_K} \quad \ldots (5)$$

نضع بدلا من $\frac{2P_L}{3P_K}$ الحرف (a) و نكتب :

$$a = \frac{2P_L}{3P_K}$$

و بالتعويض في (5) نجد

$$K = aL \ \ldots (6)$$

و بالتعويض في المعادلة (3) نجد

$$q - L^{\frac{1}{2}}(aL)^{\frac{1}{3}} = 0 \rightarrow$$

$$q - a^{\frac{1}{3}}L^{\frac{5}{6}} = 0 \rightarrow q = a^{\frac{1}{3}}L^{\frac{5}{6}}$$

و برفع الطرفين إلى الأس $\frac{6}{5}$ نحصل على

$$q^{\frac{6}{5}} = a^{\frac{2}{5}}L \rightarrow$$

$$q^{\frac{6}{5}} = a^{\frac{2}{5}}L \rightarrow$$

و بالتعويض في (6) نجد

$$K = aa^{-\frac{2}{5}}q^{\frac{6}{5}} = a^{\frac{3}{5}}q^{\frac{6}{5}}$$

$$C = P_L L + P_K K + c$$

$$= P_L a^{-\frac{2}{5}}q^{\frac{6}{5}} + P_K a^{\frac{3}{5}}q^{\frac{6}{5}} + CF$$

$$= \quad q^{\frac{6}{5}}\left(a^{-\frac{2}{5}} + P_K a^{\frac{3}{5}}\right) + CF$$

و حيث أن $P_L = P_K = 1$, $CF = 4$

$$C = q^{\frac{6}{5}}\left(1\left(\frac{(2)(1)}{(3)(1)}\right)^{-\frac{2}{5}} + 1\left(\frac{(2)(1)}{(3)(1)}\right)^{\frac{3}{5}}\right) + 4$$

$$= q^{\frac{6}{5}}(1.176 + 0.784) + 4$$

$$= 1.96q^{\frac{6}{5}} + 4$$

دالة التكلفة الكلية

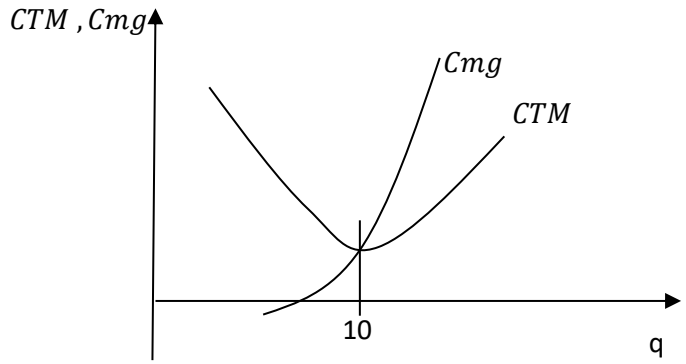
* متوسط التكلفة

$$CTM = \frac{CT}{q} = 1.96q^{\frac{1}{5}} + \frac{4}{q}$$

* التكلفة الحدية

$$Cmg = \frac{dCT}{dq} = 2.35q^{\frac{1}{5}}$$

* التمثيل البياني لمنحنيي متوسط التكلفة و التكلفة الحدية



3 - تقدير الكمية المنتجة من السلعة في حال كون ثمن البيع مساو لـ 6 وحدات نقدية

يتم تقدير هذه الكمية من خلال إيجاد حل مشكلة في صورة تعظيم الربح

$$\pi = RT - CT$$

$$= P_q q - \left(1.96q^{\frac{6}{5}} + 4\right)$$

$$= 6q - 1.96q^{\frac{6}{5}} - 4$$

الشرط اللازم $\frac{d\pi}{dq} = 0$

$$\frac{d\pi}{dq} = 6 - 2.35q^{\frac{1}{5}} = 0 \rightarrow$$

$$6 = 2.35q^{\frac{1}{5}}$$

و برفع الطرفين إلى الأس 5 نجد

$$7776 = 71.67q \rightarrow$$

$$q = \frac{7776}{71.67} = 108.5 \text{ وحدة}$$

الشرط الكافي

$$\frac{d2\pi}{dq^2} < 0 \leftrightarrow -0.47q^{\frac{-4}{5}} < 0$$

الشرط الكافي متحقق ، و عليه فإن الكمية المنتجة من السلعة تقابل ربحا أعظميا

* مقدار الربح

$$RT = P_q q = (6)(108.5) = 651 \text{ و . نقدية}$$

$$CT = 1.06q^{\frac{6}{5}} + 4 = 1.96q^{\frac{6}{5}} + 4 = 546.965 \text{ و . نقدية}$$

$$\pi = 651 - 546.965 \approx 104 \text{ و . نقدية الربح}$$

الفصل الثاني : تكاليف الإنتاج

عند إقدام أية مؤسسة (منتج) على انتاج سلعة معينة ، فلا بد لها من اللجوء في بداية الأمر إلى سوق عوامل الإنتاج من أجل الحصول على احتياجاتها من هذه العوامل مقابل دفع تعويض (مبالغ مالية) لها نتيجة ما تقدمه من خدمات لهذه المؤسسة .

إن هذا التعويض (المبالغ المالية) المقدم من طرف المؤسسة لعوامل الإنتاج الضرورية لإتمام عملية الإنتاج هو جزء من تكاليف الإنتاج فإذا ما أضفنا إليه ما تمتلكه المؤسسة من هذه العوامل حصلنا بذلك على تكاليف الإنتاج بالمعنى الإقتصادي .

إن تكاليف الإنتاج يمكن النظر إليها من زاويتين :

الزاوية الألى : زاوية عوامل الإنتاج ، و تكون تكاليف الإنتاج هنا تابعة (دالة) لعوامل الإنتاج ، أي

حالة عدم وجود تكاليف ثابتة $CT = LP_L + KP_K$

حالة وجود تكاليف ثابتة $CT = LP_L + KP_K + CF$

الزاوية الثانية : زاوية الإنتاج ، و تكون تكاليف الإنتاج هنا تابعة (دالة) للكمية المنتجة أي : $CT = f(q)$

و كما مر بنا سابقا في دراستنا لموضوع الإنتاج بأن هذا الأخير قد يكون في الفترة القصيرة أو الفترة الطويلة ، فكذلك تكاليف الإنتاج ، فالمؤسسة عندما تنتج في الفترة القصيرة تستحمل تكاليف هذه الفترة ، و عندما تنتج في الفترة الطويلة تستعمل كذلك تكاليف هذه الفترة .

لكن قبل دراسة تكاليف الإنتاج في هاتين الفترتين الزمنيتين ، نقوم في البداية بالتعريف ببعض المصطلحات

2 - 1 - بعض مصطلحات تكاليف الإنتاج

سنحاول في هذه الفقرة التعريف ببعض مصطلحات تكاليف الإنتاج

أولا : التكاليف الظاهرة (التعاقدية) و التكاليف الضمنية

إن التكاليف التي تتحملها أية مؤسسة تندرج ضمن هذين النوعين من تكاليف الإنتاج

1 - التكاليف الظاهرة (التعاقدية)

و هي عبارة عن تلك المبالغ النقدية التي تدفعها المؤسسة إلى الغير عن طريق التعاقد أو الإتفاق على نوع خدمات عوامل الإنتاج التي تحتاجها - المؤسسة - لإتمام عملية الإنتاج . و من أمثلتها أجور العمال ، قيمة المواد الأولية ، تكاليف الصيانة ...

2 - التكاليف الضمنية

و هذا النوع من تكاليف الإنتاج غير مترتب عن عقد مع الغير ، و انما تعبر عن تكاليف استخدام المؤسسة لبعض العوامل التي تعود ملكيتها لهذه المؤسسة و من أمثلتها إيجار المبنى الذي تتواجد به المؤسسة ، و صاحب المؤسسة إذا كان يمارس نشاطا معينا بمؤسسته .

و يساعدنا في تقدير هذا النوع من تكاليف الإنتاج ما يعرف في الاصطلاح الإقتصادي باسم " تكلفة أو نفقة الفرصة البديلة) ، حيث تتحدد قيمة إيجار المبنى بقيمة إيجار المثل كما لو كانت المؤسسة تستأجر هذا المبنى من الغير، أو أنها تؤجره - المبنى – للغير ، و بنفس الصورة يتحدد أجر صاحب المؤسسة العامل بها و ذلك على أساس الأجر الذي كان سيحصل عليه فيما لو كان عاملا في مؤسسة أخرى مشابهة لمؤسسته ، أو أنه يستخدم عاملا آخر بدله والأجر الذي سيدفعه له .

ثانيا : التكاليف الإجتماعية و التكاليف الخاصة

إن تكاليف الإنتاج يمكن أن تكون تكاليف إجتماعية أو تكاليف خاصة .

1 - التكاليف الإجتماعية

فهي تشمل إلى جانب التكاليف الخاصة (مدفوعات المؤسسة لعوامل الإنتاج التي تكون بحاجة لها) ما يتحمله المجتمع من الآثار الجانبية لإنتاج سلعة معينة .

2 - التكاليف الخاصة

تشمل تلك المبالغ النقدية التي تدفعها المؤسسة لمختلف عوامل الإنتاج التي تستدعي الحاجة لها و من أمثلتها أجور العمال ، إيجار المبنى ، قيمة المواد الأولية ...

و لتوضيح مضمون هذين النوعين من تكاليف الإنتاج نأخذ المثال التالي :

في صناعة الحديد و الصلب قد تكون التكلفة الخاصة لإنتاج طن من الحديد هي 3000 و . نقذية ، إن هذا الرقم لا يمثل في واقع الأمر التكلفة الحقيقية لإنتاج هذا الطن من الحديد ، ذلك أن المجتمع سيتحمل إلى جانب ذلك ما يصاحب عملية الإنتاج من تولد دخان و غازات و مخلفات تظر بالبيئة المحيطة بالمصنع و بصحة الناس ، إن هذه الآثار الجانبية التي يتحملها المجتمع من أجل انتاج هذا الطن من الحديد ليست متضمنة في التكاليف الخاصة(3000 و . تقدية) .

و لهذا فإن الكثير من الحكومات قبل الموافقة على انشاء صناعة معينة فإنها تأخذ – عادة – في الإعتبار ليست التكاليف الخاصة فقط لهذه الصناعة ، بل تتضمن أيضا التكاليف الإجتماعية.

2 - 2 - تكاليف الإنتاج في الفترة القصيرة

إن تكاليف الإنتاج سواء في الفترة القصيرة أو الطويلة ، يمكن تكون تكاليف كلية أو تكاليف وحدة (متوسطة ، حدية) .

و تكاليف الإنتاج في الفترة القصيرة تكون متغيرة و كذلك ثابتة .

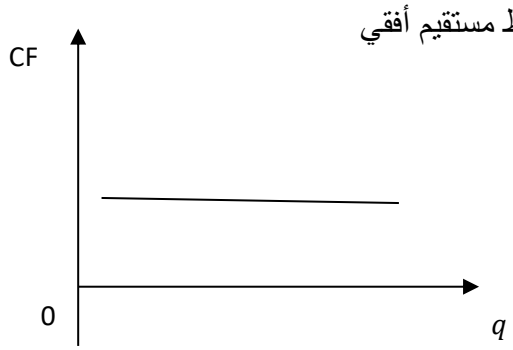
أولا : التكاليف الكلية

و تتمثل في مجموع المصاريف التي تتحملها المؤسسة (الظاهرة و الضمنية) من أجل انتاج سلعة معينة ، و هذه التكاليف قد تكون ثابتة أو متغيرة .

1 - التكاليف الثابتة :

و تتمثل في تلك المبالغ التي تدفعها للمؤسسة لعوامل الإنتاج الثابتة و ذلك بصرف النظر عن الكمية المنتجة من السلعة ، فهي مستقلة عن حجم الإنتاج و تسمى أيضا بالتكاليف الغير مباشرة أو التكاليف المكملة ، و من بين هذا النوع من تكاليف الإنتاج نذكر الإيجار ، التأمين ، نفقات الصيانة ، الفائدة على رأس المال ، الضرائب ...

و هي عادة لا ترتبط بكمية الإنتاج و تتحملها المؤسسة انتجت أم لم تنتج ، و يرمز لها بالرمز CF و تمثل بيانيا بخط مستقيم أفقي



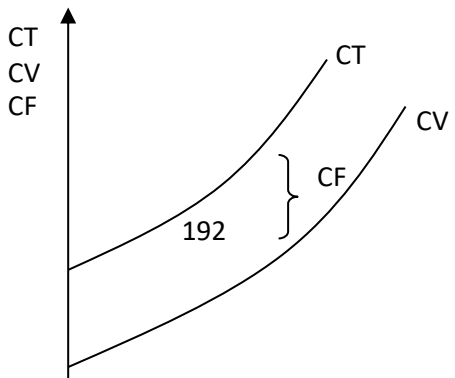
2 - التكاليف المتغيرة

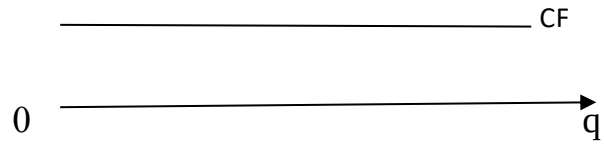
و هي عبارة عن مدفوعات المؤسسة لعوامل الإنتاج المتغيرة ، و هذا النوع من التكاليف لا تتحمله المؤسسة إلا عند قيامها بالإنتاج ، أما إذا لم تنتج فتكون مساوية للصفر و من أمثلتها الأجور ، قيمة المواد الأولية ، تكاليف النقل ...

و يطلق على هذا النوع من التكاليف اسم التكاليف الأولية أو المباشرة ، و أنها تتناسب طرديامع الكميات المنتجة من السلعة حيث تزداد بزيادتها و تقل بانخفاضها و يرمز لها بالرمز CV ، أما عن السبب في الكيفية التي تتغير بها التكاليف المتغيرة أو الشكل الذي يتخذه المنحنى الممثل لهذا النوع من التكاليف فيعود إلى تزايد و تناقص غلة عوامل الإنتاج المتغيرة .

إن مجموع التكاليف الكلية الثابتة و المتغيرة هو عبارة عن التكلفة الإجمالية للإنتاج ، و التي يرمز لها بالرمز C أو CT

و الشكل التالي يوضح منحنيات التكلفة الكلية





ثانيا : تكلفة الوحدة

إن تكلفة الوحدة يمكن أن تكون متوسطة أو حدية .

1 - متوسط التكلفة

بالنظر لوجود ثلاثة أنواع من تكاليف الإنتاج في هذه الفترة (الإجمالية ، الثابتة ، المتغيرة) فتوجد ثلاثة أنواع لمتوسط التكاليف

أ - متوسط التكلفة الثابتة

و يعبر هذا النوع من التكاليف عن حصة الوحدة الواحدة من الإنتاج من التكاليف الكلية الثابتة و يرمز لها بالرمز CFM و تقدر رياضيا كما يلي :

$$CFM = \frac{CF}{q}$$

و بالنظر لكون التكاليف الثابتة غير مرتبطة بحجم الإنتاج ، فإن متوسط التكلفة الثابتة يقل بزيادة الإنتاج ، غير أنه و بالرغم من الانخفاض المتواصل في متوسط التكلفة الثابتة في ظل استمرار الزيادة في الإنتاج فهو لا يمكن أن يصبح مساويا للصفر ، لأن البسط في العلاقة السابقة (CF) له قيمة موجبة دوما .

و تمثل هذه التكاليف بمنحنى يقترب باستمرار من المحور الأفقي (محور الكميات) كلما ازداد الإنتاج دون أن يقطعه لأن متوسط التكاليف الثابتة لا يمكن أن يكون مساويا للصفر .

ب - متوسط التكلفة المتغيرة

و يعبر هذا النوع من التكاليف عن حصة الوحدة الواحدة من الإنتاج من التكاليف الكلية المتغيرة ، و يرمز لها بالرمز CVMو يقدر رياضيا كما يلي :

$$CVM = \frac{CV}{q}$$

و أن هذه التكاليف تتناقص في بداية الأمر حتى تصل إلى حدها الأدنى ثم تتزايد بعد ذلك و المنحنى الممثل لها يتجه في المراحل الأولى نحو الأسفل باتجاه محور الكميات (المحور الأفقي) ثم نحو الأعلى متخذا شكل الحرف (U)

ج - متوسط التكلفة الإجمالية

و يعبر هذا النوع من التكاليف عن حصة الوحدة الواحدة من الإنتاج من التكاليف الكلية (الثابتة و المتغيرة) و يرمز لها بالرمز CTM و يقدر رياضيا كما يلي :

$$CTM = \frac{CT}{q}$$

أو

$$= \frac{CV+CF}{q} = CVM + CFM$$

و المنحنى الممثل لهذا النوع من التكاليف يأخذ نفس الصورة التي يأخذها منحنى متوسط التكلفة المتغيرة أي شكل الحرف (U) .

2 - التكلفة الحدية

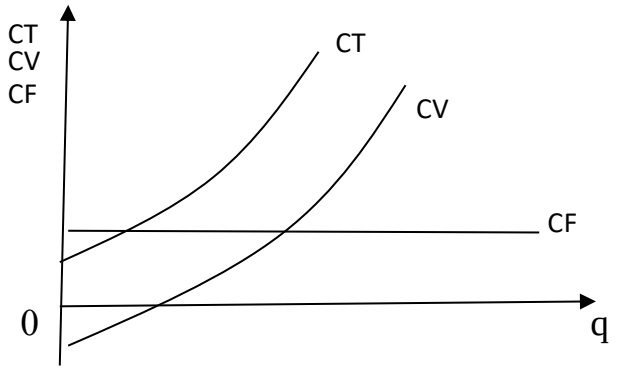
و تعبر عن التغير في التكلفة الكلية أو المتغيرة نتيجة تغير الإنتاج بوحدة واحدة ، و يرمز لها بالرمز Cmg ، وتقدر رياضيا كما يلي :

بيانات متقطعة $Cmg = \frac{\Delta CT}{\Delta q} = \frac{\Delta CV}{\Delta q}$

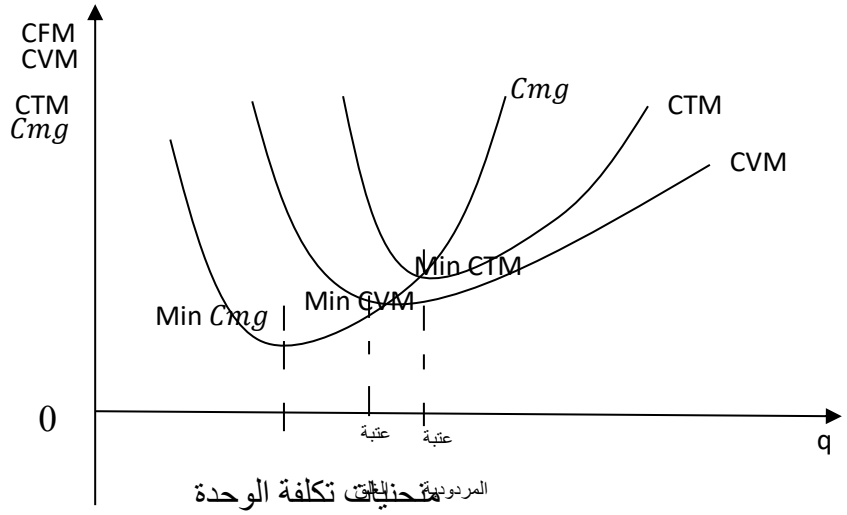
بيانات متصلة $Cmg = \frac{dCT}{dq} = \frac{dCV}{dq}$

و المنحنى الممثل لهذه التكاليف يسلك نفس سلوك منحنى متوسط التكلفة أي يتجه نحو الأسفل بزيادة الإنتاج ثم نحو الأعلى و ذلك بعد أن يمر بحده الأدنى متخذا شكل الحرف (U) .

ثالثا : التمثيل البياني لمنحنيات التكلفة الكلية و تكلفة الوحدة



منحنيات التكلفة الكلية



منحنيات تكلفة الوحدة المردودية

رابعا : العلاقة بين متوسط التكلفة و التكلفة الحدية

1 - عندما يكون متوسط التكلفة (الكلية و المتغيرة) في حالة تناقص يكون أكبر من التكلفة الحدية .

2 - عندما يبلغ متوسط التكلفة (الكلية أو المتغيرة) أدنى قيمة له يتساوى مع التكلفة الحدية .

برهان ذلك :

$$CTM = \frac{CT}{q} \text{ متوسط التكلفة الكلية}$$

$MinCTM$ يقتضي أن يكون المشتق الأول لمتوسط التكلفة الكلية بالنسبة لحجم الإنتاج مساويا للصفر .

$$\frac{dCTM}{dq} = 0 \leftrightarrow \frac{{}^{dCT}/_{dq}.q - CT}{q^2} = 0$$

$$\left.\frac{dCT}{dq}\right/_q - \frac{CT}{q^2} = 0 \rightarrow \frac{dCT}{dq} = \frac{CT}{q}$$

$$\frac{dCT}{dq}\left(\text{التكلفة الحدية}\right) = \frac{CT}{q}\left(\text{متوسط التكلفة الكلية}\right)$$

يمكن اثبات هذا الأمر بالنسبة لـ CVM .

3 - عندما يكون متوسط التكلفة (الكلية ، المتغيرة) في حالة تزايد يصبح أقل من التكلفة الحدية و المنحنى الممثل له يصبح أسفل المنحنى الممثل للتكلفة الحدية .

4- عندما يبلغ متوسط التكلفة المتغيرة أدنى قيمة له ، تبلغ المؤسسة عتبة الغلق ، حيث تحقق عندها المؤسسة خسارة مساوية لمقدار التكاليف الثابتة ، و هي أدنى خسارة يمكن أن تتحملها المؤسسة ، و تواصل الإنتاج و ذلك للأسباب التالية :

أ - المؤسسة تتحمل هذه التكاليف سواء انتجت أم لم تنتج ، فليس لهذه التكاليف أية علاقة بالكمية المنتجة من السلعة .

ب - حتى تبقى محافظة على ثقة زبائنها .

ج - المحافظة على مناصب شغل .

5- عندما يبلغ متوسط التكلفة الكلية أدنى قيمة له تبلغ المؤسسة عتبة المردودية ، حيث تتمكن المؤسسة عند هذا الحد من تغطية التكاليف الثابتة و المتغيرة على حد سواء و تحقق ربحا (ربحا غير عادي) مساويا للصفر .

خامسا : العلاقة بين الإنتاج المتوسط و متوسط التكلفة المتغيرة

$$CVM = \frac{CV}{q} = \frac{P_L.L}{q} = \frac{P_L}{PM_L}$$ متوسط التكلفة المتغيرة

الإنتاج المتوسط

1 - عندما يكون الإنتاج المتوسط لعنصر الإنتاج المتغير (العمل) متزايدا يكون متوسط التكلفة المتغيرة متناقصا .

2 - عندما يبلغ الإنتاج المتوسط أقصى قيمة له يبلغ متوسط التكلفة المتغيرة أدنى قيمة له .

3 - عندما يكون الإنتاج المتوسط متناقصا يكون متوسط التكلفة المتغيرة متزايدا .

سادسا : العلاقة بين الإنتاج الحدي و التكلفة الحدية

$$Cmg = \frac{dCV}{dq} = \frac{d(P_L.L)}{dq} = P_L.\frac{dL}{dq} = \frac{PL}{Pmg_L}$$ التكلفة الحدية

إنتاج حدي

1 - عندما يكون الإنتاج الحدي متزايدا تكون التكلفة الحدية متناقصة .

2 - عندما يبلغ الإنتاج الحدي أقصى قيمة له تبلغ التكلفة الحدية أدنى قيمة لها .

3 - عندما يكون الإنتاج الحدي متناقصا تصبح التكلفة الحدية متزايدة .

2 – 3 – تكاليف الإنتاج في الفترة الطويلة

إذا كانت مشكلة المنتج في الفترة القصيرة تنحصر في الاستخدام الأمثل لعناصر الإنتاج التي توجد بحوزته (امتلاكا أو تأجيرا) في مؤسسة ذات حجم معين (n) ، ففي الفترة الطويلة ، حيث تتاح له فرصة اجراء مختلف التعديلات الممكنة سواء فيما يتعلق بحجم المؤسسة أو بطريقة تنظيم العملية الإنتاجية فإن مشكلته تصبح تدور حول تحديد الحجم الأمثل للمؤسسة الذي يرغب في إقامته ، و بمجرد اختيار الحجم المناسب للمؤسسة ، فإنه - المنتج – سيواجه عندئذ مشاكل الفترة القصيرة (الاستخدام الأمثل لعناصر الإنتاج) ، كما أنه يمكن التمييز بين الفترتين القصيرة و الطويلة ، من حيث أن الأولى تنفيذية و الثانية فترة تخطيطية .

أولا : التكلفة الكلية

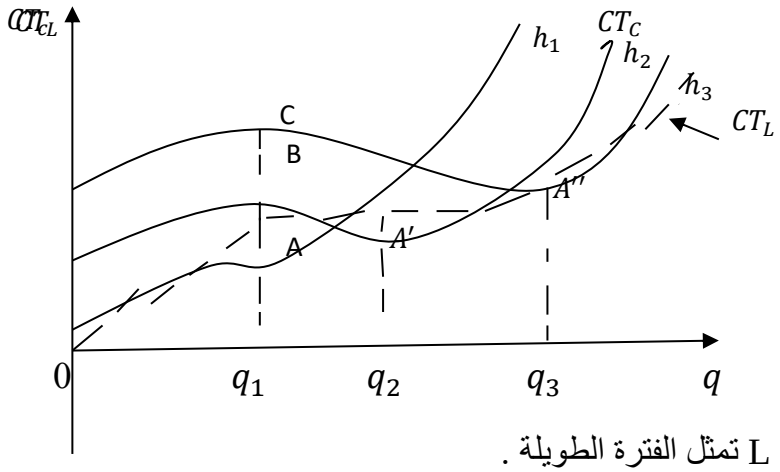
على اعتبار أن تكاليف الإنتاج في الفترة الطويلة تكون متغيرة بكاملها ، فيمكن التعبير عن التكلفة الكلية بدلالة الكمية المنتجة و حجم المؤسسة ، و ذلك وفق الصيغ الرياضية التالية :

$$C_1 = (CT)_{n_1} = f(q) + (CF)_{n_1} = \alpha_1 q$$

$$C_2 = (CT)_{n_2} = f(q) + (CF)_{n_2} = \alpha_2 q$$

$$C_3 = (CT)_{n_3} = f(q) + (CF)_{n_3} = \alpha_3 q$$

كل هذه الدوال تشتمل على حد يعبر عن تكاليف الإنتاج الثابتة (CF) ، مما يدل على أن دراسة تكاليف الإنتاج هنا تتم في الفترة القصيرة ، فكل دالة من الدوال السابقة ، يمكن أن تقترن بمنحنى تكلفة إنتاج خاص بالفترة القصيرة وذلك كما هو موضح في الشكل التالي :



L تمثل الفترة الطويلة .

C تمثل الفترة القصيرة .

CT_L تمثل تكلفة الإنتاج في الفترة الطويلة .

CT_C تمثل تكلفة الإنتاج في الفترة القصيرة .

و كما يبدوا من هذا الشكل فإن المنحنى المعبر عن التكلفة الكلية في الفترة القصيرة في النقاط المعبرة عن أدنى تكلفة يمكن أن يتحملها المنتج لإنتاج حجم معين من سلعة ما فكل مستوى

انتاجي من سلعة ما يمكن تحقيقه بأحجام مختلفة للمؤسسات ، و بالتالي مستويات مختلفة لتكاليف الإنتاج .

كمثال على ذلك نأخذ حجم الإنتاج $(q)_1$ في الشكل السابق ، فإن هذا الحجم يمكن تحقيقه :

بالتكلفة المعبر عنها بالمنحنى (n_1) حجم كبير للمؤسسة .

أو بالتكلفة المعبر عنها بالمنحنى (n_2) حجم متوسط للمؤسسة .

أو بالتكلفة المعبر عنها بالمنحنى (n_3) حجم صغير للمؤسسة .

و حيث أن المنتج يسعى جاهدا لجعل تكلفة الإنتاج عند حدها الأدنى ، فإنه سيختار حجم المؤسسة المقابل لأدنى تكلفة ، و الممثلة في حالتنا هذه بالنقطة (A) بمعنى أنه - المنتج – سيتبنى حجما صغيرا للمؤسسة .

و بنفس المنطق يمكن القول أنه لإنتاج الحجم (q_2) فإنه سيختار حجما متوسطا للمؤسسة ، و حجما كبيرا إذا ما رغب في انتاج الحجم (q_3) .

كما أن الشكل السابق يوضح العلاقة بين منحنى التكلفة الكلية في الفترة الطويلة و بين منحنيات التكلفة الكلية في الفترة القصيرة ، و تتلخص هذه العلاقة في كون منحنى التكلفة الكلية في الفترة الطويلة يمس منحنيات التكلفة الكلية في الفترة القصيرة دون أن يقطعها ، فهو بذلك يمثل الغلاف الذي يغلف تلك المنحنيات أو الإطار الذي يحتضنها ، ويطلق عليه اسم " المنحنى الغلافي (المظروفي) " كما يطلق عليه كذلك إسم " منحنى التخطيط " .

تجدر الإشارة إلى أن التكلفة الكلية للإنتاج في الفترة الطويلة لم تحض إلا باهتمام قليل فيما يتعلق بتحليل تكاليف الإنتاج في الفترة الطويلة ، مع أن هذه التكاليف ضرورية من أجل التعرف على التكلفة الحدية في هذه الفترة .

ثانيا : تكاليف الوحدة

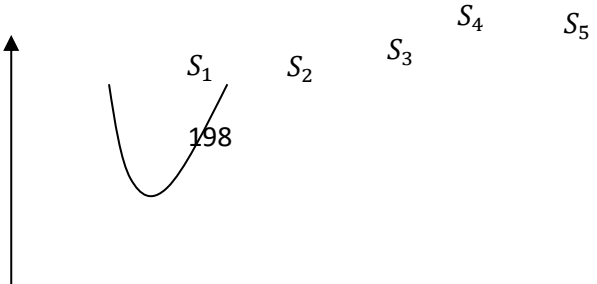
عند الحديث عن تكاليف الوحدة يجب أن نعلم بأن هذه التكاليف هي متوسط التكاليف ، و التكلفة الحدية .

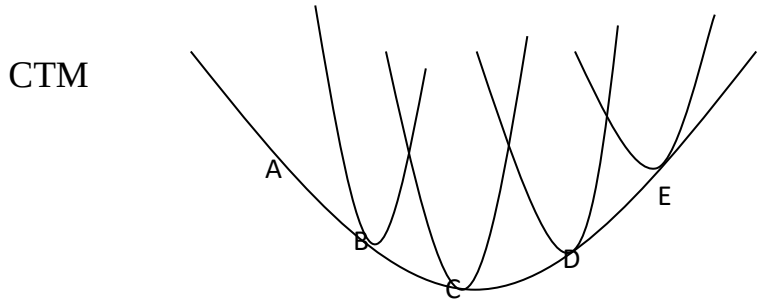
1 - متوسط التكلفة

و تعرف بنفس تعريف هذه المصطلح في الفترة القصيرة و تقدر بنفس الطريقة

$$CTM_L = \frac{CT_L}{q}$$

و بالنسبة للمنحنى الممثل لمتوسط التكلفة في الفترة الطويلة فيمثل بمنحنى مغلف لمنحنيات متوسط التكلفة الكلية في الفترة القصيرة ، و ذلك كما هو موضح في الشكل التالي :





إن المنحنيات s_1 ، s_2 ، s_3 ، s_4 ، s_5 الموضحة بهذا الشكل تمثل منحنيات متوسط التكلفة الكلية في الفترة القصيرة CTM_c( ) ، و أن منحنى متوسط التكلفة الكلية في الفترة الطويلة CTM_L( ) - كما يبدوا من هذا الشكل - يمثل المحل الهندسي للنقاط الممثلة لأدنى متوسط تكلفة إنتاج أية كمية من الإنتاج ، لذلك فهو يمس منحنيات متوسط التكلفة الكلية للإنتاج في الفترة القصيرة CTM_L( ) و لا يعلوا عليها .

ملاحظة أخرى يمكن استخلاصها من هذا الشكل هي أن النقاط المعبرة عن أدنى متوسط تكلفة كلية في الفترة القصيرة ($MinCTM_C$) الواقعة إلى يسار النقطة (C) تقع إلى يمين نقاط تماس منحنيات CTM_c( ) مع منحنى CTM_L( ) ، في حين أن النقاط المعبرة عن ($MinCTM_C$) الواقعة إلى يمين النقطة (C) تقع إلى يسار نقاط التماس بين منحنيات CTM_c( ) و منحنى CTM_L( ) .

و تفسير ذلك هو أن المؤسسة في بداية توسعها تميل نحو الإحتفاظ بجزء من طاقتها الإنتاجية الفائضة حتى تكون تحت تصرفها عندما تستدعي ظروف السوق التوسع في الإنتاج ، و ذلك حتى تتمكن من مواجهة النمو العادي لنشاطها الذي يأخذ في التزايد بسبب اكتسابها - المؤسسة – لعملاء جدد ، و تستمر في الإحتفاظ بجزء من طاقتها الإنتاجية كاحتياطي لمواجهة النمو الطبيعي و الأوضاع المستجدة حتى يصل جهازها الإنتاجي إلى حجم معين ، و هو الحجم المقابل لمنحنى CTM_c( ) الممثل بـ s_3 . و الذي يعد بمثابة الحجم الأمثل لذلك الجهاز و الذي يكون عنده متوسط التكلفة أقل ما يمكن ، أما بعد هذا الحجم فإن المؤسسة تعمد إلى بناء أجهزة إنتاجية تقل طاقتها المثلى عن الطاقة المتوقع استغلالها فعلا ، لذلك فهي لا تترك طاقة إنتاجية إحتياطية كما كانت تفعل في السابق ، و ذلك بسبب تزايد مشاكل المؤسسة مع تزايد حجم جهازها الإنتاجي عن حد معين يجعل أمر إدارته أمرا بالغ التعقيد ، و متزايد التكلفة .

و يأخذ منحنى متوسط التكلفة الكلية في الفترة الطويلة CTM_L( ) شكلا يقترب من الحرف L.

و في نهاية حديثنا عن متوسط التكلفة الكلية في الفترة الطويلة نشير إلى بعض الملاحظات .

الملاحظة الأولى : إن منحنى متوسط التكلفة الكلية في الفترة الطويلة CTM_L( ) لا يمكن أن يقطع منحنيات متوسط التكلفة الكلية في الفترة القصيرة CTM_c( ) و لكنه يكون مماسا لها ، و

يتماس CTM_L مع CTM_c في نقطة واحدة ، و هي النقطة المعبرة عن حجم معين من عناصر الإنتاج الثابتة التي يمكن أن تنتج هذا الحجم من الإنتاج بأقل تكلفة ممكنة .

الملاحظة الثانية : عند أي حجم من حجوم الإنتاج لا يمكن أن تكون متوسط التكلفة الكلية في الفترة القصيرة أقل من متوسط التكلفة الكلية في الفترة الطويلة ، ذلك أن كافة التعديلات و التغييرات الممكنة و التي يمكن القيام بها في الفترة القصيرة فيما يتعلق بتدنية (تخفيض) التكاليف يمكن القيام بها و انجازها في الفترة الطويلة ، كما أنه ليس بالإمكان دائما في الفترة القصيرة إنتاج حجم معين من السلعة عند أقل تكلفة ممكنة ، و ذلك بسبب عدم قدرة المؤسسة على تعديل الوحدات المستخدمة من عناصر الإنتاج الثابتة .

الملاحظة الثالثة : في لحظة زمنية معينة ، فإن أية مؤسسة تستطيع أن تنتج على منحنى واحد لـ CTM_c( ) لأن عناصر الإنتاج الثابتة لها حجما محددا لا يتغير ، و لكن في الفترة الطويلة فإنه يصبح بإمكان المؤسسة الإختيار بين أكثر الأوضاع ملائمة على أكثر منحنيات متوسط التكلفة الكلية في الفترة القصيرة ملائمة و سوف تكون هذه التكلفة واقعة بالضرورة على منحنى متوسط التكلفة الكلية في الفترة الطويلة (CTM_L) .

الملاحظة الرابعة : إن النقطة التي يتماس بها منحنى متوسط التكلفة الكلية في الفترة القصيرة CTM_c( ) مع منحنى متوسط التكلفة الكلية في الفترة الطويلة CTM_L( ) ليست أدنى نقطة على منحنى ، فإذا كان منحنى متجها نحو اليمين (الأسفل) فإن النقطة التي يتماس بها منحنى CTM_c( ) مع منحنى CTM_L( ) تقع إلى يسار النقطة المعبرة عن $(MinCTM_C)$ ، و العكس في حال كون منحنى CTM_L متجها نحو الأعلى ، و لا يوجد سوى منحنى واحد لـ (CTM_C) يمس منحنى (CTM_L) عند أدنى نقطة منه ، و هي أدنى نقطة كذلك بالنسبة لمنحنى (CTM_L) و يتحقق ذلك بالنسبة للمنحنى (S_3) و هذ يمثل حجم الإنتاج الأمثل في الفترتين القصيرة و الطويلة .

2 - التكلفة الحدية

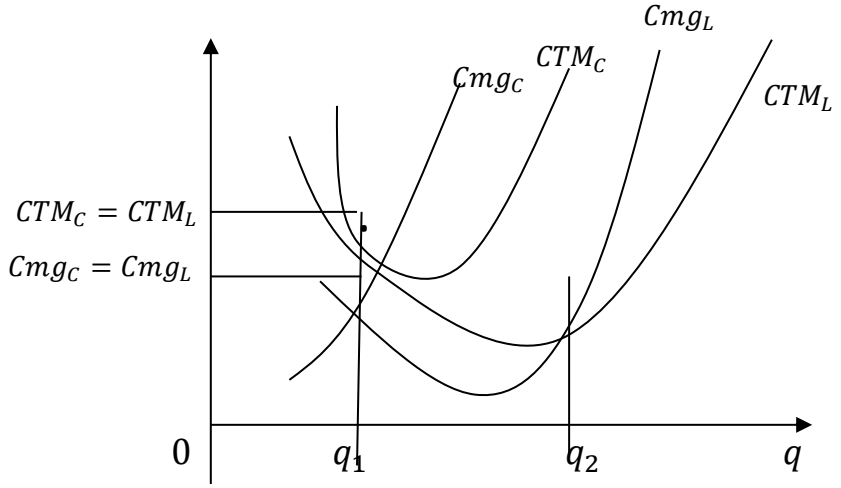
لا يختلف مفهوم التكلفة الحدية في الفترة الطويلة عن مفهومها في الفترة القصيرة ، باستثناء أن المؤسسة في الفترة الطويلة لا تزيد في حجم الناتج بوحدة واحدة ، و إنما تنتقل من حجم معين لطاقتها الإنتاجية إلى حجم آخر ، وهكذا تعرف التكلفة الحدية في الفترة الطويلة بأنها التغير في التكاليف الكلية للوحدة الواحدة من الإنتاج المترتبة عن انتقال المؤسسة من حجم معين لطاقتها الإنتاجية إلى حجم أكبر يليه مباشرة .

و تقدر رياضيا بنفس كيفية تقديرها في الفترة القصيرة ، أي :

$$Cmg_L = \frac{\Delta CT_L}{\Delta q}$$

$$= \frac{dCT_L}{dq} \text{ أو}$$

و يأخذ منحنى التكلفة الحدية شكل الحرف (U) .



إذن و كما يبدوا من هذا الشكل فإن منحنى التكلفة الحدية في الفترة الطويلة Cmg_L يقع أسفل منحنى متوسط التكلفة الكلية لنفس الفترة (CTM_L) عندما يكون هذا الأخير متناقصا .

أي عند جميع مستويات الإنتاج التي تقل عن q_2 و يكون فوقه (أعلى منه) بالنسبة لجميع مستويات الإنتاج الأكبر من q_2 و يتقاطع المنحنيات عند مستوى الإنتاج (q_2) أي $CTM_{\mathrm{L}} = Cmg_{\mathrm{L}}$

و بمجرد أن يحدد المنتج حجم المؤسسة المناسب و من ثم حجم الإنتاج ، فإن التكلفة الحدية في الفترة القصيرة (Cmg_C) لهذا الحجم من الإنتاج يتساوى مع التكلفة الحدية في الفترة الطويلة (Cmg_L) .

و تكون التكلفة الحدية في الفترة القصيرة أقل من نظيرتها في الفترة الطويلة عند جميع مستويات الإنتاج الأكبر من (q_1) و يتساويان عند هذا المستوى .

<u>مثال رقم (1)</u>

البيانات الواردة بالجدول التالي تمثل الوحدات المنتجة من سلعة معينة من قبل إحدى المؤسسات و المصاريف التي تتحملها من أجل تحقيق تلك الحجوم من الإنتاج .

q	0	1	2	3	4	5	6	7	8
CF	22	22	22	22	22	22	22	22	22
CV	0	10	18	24	32	43	56	72	93

<u>و المطلوب</u>

1 – أحسب القيم الممثلة للتكلفة الكلية و تكاليف الوحدة .

2 - مثل في شكلين منفصلين المنحنيات الممثلة لنتائج السؤال الأول ، مبرزا على هذين الشكلين حجم الإنتاج الذي تكون المؤسسة من أجله عند عتبتي الغلق و المردودية .

<u>مثال رقم (2)</u>

إذا علمت أن التكلفة الكلية المتغيرة التي تتحملها إحدى المؤسسات من أجل إنتاج سلعة معينة كانت وفق الصيغة الرياضية التالية :

$$CV = q^3 - 10q^2 + 50q$$

و تتحمل هذه المؤسسة تكاليف كلية ثابتة مساوية لـ 72 و . نقدية .

و المطلوب :

1 - حدد دوال التكلفة الكلية ، التكلفة الحدية ، متوسط التكلفة الكلية ، متوسط التكلفة المتغيرة .

2 - قدر و مثل بيانيا نتائج السؤال السابق و ذلك من أجل الأعداد الطبيعية المحصورة بين 0 ، 9 .

3 – ما هي الوحدات المنتجة من السلعة عند عتبتي الغلق و المردودية .

مثال رقم (3)

الجدول التالي يشتمل على بيانات متعلقة بالتكلفة الكلية و الكمية المنتجة من سلعة معينة ، و ذلك من أجل ثلاث وضعيات مختلفة للفترة القصيرة الموافقة لثلاثة حجوم للتجهيزات K_1 ، K_2 ، K_n مع كون $K_1 < K_2 < K_n$.

K_1	q	1	2	3	4	5	6	
	CT_1	100	168	240	340	475	660	
K_2	q	3	4	5	6	7	8	9
	CT_2	288	311	338	384	444.5	544	684
K_n	q	8	9	10	11	12	13	
	CT_n	568	594	620	676.5	804	994	

و المطلوب

1 - أحسب و مثل بيانيا متوسط التكلفة و التكلفة الحدية من أجل مختلف حجوم الجهاز الإنتاجي للمؤسسة K_1 ، K_2 ، K_n .

2 - إنطلاقا من الشكل المحدد بالسؤال السابق حدد شكل منحنى متوسط التكلفة الكلية و التكلفة الحدية في الفترة الطويلة ، ثم علق على ذلك .

حل الأمثلة

مثال رقم (1)

1 - حساب القيم الممثلة للتكلفة الكلية للإنتاج و التكلفة الحدية

تقدر التكلفة الكلية في مثل هذه الحالة (توفر معلومات حول التكاليف الثابتة و التكاليف المتغيرة) من العلاقة

الرياضية التالية :

$$CT = CV + CF$$

حيث : CV تمثل التكلفة المتغيرة .

و CF تمثل التكلفة الثابتة .

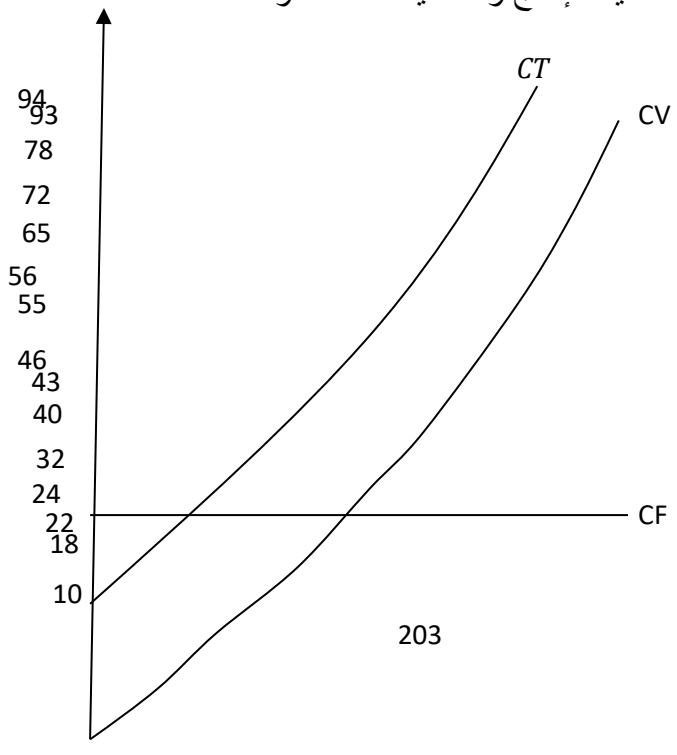
و تقدر التكلفة الحدية في مثل هذه الحالة (بيانات متقطعة) من العلاقة الرياضية التالية :

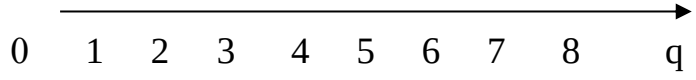
$$Cmg = \frac{\Delta CT}{\Delta q} \quad \text{أو} \quad = \frac{\Delta CV}{\Delta q}$$

الحسابات الناتجة من هاتين العلاقتين الرياضيتين موضحة في الجدول التالي :

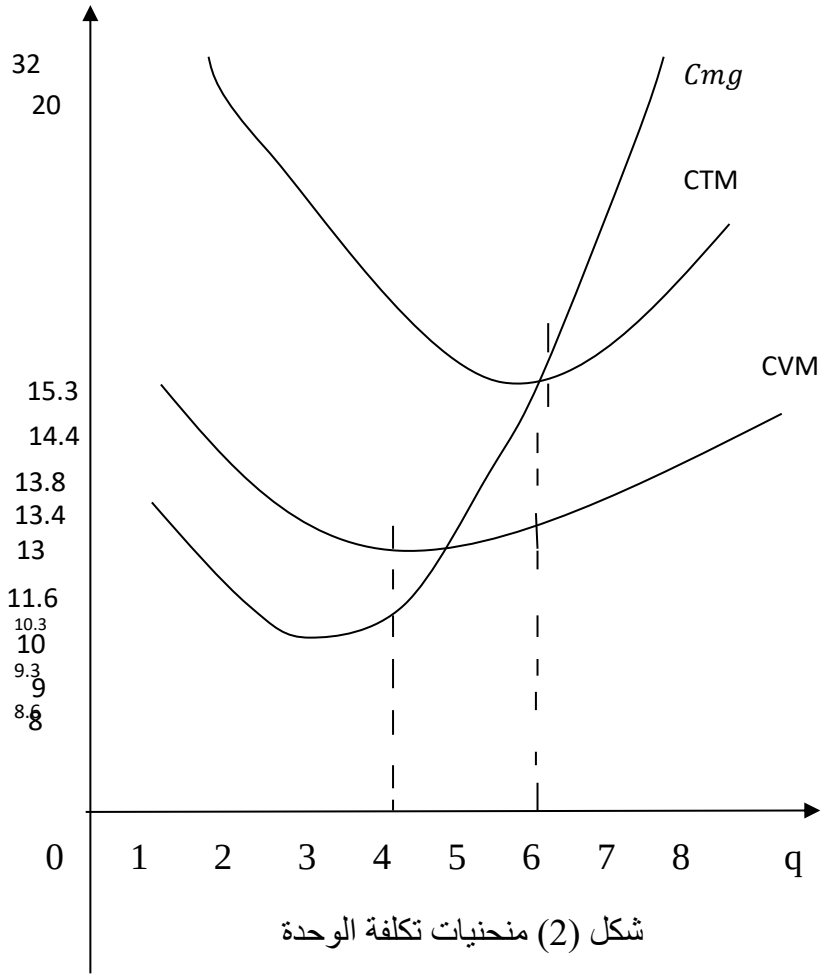
q	0	1	2	3	4	5	6	7	8
CF	22	22	22	22	22	22	22	22	22
CV	0	10	18	24	32	43	56	72	93
CT	22	32	40	46	55	65	78	94	115
CVM	-	10	9	8	8	8.6	9.3	10.3	11.6
CTM	-	32	20	15.3	13.8	13	13	13.4	14.4
Cmg	-	10	8	6	8	11	13	16	21

2 – تمثيل منحنيات التكلفة الكلية للإنتاج و منحنيات تكلفة الوحدة





شكل (1) منحنيات التكلفة الكلية للإنتاج



شكل (2) منحنيات تكلفة الوحدة

تبلغ المؤسسة عتبة الغلق عندما يكون متوسط التكلفة المتغيرة عند أدنى مستوياته و ذلك عندما يكون مساويا للتكلفة الحدية ، و بالنسبة لهذا المثال تبلغ المؤسسة عتبة الغلق عندما تنتج أربع (4) وحدات من السلعة و تحقق عندها أدنى خسارة يمكن أن تتحملها المؤسسة في الفترة القصيرة و هذه الخسارة تعادل التكلفة الثابتة .

و تبلغ المؤسسة عتبة المردودية عندما يكون متوسط التكلفة الكلية عند أدنى مستوياته و ذلك عندما يكون مساويا للتكلفة الحدية .

و بالنسبة لمثالنا تبلغ المؤسسة عتبة المردودية عندما تنتج ست (6) وحدات من السلعة و تتمكن المؤسسة في مثل هذه من تغطية كل تكاليف الإنتاج الثابتة و المتغيرة على حد سواء و تحقق ربحا مساويا للصفر .

مثال رقم (2)

1 - تحديد دوال التكلفة الكلية ، التكلفة الحدية ، متوسط التكلفة الكلية ، متوسط التكلفة المتغيرة .

التكلفة الكلية

$$CT = CV + CF$$

$$= q^3 - 10q^2 + 50q + 72$$

التكلفة الحدية

$$Cmg = \frac{dCT}{dq} = 3q^2 - 20q + 50$$

متوسط التكلفة الكلية

$$CTM = \frac{CT}{q} = q^2 - 10q + 50 + \frac{72}{q}$$

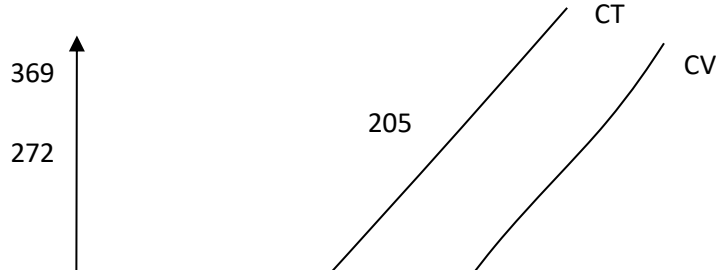
متوسط التكلفة المتغيرة

$$CVM = \frac{CV}{q} = q^2 - 10q + 50$$

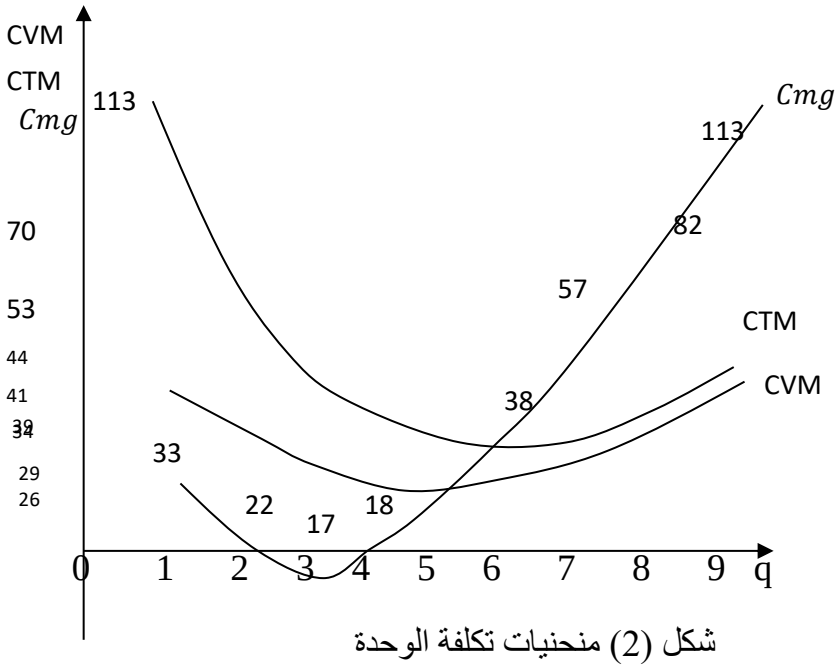
2 - تقدير نتائج السؤال السابق من أجل حجوم الإنتاج المحصورة بين 0 ، 9 .

q	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
CF	72	72	72	72	72	72	72	72	72	72
CV	0	41	68	87	104	125	156	203	272	369
CT	72	113	140	159	176	197	228	275	344	441
CVM	-	41	34	29	26	25	26	29	34	41
CTM	-	113	70	53	44	39.4	38	39.3	43	49
Cmg	-	33	22	17	18	25	38	57	82	113

تمثيل نتائج الجدول بيانيا : $CF\ ,CV\ ,CT$



شكل (1) منحنيات التكلفة الكلية



شكل (2) منحنيات تكلفة الوحدة

3 - الوحدات المنتجة عند عتبتي الغلق و المردودية

عند عتبة الغلق تنتج المؤسسة (5) وحدات من السلعة ، و عند عتبة المردودية تنتج المؤسسة (6) وحدات من السلعة .

<u>مثال رقم (3)</u>

1 - حساب القيم المعبرة عن متوسط التكلفة الكلية و التكلفة الحدية

تقدر متوسط التكلفة الكلية من العلاقة الرياضية التالية :

$$CTM = \frac{CT}{q}$$

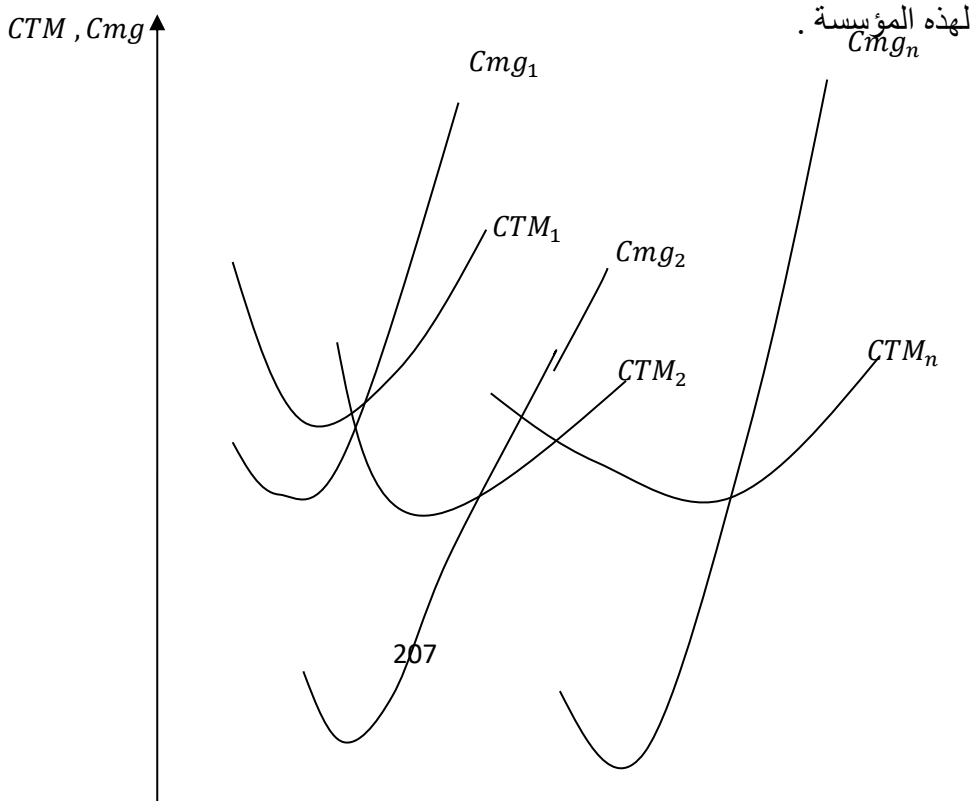
و تقدر التكلفة الحدية في مثل هذه الحالة (بيانات متقطعة) من العلاقة الرياضية التالية :

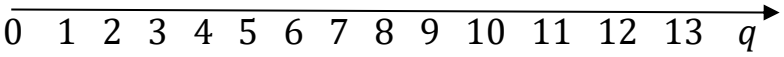
$$Cmg = \frac{\Delta CT}{\Delta q}$$

و الحسابات الناتجة من هاتين العلاقتين الرياضيتين موضحة في الجدول التالي :

K_1	q_1	1	2	3		4	5	6
	CT_1	100	168	240		340	475	660
	CTM_1	100	84	80		85	95	110
	Cmg_1	-	68	72		100	135	185
K_2	q_2	3	4	5	6	7	8	9
	CT_2	288	311	338	384	444.5	544	684
	CTM_2	96	77.75	67.6	64	63.5	68	76
	Cmg_2	-	23	27	46	60.5	99.5	140
K_n	q_n	8	9	10		11	12	13
	CT_n	568	594	620		676.5	804	994
	CTM_n	71	66	62		61.5	67	76.5
	Cmg_n	-	26	26		56.5	127.5	190

التمثيل البياني لمنحنيي متوسط التكلفة الكلية و التكلفة الحدية لمختلف حجوم الجهاز الإنتاجي لهذه المؤسسة .





2 – تحديد شكل منحنى متوسط التكلفة الكلية و التكلفة الحدية للفترة الطويلة

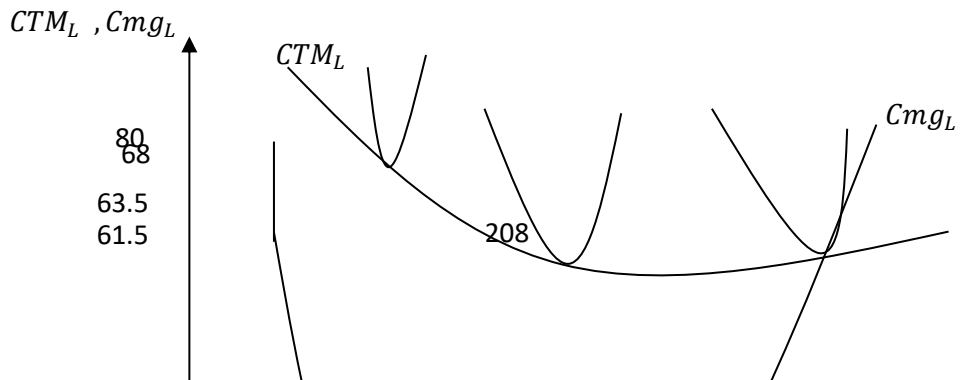
نقوم في البداية بتحديد القيم المعبرة عن كل من متوسط التكلفة الكلية و التكلفة الحدية في الفترة الطويلة بالنظر لكون كل التعديلات الممكن اجراؤها في الفترة القصيرة ، يمكن القيام بها في الفترة الطويلة بسهولة و يسر ، فهذا يعني أن متوسط التكلفة في الفترة الطويلة هي عبارة عن أدنى مستويات متوسط التكلفة في الفترة القصيرة ، لذلك فهو يمس منحنيات متوسط التكلفة الكلية في الفترة القصيرة و لا يعلوا عليها .

مع الإشارة إلى أن النقاط المعبرة عن أدنى متوسط تكلفة كلية في الفترة القصيرة بالنسبة للجهاز الإنتاجي K_1 تقع إلى يمين نقطة التماس بين منحنى متوسط التكلفة الكلية في الفترة القصيرة و بين منحنى متوسط التكلفة الكلية في الفترة الطويلة . في حين أن النقطة المعبرة عن أدنى قيمة لمتوسط التكلفة الكلية في الفترة القصيرة بالنسبة للجهاز الإنتاجي K_n تقع إلى يسار نقطة التماس بين منحنى متوسط التكلفة الكلية في الفترة القصيرة و بين منحنى متوسط التكلفة الكلية في الفترة الطويلة .

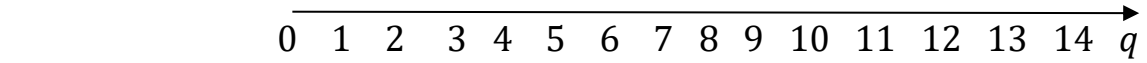
و تفسير ذلك هو أن المؤسسة عند بداية توسعها تميل نحو الاحتفاظ بجزء من طاقتها الإنتاجية خارج الإستغلال وذلك حتى يكون تحت تصرفها عندما تستدعي ظروف السوق التوسع في الإنتاج و ذلك إلى غاية وصول جهازها الإنتاجي إلى حجم معين (الحجم الأمثل لهذا الجهاز الإنتاجي (K_n) أما عندما تتجاوز هذا الحجم مثل حجم الجهاز الإنتاجي K_n فإن المؤسسة تقوم ببناء أجهزة إنتاجية تقل طاقتها عن الطاقة المتوقع استغلالها فعلا ، لذلك فهي لا تترك طاقة انتاجية احتياطية كما كانت تفعل في السابق .

و الجدول التالي يشتمل على القيم المعبرة عن أدنى متوسط التكلفة الكلية لأجهزة الإنتاج الثلاث و كذا التكلفة الحدية.

q	2	3	4	7	9	11
CTM_L	-	80	-	63.5	-	61.5
Cmg_L	68	-	23	-	26	-



26
23



و كما يبدو من هذا الشكل فإن المنحنى الممثل لمتوسط التكلفة الكلية في الفترة الطويلة يأخذ شكلا مشابها للحرف (L) و هذا هو حال منحنيات متوسط التكلفة الكلية في الفترة الطويلة .

الفصل الثالث : الإيرادات

سننحو في دراستنا لموضوع إيرادات المؤسسة نفس المنحنى الذي سلكناه عند دراستنا لكل من الإنتاج و التكاليف .

3 - 1 - مصطلحات الإيرادات

تتمثل مصطلحات الإيرادات في الإيراد الكلي و المتوسط و الحدي .

أولا : الإيراد الكلي

تعرف إيرادات أية مؤسسة بأنها تلك المبالغ النقذية التي تحصل عليها هذه المؤسسة من بيع منتوجها (سلعة أو خدمة) ، و هي بهذا المعنى عبارة عن جداء الكمية المنتجة و المباعة من السلعة بثمن بيعها و يرمز له بالرمز RT ويقدر رياضيا إذن كما يلي :

$$RT = P_q . q$$

حيث : P_q يمثل ثمن البيع .

q تمثل حجم الإنتاج المسوق .

ثانيا : إيراد الوحدة

و يندرج ضمن هذا العنوان كل من الإيراد المتوسط و الإيراد الحدي .

1 - الإيراد المتوسط

و هو عبارة عن نصيب كل وحدة مباعة من السلعة من الإيراد الكلي و يرمز له بالرمز RTM، و يحدد رياضيا كما يلي :

$$RTM = \frac{RT}{q}$$

2 - الإيرد الحدي

و هو عبارة عن التغير في الإيراد الكلي الناتج عن تغير كمية الإنتاج المسوق بوحدة واحدة ، و يرمز له بالرمز Rmg و يقدر رياضيا كما يلي :

بيانات متقطعة $Rmg = \frac{\Delta RT}{\Delta q}$

بيانات متصلة $Rmg = \frac{dRT}{dq}$

3 - 2 - العلاقة بين الإيراد الكلي و الحدي

و تكون هذه العلاقة على النحو التالي :

1 - عندما يكون الإيراد الحدي (Rmg) موجبا يكون الإيراد الكلي متزايدا .

2 - عندما يكون الإيراد الحدي (Rmg) معدوما يكون الإيراد الكلي (RT) أعظميا .

3 - عندما يكون الإيراد الحدي (Rmg) سالبا يكون الإيراد الكلي (RT) متناقصا .

3 - 3 – العلاقة بين الإيراد الحدي و المتوسط

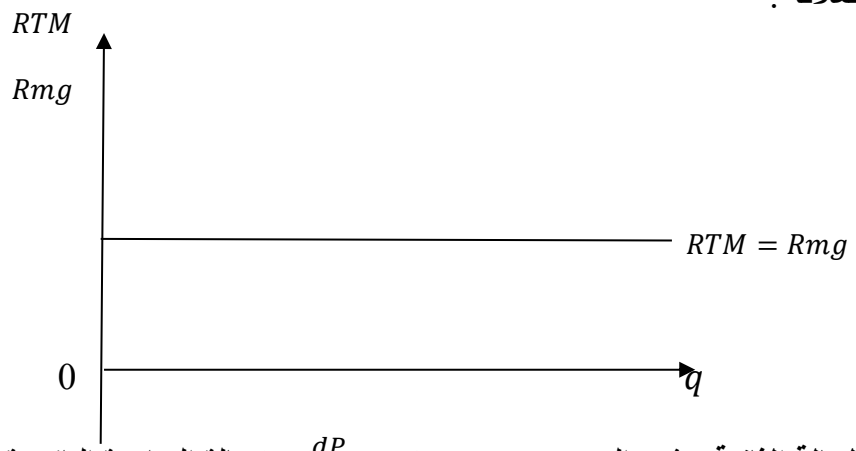
لتحديد العلاقة بين الإيراد المتوسط (RTM) و الإيراد الحدي (Rmg) نأخذ بعين الإعتبار الحالتين التاليتين :

الحالة الأولى : عندما يكون ثمن البيع ثابتا (مستقلا عن الكمية) أي $(\frac{dP}{dq} = 0)$ و هذه هي حالة المنافسة الكاملة.

و تتحقق هذه الحالة عندما لا يكون ثمن البيع (P_q) متعلقا بالكمية المطلوبة (q) فالسعر يؤخذ من قبل هذه المؤسسة في مثل هذه الحالة كمعطى .

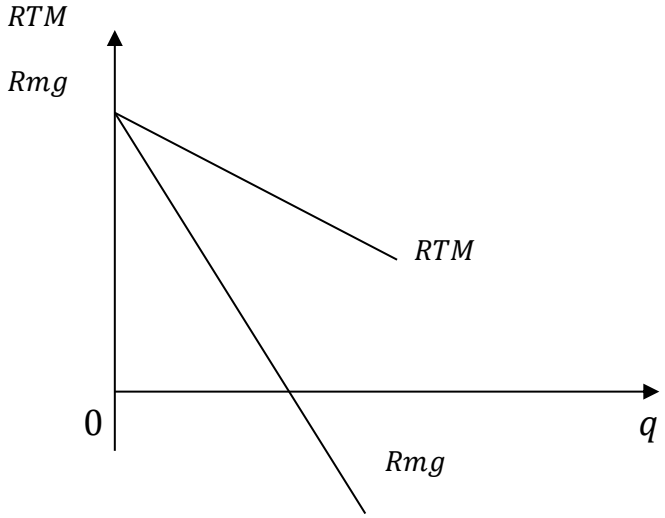
فالإيراد المتوسط (RTM) في مثل هذه الحالة يكون مساويا لثمن البيع (P_q) مهما كانت الكمية المطلوبة من السلعة .

و التمثيل البياني للإيراد المتوسط (RTM) يكون عبارة عن خط أفقي مواز لمحور الكميات ، و بالمقابل فإن بيع وحدة إضافية من السلعة لا يؤثر في ثمن البيع ، و منه فالإيراد الحدي سيكون بدوره مساويا لثمن البيع ، و هكذا يمكن القول هنا أن الإيراد المتوسط (RTM) و الإيراد الحدي (Pmg) متساويان ، و الشكل التالي يوضح مثل هذه العلاقة .



الحالة الثانية : ثمن البيع يتغير بتغير $(\frac{dP}{dq} < 0)$ (حالة المنافسة الناقصة) ففي مثل هذه الحالة ، و حيث أن الطلب على السلعة (في الحالات العادية) هو دالة متناقصة في السعر ، و هذا يعني أن السعر يتغير بتغير الكمية ، بمعنى أن الكمية المباعة من السلعة تكون متعلقة بثمن البيع .

و في مثل هذه الحالة لا يتساوى الإيراد المتوسط (RTM) مع الإيراد الحدي (Rmg) و يكون هذا الأخير أقل من (RTM) ، و ذلك كما هو موضح في الشكل التالي :



3 - 4 - العلاقة بين المرونة السعر و الإيراد

و تدرس هذه العلاقة من زاويتين :

الزاوية الأولى : $RT = P_q . q$

$$dRT = P_q d_q + q dP_q$$

و بقسمة الطرفين علىdq نجد :

$$\frac{dRT}{dq} = P_q + q \frac{dP_q}{dq}$$

$$= P_q \left(1 + \frac{q}{P_q} . \frac{dP_q}{dq}\right)$$

و حيث أن $\frac{q}{P_q} . \frac{dP_q}{dq}$ ما هو سوى مقلوب المرونة السعرية ($e_q / P_q = \frac{q}{P_q} . \frac{dP_q}{dq}$)و أن $\frac{dRT}{dq}$ ما هو سوى الإيراد الحدي إذن :

$$Pmg = P_q \left(1 + \frac{1}{e}\right)$$

1 - عندما يكون الطلب مرنا يكون الإيراد الحدي سالبا و يكون الإيراد الكلي متناقصا .

2 - عندما يكون الطلب غير مرن فالإيراد الحدي يكون موجبا و يكون الإيراد الكلي متزايدا .

3 - عندما يكون الطلب متكافىء المرونة $(e = 1)$ فإن الإيراد الحدي يكون مساويا للصفر و الإيراد الكلي يكون أعظميا .

الزاوية الثانية : $RT = P_q . q$

$$dRT = P_q d_q + q dP_q$$

بقسمة الطرفين على dP_q نجد :

$$\frac{dRT}{dP_q} = P_q \frac{dq}{dP_q} + q$$

$$= q \left(1 + \frac{dq}{dP_q} . \frac{Pq}{q}\right)$$

$$= q(1 + e)$$

$\frac{dRT}{dP_q}$ تمثل التغير في الإيراد الكلي زيادة أو نقصانا عندما يتغير السعر بوحدة نقذية واحدة .

1 - عندما يكون الطلب مرنا $e > 1$ فإن ارتفاع السعر يؤدي إلى انخفاض الإيراد الكلي .

2 - عندما يكون الطلب غير مرن $e < 1$ فإن ارتفاع السعر يؤدي إلى زيادة الإيراد الكلي .

3 - عندما يكون الطلب متكافىء المرونة $(e = 1)$ فإن تغير السعر (ارتفاعا أو انخفاضا) سوف لن يترتب عنه أي تعديل في الإيراد الكلي .

و نتيجة لما تقدم فإن :

* كون الطلب على سلعة معينة مرنا ، مصلحة المنتج تقتضي تخفيض السعر .

* كون الطلب على السلعة غير مرن فمصلحة المنتج تقتضي رفع السعر .

* كون الطلب على السلعة متكافىء المرونة فمصلحة المنتج تقتضي عدم تغيير ثمن السلعة .

<u>مثال رقم (1)</u>

الجدول التالي يشتمل على بيانات حول الكمية المباعة من سلعة معينة من قبل إحدى المؤسسات و ثمن الوحدة من هذه السلعة .

q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_q	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

<u>و المطلوب :</u>

1 - قدر كل من الإيراد الكلي و المتوسط و الحدي ، و ماذا تستنتج ؟

2 - مثل بيانيا نتائج السؤال السابق ؟

3 - ضمن أي سوق تعمل هذه المؤسسة ، و لماذا ؟

<u>مثال رقم (2)</u>

الجدول التالي يشتمل على بيانات حول الكمية المباعة من سلعة معينة من قبل إحدى المؤسسات و ثمن الوحدة من هذه السلعة

q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_q	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11

<u>و المطلوب :</u>

1 - قدر كل من الإيراد الكلي و المتوسط و الحدي ، و ماذا تستنتج ؟

2 - مثل بيانيا نتائج السؤال السابق .

3 - هل تختلف السوق الذي تعمل به هذه المؤسسة عن سوق التمرين السابق ، و لماذا ؟

مثال رقم (3)

إذا كانت إيرادات إحدى المؤسسات من بيع السلعة التي تنتجها من الشكل :

$$RT = 22q - 0.5q^2$$

و المطلوب :

1 - حدد دالتي الإيراد الحدي و المتوسط .

2 - ماهو حجم الإنتاج الذي يكون من أجله الإيراد الكلي أعظميا ، و ما هي قيمة هذا الإيراد و الإيراد المتوسط عند ذلك الحجم من الإنتاج .

3 - مثل الحل بيانيا محددا نوع السوق الذي تعمل فيه هذه المؤسسة .

حل الأمثلة

مثال رقم (1)

1 – تقدير كل من الإيراد الكلي و المتوسط و الحدي

يقدر الإيراد الكلي كما يلي :

$$RT = P_q . q$$

و يقدر الإيراد المتوسط كما يلي :

$$RM = \frac{RT}{q}$$

و يقدر الإيراد الحدي في مثل هذه الحالة (بيانات متقطعة) كما يلي :

$$Rmg = \frac{\Delta RT}{\Delta q}$$

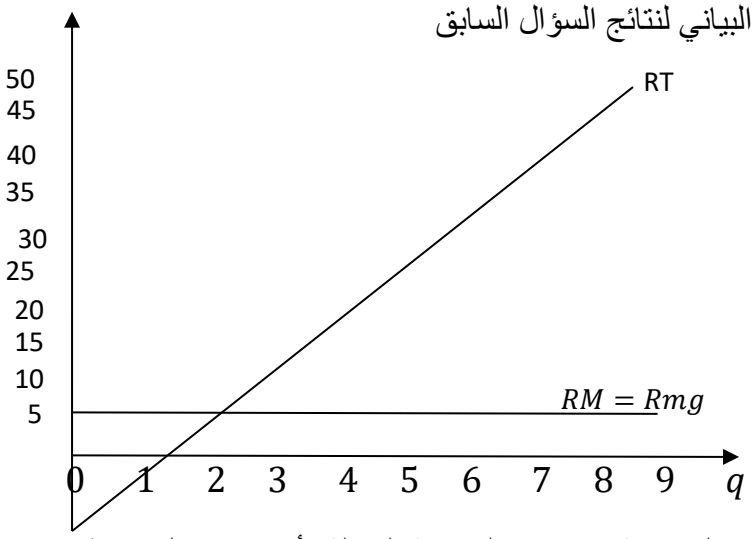
و الحسابات الناتجة من هذه العلاقات الرياضية موضحة في الجدول التالي :

q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_q	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
RT	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
RM	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
Rmg	-	5	5	5	5	5	5	5	5	5

الإستنتاج :

نلاحظ من خلال النتائج المعبرة عن كل من الإيراد المتوسط و الإيراد الحدي أنهما ثابتين ، و لا يتأثران بتغير الكمية المباعة من السلعة .

2 – التمثيل البياني لنتائج السؤال السابق



3 – تعمل هذه المؤسسة في سوق المنافسة الكاملة لأن الإيراد المتوسط و الإيراد الحدي ثابتين فضلا عن عدم وجود علاقة بين الكمية المباعة و السعر و هذا لا يحدث إلا في سوق المنافسة الكاملة .

<u>مثال رقم (2)</u>

1 – تقدير الإيراد الكلي و المتوسط و الحدي

تقدر هذه المصطلحات الإقتصادية بنفس الكيفية التي اعتمدناها في حل المثال رقم (1)

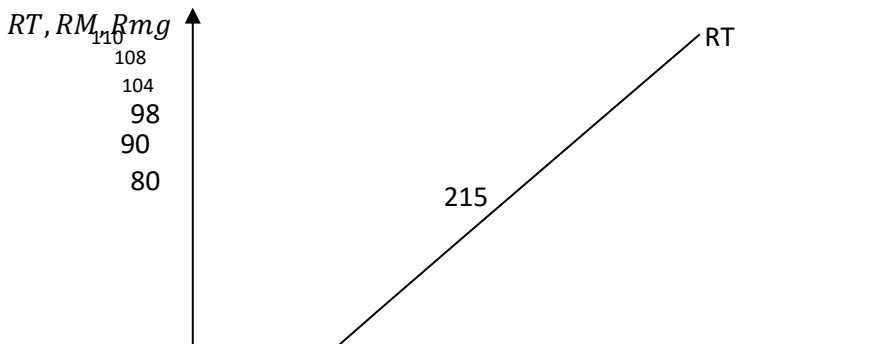
و الحسابات الناتجة عن مثل تلك العلاقات الرياضية موضحة في الجدول التالي :

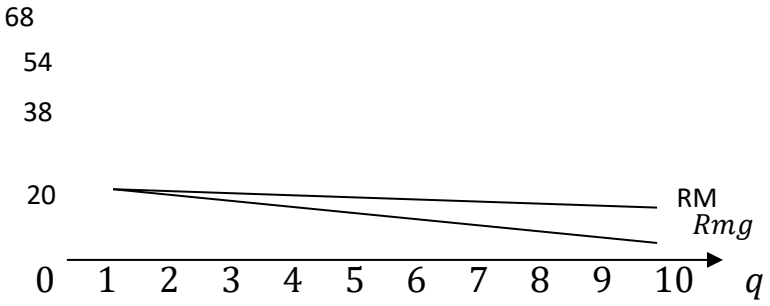
q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_q	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11
RT	20	38	54	68	80	90	98	104	108	110
RM	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11
Rmg	-	18	16	14	12	10	8	6	4	2

الإستنتاج

نلاحظ من خلال نتائج كل من RM و Rmg أنهما يتغيران بتغير ثمن السلعة و أنهما غير متساويان و أن RM أكبر من Rmg .

2 - التمثيل البياني لنتائج السؤال الأول





3 - نعم هذه السوق تختلف عن السوق السابقة لأن ثمن السلعة في مثل هذه الحالة يتغير بتغير الكمية المباعة وبالتالي فالسوق التي تعمل فيها هذه المؤسسة ليست سوق منافسة كاملة ، بل هي حالة أسواق أخرى .

<u>مثال رقم (3)</u>

1 - تحديد دالتي الإيراد الحدي و المتوسط

تحدد دالة الإيراد الحدي كما يلي :

$$Rmg = \frac{dRT}{dq}$$

أما دالة الإيراد المتوسط فتحدد بنفس الكيفية المعتمدة في المثالين السابقين

دالة الإيراد المتوسط

$$RM = \frac{RT}{q}$$

$$= 22 - 0.5q$$

دالة الإيراد الحدي

$$Rmg = \frac{dRT}{dq}$$

$$= 22 - q$$

2 - تقدير حجم الإنتاج الذي يكون من أجله الإيراد الكلي أعظميا

يكون الإيراد الكلي أعظميا عندما يكون الإيراد الحدي مساويا للصفر

$$Rmg = 0 \leftrightarrow 22 - q = 0$$

و منه $q = 22$

قيمة الإيراد الكلي عند هذا الحجم من الإنتاج

$$RT = 22(22) - 0.5(22)^2$$

$$= 484 - 242$$

$RT = 242$ و . نقدية

قيمة الإيراد المتوسط عند هذا الحجم من الإنتاج

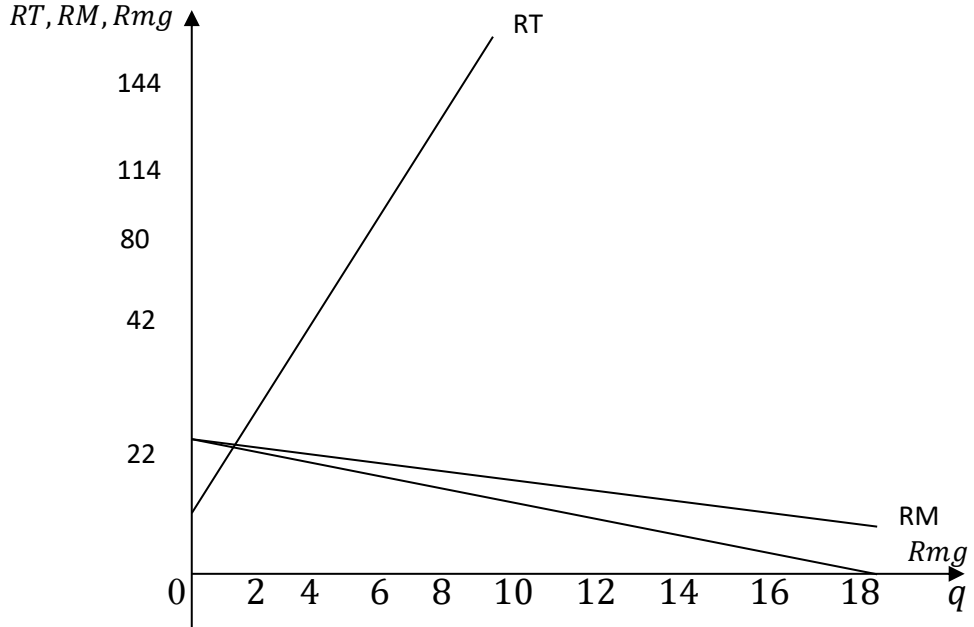
$$RM = 22 - 0.5(22)$$

$RM = 11$ و . نقدية

3 - تمثيل نتائج السؤالين السابقين بيانيا

نقوم في البداية بتقدير قيم كل من RT و RM و Rmg من أجل كميات مختارة للسلعة المنتجة .

q	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
RT	42	80	114	144	170	192	210	224	234	240
RM	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12
Rmg	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2



بحسب نتائج الجدول السابق و الشكل فإن المؤسسة تعمل في أحد الأسواق الناقصة (أي ليست سوق منافسة كاملة).

الفصل الرابع : تعظيم الربح

قبل الحديث عن موضوع هذا الفصل نشير إلى أن الربح هو عبارة عن الفرق بين إيرادات المؤسسة و بين تكاليف الإنتاج و يرمز له بالرمز π و حيث أن تكاليف الإنتاج يمكن أن تكون بدلالة وحدات عناصر الإنتاج أو بدلالة الكمية المنتجة من السلعة ، و سوف نتناول تعظيم الربح من هاتين الزاويتين

الزاوية الأولى : عندما تكون تكاليف الإنتاج بدلالة وحدات عناصر الإنتاج أي :

$$CT = CP_L + KP_K$$

نشكل في البداية معادلة الربح

$$\pi = RT - CT$$

$$= P_q f(L,K) - (LP_L + KP_K)$$

الشرط اللازم : $\frac{\partial \pi}{\partial L} = 0$, $\frac{\partial \pi}{\partial K} = 0$

$$\frac{\partial \pi}{\partial L} = P_q \frac{\partial q}{\partial L} - P_L = 0 \rightarrow P_q \frac{\partial q}{\partial L} = P_L \ldots (1)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial K} = P_q \frac{\partial q}{\partial K} - P_K = 0 \rightarrow P_q \frac{\partial q}{\partial K} = P_K \ldots (2)$$

$\frac{\partial q}{\partial L}$ يمثل الإنتاج الحدي الطبيعي للعمل ، أي الإنتاج الحدي مقوما بوحدات طبيعية .

$P_q \frac{\partial q}{\partial L}$ يمثل الإنتاج الحدي القيمي للعمل ، أي الإنتاج الحدي مقوما بوحدات نقدية و نفس الشيء بالنسبة لـ $\frac{\partial q}{\partial K}$, $P_q \frac{\partial q}{\partial K}$.

التفسير الإقتصادي لمضمون الشرط اللازم

يتحقق الربح الأعظمي للمؤسسة عندما يتساوى الإنتاجي الحدي القيمي لأي عنصر إنتاجي مع تكلفة استخدام الوحدة من هذا العنصر الإنتاجي ، و تستمر المؤسسة في طلب المزيد من العنصر الإنتاجي طالما أن قيمة ناتجه الحدي أكبر من تكلفة استخدام الوحدة من هذا العنصر الإنتاجي و تتوقف عن هذا الطلب عندما يتساويان .

الشرط الكافي :

$$\frac{\partial 2\pi}{\partial L^2} < 0 \leftrightarrow P_q \frac{\partial 2q}{\partial L^2} < 0$$

$$\frac{\partial 2\pi}{\partial K^2} < 0 \leftrightarrow P_q \frac{\partial 2q}{\partial K^2} < 0$$

بمعنى أن أعظم ربح يتحقق في المجال الذي يكون فيه الإنتاج الحدي الطبيعي لأي عنصر انتاجي متناقصا .

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial 2\pi}{\partial L^2} & \frac{\partial 2\pi}{\partial L \partial K} \\ \frac{\partial 2\pi}{\partial K \partial L} & \frac{\partial 2\pi}{\partial K^2} \end{vmatrix} > 0$$

الزاوية الثانية : عندما تكون تكاليف الإنتاج بدلالة الكمية المنتجة من السلعة ، أي

$$CT = f(q)$$

نشكل معادلة الربح

$$\pi = RT - CT$$

$$= P_q . q - f(q)$$

الشرط اللازم : $\frac{d\pi}{dq} = 0$

$$\frac{d\pi}{dq} = 0 \leftrightarrow \frac{dRT}{dq} - \frac{dCT}{dq} = 0$$

$$Rmg = Cmg$$

الشرط اللازم لتعظيم الربح يقتضي بأن يكون الإيراد الحدي مساويا للتكلفة الحدية .

الشرط الكافي : $\frac{d2\pi}{dq^2} < 0$

$$\frac{d2\pi}{dq^2} = 0 - \frac{d2CT}{dq^2} < 0 \rightarrow \frac{d2CT}{dq^2} > 0$$

و هذا يعني أن أقصى ربح يتحقق في ذلك الجزء المتصاعد من منحنى التكلفة الحدية .

<u>مثال رقم (1)</u>

تعتمد إحدى المؤسسات في انتاج سلعة معينة دالة إنتاج من الشكل :

$$q = 2\sqrt{L}\,.\sqrt{K}$$

نفترض أن ثمن البيع هو P_q و أن تكلفة استخدام الوحدة من العمل هي (s) و أن (i) هي تكلفة استخدام الوحدة من رأس المال .

و المطلوب :

1 - حدد دالة الطلب لعنصر العمل على افتراض أن المستخدم من رأس المال ثابتا و يساوي 4 وحدات نقدية ، وماهي خصائص المنحنى الممثل لهذه الدالة .

2 - أحسب قيمة الربح إذا علمت أن $P_q = 2$ و $i = 2$ و $s = 1$.

3 – بالتخلي عن فرضية ثبات المستخدم من رأس المال ، حدد معادلة مسار التوسع .

مثال رقم (2)

لتكن لدينا دالة إنتاج من الشكل :

$$q = -L^2 - 2K^2 + 12L + 11K + 10$$

و بافتراض أن :

$$P_q = 12$$

$$P_L = 7$$

$$P_K = 5$$

و المطلوب :

1 – حدد عدد الوحدات التي ينبغي على المؤسسة استخدامها من عنصري العمل و رأس المال من أجل ضمان تحقيق هدف أقصى ربح .

2 - تأكد من أن الحل السابق يعبر فعلا عن الحل الأمثل (تحقيق أقصى ربح) .

3 – ماهي قيمة هذا الربح الأعظمي .

مثال رقم (3)

نفترض أن معادلة الربح الخاص بنشاط إحدى المؤسسات مكونة من

دالة الطلب على السلعة

$$4P_q + q - 16 = 0$$

و متوسط التكلفة الكلية

$$CTM = \frac{4}{q} + 2 - 0.5q + 0.05q^2$$

و المطلوب :

1 – حدد حجم الإنتاج المعظم لإيراد المؤسسة .

2 - حدد حجم الإنتاج المرني لكل من التكلفة الحدية و متوسط التكلفة المتغيرة .

3 - حدد حجم الإنتاج المعظم للربح .

حل الأمثلة

مثال رقم (1)

1 - تحديد دالة الطلب بالنسبة لعنصر العمل

تحدد هذه الدالة و حسب معطيات هذا المثال من الشرط اللازم لتعظيم الربح

$$\pi = RT - CT$$

حيث RT تمثل الإيراد الكلي

CT تمثل التكلفة الكلية للإنتاج

$$\pi = P_q . q - (sL + iK)$$

$$= P_q\left(2\sqrt{L}\sqrt{K}\right) - (sL + iK)$$

و حيث أن K ثابت و يساوي 4 وحدات فإن :

$$\pi = P_q\left(4\sqrt{L}\right) - (s\ L + 4i)$$

$$= 4P_q\sqrt{L} - (s\ L + 4i)$$

الشرط اللازم : $\frac{d\pi}{dL} = 0$

$$\frac{d\pi}{dL} = 4P_q . \frac{1}{2\sqrt{L}} - s = 0 \rightarrow$$

$$2P_q = s\sqrt{L}$$

و بتربيع الطرفين نجد

$$4P_q^2 = s^2 L \rightarrow$$

$$L = \frac{4P_q^2}{s^2}$$

دالة الطلب بالنسبة لعنصر العمل

و نلاحظ أن هذه الدالة هي دالة متناقصة في تكلفة استخدام الوحدة من عنصر العمل وهذه هي إحدى خصائص دوال الطلب و بالتالي فالمنحنى الممثل لهذه الدالة ينحدر من أعلى إلى أسفل و من اليسار باتجاه اليمين دالا بذلك على وجود علاقة عكسية بين الطلب على عنصر العمل و تكلفة استخدامه .

2 - تقدير قيمة الربح من $P_q = 2$ ، $i = 2$ و $s = 1$.

$$RT = P_q . q$$

$$q = 4\sqrt{L}$$

$$\sqrt{L} = \frac{2P_q}{1} = \frac{(2)(2)}{1} = 4$$ وحدات

$$q = (4)(4) = 16$$ وحدة

$$RT = (2)(16) = 32$$ و. نقدية

$$CT = (1)(16) + (2)(4) = 24$$ و. نقدية

$$\pi = 32 - 24 = 8$$ و. نقدية

المؤسسة تحقق ربحا مساويا لـ 8 و .نقدية .

3 - تحديد معادلة " مسار التوسع "

تحدد معادلة " مسار التوسع " من الشرط اللازم لتعظيم الربح

$$\pi = P_q . q - (s\,L + iK)$$

$$= 2P_q\sqrt{L}\sqrt{K} - (\,s\,L + iK)$$

الشرط اللازم : $\frac{\partial \pi}{\partial L} = 0$, $\frac{\partial \pi}{\partial K} = 0$

$$\frac{\partial \pi}{\partial L} = 2P_q . \frac{\sqrt{K}}{2\sqrt{L}} - s\ = 0 \quad \ldots (1)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial K} = 2P_q \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{K}} - i = 0 \ldots (2)$$

بقسمة (1) على (2) نجد :

$$\frac{\sqrt{K}/\sqrt{L}}{\sqrt{L}/\sqrt{K}} = \frac{s}{i} \rightarrow \frac{K}{L} = \frac{s}{i}$$

و منه : $K = \frac{s}{i} L$

و من أجل $s = 1$, $i = 2$ تصبح

$$K = 0.5L$$

و هذه هي معادلة مسار التوسع

<u>مثال رقم (2)</u>

1 - تقدير عدد الوحدات من عنصري العمل و رأس المال التي تضمن للمؤسسة تحقيق أقصى ربح

نشكل معادلة الربح

$$\pi = RT - CT$$

$$RT = 12(-L^2 - 2K^2 + 12L + 11K + 10)$$

$$CT = 7L + 5K$$

$$\pi = 12(-L^2 - 2K^2 + 2L + 11K + 10)$$

$$-(7L + 5K)$$

الشرط اللازم : $\frac{\partial \pi}{\partial L} = 0$, $\frac{\partial \pi}{\partial K} = 0$

$$\frac{\partial \pi}{\partial L} = 12(-2L + 12) - 7 = 0 \rightarrow 12(-2L + 12) = 7 \quad \ldots (1)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial K} = 12(-4K + 11) - 5 = 0 \rightarrow 12(-4K + 11) = 5 \ldots (2)$$

من (1) نجد :

$$-24L + 144 - 7 = 0 \rightarrow L = 5.71 \text{ وحدة}$$

و من (2) نجد :

$$132 - 48K - 5 = 0 \rightarrow K = 2.65 \text{ وحدة}$$

2 - التأكد من أن النتائج السابقة تحقق فعلا للمؤسسة أقصى ربح

$$\frac{\partial 2\pi}{\partial L^2} < 0 \ , \ \frac{\partial 2\pi}{\partial K^2} < 0$$

$$\frac{\partial 2\pi}{\partial L^2} = -24 < 0$$

$$\frac{\partial 2\pi}{\partial K^2} = -48 < 0$$

الشرط الكافي متحقق ، و عليه فباستخدام 5.71 وحدة من العمل و 2.65 من رأس المال تتمكن المؤسسة من تحقيق أقصى ربح .

3 – تقدير قيمة هذا الربح

$$RT = P_q . q$$

$$= 12(-5.71^2 - 2(2.65)^2 + 12(5.31) + 11(2.65) + 10)$$

$$= 12(-32.6 - 14.05 + 68.52 + 29.15 + 10)$$

$$= 12(61.02)$$

$$RT = 732.24 \text{ و . نقدية}$$

$$CT = P_L . L + P_K . K$$

$$= (7)(5.71) + (5)(2.65) = 39.97 + 13.25$$

$$= 53.22 \text{ و . نقدية}$$

$$\pi \approx 732.24 - 53.22 \approx 679 \text{ و . نقدية}$$

<u>مثال رقم (3)</u>

1 - تحديد حجم الإنتاج المعظم لإيراد المؤسسة

$$RT = P_q . q$$

من دالة الطلب نجد :

$$4P_q = 16 - q$$

$$P_q = 4 - 0.25q$$

$$RT = (4 - 0.25q)q = 4q - 0.25q^2$$

حتى يكون الإيراد الكلي أعظميا يجب أن يكون الإيراد الحدي معدوما

$$Rmg = 0 \leftrightarrow MaxRT$$

$$Rmg = 0 \leftrightarrow \frac{dRT}{dq} = 4 - 0.5q = 0 \rightarrow q = 2$$

2 - تحديد حجم الإنتاج المدني لكل من التكلفة الحدية و متوسط التكلفة المتغيرة

من معادلة متوسط التكلفة الكلية نجد التكلفة الكلية و ذلك كما يلي :

$$CT = CTM . q$$

$$= \left(\frac{4}{q} + 2 - 0.5q + 0.05q^2\right) q$$

$$= 4 + 2q - 0.5q^2 + 0.05q^3$$

التكلفة المتغيرة هي

$$CV = 2q - 0.5q^2 + 0.05q^3$$

متوسط التكلفة المتغيرة

$$CVM = \frac{CV}{q} = 2 - 0.5q + 0.05q^2$$

التكلفة الحدية

$$Cmg = \frac{dCV}{dq} = 2 - q + 0.15q^2$$

تكون متوسط التكلفة المتغيرة عند حدها الأدنى عندما تتساوى مع التكلفة الحدية

$$MinCVM \leftrightarrow CV = Cmg$$

$$2 - 0.5q + 0.05q^2 = 2 - q + 0.15q^2 \rightarrow$$

$$0.15q^2 - q + 2 - 2 + 0.5q - 0.05q^2 = 0$$

$$0.1q^2 - 0.5q = 0 \rightarrow q(0.1q - 0.5) = 0$$

$$q = \frac{0.5}{0.1} = 5 \text{ وحدات}$$

$$MinCmg \leftrightarrow \frac{dCmg}{dq} = 0$$

$$-1 + 0.3q = 0 \rightarrow q = 3.33 \text{ وحدة}$$

3 - تقدير حجم الإنتاج المعظم للربح

$$\pi = RT - CT$$

$$= 4q - 0.25q^2 - (4 + 2q - 0.5q^2 + 0.05q^3)$$

الشرط اللازم : $\frac{d\pi}{dq} = 0$

$$\frac{d\pi}{dq} = 4 - 0.5q - (2 - q + 0.15q^2) = 0 \rightarrow$$

$$4 - 0.5q - 2 + q - 0.15q^2 = 0 \rightarrow$$

$$2 + 0.5q - 0.65q^2 = 0$$

$$\Delta = 0.25 + 5.2 = 5.45$$

$$\sqrt{\Delta} = 2.33$$

$$q_1 = \frac{-0.5-2.33}{2(-0.65)} = \frac{2.83}{1.3} = 2.177 \text{ وحدة}$$

$$q_2 = \frac{-0.5+2.33}{2(-0.65)} = \frac{1.83}{-1.3} = -1.4 < 0 \text{ مرفوض}$$

الشرط الكافي :

$$\frac{d2\pi}{dq^2} < 0 \leftrightarrow 0.5 - 1.3q = 0.5 - 1.3(2.177) = -2.33$$

الشرط الكافي متحقق ، و عليه فالكمية $q = 2.177$ تسمح للمؤسسة ببلوغ هدف أقصى ربح .

4– قيمة هذا الربح الأعظمي

$$RT = P_q . q$$

$$= 4q - 0.25q^2$$

من أجل : $q = 2.177$

$$RT = 4(2.177) - 0.25(2.177)^2$$

$$= 8.71 - 1.18$$

$RT = 7.53$ و . نقدية

$$CT = 4 + 2(2.177) - 0.5(2.177)^2 + 0.05(2.177)^3$$

$$= 4 + 4.354 - 2.37 + 0.516$$

$CT = 6.5$ و . نقدية

$\pi = 1.03$ و . نقدية

الفصل الخامس : اشتقاق دالة العرض

تشتق دالة عرض السلعة من الشرط اللازم لتعظيم الربح ، و هي إما أن تكون في صورة $P_q = f(q)$ أو $q = f(P_q)$ أي إما تكون دالة تابعة للكمية أو تابعة لثمن البيع .

و لاحظنا سابقا أن هذا الشرط يقتضي بأن التكلفة الحدية (Cmg) مساوية لثمن البيع (P_q) و منحنى العرض في واقع الأمر هو جزء من منحنى التكلفة الحدية و تحديدا هو ذلك الجزء المتصاعد من هذا المنحنى ، و الذي يبدأ من نقطة تقاطع منحنى التكلفة الحدية (Cmg) مع منحنى متوسط التكلفة المتغيرة (CVM) أي عند عتبة الغلق .

و المؤسسة سوف لن تعرض أي كمية من السلعة التي تنتجها إذا كان ثمن بيعها يقل عند أدنى قيمة لمتوسط التكلفة المتغيرة $(Min\ CVM)$ ، أما إذا كان ثمن البيع أكبر فإن الكمية المعروضة حينها تكون متوقفة على ثمن السلعة .

<u>مثال رقم (1)</u>

المعادلة التالية تمثل التكلفة الكلية التي تتحملها إحدى المؤسسات من أجل إنتاج سلعة معينة معبر عنها بالرمز q

$$CT = 0.1q^3 - 2q^2 + 15q + 30$$

و المطلوب :

1 - حدد الدالة المعبرة عن عرض السلعة q .

2 - ما هو أدنى سعر يمكن أن تقبل به هذه المؤسسة عرض السلعة التي تنتجها ، و ما هي وضعية المؤسسة عند ذلك الحد .

3 - كم سيكون حجم الإنتاج المعظم لربح هذه المؤسسة إذا كان ثمن البيع مساويا لـ22.5 وحدة نقذية .

4 - كم سيكون متوسط التكلفة الكلية المقابلة لحجم الإنتاج المحدد بالسؤال السابق .

5 - ما هي أنواع الأرباح التي تحققها هذه المؤسسة من أجل نتائج السؤال السابق .

6 - مثل منحنيات التكلفة الكلية و متوسط التكلفة المتغيرة و التكلفة الحدية بيانيا و مبرزا على هذا الشكل منحنى عرض السلعة q .

مثال رقم (2)

إذا كانت دالة الطلب بالنسبة لسلعة تنتجها إحدى المؤسسات كما يلي :

$$q = -90 + 2P = 0$$

و أن التكلفة الكلية لإنتاج هذه السلعة معطاة وفق الصيغة الرياضية التالية :

$$CT = q^3 - 8q^2 + 57q + 2$$

و المطلوب :

تقدير حجم الإنتاج المؤدي إلى :

أ - تعظيم الإيراد الكلي .

ب - تدنية التكلفة الكلية .

ج - تدنية متوسط التكلفة المتغيرة .

د - تعظيم الربح .

حل الأمثلة

مثال رقم (1)

1 - تحديد الدالة المعبرة عن عرض السلعة

تحدد دالة عرض أية سلعة من الشرط اللازم لتعظيم الربح

$$\pi = RT - CT$$

$$= P_q.q - (0.1q^3 - 2q^2 + 15q + 30)$$

$$\frac{d\pi}{dq} = 0 \leftrightarrow P_q - (0.3q^2 - 4q + 15) = 0 \rightarrow$$

$$0.3q^2 - 4q + 15 - P_q = 0$$

$$\Delta = (4)^2 - 4(0.3)(15 - P_q)$$

$$= 16 - 18 + 1.2P_q$$

$$= 1.2P_q - 2$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{1.2P_q - 2}$$

$$q_1 = \frac{4+\sqrt{1.2P_q-2}}{0.6} \quad P_q \geq MinCVM$$

$$q_2 = 0 \quad P_q < MinCVM$$

إذا كان ثمن البيع أكبر أو يساوي أدنى قيمة لمتوسط التكلفة المتغيرة فإن المؤسسة تعرض كمية من السلعة مساوية لـ q_1 أي $\frac{4+\sqrt{1.2P_q-2}}{0.6}$ أما إذا كان ثمن البيع أقل فالمؤسسة لا تعرض أية كمية من السلعة $q_2 = 0$.

2 - تقدير أدنى سعر يمكن أن تعرض عنده المؤسسة السلعة التي تنتجها

أدنى سعر هو أدنى قيمة لمتوسط التكلفة المتغيرة

$$MinCVM \leftrightarrow CVM = Cmg$$

$$CVM = 0.1q^2 - 2q + 15$$

$$Cmg = 0.3q^2 - 4q + 15$$

$$CVM = Cmg \leftrightarrow 0.1q^2 - 2q + 15 = 0.3q^2 - 4q + 15$$

$$0.1q^2 - 2q + 15 - 0.3q^2 + 4q - 15 = 0$$

$$-0.2q^2 + 2q = 0 \rightarrow q(-0.2q + 2) = 0$$

إما $q = 0$ مرفوض

$-0.2q + 2 = 0 \rightarrow q = 10$ وحدات أو

$CVM = 0.1(10)^2 - 2(10) + 15 = 5$ وحدات نقدية

وضعية المؤسسة عند هذا الحد

$$RT = P_q . q$$

$(5)(10) = 50$ و . نقدية

$$CT = 0.1(10)^3 - 2(10)^2 + 15(10)$$

$$= 100 - 200 + 150 + 30$$

$= 80$ و . نقدية

$$\pi = 50 - 80 = -30$$

المؤسسة تحقق خسارة مساوية لـ 30 وحدة نقدية و هي مقدار التكاليف الثابتة و تمثل أدنى خسارة يمكن أن تتحملها المؤسسة في الفترة القصيرة .

3 - تقدير حجم الإنتاج من أجل ثمن بيع مساو لـ 22.5 وحدة نقدية .

$$q = \frac{4+\sqrt{(1.2)(22.5)-2}}{0.6}$$

$= \frac{4+\sqrt{27-2}}{0.6} = 15$ وحدة

4 - متوسط التكلفة الكلية عند انتاج 15 وحدة من السلعة

$$CTM = 0.1(15)^2 - 2(15) + 15 + \frac{30}{15}$$

$= 22.5 - 30 + 15 + 2 = 9.5$ وحدة نقدية

5 - تحديد أنواع الأرباح المتحققة عند إنتاج 15 وحدة من السلعة

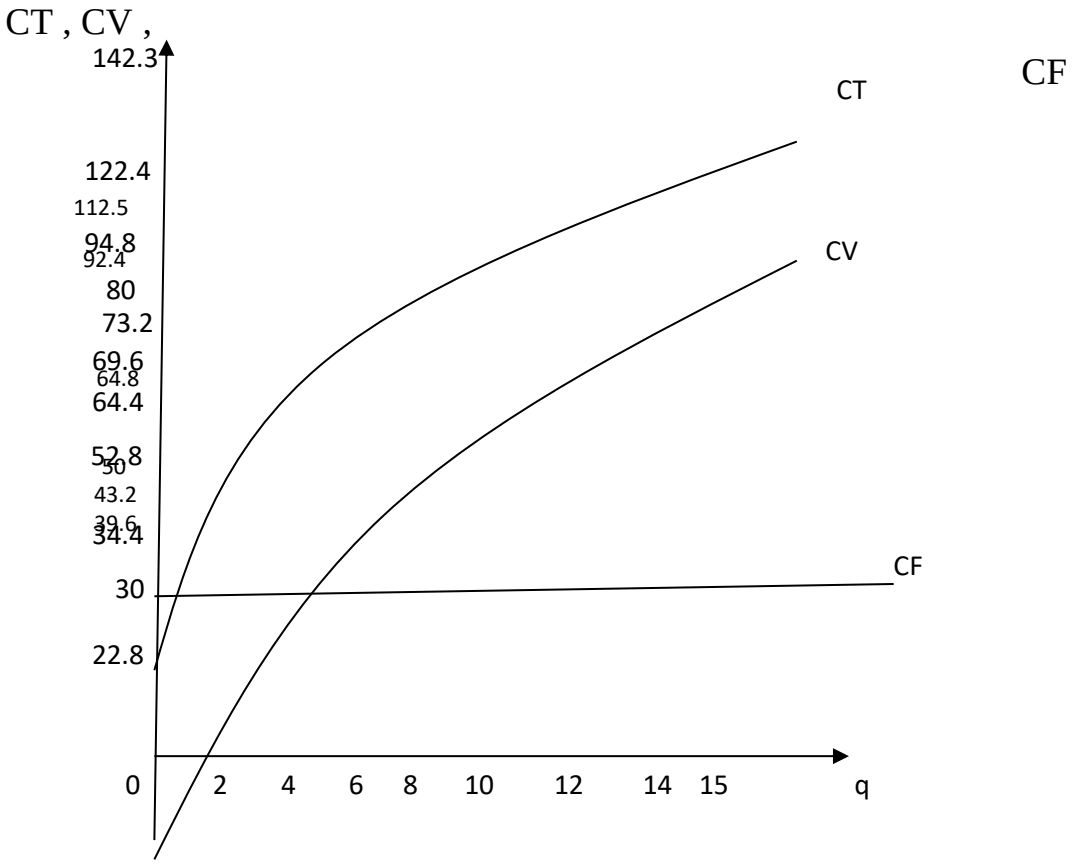
المؤسسة عند وضع التوازن يكلفها إنتاج السلعة في المتوسط 9.5 وحدة نقدية للوحدة و تبيعها بـ 22.5 وحدة نقدية فهي إذا تحقق ربحا عاديا الذي يكون متضمنا في متوسط التكلفة وربحا استثنائيا (غير عادي) يمثل الفرق بين ثمن البيع (22.5) و تكلفة الوحدة في المتوسط (9.5) أي تحقق ربحا عن كل وحدة منتجة من السلعة مساويا للفرق بين ثمن البيع ومتوسط التكلفة 22.5-9.5 = 13 وحدة نقدية ، إذ أن الربح العادي هو عبارة عن أقل مبلغ تقبل به المؤسسة كعائد

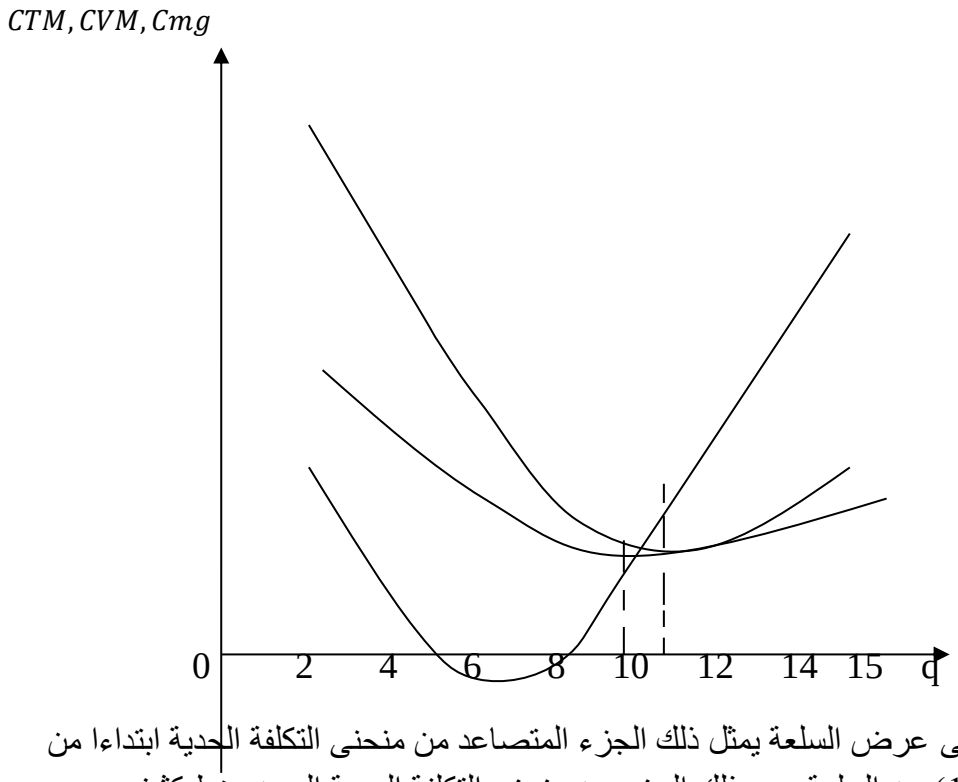
لتوظيف أموالها في مشروع معين لذا فهو يعتبر نوعا آخر من التكاليف يدرج ضمن متوسط التكاليف.

6 - تمثيل منحنيات التكلفة الكلية و متوسط التكلفة المتغيرة و التكلفة الحدية

لتمثيل هذه المنحنيات نعطي قيما اختيارية لحجم الإنتاج ثم نعوض في مختلف دوال التكلفة

q	2	4	6	8	10	12	14	15
CT	52.8	64.4	69.6	73.2	80	94.8	122.4	142.5
CV	22.8	34.4	39.6	43.2	50	64.8	92.4	112.5
CM	26.4	16.1	11.6	9.15	8	7.9	8.74	9.5
CVM	11.4	8.6	6.6	5.4	5	5.4	6.6	7.5
Cmg	8.2	3.8	1.8	2.2	5	10.2	17.8	22.5





إن منحنى عرض السلعة يمثل ذلك الجزء المتصاعد من منحنى التكلفة الحدية ابتداءا من الوحدة (10) من السلعة وهو ذلك الجزء من منحنى التكلفة الحدية المبين بخط كثيف .

<u>مثال رقم (2)</u>

تقدير حجم الإنتاج المؤدي إلى :

أ - تعظيم الإيراد الكلي

يكون الإيراد الكلي أعظميا عندما يصبح الإيراد الحدي مساويا للصفر

و بالعودة إلى معطيات المثال

لدينا : $q - 90 + 2p = 0$

من هذه العلاقة نجد :

$$2p = 90 - q \rightarrow p = 45 - 0.5q$$

$$RT = P_q . q$$

$$= (45 - 0.5q)q$$

$$= 45q - 0.5q^2$$

$$Rmg = \frac{dRT}{dq} = 45 - q$$

$$Rmg = 0 \leftrightarrow 45 - q = 0$$

و منه :

وحدة $q = 45$

يكون إيراد هذه المؤسسة أعظميا إذا ما سوقت 45 وحدة من السلعة المنتجة .

ب - تدنية التكلفة الحدية

$$MinCmg \leftrightarrow (Cmg)' = 0$$

$$(Cmg)'' > 0$$

$$Cmg = 3q^2 - 16q + 57$$

$$(Cmg)' = 0 \leftrightarrow 6q - 16 = 0 \rightarrow$$

$$6q = 16$$

$$q = \frac{16}{6} = 2.67 \text{ وحدة}$$

$$(Cmg)'' = 6 > 0$$

الشرط الكافي متحقق و عليه فإن التكلفة الحدية تكون عند حدها الأدنى عندما تنتج المؤسسة 2.67 وحدة من السلعة .

ج – تدنية متوسط التكلفة المتغيرة

تبلغ متوسط التكلفة المتغيرة حدها الأدنى عندما تتساوى مع التكلفة الحدية

$$MinCVM \leftrightarrow CVM = Cmg$$

$$CVM = \frac{CV}{q} = q^2 - 8q + 57$$

$$CVM = Cmg \leftrightarrow q^2 - 8q + 57 = 3q^2 - 16q + 57 \rightarrow$$

$$q^2 - 8q + 57 - 3q^2 + 16q - 57 = 0$$

$$-2q^2 + 8q = 0 \rightarrow 2q(-q + 4) = 0$$

$$2q = 0 \, , q = 0 \text{ إما}$$

$$-q + 4 = 0 \text{ أو}$$

و منه $q = 4$

عندما تنتج المؤسسة 4 وحدات من السلعة تكون CVM عند حدها الأدنى .

د - تعظيم الربح $Max\pi$

$$\pi = RT - CT$$

$$RT = 45q - 0.5q^2$$

$$CT = q^3 - 8q^2 + 57q + 2$$

نشكل معادلة الربح

$$\pi = 45q - 0.5q^2 - (q^3 - 8q^2 + 57q + 2)$$

الشرط اللازم

$$\frac{d\pi}{dq} = 45 - q - 3q^2 + 16q - 57 = 0$$

$$-3q^2 + 15q - 12 = 0$$

$$\Delta = 225 - 144 = 81$$

$$\sqrt{\Delta} = 9$$

$q_1 = \frac{-15-9}{-6} = 4$ وحدة

$q_2 = \frac{-15+9}{-6} = 1$ وحدة

الشرط الكافي

$$\frac{d^2\pi}{dq} = -6q + 15$$

من أجل $q = 4$ فإن :

$$-6(4) + 15 = -9 < 0$$

و من أجل $q = 1$:

$$-6(1) + 15 = 9 > 0$$

الشرط الكافي متحقق من أجل $q = 4$

قيمة هذا الربح

$$RT = 45q - 0.5q^2$$

$$= 45(4) - 0.5(4)^2$$

$$= 180 - 8$$

$$= 172 \text{ و . نقدية}$$

$$CT = q^3 - 8q^2 + 57q + 2$$

$$= (4)^3 - 8(4)^2 + 57(4) + 2$$

$$= 64 - 128 + 228 + 2$$

$$= 166$$

$$\pi = 180 - 166$$

$$= 14 \text{ و . نقدية}$$

القسم الثالث : نظرية السوق (سوق السلع و الخدمات)

بعد أن تعرضنا في القسمين السابقين إلى توازن المستهلك و توازن المنتج ، و أن توازن المستهلك يقود إلى معرفة طلب هذا المستهلك على سلع و خدمات استهلاكية فإن هذا الطلب يشكل مع طلب كل مستهلكي هذه السلع والخدمات ما يعرف باسم " الطلب الكلي " و هي القوة الأولى من قوتي السوق ، كما أن توازن المنتج يقود إلى معرفة عرض هذا المنتج لسلع و خدمات (استهلاكية أو انتاجية) ، فإن هذا العرض يشكل مع كل منتجي هذه السلع والخدمات ما يعرف باسم " العرض الكلي " القوة الثانية للسوق .

سنحاول في هذا القسم تناول نظرية السوق في محاولة للوصول إلى توازن السوق أي الوقوف على ثمن السلعة (الخدمة) و الكميات المتبادلة منها ، و الذي سيختلف - حتما – باختلاف نوع السوق (سوق منافسة كاملة أو غير كاملة) .

لكن و قبل التطرق إلى مضامين الفصول المكونة لهيكل هذا القسم نشير إلى حقيقة أن السوق – في هذا المقام – لا يعني كما يظن عامة الناس ذلك المكان أو الشارع أو مجموعة من محلات تجارية ، و إنما يقصد به سوق السلعة أو الخدمة أينما و حينما وجدت يتم من خلاله التعرف على مستوى أسعار و كميات السلع و الخدمات التي يتم تداولها في السوق .

إن طبيعة السلعة و مواصفاتها و نوعية عارضيها و الراغبين في اقتناءها تقرر إلى حد بعيد نطاق سوق هذه السلعة .

و سوف نحاول فيما يلي التطرق إلى مختلف هذه الأسواق .

الفصل الأول : سوق المنافسة الكاملة

سنتناول في هذا الفصل مجموعة من المواضيع التي تكون لها صلة بمحتوى هذا الفصل حيث سنوضح في البداية الملامح الأساسية لسوق المنافسة الكاملة ، ثم نتعرض إلى توازن السوق باعتباره الهدف الأخير لجل الدراسات الاقتصادية و منها هذا الموضوع من مواضيع الاقتصاد الجزئي .

1 – 1 – الملامح الأساسية لسوق المنافسة الكاملة

حتى تكتسب سوق سلعة أو خدمة استهلاكية صفة المنافسة الكاملة ينبغي تحقق مجموعة من الشروط (الفروض) نتعرف عليها فيما يلي :

أولا : وجود عدد كبير جدا من المنتجين (المؤسسات) بالقدر الذي يتعذر معه على المؤسسة الواحدة أ، تبسط سيطرتها على السوق ، مما يجعل تأثيرها على ثمن البيع معدوما ، فهي قابلة للثمن و ليست محددة له .

ثانيا : وجود عدد كبير من المستهلكين (المشترين) بالصورة التي لا يستطيع فيها المستهلك الواحد أن يؤثر في الثمن السائد للسلعة في السوق .

ثالثا : تجانس السلعة التي تنتجها مختلف المؤسسات بالصورة التي تولد قناعة لدى المستهلكين بأن المؤسسات تنتج سلعا متماثلة يصعب التمييز بينها ، بل يمكن اعتبارها كسلعة واحدة .

رابعا : حرية الدخول و الخروج من السوق مكفولة لجميع المؤسسات و لا يوجد أي سبب قد يعيق هذا التحرك ، وليس على المؤسسات سوى أن تقرر فيما إذا كانت ستنتج أم لا ، و إذا ما قررت الإنتاج فما هي الكمية التي ستنتجها ، و نفس هذه الحرية مكفولة للمستهلكين .

إذا توفرت هذه الشروط نكون أمام حالة سوق المنافسة الصافية ، أما إذا تحقق إلى جانب الشروط السابقة شرط توفر المعرفة الكاملة للمشاركين في السوق سواء تعلق الأمر بالمستهلكين أو المنتجين لشروط السوق الحاضرة والمستقبلية، حيث يكونوا على علم بأسعار السلع ، و أن أي زيادة في ثمن سلعة ما يجب أن يختفي مباشرة و بسرعة لأن المستهلكين سيتوجهون للسلع الأقل ثمنا ، و نفس الشيء بالنسبة للمنتجين فهم على دراية بالأسعار الذي تباع به مختلف السلع ، و بالأجور السائدة على مستوى كل مؤسسة ، و كذا تكاليف الإنتاج ، فإن السوق تصبح سوق منافسة كاملة .

1 – 2 – توازن السوق

يتحقق توازن سوق المنافسة الكاملة (أفضل وضع ممكن) عند النقطة التي يتعادل فيها الطلب الكلي (طلب السوق) مع العرض الكلي (عرض السوق) .

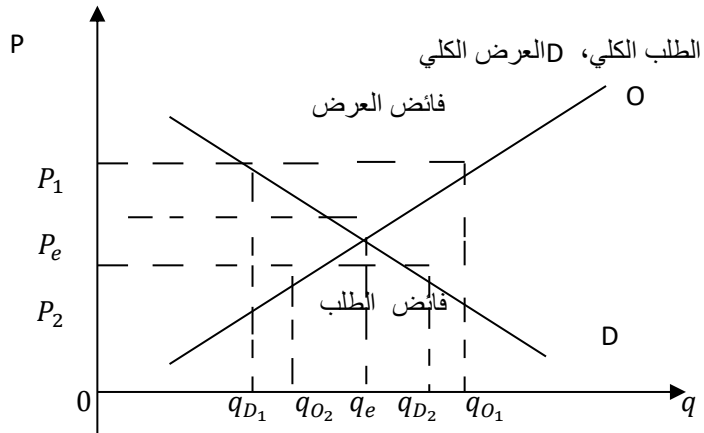
و عند هذه النقطة يتحدد السعر الذي ينبغي أن يبيع به منتجو هذه السلعة سلعتهم ، و يعرف بسعر التوازن (P_e) كما تتحدد الكمية المتبادلة من هذه السلعة عند هذا السعر ، و تعرف بكمية التوازن (q_e) .

و عند الحديث عن توازن السوق ينبغي أن نميز بين التوازن في حالة السكون و التوازن في حالة الحركة .

أولا : توازن السوق في حالة السكون

في الش كل التالي توضيح لتوازن السوق في حالة السكون ، حيث أن P_e و q_e يمثلان على التوالي ثمن السلعة (سعر التوازن) و الكميات المتبادلة من السلعة (كمية التوازن) .

و في غياب قوى خارجية يبقى (P_e) هو السعر الوحيد المتوافق مع وضع التوازن و إذا كان سعر السوق (P_m) مختلفا عن سعر التوازن (P_e) ، فإن قوى السوق الداخلية تتدخل و بصورة آلية لتعيده أي (P_m) إلى وضعه الأصلي أي (P_e) .



فإذا افترضنا أن سعر السوق (P_m) كان مساويا لـ P_1 فالكمية المطلوبة من السلعة عند هذا السعر تكون مساوية لـ q_{D_1} والكمية المعروضة تكون مساوية لـ q_{O_1} ، فعند هذا السعر تكون الكميات المعروضة من السلعة أكبرمن الكميات المطلوبة إذن يوجد فائض في العرض $\left(q_{O_1} - q_{D_1}\right) > 0$ وهذا يعني أن المنتجين يعرضون السلعة بكميات أكبر من تلك الكميات التي يرغب المستهلكون باقتنائها عند هذا السعر (P_1) .

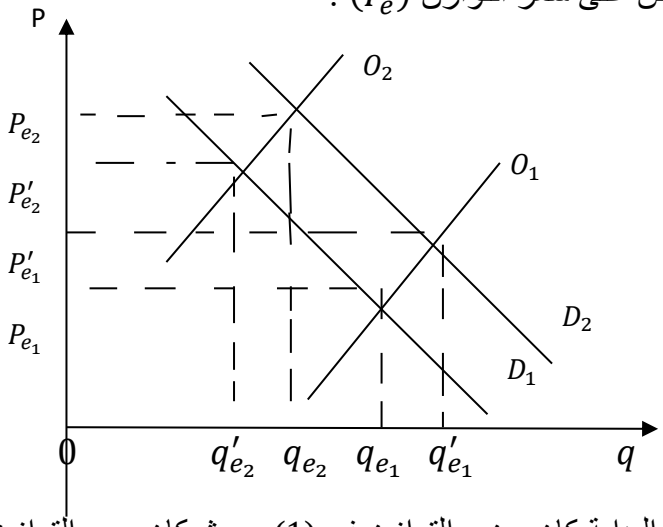
وجود هذا الوضع سيدفع ببعض منتجي هذه السلعة إلى تخفيض السعر وذلك بهدف التخلص من الفائض المسجل في عرض السلعة ، ومنهم من لا يقبل البيع بسعر يقل عن(P_1) فيعمدون ، إلى سحب قسما من إنتاجهم من السوق (أي عدم عرضه في السوق) ، ويستمد هذا السلوك إلى غاية اختفاء فائض العرض وذلك بعد أن يصبح سعر السوق مساويا لسعر التوازن(P_e) ومثل هذا السلوك هو الذي يجعل $q_e < q_{O_1}$.

أما في حالة افتراضنا لسعر سوق مساو لـP_2 فنكون أمام حالة معاكسة للحالة السابقة ، بمعنى أن الكميات المطلوبة من السلعة عند هذا السعر q_{D_2} تصبح أكبر من الكميات المعروضة q_{O_2} ، إذن يوجد فائض في الطلب $\left(q_{D_2} - q_{O_2}\right) > 0$.

في مثل هذه الحالة نكون أمام نقص في الكميات المعروضة من السلعة ، تجعلها غير قادرة على الاستجابة لطلب المستهلكين ، وضع يترتب عنه دخول طالبي هذه السلعة في تنافس فيما بينهم ، يتجسد هذا التنافس في أن عددا من المستهلكين يقبلون دفع ثمن أعلى من أجل الحصول على السلعة ، ومنهم من يتوقف عن شراء هذه السلعة بهذا

الثمن ، وآخرين يقللون من مشترياتهم من هذه السلعة ، ويستمر هذا السلوك من قبل جمهور المستهلكين ، ويستمر معه ارتفاع سعر السوق إلى غاية أن يصبح مساويا لسعر التوازن (P_e) ، وهذا هو السبب الذي يجعل $q_e < q_{D_2}$

الآن ، سنحاول من خلال معطيات الشكل التالي ، توضيح الآثار المترتبة عن تغير الطلب أو العرض على سعر التوازن (P_e) .



في البداية كان وضع التوازن في (1) حيث كان سعر التوازن مساو لـ P_{e_1} وكمية التوازن هي q_{e_1} ، فإذا ما ازداد الطلب نتيجة ارتفاع دخول الأفراد مثلا ، فإن منحنى الطلب ينتقل نحو اليمين فيصبح (D_2) وذلك من أجل نفس منحنى العرض (O_1) وسعر التوازن يصبح مساو لـ $P_{e_1} < P'_{e_1}$ ، والكميات المتبادلة (المطلوبة والمعروضة) تصبح

$q_{e_1} < q'_{e_1}$ ، وإذا كان وضع التوازن الأولي عند الوضع (2) فإن تقلص الطلب لأي سبب من الأسباب ينتقل بموجبه منحنى الطلب نحو اليسار فيصبح (D_1)وذلك من أجل نفس منحنى العرض (O_1) ، وسعر التوازن يصبح مساو لـ $P'_{e_1} > P_{e_1}$ والكميات المتبادلة (المطلوبة والمعروضة) تصبح مساوية لـ $q'_{e_1} > q_{e_1}$

ونفس النتائج سنتوصل إليها في حال افتراضنا أن التغير يكون في جانب العرض لأي سبب من الأسباب .

إن النتائج الممكن استخلاصها من التحليل الساكن هذا ، يمكن توضيحها وفق المضمون الفالراسي " Walrassien " أووفق المضمون المارشالي " Marshalien " ، وذلك متوقف على التعديل الواجب إجراءه هل يكون من جانب السعر أو من جانب الكمية .

_ وفق المضمون الفلراسي :

حسب "فالراس" إذا وجد فائض في الطلب أوالعرض فالتعديل يكون من جانب السعر

$$P = f(q)$$

$$(q_D - q_O) > 0 \quad P_M \uparrow = P_e$$

ارتفاع

انخفاض

$$(q_D - q_O) < 0 \quad P_M \downarrow = P_e$$

$$(q_D - q_O) = 0 \quad P_M = P_e$$

فإذا كان الفرق بين الكميات المطلوبة والمعروضة من السلعة موجبا (فائض الطلب > 0) فإن سعر السوق سوف يرتفع ويستمر في الارتفاع إلى أن يصبح مساو لـ P_e ،أما في حالة كون ذلك الفرق سالبا فإن سعر السوق سوف ينخفض ويستمر في الانخفاض إلى أن يصبح مساويا لـ P_e .

والنتيجة من هذا التحليل أن وجود نظام معين في وضع توازن ، فإذا ما تعرض لصدمة ما أبعدته عن ذلك الوضع ، فإن قوى السوق الداخلية تتدخل إن آجلا أوعاجلا لتعيده إلى وضعه الأصلي ، ويكون التوازن عندئد مستقرا .

_ وفق المضمون المارشالي :

حسب "مارشال" فإن التعديل سيكون من جانب كميات السلعة $q = f(P)$

$$(P_D - P_O) > 0 \quad q_M \uparrow = q_e$$

$$(P_D - P_O) < 0 \quad q_M \downarrow = q_e$$

$$(P_D - P_O) = 0 \quad q_M = q_e$$

فإذا كان الفرق بين سعر الطلب وسعر العرض موجبا ، فإن المنتجين يكونون على استعداد لعرض كميات أكبر ، والكميات الموافقة لهذا سوف تزداد إلى غاية أن تصبح مساوية لـ q_e ، أما إذا كان الفرق سالبا فالمنتجون سيقللون من الكميات المعروضة إلى أن تصبح مساوية لـ q_e ، وهكذا فالوضع الأولي حتى وإن تغير فإنه سوف يعود إلى ما كان عليه سواء في الآجل أوالعاجل ، والتوازن يكون عندئذ مستقرا.

والتوازن يكون مستقرا بحسب كل من فالراس ومارشال في الحالات العادية ، أي عندما يكون الطلب على السلعة دالة متناقصة في سعرها ، وعرض السلعة دالة متزايدة في سعرها .

أما في الحالات غير العادية كان يكون الطلب على السلعة وعرضها دالتين متزايدتين في سعرها فالتوازن هنا يكون مستقرا حسب "مارشال" وغير مستقر بالنسبة لـ"فالراس" إذا كان ميل دالة الطلب أصغر من ميل دالة العرض ، أما إذا كان ميل دالة الطلب أكبر من ميل دالة العرض فالتوازن يكون مستقرا حسب "فالراس" وغير مستقر حسب "مارشال".

ثانيا : توازن السوق في حالة الحركة

من بين الأمثلة الشائعة حول هذا الموضوع نموذج التوازن المعروف باسم "نموذج نسيج العنكبوت" ، وهو يمثل أحد التطبيقات في التحليل الاقتصادي الديناميكي غير المستمر ، وهذا النموذج يصف التغير الذي يطرأ على المتغيرات الاقتصادية بمرور الزمن ، كما يصف بشكل خاص العلاقة بين العرض والطلب والسعر على امتداد فترات زمنية

معينة، إضافة الأسس النظرية للتقلبات في الأسعار و الكميات المعروضة ، و تؤكد إمكانية حل المسائل التي يتعذر حلها عن طريق التحليل الساكن .

3 - يمكن توضيح سلوك النموذج الإقتصادي لنسيج العنكبوت في صورة أو على ضوء ميل منحنيات الطلب و العرض ، فإذا كان ميل منحنى الطلب أشد انحدارا (أكبر) من ميل منحنى العرض كان التذبذب تنازليا بمعنى أنه يؤول نحو وضع التوازن الأولي ، أما في الحالة المعاكسة فإن التذبذب يصبح انفجاريا مبتعدا بذلك عن وضع التوازن الأولي ، و إذا كان الميلان متساويان كانت الحالة دورية أي منتظمة .

مثال

إذا كانت دالة الطلب و دالة العرض في سوق سلعة معينة من الشكل

$$q_{D_t} = 40 - 1.5P_t$$

$$q_{O_t} = -10 + 2P_{t-1}$$

و المطلوب

1 – أحسب قيم P_t و q_t عندما يكون $P_0 = 6$

2 – مثل النتائج بيانيا

حل المثال :

$$q_{D_t} = q_{O_t} = \bar{q}$$

$$40 - 1.5P_t = -10 + 2P_{t-1} \rightarrow$$

$$1.5P_t = 50 - 2P_{t-1} \rightarrow$$

$$P_t = 33.3 - 1.3P_{t-1} \ldots (1)$$

و عند التوازن فإن :

$$P_t = P_{t-1} = \bar{P}$$

و بالتعويض في (1) نجد :

$$\bar{P} = 33.3 - 1.3\bar{P} \rightarrow$$

$$2.3\bar{P} = 33.3 \rightarrow$$

$$\bar{P} = 14.5$$

و لما كان $D_t = P_t - \bar{P}$ فإن

$$P_t = D_t + \bar{P}$$

و بالتعويض في (1) نجد :

$$\bar{P} + D_t = 33 - 1.3(\bar{P} + D_{t-1})$$

$$\bar{P} + D_t = 33.3 - 1.3\bar{P} - 1.3D_{t-1}$$

و بالتعويض عن قيمة (P) نجد :

$$14.5 + D_t = 33.3 - 1.3(14.5) - 1.3D_{t-1}$$

و بالتبسيط نحصل على المعادلة :

$$D_t = -1.3D$$

كما يمكن كتابتها على النحو التالي :

$$D_t = (-1.3)^t D_0$$

$$D_O = P_O - \bar{P}$$

$$D_O = 6 - 14.5 = -8.5$$

$$D_t = (-1.3)^t(-8.5)$$

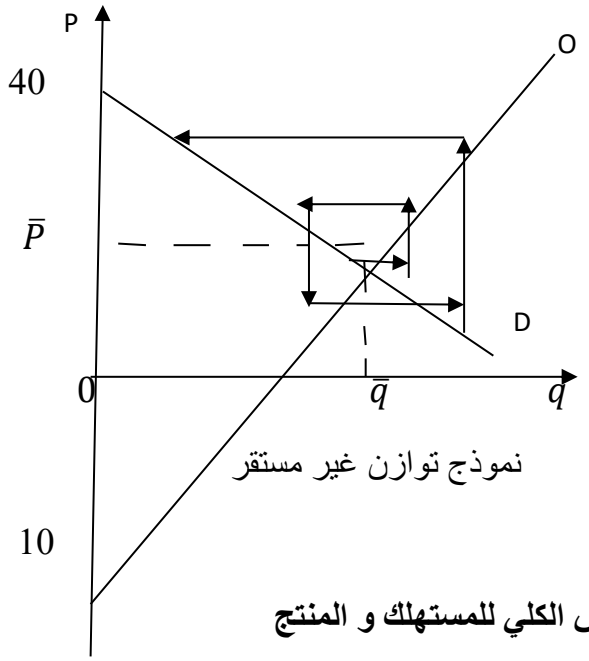
$$= -8.5(-1.3)^t$$

$$P_t = \bar{P} + D_t$$

$$= 14.5 + (-1.3)^t(-8.5)$$

و هكذا فإن P_t ستتأرجح قيمها باستمرار بين قيم سالبة و أخرى موجبة مقتربة من قيمتها المطلقة ∞ عندما يقترب t من ∞ مما يدل أن هذا النموذج هو مثال لنموذج توازن غير مستقر .

2 - التمثيل البياني



نموذج توازن غير مستقر

1 . 3 . الفائض الكلي للمستهلك و المنتج

سنحاول في هذه الفقرة التعرف على الفائض الكلي لكل من المستهلك و المنتج .

أولا : الفائض الكلي للمستهلك

و يعبر عن الفرق بين ما يكون المستهلك مستعدا لدفعه مقابل حصوله على كمية من السلعة التي يرغب فيها وبين ما يدفعه فعلا .

فإذا كان التوازن في سوق السلعة يتحقق عند النقطة $(P_e \ , \ q_e)$ فإن المستهلكين الذي كانوا على استعداد لدفع سعر أعلى من سعر التوازن (P_e) فإنهم سيربحون قطعا ، و يعود عليهم هذا الوضع بمنافع جمة ، و هذه المنافع والأرباح تعرف باسم " فائض المستهلك " .

و بالنتيجة فإن فائض المستهلك يعبر عن الفائدة التي يجنيها مشترو السلعة من عملية التبادل و يرمز له بالرمز S_c

و يقدر رياضيا كما يلي :

$$S_c = \int_0^{q_e} D(q)dq - P_e q_e$$

$P_e q_e$ يمثل المبلغ المدفوع فعلا للحصول على السلعة .

$\int_0^{q_e} D(q)dq$ يمثل المبلغ الذي كان المستهلك مستعدا لدفعه من أجل الحصول على السلعة .

ثانيا : الفائض الكلي للمنتج

و يعبر عن الفرق بين ما يحصل عليه المنتج من عرض السلعة التي ينتجها و بين ما كان على استعداد لأن يعرض السلعة عند هذا السعر .

فإذا كان التوازن في سوق السلعة محددا عند النقطة $(P_e q_e)$ فإن المنتجين الذين كانوا على استعداد لعرض سلعهم عند سعر يقل عن سعر التوازن سيحصلون حتما على منافع ، محصلة هذه المنافع تعرف باسم " فائض المنتج " و الذي يرمز له بالرمز S_P .

و يقدر رياضيا كما يلي :

$$S_P = e - \int_0^{q_e} O(q)dq$$

مثال :

في سوق منافسة كاملة كان الطلب الكلي على إحدى السلع معبر عنه بدالة من الشكل : $P_q = 9 - \frac{2}{3}q_D$ و العرض الكلي لها بدالة من الشكل : $P_q = \frac{3}{2} + \frac{1}{3}q_O$.

و المطلوب :

حساب الفائض الكلي لكل من المستهلك و المنتج .

حل المثال :

نقوم في بداية الأمر بتحديد سعر و كمية التوازن ، و ذلك بمطابقة الطلب الكلي مع العرض الكلي ، أي من خلال المساواة بينهما .

$$D = O$$

$$9 - \frac{2}{3}q = \frac{3}{2} + \frac{1}{3}q$$

$$q_e = 9 - \frac{3}{2} = \frac{15}{2} = 7.5 \text{ وحدة}$$

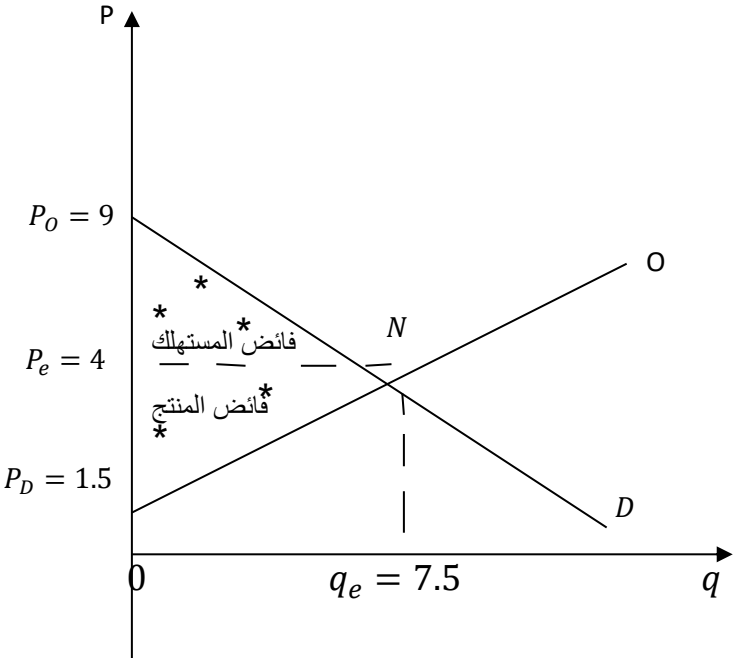
و بالتعويض بهذه الكمية في دالة الطلب أو العرض نحصل على ثمن بيع السلعة (سعر التوازن) .

$$P_e = 9 - \frac{2}{3}(7.5) \rightarrow$$

$$P_e = 4 \text{ نقدية .و}$$

و من أجل $q = 0$ فإن : $P_D = 9\,, P_O = 1.5$

التمثيل البياني :



* فائض المستهلك

$$S_C = \int_0^{7.5} \left(9 - \frac{2}{3}q\right) dq - (7.4)(4)$$

$$= \left[9q - \frac{2}{6}q^2\right]_0^{7.5} - 30$$

$$= 9(7.5) - \frac{2}{6}(7.5)^2 - 30$$

$$= 67.5 - 18.75 - 30$$

$S_C = 18.75$ وحدة نقدية

كما يمكن تقدير هذا الفائض من خلال القاعدة المحددة لمساحة المثلث P_eNP_O

مساحدة المثلث $= \frac{\text{القاعدة} \times \text{الإرتفاع}}{2} = \frac{(5)(7.5)}{2} = 18.75$ و . نقدية

* فائض المنتج

$$S_P = (7.5)(4) - \int_0^{7.5} \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{3}q\right) dq$$

$$= 30 - \left[\frac{3}{2}q + \frac{1}{6}q^2\right]_0^{7.5}$$

$$= 30 - \left[\left(\frac{3}{2}\right)(7.5) + \frac{1}{6}(7.5)^2\right]$$

$$= 30 - 11.25 - 9.375$$

و . نقدية $S_P = 9.375$

كما يمكن تقدير هذا الفائض من القاعدة المحددة لمساحة المثلث P_eNP_D

مساحة المثلث $= \frac{(2.5)(7.5)}{2} = 9.375$ و . نقدية

1 - 4 - توازن المؤسسة

عند الحديث عن توازن المؤسسة في سوق المنافسة الكاملة ينبغي التمييز بين توازن المؤسسة في الفترة القصيرة و توازنها في الفترة الطويلة .

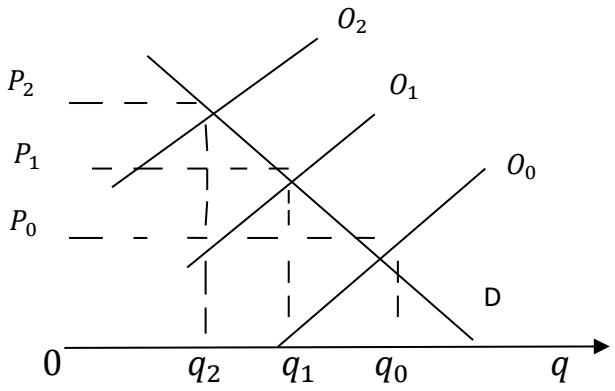
أولا : توازن المؤسسة في الفترة القصيرة

في حالة المنافسة الكاملة ، المؤسسة تكون قابلة للسعر إذا ما رغبت في إنتاج السلعة ، و يكون بإمكانها تصريف أية كمية يمكن إنتاجها و تصريفها عند سعر السوق السائد دون حاجة إلى أي نفقات إضافية (مثل تكاليف الإعلان والإشهار) .

و في الشكل التالي فإن الطلب الكلي محدد بالمنحنى D و العرض الكلي محدد بالمنحنى O_2 و أن سعر التوازن وكمية التوازن هما P_2 و q_2 على الترتيب فكيف سيؤدي توازن السوق إلى توازن المؤسسة ؟ .

ننبه في البداية إلى الفرضيات (شروط) التي تقوم عليها سوق المنافسة الكاملة ، و التي من بينها أن المؤسسة تكون قابلة للسعر (سعر التوازن) ، لأن كل المؤسسات المتواجدة بهذا السوق تعرض سلعا متشابهة موجهة لمستهلكين تتوفر لديهم المعرفة التامة بوضعية السوق هذا من ناحية ، و من ناحية أخرى فإن الكميات المعروضة من قبل مؤسسة واحدة تكون قليلة جدا إذا ما قورنت بالعرض الكلي ، و يكون بإمكان هذه المؤسسة تصريف كل ما انتجته بسعر ثابت هو سعر السوق P_2 و أنه ليس من مصلحتها البيع بسعر يقل عن ، كما أنه لا يمكنها البيع بسعر يفوق (P_2) ، لأن سلوك كهذا يجعلها عاجزة عن بيع أية كمية مما أنتجته ، لأن المستهلكين بإمكانهم الحصول على هذه السلعة من مؤسسات أخرى بسعر مساو لـ (P_2) .

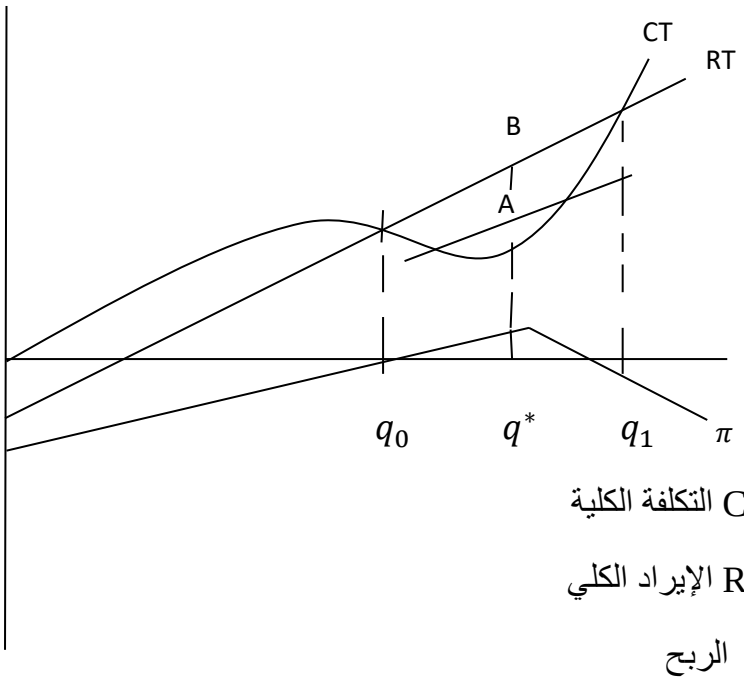
P



و لتحديد توازن المؤسسة في مثل هذه الحالة يوجد مدخلان

1 - المدخل الأول : مدخل الكليات

ووفق هذا المدخل يتحقق توازن المؤسسة عندما يكون الفرق بين الإيراد الكلي و التكلفة الكلية عند أقصى مستوى له ، و حيث أن هذا الفرق ما هو سوى تعبير عن الربح فيجب أن يكون هذا الأخير أعظميا ، و الشكل التالي يوضح ذلك



CT التكلفة الكلية

RT الإيراد الكلي

π الربح

إن حجم الإنتاج المعظم لربح المؤسسة هو ذلك الحجم الممثل بالنقطة التي يكون المماس الذي يمس عندها منحنى التكلفة الكلية موازٍ للمستقيم المعبر عن الإيراد الكلي ، أي النقطة (A) بالشكل أعلاه فعند هذه النقطة يتساوى ميل منحنى التكلفة الكلية مع ميل منحنى الإيراد الكلي ، و عند تلك

النقطة أي حجم الإنتاج q^* تكون المسافة الفاصلة بين الإيراد الكلي و التكلفة الكلية (AB) تكون أكبر ما يمكن ، و كما يبدوا من منحنى الربح فإن أقصى ربح يتحقق من أجل q^* .

2 - المدخل الثاني : مدخل الحديات

و يعتبر هذا المدخل أكثر فائدة من المدخل السابق ، و بموجب هذا المدخل فإن توازن المؤسسة في الفترة القصيرة يقتضي تحقق الشروط التالية :

شرط الدرجة الصفرية $RT - CT) \geq CF$

شرط الدرجة الأولى $\frac{d(RT-CT)}{dq} = 0$

شرط الدرجة الثانية $\frac{d2(RT-CT)}{dq^2} < 0$

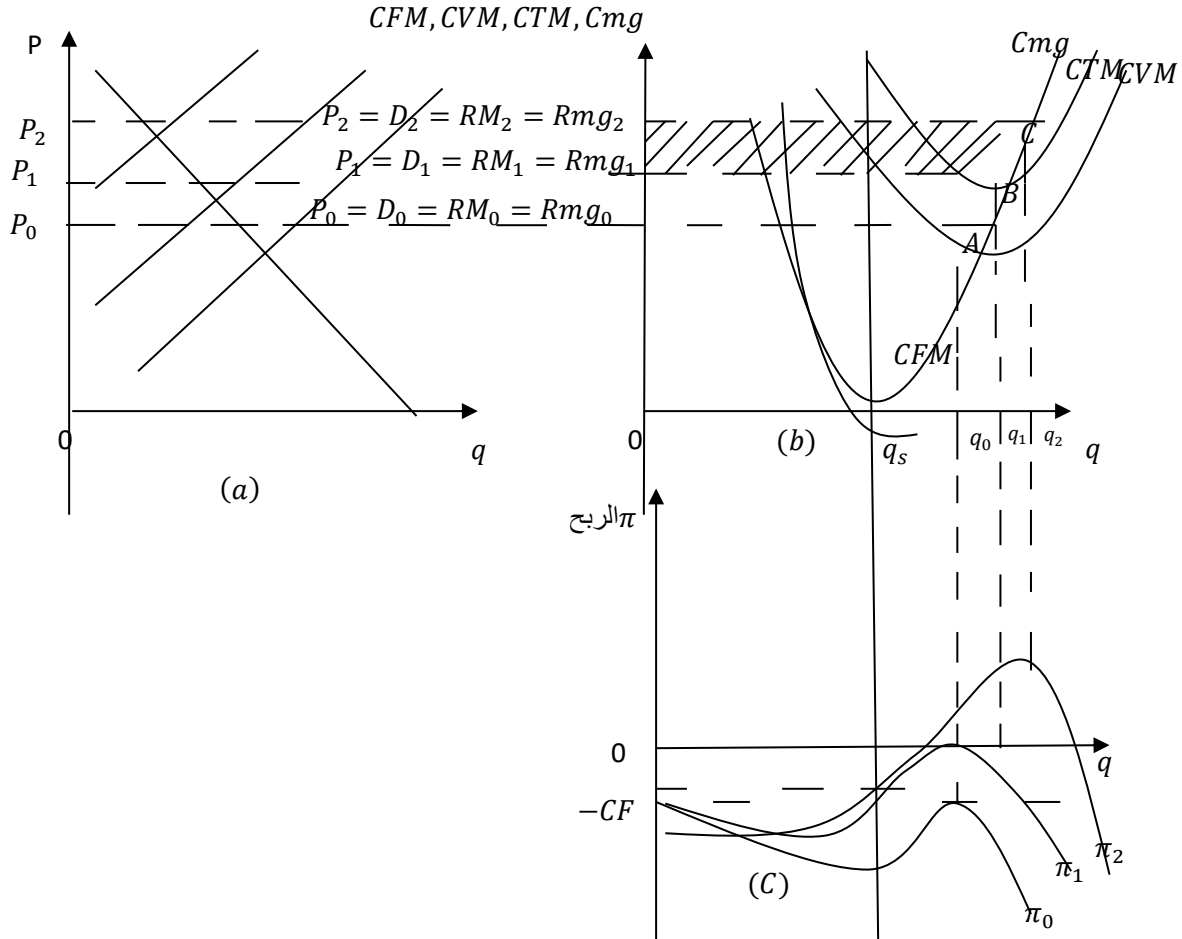
شرط الدرجة الصفرية ، يعني ببساطة أن المؤسسة إذا ما قررت إنتاج السلعة في الفترة القصيرة فينبغي أن تكون قادرة على الأقل من تغطية تكاليف انتاجها المتغيرة .

و نستنتج من شرط الدرجة الأولى العلاقة :

$$P_q = Rmg = Cmg$$

بمعنى ضرورة تحقق المساواة بين ثمن البيع أو الإيراد الحدي مع التكلفة الحدية أما ما يعنيه شرط الدرجة الثانية فإن أعظم ربح يتحقق عندما تكون التكلفة الحدية في حالة تزايد .

و بربط توازن السوق بتوازن المؤسسة يمكن توضيح توازن المؤسسة في سوق المنافسة الكاملة بيانيا ، و ذلك كما هو موضح في الأشكال التالية :



إن تكاليف الوحدة (المتوسطة و الحدية) موضحة في الشكل (b) ، حيث نلاحظ من خلال هذا الشكل أن الإيراد المتوسط (RM) مساو للإيراد الحدي(Rmg) و مساويا للطلب على إنتاج المؤسسة (D) .

- الإيراد يزداد بنسبة ثابتة مساوية لـ (P_2) و أن كل وحدة مباعة من السلعة المنتجة تأخذ كعائد (P_2)و.نقدية وأن هذه الوحدة من السلعة تكلف المؤسسة (Cmg) وحدة نقدية .

و عندما تكون التكلفة الحدية (Cmg) أقل من الإيراد الحدي (Rmg) فمصلحة المؤسسة تقتضي التوسع في إنتاج السلعة إلى غاية أن يصبح $(Rmg = Cmg)$ و هذا هو شرط الدرجة الأولى أي تحقق شرط التوازن .

فعندما تقوم المؤسسة بإنتاج الكمية من السلعة فإن الإيراد الحدي (Rmg) يكون مساويا لـ (P_2) أي

$\overline{Cq_2}$ على الشكل (b) ، و أن متوسط التكلفة الكلية هو $\overline{Bq_2}$ و أن الفرق بين $\overline{Cq_2}$ و $\overline{Bq_2}$ هو $\overline{BC}$ و هو يعبر عن ربح الوحدة المترتب عن بيع وحدة من السلعة ، فإذا ما ضربنا ربح الوحدة بكمية الإنتاج (q_2) نحصل على الربح الكلي ، و هذا الربح هو المساحة المضللة بالشكل (b) .

و المنحنيات الموضحة في الشكل (C) تعبر عن ربح المؤسسة ، فإذا كان عرض المؤسسة هو (q_1) فإن المؤسسة عاجزة عن تحقيق ربح إقتصادي و لكنها قادرة على تحقيق ربح محاسبي لأن الإيرادات التي تجنيها من وراء هذه الكمية تكفي لتغطية تكاليف الإنتاج الثابتة و المتغيرة على حد سواء (π_1) ، و إذا كان عرض المؤسسة هو (q_0) فإن المؤسسة تحقق خسارة مساوية لمقدار التكاليف الثابتة و هي أدنى خسارة تقبل المؤسسة تحملها في الفترة القصيرة ، و هو الربح المعبر عنه بـ (π_0) أما إذا كان عرض المؤسسة هو (q_2) فإن المؤسسة تحقق ربحا اقتصاديا لأن الإيراد الكلي عند (q_2) يكون أكبر من تكاليف الإنتاج الكلية و هو الربح المعبر عنه بـ (π_2) .

ثانيا : توازن المؤسسة في الفترة الطويلة

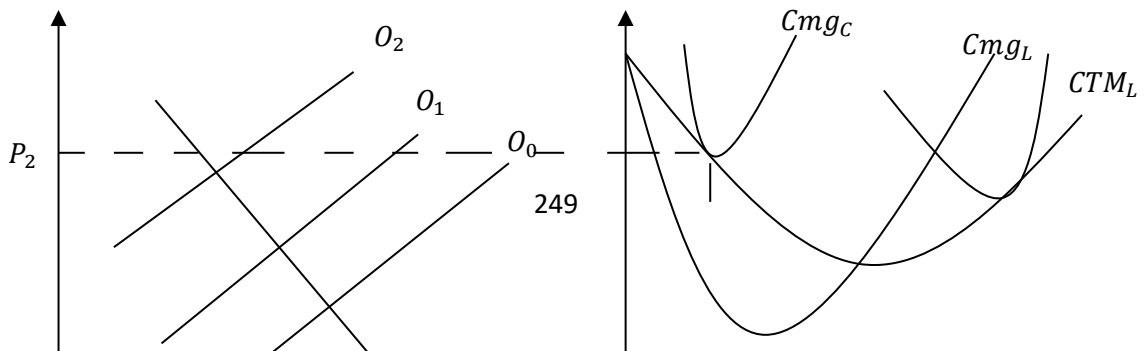
في الفترة الطويلة يصبح بإمكان المؤسسة أن تعدل في المستخدم من جميع عناصر الإنتاج التي تستفيد من خدماتها في عملية الإنتاج ، و بالتالي تصبح تكاليف إنتاج هذه المؤسسة كلها متغيرة ، كما أنه يصبح بإمكان المؤسسة توسيع طاقة جهازها الإنتاجي أو إدخال تعديلات عليه .

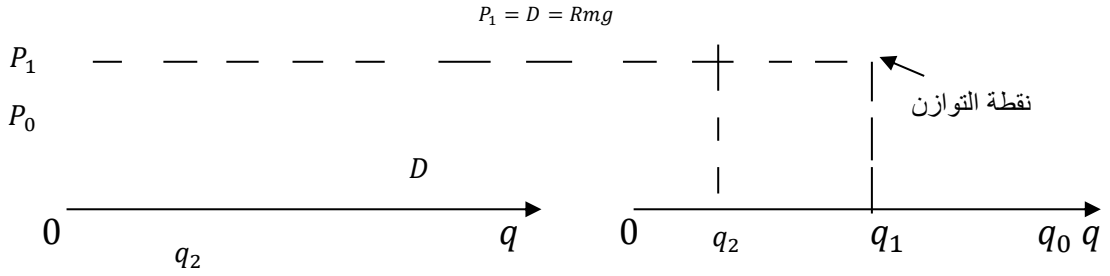
و بالعودة إلى شروط المنافسة الكاملة نفترض من ناحية أن كل المؤسسات العاملة في الفرع (الصناعة) لها نفس هيكل التكاليف و من ناحية أخرى فإن تكاليف استخدام الوحدة من جميع عناصر الإنتاج تبقى ثابتة خلال فترة التعديل ، كما أن حرية الدخول أو الخرج من الفرع مكفولة لجميع المؤسسات .

فإذا وجد ربح في الفترة القصيرة ، فإن ذلك سيحفز مؤسسات جديدة على الدخول في الفرع (سوق السلعة) ، مما يؤدي إلى زيادة الإنتاج و بالتالي زيادة الكميات المعروضة من السلعة يرافقه انخفاض في ثمنها ، و يستمر هذا السلوك إلى غاية اختفاء الربح ، كما أن تحقيق خسارة فإنه سيدفع ببعض المؤسسات إلى مغادرة الفرع و بعضها الآخر يقلل من إنتاجه للسلعة فيقل الإنتاج و من ثم تقل الكميات المعروضة يصاحب ذلك ارتفاع في ثمن السلعة ، و يستمر هذا السلوك إلى غاية العودة إلى وضع التوازن الأولي و ذلك عندما يصبح الربح مساويا للصفر .

و في السعي نحو وضع التوازن ، فإن كل مؤسسة تنتج عند الحد الذي يكون فيه الإيراد الحدي (Rmg) مساويا للتكلفة الكلية (Cmg).

و العرض الكلي هو المجموع الأفقي المقابل للجزء المتصاعد لمنحنى التكلفة الحدية و ذلك كما هو موضح في الشكل (b) الموالي .





فإذا كان الطلب هو D و سعر التوازن هو (P_2) و الكمية المطلوبة عند هذا السعر هو (q_2) و منحنيات متوسط التكلفة و التكلفة الحدية للمؤسسة هي CTM_2 و Cmg_2 على الترتيب فهذه المؤسسة تحقق ربحا عن كل وحدة تنتجها من السلعة مساو للمسافة $\overline{A_2B_2}$ ووجود مثل هذا الربح له نتيجتان هما :

الأولى : يشجع المؤسسة على توسيع حجمها (مصنع بحجم أكبر) مستفيدة من اقتصاديات الحجم ، و ذلك بافتراض أن مثل هذا السلوك لن يكون له أي تأثير على سعر التوازن (P_2) .

الثانية : جلب مؤسسات جديدة للفرع ، و ذلك بالنظر لكون حرية الدخول مكفولة للجميع بمعنى لكل من يرغب في العمل ضمن ظروف هذا السوق .

إن رد فعل المؤسسات القائمة في ظل هذا الوضع و المؤسسات الواحدة سيولد - بلا شك - مشكلة ، ذلك أنه إذا لم يكن لسلوك المؤسسة الواحدة أي تأثير على ثمن السلعة ، غير أن السلوك الجماعي للمؤسسات سيترتب عنه تأثير على سعر التوازن ، ذلك أن الكمية المنتجة من السلعة ستزداد و تصبح مساوية لـ $q_2 < q_1$ و يؤدي ذلك إلى انتقال منحنى العرض إلى O_1 و سعر التوازن سينخفض و يصبح مساو لـ (P_1) ، و عند هذا السعر يختفي الربح الإقتصادي بالنسبة لكل المؤسسات العاملة بسوق هذه السلعة .

إن ما يمكن توضيحه في هذا المقام هو وضعية السوق ، إن الحجم الأمثل لأية مؤسسة هو المحدد بالمنحنى CTM، و عند الوصول إلى وضعية التوازن ، حيث تنتج كل مؤسسة حجما انتاجيا مساو لـ q_1 ، فإن أي نشاط إضافي ابتداءا من الحجم الأمثل سوف يترجم بتوسع في الإنتاج ، و هكذا فإنه و بدلا من التوقف عند حجم الإنتاج q_1 أي منحنى العرض O_1 فإن هذا العرض سوف ينتقل إلى O_0 و سعر التوازن يسقط إلى (P_0) ، و من أجل هذا السعر فإن بعض المؤسسات تحقق خسائر ، و حيث أن حرية مغادرة السوق مكفولة لجميع المؤسسات فإنها ستغادر - حتما – السوق، متجهة نحو أنشطة أخرى أكثر مردودية ، و يترتب عن هذا السلوك تحرك منحنى العرض الكلي في مثل هذه الحالة نحو اليسار حتى يستقر عند الوضع المعبر عنه بـ O_1 .

في نهاية حديثنا عن توازن المؤسسة في الفترة الطويلة نعرض شروط التوازن في هذه الفترة .

شرط الدرجة الصفرية $(RT - CT) \geq 0$

شرط الدرجة الأولى $\frac{d(RT-CT)}{dq} = 0$

شرط الدرجة الثانية $\frac{d2(RT-CT)}{dq^2} < 0$

ثم أن هذه الشروط الثلاثة تكون متحققة عندما يكون

$$P_e = Rmg_L = CTM_L = Cmg_C = MinCTM_C$$

L يشير إلى الفترة الطويلة

C يشير إلى الفترة القصيرة

مثال :

إن طلب و عرض إحدى الصناعات في سوق المنافسة الكاملة كانا كما يلي :

$$q_O = -10 + 4P \quad , \; q_j = 86 - 2p$$

و المطلوب

1 - حدد سعر و كمية التوازن .

2 - إذا علمت أن المؤسسات العاملة في سوق هذه السلعة تنتج وفق هيكل تكاليف مماثل معبر عنه بدالة تكلفة من

الشكل :

$$CT = 20 + 30q - 6q^2 + \frac{1}{3}q^3$$

أ- ما هو وضع المؤسسات في هذه السوق .

ب - ما هو عدد المؤسسات العاملة في هذه السوق .

ج - و هل الوضع السائد في هذا السوق يشجع على دخول مؤسسات جديدة أم لا و لماذا ؟

حل المثال

1 - تحديد سعر و توازن السوق

$$q_d = q_O$$

$$86 - 2P = -10 + 4P \rightarrow$$

$$86 - 2P + 10 - 4P = 0 \rightarrow$$

$$96 - 6P = 0 \rightarrow$$

$$P_e = 16 \text{ وحدة نقدية}$$

و بالتعويض في q_d أو q_O نجد الكمية المتبادلة من السلعة في السوق .

$$q_d = 86 - 2(16)$$

$$q_e = 54 \text{ وحدة}$$

– 2

أ – وضع المؤسسات العاملة في هذا السوق

يتم التعرف على هذا الوضع من خلال الربح الذي تحققه كل مؤسسة

نقوم في البداية بتحديد الكمية التي تعرضها كل مؤسسة

عند التوازن

$$P_e = Rmg = Cmg$$

$$16 = 30 - 12q + q^2 \rightarrow$$

$$14 - 12q + q^2 = 0$$

$$\Delta = 144 - 4(14) = 88$$

$$\sqrt{\Delta} = 9.381$$

$$q = \frac{12+9.381}{2} = 10.69 \text{ وحدة}$$

$$RT = 10.69(16) = 171.04 \text{ و . نقدية}$$

$$CT = 20 + 30(10.69) - 6(10.69)^2 + \frac{1}{3}(10.69)^3$$

$$= 20 + 320.7 - 685.66 + 407.2 = 62.24 \text{ و . نقدية}$$

$\pi = 171.04 - 62.24 = 108.8$ و . نقدية الربح

إذن المؤسسات العاملة في سوق هذه السلعة تحقق ربحا إقتصاديا .

ب - عدد المؤسسات العاملة في سوق هذه السلعة

يتم الحصول على هذا العدد بقسمة الكمية المعروضة الكلية و الكمية المعروضة من قبل كل مؤسسة

$$N_S = \frac{54}{10.69} = 5$$

إذن توجد (5) مؤسسات في سوق هذه السلعة .

ج - وجود الربح الإقتصادي يشجع مؤسسات جديدة لدخول سوق هذه السلعة ، و يستمر هذا التوافد من ناحية وزيادة عرض مختلف المؤسسات العاملة في سوق هذه السلعة إلى غاية اختفاء هذا الربح .

الفصل الثاني : التوازن في حالة الاحتكار

لمعرفة حقيقة التوازن في سوق الاحتكار ينبغي أن نثير قبل ذلك إلى مجموعة من العناصر التي تساعدنا فيما بعد من دراسة موضوع هذا الفصل .

2 – 1 - معنى الاحتكار

يقصد بالاحتكار وجود مؤسسة واحدة تنفرد بإنتاج سلعة (سلع) لا يوجد لها بدائل قريبة منها ، و نعني بذلك أنه ليس بإمكان مؤسسات أخرى الدخول إلى سوق هذه السلعة و إنتاج سلع مماثلة لها أو منافسة ، و توجد عدة أسباب لتفسير وجود الاحتكار نذكر منها اقتصاديات الحجوم الكبيرة ، ضيق السوق ، اجراءات الاختراع ، التقنين الحكومي ، مراقبة المواد الأولية . . .

2 - 2 - شروط نموذج الاحتكار

حتى نكون أمام سوق الاحتكار يجب تحقق مجموعة من الشروط نتعرف عليها فيما يلي :

أولا : مؤسسة واحدة تقوم بالإنتاج ، بمعنى أن منتج السلعة يكون وحيدا ، و أن الطلب الكلي (طلب السوق) على السلعة سيتم تغطيته من طرف هذا المنتج ، و أن هذا الأخير لا يمكنه أن يتحكم في السعر و الكمية في نفس الوقت ، فإذا ما قرر حجما معينا من الإنتاج فإنه لن يتمكن من تحديد السعر الذي يبيع به سلعته ، و إذا ما حدد سعرا معينا للسلعة التي ينتجها فإنه ليس بإمكانه معرفة حجم الكمية التي سيطلبها جمهور المستهلكين .

ثانيا : السلعة التي ينتجها هذا المنتج لا توجد بدائل قريبة منها ، و تكون المرونة التبادلية في مثل هذه الحالة معدومة .

ثالثا : يوجد عدد كبير من مستهلكي هذه السلعة بشكل لا يستطيع أي مستهلك أن يؤثر بمفرده في ثمن هذه السلعة.

رابعا : سوق عوامل الإنتاج توجد في حالة منافسة كاملة .

خامسا : وجود حواجز لمنع دخول مؤسسات جديدة لهذه السوق ، و الحكومة تساهم في إقامة هذه الحواجز من خلال منحها امتيازات لبعض المنتجين ، فضلا عن تطور التكنولوجيا إلى جانب الإدارة المتطورة .

2 - 3 - الأسباب التي تؤدي إلى ظهور الاحتكار

يمكن حصر الأسباب التي تؤدي إلى ظهور سوق الاحتكار التام إلى العناصر التالية :

أولا : طبيعة الإنتاج ، حيث أن طبيعة بعض المشاريع مثل مشاريع المياه ، الكهرباء و الاتصالات تكون ملكا للقطاع العام ، أي لا يحتمل قيام مشاريع أخرى بجانبها و هذا ما يطلق عليه الاحتكار الطبيعي .

ثانيا : الاحتكار الذي ينشأ عن القانون مثل براءات الاختراع أو التأليف الذي لا يسمح بموجب القانون لمنتج آخر بانتاج نفس هذه السلعة أو الخدمة و يعرف هذا باسم الاحتكار القانوني .

ثالثا : ضخامة تكاليف الإنتاج ، فعندما تكون تكاليف الإنتاج باهظة فإن هذه السلع و الخدمات تبقى حكرا بأيدي أصحاب رؤوس المال الضخمة ، و لا يستطيع منتجون آخرون الدخول لإنتاجها ، و يعرف هذا النوع من الاحتكار بالاحتكار الفعلي .

2 – 4 - المزايا التي يتمتع بها البائع المحتكر

يمكن تفسير عدم وجود منافسين في السوق بوجود صعوبات للدخول إلى الصناعة و مشاركة المحتكر في الأرباح ، ويمكن تلخيص المزايا التي يتمتع بها المحتكر و التي تمنع دخول منتجين آخرين لهذه السوق إلى العناصر التالية :

أولا : وفورات الحجم أو الإنتاج الكبير فقد نجد أن مؤسسة واحدة تستطيع انتاج كل الكمية التي يكون السوق بحاجة إليها بتكاليف أقل من التكاليف المتوقعة في حالة وجود مؤسستين أو أكثر ، أو بعبارة أخرى فإنه يكون مربحا للمؤسسات الموجودة في صناعة معينة أن تندمج في مؤسسة كبيرة واحدة .

ثانيا : السيطرة أو امتلاك جميع موارد المادة الأولية المستخدمة في الصناعة ، في هذه الحالة تتمكن المؤسسة الوحيدة المتحكمة في السوق إخراج المؤسسات المنافسة الأخرى من السوق .

ثالثا : المحتكر بإمكانه أن يبقى محتكرا و يحدد السعر الذي يناسبه بحيث يحصل على أرباح احتكارية ، و لكن السعر يجب أن يكون معقولا بدرجة كافية لاستبعاد إمكانية دخول سلع منافسة إلى سوقه أو منطقته الجغرافية .

رابعا : حقوق الاختراع و العلامات و الأسعار التجارية فالقانون يحمي المحتكر فعندما تمتلك مؤسسة حق اختراع معين فإن هذه المؤسسة تتمتع باستخدام فن الاختراع و لا يشاركها فيه أحد ، فالقانون يمنع استخدام هذا الإختراع من قبل مؤسسة أخرى ، و نفس الملاحظة تسري على العلامات التجارية أو العلامات المميزة ، إذ لا يجوز تقليدها من قبل مؤسسات أخرى .

2 – 5 – توازن المحتكر

عند الحديث عن التوازن في سوق الاحتكار نشير إلى أن هذا التوازن قد يكون في الفترة القصيرة أو الفترة الطويلة .

أولا : توازن المحتكر في الفترة القصيرة

يمكن توضيح توازن المحتكر في الفترة القصيرة حسب المدخل الكلي (التكاليف الكلية ، و الإيراد الكلي) أو حسب المدخل الحدي (التكلفة الحدية و الإيراد الحدي) .

1 - توازن المحتكر حسب المدخل الكلي

يكون المحتكر في حالة توازن في حالة انتاجه لكمية من السلعة حسب هذا المدخل عندما يكون الفرق بين الإيراد الكلي و التكلفة الكلية أكبر ما يمكن ، أو بمعنى آخر الكمية التي تكسب المحتكر أكبر ربح .

و يمكن توضيح هذا الأمر من خلال معطيات المثال التالي :

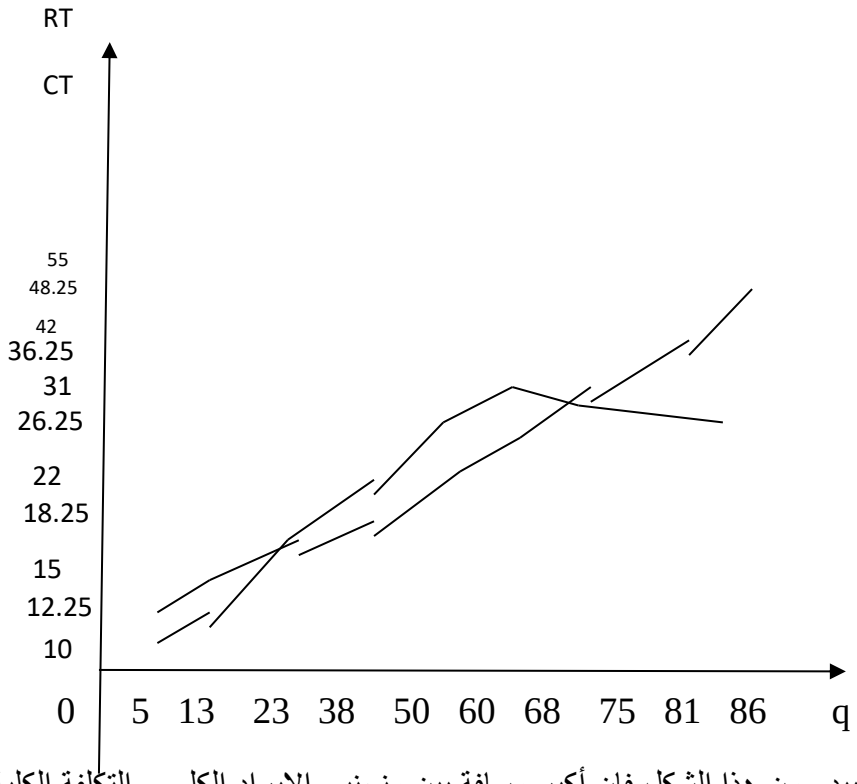
مثال :

إذا توفرت لديك معلومات حول انتاج محتكر ، و ذلك كما هو موضح في الجدول التالي :

q	P	RT	CT
5	2	10	12.25
13	1.1	14.3	15.00
23	0.85	19.55	18.25
38	0.69	26.22	22
50	0.615	30.75	26.25
60	0.56	33.6	31
68	0.50	34	36.25
75	0.45	33.75	42
81	0.40	32.4	48.25
86	0.35	30.1	55

يمكن تحديد توازن هذا المحتكر بالإعتماد على المدخل و الإيراد (الكلي) ، و ذلك عندما يكون الفرق بين هذين المصطلحين أكبر ، أو بمعنى آخر يكون الربح الذي يجنيه المحتكر من بيع سلعته أكبر .

يمكن توضيح العلاقة بين الإيراد الكلي و التكلفة الكلية في الشكل التالي :

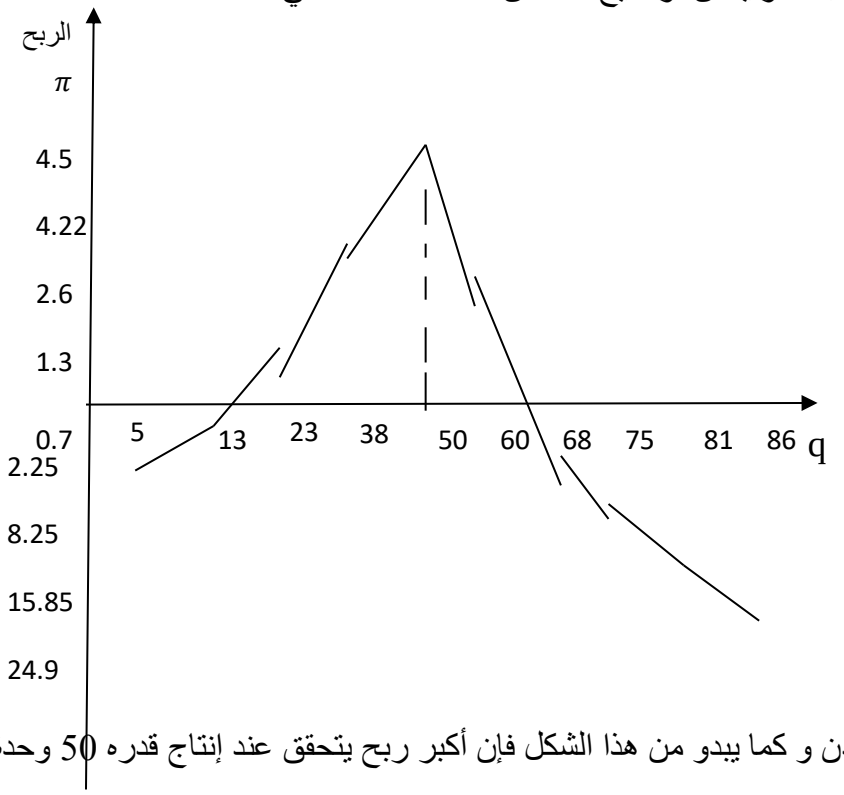


إذن و كما يبدو من هذا الشكل فإن أكبر مسافة بين منحنيي الإيراد الكلي و التكلفة الكلية تكون عندما ينتج المحتكر 50 وحدة من السلعة ، و لنتأكد من ذلك بتقدير الربح بين مختلف كميات الإنتاج .

q	π
5	- 2.25
13	- 0.7
23	1.3
38	4.22
50	4.50
60	2.6
68	- 2.25
75	- 8.25
81	- 15.85

86	- 24.9

إذن و كما يبدو من معطيات هذا الجدول فإن أكبر ربح يتحقق عند الوحدة 50 من السلعة المنتجة ، و يمكن توضيح ذلك من خلال الشكل التالي :



إذن و كما يبدو من هذا الشكل فإن أكبر ربح يتحقق عند إنتاج قدره 50 وحدة من السلعة

مثال :

إذا توفرت لديك المعلومات التالية حول الطلب على سلعة محتكر و التكاليف الكلية المتغيرة و الثابتة

$$D = P_q = 40 - q$$

$$CV = 16q - 4q^2 + q^3$$

$$CF = 70$$

و المطلوب :

تحديد وضع توازن هذا المحتكر

حل المثال :

لتحديد وضع توازن هذا المحتكر نقوم بتقدير القيم المعبرة عن التكلفة الكلية و الإيراد الكلي ، و ذلك كما هو موضح في الجدول التالي :

q	RT	CT	الربح π
1	39	83	- 44
2	76	94	- 18
3	93	105	- 16
4	144	134	10
5	175	175	0
6	204	238	- 34
7	231	329	- 96

إذن و كما يبدوا من هذا الجدول فإن ربح هذا المحتكر يتحقق عندما ينتج 4 وحدات من السلعة ، حيث يبلغ مقدار هذا الربح 10 وحدات نقدية .

2 - توازن المحتكر حسب المدخل الحدي

يبلغ المحتكر وضع التوازن حسب المدخل الحدي عندما تكون التكلفة الحدية مساوية للإيراد الحدي .

و لتوضيح كل ذلك نأخذ المثالين السابقين

علما أن : $Cmg = \frac{\Delta CV}{\Delta q}$, $Rmg = \frac{\Delta RT}{\Delta q}$

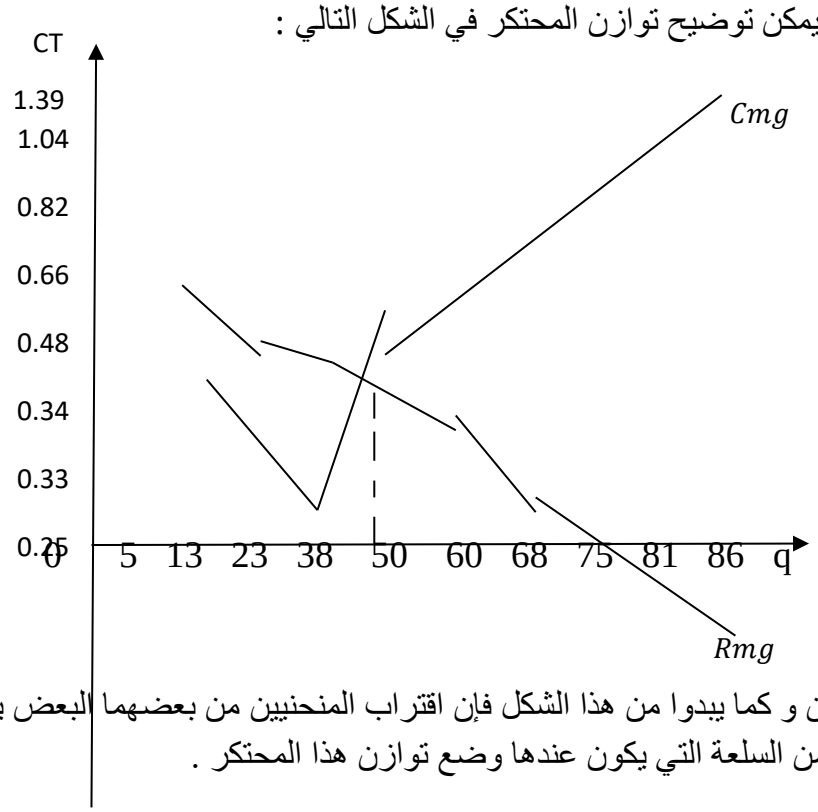
المثال الأول :

q	Rmg	Cmg
5	-	-
13	0.54	0.34
23	0.53	0.33
38	0.44	0.25

50	0.38	0.35
60	0.29	0.48
68	0.05	0.66
75	- 0.04	0.82
81	- 0.23	1.04
86	- 0.46	1.35

إذن و كما يبدوا من هذا الشكل فإن المساواة بين Cmg و Rmg لا تتحقق و في مثل هذه الحالات نحتاج أصغر فرق بين Cmg ، Rmg و في حالتنا هذه فإن أصغر فرق يكون عند الوحدة 50 من السلعة و عليه فإن هذا المحتكر يكون في حالة توازن عند إنتاجه 50 وحدة من السلعة .

و يمكن توضيح توازن المحتكر في الشكل التالي :



إذن و كما يبدوا من هذا الشكل فإن اقتراب المنحنيين من بعضهما البعض يكون عند الوحدة 50 من السلعة التي يكون عندها وضع توازن هذا المحتكر .

المثال الثاني :

لدينا من معطيات المثال : $P_q = 40 - q$

$$CV = 16q - 4q^2 + q^3$$

$$CF = 70$$

نقوم في البداية بتحديد معادلة الإيراد الكلي و ذلك من العلاقة : $RT = P_q . q$

$$RT = (40 - q)q = 40q - q^2$$

$$Rmg = \frac{dRT}{dq} = 40 - 2q$$

$$Cmg = \frac{dCV}{dq} = 16 - 8q + 3q^2$$

$$Cmg = Rmg \leftrightarrow 40 - 2q = 16 - 8q + 3q^2$$

$$3q^2 - 8q + 16 + 2q - 40 = 0$$

$$3q^2 - 6q - 24 = 0$$

$$\Delta = (36 + 288) = 324$$

$$\sqrt{\Delta} = 18$$

$$q_1 = \frac{-6-18}{-6} = 4$$

$q_2 = \frac{-6+18}{-6} = -2 < 0$ مرفوض

يكون هذا المحتكر في حالة توازن عند انتاجه لأربع وحدات من السلعة .

ثانيا : توازن المحتكر في الفترة الطويلة

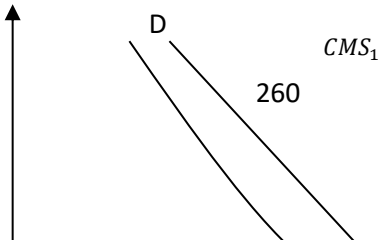
في حالة الإحتكار و في ظل وجود مؤسسة واحدة في السوق و عدم إمكانية الدخول إلى هذه السوق ، و أيضا فإن المحتكر الذي يحصل على ربح في الفترة القصيرة ، و لا يمكن لأي منتج آخر أخذ قسما من هذا الربح ، و بالنتيجة فإن ربح المحتكر في الفترة الطويلة لا يلغي الربح المتحقق في الفترة القصيرة كما هو الحال في حالة المنافسة الكاملة .

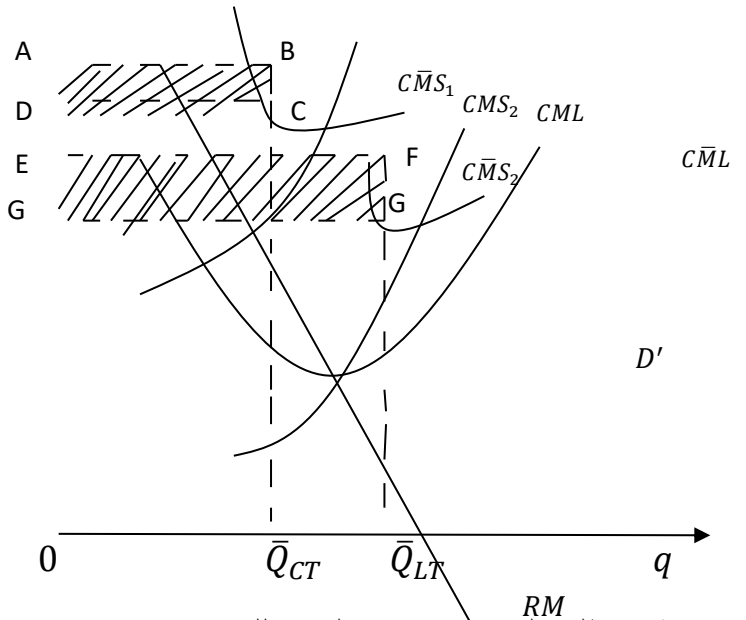
و بلوغ المحتكر التوازن في الفترة الطويلة يمكن أخذه بطريقتين :

الأولى : إذا كان المحتكر يحقق خسارة في الفترة القصيرة و لا يوجد أي شكل للمؤسسة التي تسمح له بالحصول على ربح صافي أو على الأقل لا يتحمل خسارة فالمحتكر سيخرج من هذه السوق .

الثانية : إذا كان المحتكر يحقق ربحا في الفترة القصيرة فإنه يمكن تحديد حجما مختلفا لمؤسسته (إذن إنتاج و سعر مختلفين) التي تسمح له بالحصول على ربح أكبر .

و ما يهمنا في هذا المقام هي الحالة الثانية و التي يمكن توضيحها من خلال الشكل التالي :





$Rmg\ ,DD'$ يمثلان طلب السوق و الإيراد الحدي للمحتكر .

$\overline{CTM_L}$ يمثل المنحنى المغلف لتكلفة الفترة الطويلة .

Cmg يمثل منحنى التكلفة الحدية في الفترة الطويلة .

نفترض في البداية أن المؤسسة تقوم ببناء الوحدات الممثلة $\overline{CMS_1}\ ,CMS_1$ في الفترة القصيرة .

المساواة بين التكلفة الحدية و الإيراد الحدي تتحقق عند بيع Δq_{CT} وحدة بسعر OA في هذا المستوى من الإنتاج و التكلفة الحدية $OD = \bar{q}CT_c$ ، الربح في الفترة القصيرة للمحتكر ممثل في مساحة المستطيل ABCD.

بما أن الربح الإقتصادي يمكن تحقيقه ، فالمؤسسة لا يمكنها مغادرة السوق ، إنما تبحث في أغلب الأحيان على وسائل التنظيم في الفترة الطويلة أكثر ربحية ، من أجل ذلك التكلفة الحدية في الفترة الطويلة يصبح المتغير الذي يؤخذ بنظر الإعتبار .

من أجل تطبيق القاعدة $Rmg\ Cmg$= الربح الأعظمي يمكن بلوغه عندما تكون التكلفة الحدية في الفترة الطويلة مساوية للإيراد الحدي ، حجم الإنتاج المقابل هو $O\bar{q}LT$ و السعر هو OE .

من أجل $\overline{CML}$ المؤسسة قادرة على انتاج oq_{LT} وحدة خلال الفترة الزمنية بتكلفة حدية أقل من تلك الممثلة لـ CMS_2 و $\overline{CMS_2}$ ، التكلفة الحدية ممثلة بـ OH ، و الربح الأعظمي للمحتكر في الفترة الطويلة معطى بمساحة المستطيل EFGH ، هذا الربح يكون في الغالب أكثر أهمية من الربح التي تحصل عليه المؤسسة في الأصل (في بداية الأمر)

ملاحظة :

محتكر يعظم ربحه في الفترة الطويلة من خلال انتاج كمية معينة من سلعة و بيعها و التي تتحقق من أجلها المساواة بين التكلفة الحدية في الفترة الطويلة مع الإيراد الحدي ، المؤسسة المثلى هي التي يكون منحنى متوسط التكلفة الكلية في الفترة القصيرة يكون مماس لمنحنى متوسط التكلفة الكلية في الفترة الطويلة عند النقطة الموافقة لتوازن الإنتاج في الفترة الطويلة ، عند هذه النقطة التكلفة الحدية في الفترة القصيرة تكون مساوية للإيراد الحدي .

ثالثا : توازن المحتكر في الفترة الطويلة يمتلك أكثر من مؤسسة

في هذه الفترة سنتناول حالة محتكر يمتلك مصنعين ، ثم يمكن الحديث عن n مصنع

نفترض بأن الدالتين مستمرتين و أن دالة الطلب (P_t) و تكاليف انتاج المصنع 1 (T_1) و المصنع 2 (T_2) كما هو موضح فيما يلي :

$$P_t = P_t = 20 - q$$

$$CT_1 = 2q_1 + \frac{1}{5}q_1^2$$

$$CT_2 = 3q_2 + \frac{1}{6}q_2^2$$

حيث : q تمثل الكمية المنتجة .

P ثمن الوحدة من السلعة المنتجة .

$q_1 + q_2$ تمثل منتجات المصنعين q_1 , $2q_2$

هدف المحتكر هو تعظيم الربح أو تدنية تكاليف الإنتاج في المصنعين و من أجل ذلك يجب عليه انتاج الذي يتحقق عنده المساواة بين الإيراد الحدي و التكلفة الحدية في المصنعين Cmg_1 و Cmg_2 ، عند هذه النقطة Cmg أو Rmg ينبغي أن يكون مساويا للتكلفة الحدية لآخر وحدة منتجة في المصنعين ، انطلاقا من المعادلات أعلاه ، الإنتاج الكلي ، السعر و الإيراد الحدي و التكاليف الحدية 1 ، 2 تم احتسابها في الجدول التالي :

q	P	Rmg	Cmg_1	Cmg_2	$Cmg_{1أو2}$
1	19	18	2.40	3.30	2.40
2	18	16	2.80	3.66	2.80
3	17	14	3.20	4	3.20
4	16	12	3.60	4.33	3.30
5	15	10	4	4.66	3.60
6	14	8	4.40	5	3.66
7	13	6	4.80	5.33	4
8	12	4	5.20		4
9	11	2	5.60		4.33

10	10	0	6		4.40
11	9				4.66
12	8				4.80

$$D = P_q = 20 - q$$

$$Rmg = 20 - 2q$$

$$Cmg_1 = \frac{2}{5}q_1 + 2$$

$$Cmg_2 = \frac{1}{3}q_2 + 3$$

التكلفة الحدية المركبة $Cmg_{1 \text{ أو } 2}$ ناتجة عن مجموعة التكاليف الحدية الأكثر انخفاضا في كل مصنع بالنسبة لكل حجم انتاج ، من أجل كل وحدة إضافية منتجة ، المحتكر يحتاج المصنع الذي تكون به التكلفة الحدية الأقل ارتفاعا كما يشير إليه الجدول ، إذا كان الإنتاج بين 1 و 5 وحدات خلال الفترة ، المحتكر ينتج هذه الوحدات في المصنع 1 إذا كان يرغب في انتاج الوحدة الرابعة فبدلا من أن ينتجها في المصنع 1 حيث تكلفه 3.6 وحدة نقدية ، المحتكر يستعمل المصنع 2 حيث أن التكلفة الحدية تساوي 3.3 وحدة نقدية .

الملاحظة الممكن استخلاصها بالنسبة لكل وحدة إضافية منتجة ، هو أن المحتكر يختار انتاجها في المصنع الأكثر فعالية (كفاءة) بهذه الطريقة اعتمدنا العمود $Cmg_{1 \text{ أو } 2}$ في الجدول السابق ، وهذه هي المرحلة الأولى في عملية تعظيم الربح .

و حيث أن الإيراد الحدي (العمود 3) ينبغي أن يكون أكبر من التكلفة الحدية المركبة ، المحتكر له مصلحة في زيادة الإنتاج ، حيث يزيد في الإنتاج إلى غاية النقطة التي يتساوى فيها الإيراد الحدي مع التكلفة الحدية المركبة $Rmg = Cmg_{1 \text{ أو } 2}$ و هذه المرحلة الثانية .

المرحلة الثالثة ترتكز على منح الإنتاج الكلي بين المصنعين بالكيفية التي تكون فيها التكلفة الحدية المركبة تساوي إلى التكلفة الحدية لآخر وحدة منتجة في كل مصنع .

ما يمكن استخلاصه من الجدول ، يعتمد المحتكر في البداية العمود $Cmg_{1 \text{ أو } 2}$ ، و في المرة الموالية يقرر انتاج 8 وحدات ، لأنه عند هذه النقطة الإيراد الحدي Rmg يكون مساويا للتكلفة الحدية $Cmg_{1 \text{ أو } 2}$ ، و في المرة الثالثة يقوم بإنتاج 5 وحدات في المصنع 1 و 3 وحدات في المصنع 2 ، وحدات $q = q_1 + q_2 = 8$ فيكون في حالة توازن

$Rmg = Cmg_{1 \text{ أو } 2} = Cmg_1 + Cmg_2 = 4$ وحدات نقدية

الشكل التالي يمثل نفس النتائج المتوصل إليها في الجدول السابق

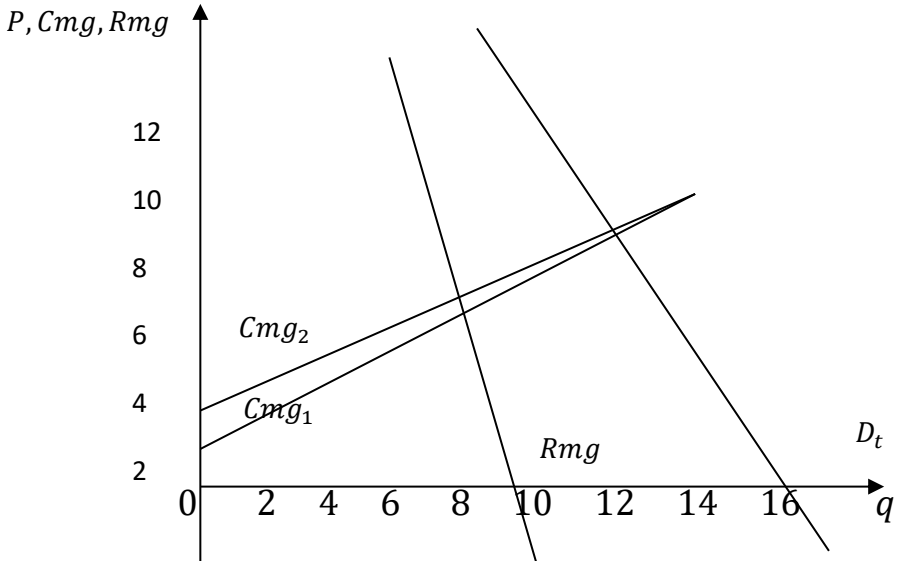
وحدات نقدية $4 = 2$ أو $Rmg = Cmg_1$, وحدات $8 =$

وحدة نقدية $P = 12$ سعر التوازن, $Cmg_1 = Cmg_2 = 4$

الصورة المنطقية لهذا المسعى الممكن استخلاصها أن المصنع الأكثر كفاءة هو الذي يمكن استعماله في حالتنا هذه ، المصنع 1 هو الأكثر كفاءة فإنه ينتج 62.5 % من الإنتاج الكلي و بالتعميم على n مصنع .

$$Rmg = Cmg_{q_1} = Cmg_{q_2} = Cmg_{q_3} = . \ . \ . = Cmg_{q_n}$$

Cmg_5تمثل التكلفة الحدية الأكثر انخفاضا في كل مصنع



توازن المؤسسة في عدة مصانع في سوق الاحتكار

ثالثا : توازن المحتكر في عدة سلع منتجة

في بعض الحالات الخاصة التي نود معالجتها في هذه الفقرة حيث مؤسسة في ظل الاحتكار تنتج سلع بحصة ثابتة ، لتوضيح ذلك نأخذ حالة مسلخ هدفه الأساسي انتاج اللحم المخصص للاستهلاك ، لكن و بدلا من الحصول على منتج واحد (اللحم) يمكن أخذ تشكيلة منتجات اللحم و الجلد بنسبة ثابتة ، المسلخ لا يمثل المثال الحي لمؤسسة بعدة منحنيات ، لكنها تحدد بصورة جيدة عملية الإنتاج حيث لا يكون مستحيلا نسب تكلفة ما إلى أحد المنتجين .

غير أنه في حالة الإنتاج ليست متماثلة في السوق ، يمكن توضيح ذلك بمنتجين مختلفين حتى إن كان يسوقان من قبل نفس المؤسسة ، فكيف يمكن تحديد كمية و سعر التوازن .

الإجابة على هذا السؤال موضحة في الشكل التالي :

الطلب على اللحم q_V هو P_V و بالنسبة للجلد q_P هو D_P ، منحنيات الإيراد الحدي لهذا الطلب هو على التوالي و ، بافتراض أن اللحم و الجلد هما منتجان متزامنان الإنتاج يحدد من خلال تقاطع منحنى التكلفة الحدية

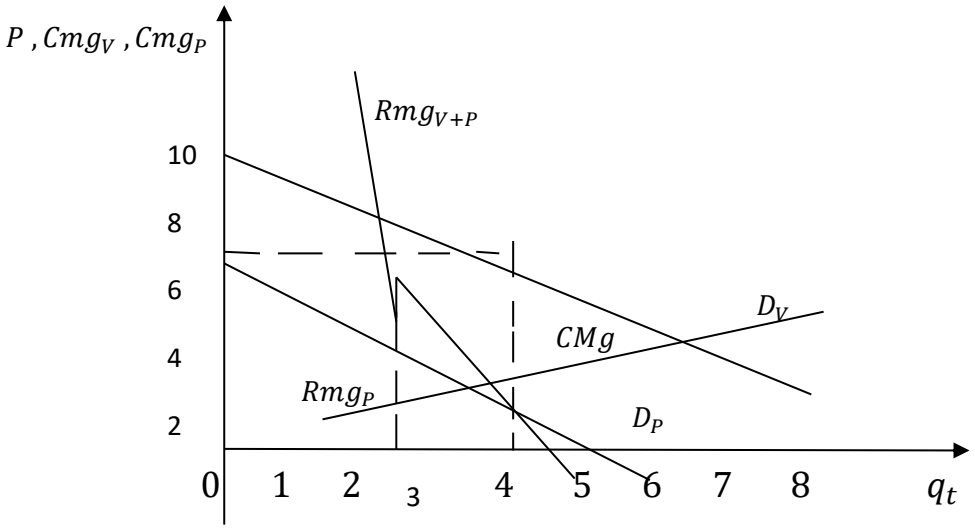
(المشترك) و الإيراد الحدي المركب Rmg_{V+P} و الذي يساوي المجموع الرأسي لـ Rmg_V و Rmg_P ، في الوقت الذي يحدد فيه الإنتاج ، المحتكر يعود إلى الطلب على اللحم و الجلد فإذا كان بالمقابل ، في هذه النقطة الإيراد الحدي لأحد المنتجين سالبا ، في الشكل على سبيل المثال Rmg_P أقل من الصفر إلى يمين $q_P = 3$ ، المؤسسة لا يمكنها أن تنتج فوق 3 وحدات من الجلد ، نعتبر حالة كون الإنتاج الكلي ينزل في منطقة حيث منحنيات الإيراد الحدي يكون موجبا ، ثم لاحقا نقوم بتحليل الصورة الموضحة بالشكل التالي :

نفرض المعادلات التالية :

$$D_V = P_V = 10 - q_V$$

$$D_P = P_q = 6 - q_P$$

$$CT = \frac{1}{10}q + \frac{1}{5}q^2$$



الإيراد الكلي (RT) لهذه المؤسسة يساوي مجموع الدخل الناتج عن بيع اللحم و الجلد

$$RT = P_V q_V + P_q q_P = 10q_V - q_V^2 + 6q_P - q_P^2$$

هذه المعادلة يمكن تبسيطها بملاحظة المنتجات المصنفة بنسبة $1 \div 1$ إذن

$$q_V = q_P = q$$

RT يمكن التعبير عنه بدلالة q أي :

$$RT = 16q - 2q^2$$

ربح المؤسسة هو إذن :

$$\pi = RT - CT = 16q - 2q^2 - \frac{1}{10}q - \frac{1}{5}q^2$$

$$\frac{d\pi}{dq} = 15.9 - 4.4q = 0$$

$$\rightarrow q = \frac{15.9}{4.4} = 3.61 \text{ وحدة}$$

$$\frac{d2\pi}{dq^2} = -4.4 < 0$$

الإنتاج يكون إذن $q = q_V + q_P = 3.61$ عند هذه النقطة يكون الربح الأعظمي عند 28.72 ، فإذا كان المحتكر يرغب في تسويق 3.61 وحدة من اللحوم بـ P= 10 – 3.61 = 6.39 للوحدة ، و 3.61 من الجلد بـ $P = 6 - 3.61 = 2.39$ للوحدة ، الآن هذا الحل لا يكون ملائما بالنسبة للحالة الموضحة بالشكل السابق لأنه q = 3.61 ، $Rmg < 0$ المحتكر يأخذ بنظر الإعتبار فقط المساواة بين Rmg_V وCmg_{V+P} أي :

$$\pi = 10q_V - q_V^2 - \frac{1}{10}q_V - \frac{1}{5}q_V^2$$

$$\frac{d\pi}{dq} = 9.9 - 2.4q_V = 0 \rightarrow q_V = 4.125 = q_P$$

لكن 3 وحدات فقط من q_P يمكن تسويقها في السوق $P = 6 - 3 = 3$ للوحدة و 4.125 وحدة من اللحم يمكن بيعها بـ P= 10 – 4.125 = 5.87 للوحدة ، و الربح يكون إذن :

$$\pi = 5.87(4.125) + 3(3) - 0.1(4.125) - 0.2(4.125)^2 = 29.40 > 28.72$$

6.2. تنظيم المحتكر

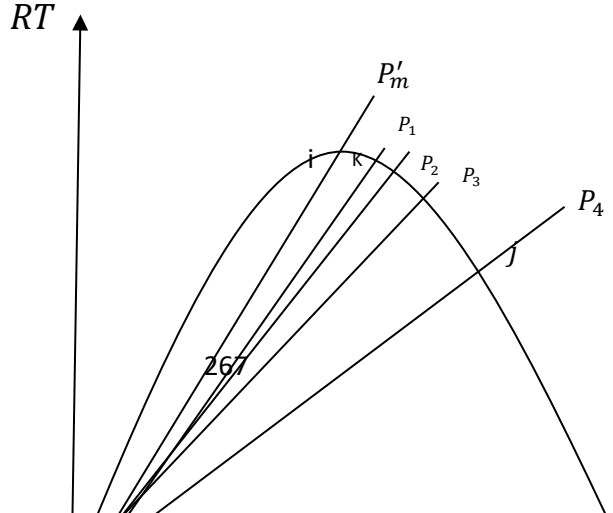
إن بنية سوق المحتكر تنتج أسوأ تخصيص للموارد الاجتماعية ، لتفادي هذه الحالة فإن الحكومة تمتلك عدة أدوات أو وسائل للمراقبة ، تحديدا الرقابة على الأسعار وأصناف أخرى للضرائب ، لاحقا ستنجر عنها حدود وآثار المراقبة على سعر المحتكر و في فقرة أخرى سنقوم بدراسة ثلاثة أشكال للضرائب على أسعار المحتكر .

أولا : الرقابة على السعر

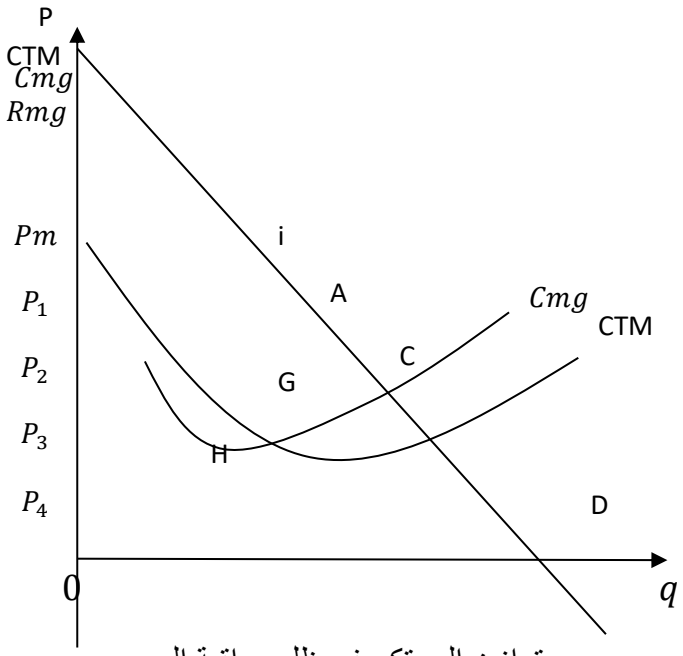
الرقابة على السعر يكون غالبا شرطا أساسيا عندما تغير السلطة الاحتكارية للمحتكر من الحق المقرر من قبل الدولة، بقبول هذا الحق ، المحتكر ينبغي أن يقبل ببعض المراقبة على

أرباحه ، وبواسطة هذه المراقبة على السعر، الدولة يمكنها أن تجبر المحتكر على زيادة إنتاجه وبيعه بسعر أقل ارتفاعا بالنسبة لسعرها في حال المحتكر دون رقابة على السعر، الآن وكما يتضح من الشكل a.1 و a.2 ، والرقابة على السعر تكون لها حدود قبل كل شيء ، المحتكر يمكن أن يأخذ بالحسبان الطلب ، والسعر المحدد من قبل الدولة لا يمكن أن يكون أكثر ارتفاعا من سعر الاحتكار ، وهذا يعني بالمقابل الاختلاف مع الهدف المسطر من الرقابة على السعر ، في غياب أي رقابة فإن منحنى الإيراد الكلي هو OXiKjRT (الشكل a.1) إنتاجه يكون محددا من طرف الإيراد الحدي Rmg والتكلفة الحدية Cmg أي عند النقطة H في الشكل (a.2) ، حيث ينتج q_m ويبيع بـ P_m ، فإذا كانت الدولة بالنظر إلى لجنة المراقبة ، عليها إجبار المحتكر على زيادة الإنتاج ، فلا يمكن أن نحدد سعرا يفوق P_m ، في مثل هذه الحالة P_m يكافئ سعرا أعلى .

فإذا كان السعر محدد مثلا عند P_1 فإن منحنى الإيراد الكلي يصبح OKjRT و طلب المحتكر يكون نتيجة لذلك P_1ACJD (a.2) ، إلى غاية q_1 الطلب يكون تام المرونة ولكن خلف هذه النقطة المحتكر يجب عليه تخفيض السعر إذا ما رغب في بيع كميات أكبر والإنتاج ينتقل من q_m إلى q_1 ، ويباع بسعر محدد من قبل الدولة P_1 ، وبالمثل فمن أجل السعر $P_1 > P_2$ الإيراد الحدي الناتج يكون P_2CD ، و الإنتاج يزداد من q_1 إلى q_2 ، و نتوقع انخفاض ربح المحتكر ، وبالمقابل عند P_2 فإن حدود التوسع في الإنتاج يمكن بلوغها . بالنسبة لكل الأسعار الأقل من P_2 ، المحتكر ينبغي تخفيض إنتاجه بالصورة التي تتحقق معها شروط الدرجة الأولى ، على سبيل المثال عند P_3 الإيراد الحدي يساوي P_3EFD ، هذا المنحنى يقطع الكلفة الحدية عند النقطة E ، الإنتاج إذن يتقلص من q_2 إلى q_3 ، إذا كان السعر مساويا لـ P_4 ، على سبيل المثال الإيراد الكلي يكون $OjRT$ ، والتقاطع بين Rmg ، Cmg يكون عند النقطة G ، والإنتاج ينزل إلىq_4 ، بالنسبة لكل الأسعار التي تقل عن P_4 ، المحتكر يغلق أبواب مؤسسته لتفادي الوقوع في خسائر ، P_4 هو إذن الحدود الدنيا أو المكافئة للسعر الأدنى.



(a.1)



توازن المحتكر في ظل مراقبة السعر

(a.2)

ثانيا : آثار الضريبة الجزافية

الضريبة الجزافية هي تكلفة ثابتة مستقلة عن الإنتاج و التي تؤثر على منحنى متوسط التكلفة وليس على الإيراد الحدي،بالنتيجة فإن آثارها تكون على الفعالية الاقتصادية ، و عندما تطبق على المحتكر تكون معدومة .

مثل هذه الصيغة من الضرائب موضحة في الشكل 2.3 ، طلب المحتكر هو D والإيراد الحدي هو Rmg ، منحنى متوسط التكاليف والتكلفة الحدية هما على التوالي CTM و Cmg ، المحتكر ينتج q_m ويبيع بـ P_m ويحقق ربحا اقتصاديا صافيا مساويا لـ P_mAEC .

الآن نفرض فرض ضريبة جزافية ، ومن نتائج هذه الضريبة أنها تنقل منحنى متوسط التكاليف من CTM إلى CTM' و لكنها لا تؤثر في التكلفة الحدية Cmg ، بالنتيجة فإن إنتاج

المحتكر و سعر البيع لا يتغيران ، لكن منحنى متوسط التكلفة الفعلي سيكون CTM' ، ربح المحتكر يقل بما يكافئ المساحة المخططة C_tBEC وهذا يمثل الحصة الكلية للضريبة التي يتحملها المحتكر ، و هذا لا يمكنه تحويل قسم من الضريبة إلى المستهلكين تحت طائلة انخفاض معتبر في ربحه P_mABC_t .

الحكومة يمكنها أن تستحوذ على أرباح المحتكر بفرضها ضريبة جزافية ، $TMax$ بالصورة التي تصعد بمحنى متوسط التكلفة الفعلي إلى CTM' ، من أجل ضريبة جد مرتفعة حاليا ، التي تجعل CTM متواجد أسفل D ، المحتكر سيكون مجبرا على إيجاد نشاط اقتصادي آخر ، بمعنى أنه الإنتاج الذي كان ينتجه من قبل لا يمكن تحقيقه بعد هذه الضريبة .

ثالثا : آثار الضريبة النوعية

بدلا من الضريبة الجزافية ، نفرض أن الحكومة قررت فرض ضريبة نوعية على المحتكر ، الرفاهية الاقتصادية لا يمكن بلوغها كما يتضح من الشكل 4.2 طلب السوق بدون ضريبة هوD ، المحتكر ينتج الكمية q_m و يبيع بسعر P_m و يحقق ربحا مساويا لـ P_mABC ، الآن و بعد فرض الضريبة النوعية فإذا كانت آثار هذه الضريبة تحلل من جانب الطلب ، فمن الواضح أن الطلب سيتحرك نحو اليسار إلىD_t ، الإيراد الحدي الفعلي حاليا هو Rmg_t

شرط الدرجة الأولى ، إذا كان متحققا ، يقتضي أن يكون الإنتاج q_t في هذه النقطة ، السعر هو P_t .

إنه يوافق على ملاحظة أن المسافة العمودية بين D_t و D تمثل الضريبة بمعنى أنه بالنسبة لكل وحدة مباعة ، الدولة تأخذ$\overline{EF}$ التي يمكن تقسيمها إلى قسمين ، $\overline{EA'}$ تقدم من قبل المستهلكين و $(\overline{A'F})$ تقدم من قبل المحتكر ، إذن تأثير الضريبة النوعية لا تكون معدومة ، فعند المستوى q_t ، المبلغ الكلي للضريبة هو المسافة المخططة $P_tEFP'_m$ و ربح المحتكر ينخفض P'_mFGC_t ، نلخص إذن الضريبة الجزافية المفروضة على المحتكر تؤدي إلى زيادة السعر و تقليل الكمية ، و بهذا المعنى الضريبة الجزافية لها آثار تشاؤمية على الرفاهية الاقتصادية للمجتمع .

رابعا : آثار ضريبة قيمية

الشكل 4.2 يحلل آثار ضريبة قيمية مفروضة على محتكر ، الضريبة القيمية تكون بالنسبة لرقم الأعمال ، فهي تكون أكبر من السعر الذي يكون مرتفعا ، فإذا ما كان الطلب D ، فإن المحتكر ينتج q_m ، و يحدد السعر P_m ويحقق ربحا مساويا لـ P_mABC ، ضريبة قيمية ستدير الطلب إلى D_t ، الإيراد الحدي سيكون Rmg_t ، المحتكر يكون مضطرا لإنتاج q_t في هذه النقطة ، سعر البيع هو $P_t > P_m$ ، المستهلكون يدفعون $(P_t - P_m)$ والمحتكر يدفع $(P_m - P'_m)$ ، المبلغ الكلي للضريبة القيمية هي المساحة المخططة في شكل 4.2 أي $(P_t - P'_m).q_t$ و ربح المحتكر ينزل إلى P'_mFGC_t .

كما هو الحال بالنسبة للضريبة النوعية ، فالضريبة القيمية المفروضة على المحتكر من آثارها رفع سعر المنتوج ، وتقليل الكمية المنتجة ، بهذا المعنى فإن آثارها تكون تشاؤمية على الرفاهية الاقتصادية للمجتمع في غياب التعويض الكامل .

7.2. الاحتكار : التسعير التمييزي

قد لا يحتاج المحتكر دوما في بيع سلعته في سوق واحد وبسعر موحد ، ففي بعض الحالات يتمكن المحتكر من زيادة ربحه بالبيع بأكثر من سعر، ونقدم بهذا الخصوص حالتين :

الحالة الأولى : عندما ينوي المحتكر عرض سلعته في سوقين فإنه سيفرض سعرا مختلفا .

الحالة الثانية : يمكن وضع سلسلة متواصلة من الأسعار

أولا : التمييز في الأسواق

نعتبر محتكر يبيع سلعته في سوقين ، وهنا قد يثار التساؤل التالي هل بإمكان المحتكر طلب سعر واحد في السوقين ؟

يمكن تحقيق التميز في الأسعار إذا كان البائع غير قادر على شراء ما يرغب فيه في سوق واحد ، ثم بيعه في سوق آخر، وإلا فإن الوسيط سوف يشتري في سوق يكون السعر منخفضا ثم بيع ما تم شراءه في سوق أخرى يكون فيها السعر مرتفعا ، وعلى هذا الأساس فإنه سوف يساوي بين الأسعار في كل الأسواق ، فالخدمات فنادرا ما تكون قابلة للتنقل ، و أن بيعها بسعر – عادة – لتمييز الأسعار ، كما أن إعادة البيع لسلع الكهرباء والغاز والماء التي تتطلب توصيلات فعلية من منشآت المنتج والمستهلك تكون صعبة جدا ، ويكون تمييز الأسعار مرفوقا بصورة شائعة في وضع معدلات المنافع العامة ، ويكون تمييز الأسعار ممكنا - عادة – في حدود أسواق منفصلة مثل الأسواق المحلية والأسواق الأجنبية بالنسبة للمحتكر الذي يبيع خارج بلاده .

ويمكن القضاء على إعادة البيع بوضع تعريفة عالية جدا ، وفي حال تميز السعر في سوقين محددين فإن ربح المحتكر يتمثل في الفرق بين إجمالي إيراداته من السوقين وتكاليف الإنتاج الكلية .

$$\pi = RT_1(q_1) + RT_2(q_2) - CT_1(q_1) - CT_2(q_2)$$

حيث q_2 , q_1 تمثل الكمية المباعة في السوقين .

$RT_2(q_2)$, $RT_1(q_2)$ تمثل دالتي إيرادات المحتكر

و تأخذ المشتقات الجزئية للربح بالنسبة لكل من q_1 ، q_2 و مساواتها للصفر نجد :

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_1} = Rmg_1(q_1) - Cmg(q_1 + q_2)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_2} = Rmg_2(q_2) - Cmg(q_1 + q_2)$$

$$Rmg_1(q_1) = Rmg_2(q_2) = Cmg(q_1 + q_2)$$

فيكون بذلك الإيراد الحدي الإيراد الحدي Rmg في كل سوق مساويا للتكلفة الحدية ، فإذا لم تكن الإيرادات الحدية متساوية ، فإن المحتكر يستطيع زيادة إيراداته الكلية دون أن يؤثر ذلك على التكلفة الكلية من خلال البيع من السوق الذي يكون فيه الإيراد الحدي منخفضا إلى السوق الذي يكون فيه الإيراد الحدي مرتفعا .

فإذا ما عبرنا عن السعرين ومرونتي الطلب في السوقين بالرموز P_1 , P_2 , e_1 , e_2 فإن :

$$P_1\left(1 - \frac{1}{e_1}\right) = P_2\left(1 - \frac{1}{e_2}\right)$$

ويتطلب ذلك أن يكون :

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{1-\frac{1}{e_1}}{1-\frac{1}{e_2}}$$

فيكون السعر منخفضا في السوق ذو مرونة الطلب الأكبر ، ويكون السعرين متساويين إذا كانت مرونتي الطلب متساويين .

ويتطلب شروط الدرجة الثانية

$$\Delta = \begin{vmatrix} Rmg_1' - Cmg' & -Cmg' \\ -Cmg' & Rmg_2' - Cmg' \end{vmatrix}$$

متعاقبة في الإشارة بحيث تبدأ بإشارة سالبة

$$(Rmg_1' - Cmg')(Rmg_2' - Cmg') - (Cmg')^2 > 0$$

ويتطلب ذلك أن $Rmg_2' - Cmg' < 0$ ويكون الإيراد الحدي في كل سوق متزايدا بسرعة أقل من التكلفة الحدية للإنتاج ككل .

مثال : نفترض وجود محتكر بالمواصفات التالية

$$D_1 = P_1 = 8 - q_1$$

$$D_2 = P_2 = 10 - 2q_2$$

$$CT = \frac{1}{10}q + \frac{1}{5}q^2$$

الطلب في السوقين موضحان بالشكلين a_1 و a_2 وقد تم جمعها من أجل الحصول على الطلب في السوقين D_{1+2} في الشكل c1

القسم المقابل بالنسبة للمعادلة

$D_{1+2} = P = 8.66 - \frac{2}{3}q_t$ و أن الإيراد الحدي $Rmg_{1+2} = 8.66 - \frac{4}{3}q_t$

المساواة بين Rmg ، Cmg يقتضي أن يكون :

$$8.66 - \frac{4}{3}q_t = 0.1 + 0.4q_t$$

$$q_t = 4.94 \text{ وحدة}$$

إذا كان المحتكر يريد البيع في السوق المحدد ، فإنه سيحصل على 5.36 كل وحدة .

الإيراد الكلي سيكون مساويا لـ 26.47 لكن ليست هذه هي الحالة ، بل ينبغي تطبيق سياسة التمييز ، وبالتالي فإنه يقسم الإنتاج بين السوقين بنسبة محددة بدقة عند $q = 4.94$.

و التكلفة الحدية تكون مساوية لـ :

$$Cmg = \frac{1}{10} - \frac{2}{5}(4.94) = 2.07 \text{ وحدة نقدية}$$

و أن الإيراد الكلي سيكون مساويا

$$RT = P_1q_1 + P_2q_2 = 8q_1 - q_1^2 + 10q_2 - 2q_2^2$$

نفترض أن $q_1 + q_2 = q$

$$CT = \frac{1}{10}(q_1 + q_2) + \frac{1}{5}(q_1 + q_2)^2$$

و الربح سيكون مساويا

$$\pi = 7.9q_1 - 1.2q_1^2 + 9.9q_2 - 2.2q_2^2 - 0.4q_1q_2$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_1} = 7.1 - 2.4q_1 - 0.4q_2 = 0$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_2} = 9.9 - 4.4q_2 - 0.4q_1 = 0$$

حل هاتين المعادلتين يؤدي إلى أن :

$$q_1 = 2.96 \quad , \quad q_2 = 1.98$$

و مجموعهما يساوي 4.94 وحدة

و كما هو في التحليل البياني فإن سعر البيع يكون :

$P_1 = 8 - 2.96 = 5.04$ وحدة نقدية

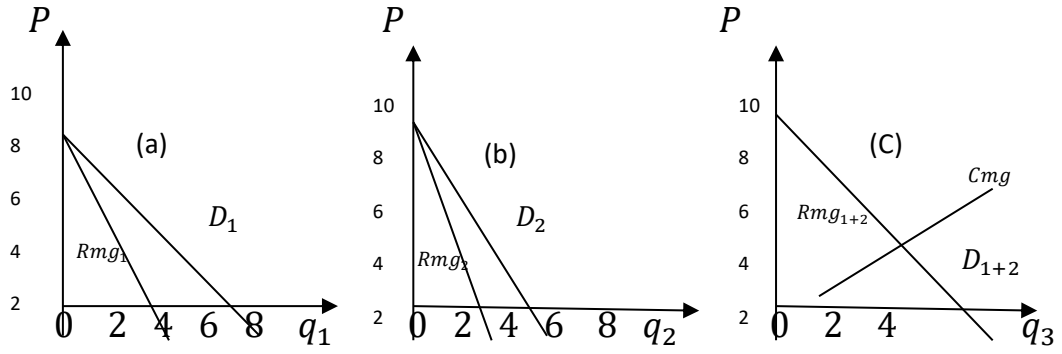
$P_2 = 10 - 2(1.98) = 6.04$ وحدة نقدية

الإيراد الكلي المتحقق من خلال سياسة التمييز السعري هو :

$$RT = 5.04(2.96) = 6.04(1.98) = 26.87 > 26.47$$

نستخلص مما تقدم أن ربح المحتكر ازداد بـ 0.4 لأن التكاليف لم تتغير .

الأشكال



الفصل الثالث : سوق الاحتكار الثنائي

تم إلى غاية الآن معالجة شكلين أساسيين للأسواق ، سوق المنافسة الكاملة حيث يوجد عدد كبير من صغار المتنافسين ، و الاحتكار التي يكون فيه مؤسسة كبيرة واحدة في السوق ، غير أنه في أغلب الأسواق نلاحظ في الواقع بين هذين الحالتين المتطرفتين ،حيث يوجد في الغالب عددا محددا من المتنافسين في السوق ، لكنه عددا كافيا لاعتبار أن كل واحدة منها يكون لها تأثير هامشي على السعر ، نسمي هذا النوع من الأسواق بالاحتكار الثنائي .

والمنافسة الاحتكارية تعتبر حالة خاصة من الاحتكار الثنائي حيث تهتم بالأساس على محتوى " اختلاف المنتجات " و الدخول إلى الفرع ، نماذج الاحتكار الثنائي الذي سنقوم بدراستها في هذا الفصل يشغل بالنسبة لأهميته الاستراتيجية التي تنتمي إلى نشاط قطاع سيضم عدد قليل من المؤسسات .

لتبسيط التحليل ، نحدد - عموما – حالة مؤسستين تسمى هذه الحالة بالاحتكار الثنائي ، حالة الاحتكار الثنائي تسمح لقسم كبير من الخصائص المهمة للمؤسسات الداخلة في هذا النسق

الاستراتيجي ، دون التعقيدات في ما يتعلق بنماذج مع وجود عدد مهم من المؤسسات ، نحدد كذلك التحليل على حالة أن كل مؤسسة تنتج سلعة متجانسة ، وهذا لتفادي مشاكل اختلاف المنتجات ن و تجعلنا نركز فقط على التفاعل الاستراتيجي .

1.3. اختيار الاستراتيجية

توجد مؤسستان في السوق و تنتجان سلعة متجانسة ، و توجد أربع متغيرات يجب أن تؤخذ بنظر الاعتبار ، السعر الذي تفرضه كل مؤسسة و الكمية التي تنتجها كل مؤسسة .

فعندما تأخذ مؤسسة قراراتها فيما يتعلق بالسعر و الكمية ، يمكنها أن تكون على علم بالاختيارات المنفذة من قبل المؤسسة الأخرى ، فإذا حددت مؤسسة السعر قبل المؤسسة الأخرى ، نسميها بالمؤسسة القائدة في السعر و الأخرى تسمى بالتابعة في السعر و بالمثل ، فإن المؤسسة عليها اختيار الكمية في المقام الأول ، فنحصل إلى حالة القائدة في الكمية و المؤسسة الأخرى تسمى بالتابعة للكمية .

و يمكن بالمقابل أن لا تكون المؤسسة على اطلاع بالقرارات المتخذة من قبل المؤسسة الأخرى في اختياراتها ، في مثل هذه الحالة ينبغي أن تتوقع اختيار المؤسسة الأخرى لكي تأخذ قرارها الحكيم ، الجديد يوجد احتمالان ، المؤسسات يمكن لكل منها اختيار الأسعار و الكميات في نفس الوقت ، هذا النوع من التصنيف يعطي إذن أربع احتمالات

قائد في الكمية ، قائد في السعر ، تحديد متزامن للكميات و تحديد متزامن في السعر ، كل من هذه الأنواع من التفاعلات تسبب مجموعة مختلفة من المشاكل الاستراتيجية .

توجد كذلك صورة ممكنة للتفاعلات التي نختبرها تحديدا ، المؤسسات بدلا من المنافسة بهذه الصورة أو أخرى ، يمكنها أن تكون قادرة على تشكيل تحالف في مثل هذه الحالة ، المؤسستان يمكنهما وضع اتفاق من أجل تحديد الأسعار و الكميات المعظمة لمجموع ربحهما ، نسمي هذا النوع من التحالف مضاربة تعاونية .

2.3. التوازن في سوق الاحتكار الثنائي

عند دراستنا لسوق معينة ، فإننا نبحث في مسألة تحديد السعر و الكمية عند وضع التوازن ، فعلى سبيل المثال لاحظنا في سوق المنافسة الصافية أن سعر التوازن يتحقق عند تساوي الكميات المطلوبة من السلعة الكميات المعروضة من هذه السلعة .

كما لاحظنا أن سعر التوازن في حالة الاحتكار يتحقق عند النقطة التي تكون عندها التكلفة الحدية مساوية للإيراد الحدي ، و في حال المنافسة الاحتكارية فالتوازن في الفترة الطويلة يتحقق عند دخول مؤسسات جديدة لسوق السلعة يترتب عنه تقليص في الربح نحو الصفر .

في مختلف هذه الأسواق ، فإن كل مؤسسة يمكنها اعتبار السعر أو الكمية كمعطى ، و تجهل ردود فعل المنافسين ، و بالمقابل ففي سوق الاحتكار الثنائي فإن كل مؤسسة ينبغي أن تأخذ بالحسبان التفاعلات الاستراتيجية المرتبطة بسلوك المنافسين من أجل تحديد سعرها و انتاجها ، و بالمثل فإن القرارات المتخذة من قبل المنافسين ترتبط بقرارات المؤسسة الأولى ، في مثل هذه الحالة يمكن أن تطلب كيف سيتحدد سعر و كمية التوازن ، و يمكن اللجوء إلى غاية الاستفسار عن وجود التوازن ، الإجابة على هذا التساؤل تقتضي اللجوء إلى مبدأ أساسي من أجل وصف توازن عندما تكون المؤسسات في تفاعلات استراتيجية بمعنى عندما تأخذ المؤسسات بالحسبان ردود فعل لواحدة و أخريات في قراراتها .

نعيد بداية الحديث عن التوازن في سوق المنافسة الصافية و المنافسة الاحتكارية ، عندما يكون سوق في حالة توازن ، المؤسسات تكون قد قامت بأفضل اختيار ممكن و ليس لها أي مصلحة في تغيير السعر أو الإنتاج ، كذلك فإن سوق المنافسة الصافية تكون في حالة توازن عندما تكون الكميات المعروضة مساوية للكميات المطلوبة ، فكل مؤسسة تتصرف بطريقة مثلى ، ببيعها كل انتاجها و معظمة لربحها ، بالمثل فإن المحتكر يكون في حالة توازن عندما يكون الإيراد الحدي مساويا للتكلفة الحدية بمعنى عندما يعظم ربحه .

3.3. توازن ناش Nash

يمكن تطبيق نفس هذا المبدأ بالنسبة لسوق الاحتكار الثنائي ، باصدار مع ذلك بعض التعديلات ، في الواقع في هذه الحالة ، فإن كل مؤسسة تحاول أخذ القرارات المثلى ، بأخذ أعمال منافسيها ، المسألة هي التعرف على الفرضيات المتخذة من قبل المؤسسة على أعمالها ، بأخذ المؤسسة أفضل قراراتها الممكنة بأخذ بنظر الاعتبار أعمال منافسيها ، ويكون من الطبيعي افتراض أن منافسيها تأخذ كذلك أفضل قراراتها الممكنة بدلالة ما يمكن القيام به من قرارات ، وهكذا فإن كل مؤسسة تأخذ بالحسبان أعمال منافسيها و تفترض أن المنافسين يقومون بالمثل .

هذا المبدأ ، نظري تقريبا من وجهة النظر الأولى ، و المنطق يعطينا الأساس من أجل تحديد التوازن في سوق الاحتكار الثنائي ، مثل هذا التصور تم تطويره أول مرة بصورة دقيقة من قبل الرياضي جون ناش في 1951 ، التوازن المحدد يسمى بتوازن ناش ، انه تصور مهم الذي يمكن استخدامه في هذا الفصل .

للتبسيط نقوم بتحديد السوق يتواجد به مؤسستان فقط في حالة تنافس مثل هذا الشكل يسمى بالاحتكار الثنائي،في حال الاحتكار الثنائي كل مؤسسة لا يوجد لها سوى مؤسسة منافسة لها باعتبار على أنها تأخذ قراراتها ، في حين أن النتائج الأساسية للاحتكار الثنائي يمكن أن تطبق كذلك في الأسواق التي تضم أكثر من مؤسستين في حال تنافس استراتيجي .

4.3. نموذج كورنو :

نبدأ تحليلنا للاحتكار الثنائي مع نموذج بسيط ، الذي أدخل لأول مرة في سنة 1838 من قبل الاقتصادي الفرنسي أوجستن كورنو Augustin Cornot ، في هذا النموذج نفترض أن المؤسستين تنتج نفس سلعة متجانسة و تعلمان منحنى الطلب الموجه للسوق بكامله ، و كل مؤسسة ينبغي أن تحدد الكمية التي ستنتجها و أن هاتين المؤسستين تأخذ قراراتهما في نفس

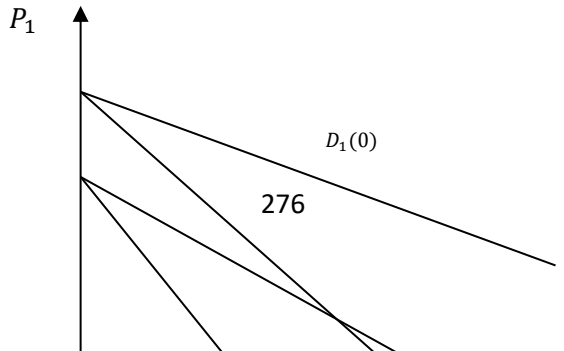
الوقت ، فعندما تحدد مؤسسة حجم الإنتاج فإنها تاخذ بنظر الإعتبار قرارات المؤسسة المنافسة لها ، في الواقع المؤسسة تعلم بأن منافستها قررت أيضا حجم انتاجها ، و أن سعر السوق يرتبط بالكمية الكلية المنتجة من قبل المؤسستين .

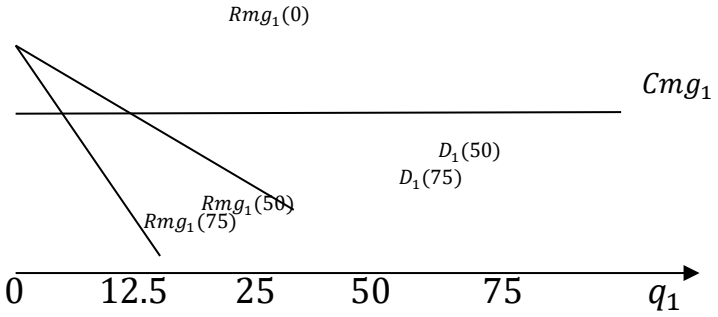
الفرضية الأساسية لنموذج كورنو هي أن كل مؤسسة عندما تأخذ قراراتها حول الإنتاج ، تفترض أن الكمية المنتجة من قبل المؤسسة المنافسة تكون محددة ، و من أجل فهم جيد ، نبحث قرارات انتاج المؤسسة 1 مفترضين أن المؤسسة 1 تعتقد أن المؤسسة 2 لا تنتج أي شيء ، في مثل هذه الحالة المؤسسة 1 تعتبر أن منحنى الطلب الذي تواجهه هو منحنى طلب السوق بكامله .

في الشكل 1.3 هذا المنحنى ممثل بـ $D_1(0)$ ، بمعنى منحنى الطلب الموجه للمؤسسة 1 مفترضين أن المؤسسة 2 لا تنتج أي شيء ، في الشكل 3 . 1 يبين كذلك منحنى الايراد الحدي للمؤسسة 1 $Pmg_1(0)$ ، في نفس الشكل التكلفة الحدية للإنتاج لمؤسسة 1 Cmg_1 ، و نفترض أنها ثابتة ، ونريد تحديد على الشكل أنه في مثل هذه الحالة ، الكمية المعظمة للربح للمؤسسة 1 هي 50 ، و الذي يقابل نقطة التقاطع بين $Rmg_1(0)$ و Cmg ، وكذلك نلاحظ أن المؤسسة 2 لا تنتج أي شيء ، المؤسسة 1 من مصلحتها إنتاج 50 وحدة من السلعة .

نفترض الآن أن المؤسسة 1 تعتقد أن المؤسسة 2 ستنتج 50 وحدة من السلعة ، في مثل هذه الحالة منحنى طلب المؤسسة 1 يقابل منحنى الطلب المتحرك بـ 50 نحو اليسار ، إنه المنحنى $D_1(50)$ في الشكل 1.3 و منحنى الإيراد الحدي يقابل $Rmg_1(50)$ ، في مثل هذه الحالة الكمية المعظمة لربح المؤسسة 1 تكون 25 وحدة ، وتقابل النقطة حيث $Cmg_1 = Rmg_1(50)$ ، نفترض الآن أن المؤسسة 1 تعتقد أن المؤسسة 2 ستنتج75 وحدة ، منحنى طلب المؤسسة 1 يقابل منحنى الطلب المنحاز بـ 75 نحو اليسار ، أنه المنحنى $D_1(75)$ في الشكل 1.3 ، منحنى الإيراد الحدي المقابل هو $Rmg_1(75)$ ، في مثل هذه الحالة الكمية المثلى لإنتاج المؤسسة 1 هي 12.5 وحدة ، و هي تقابل إلى النقطة C حيث $Rmg_1(75) = Cmg_1$ ، نفترض أخيرا أن المؤسسة 1 تعتقد أن المؤسسة 2 ستنتج 100 وحدة من السلعة (و هي غير ممثلة بالشكل) ، في مثل هذه الحالة منحنيات الطلب و منحنى الإيراد الحدي للمؤسسة 1 (غير ممثلة بالشكل) يقطعان منحنى التكلفة الحدية في المحور الرأسي ،

وهذا يعني أنه إذا اعتقدت المؤسسة 1 أن المؤسسة 2 ستنتج 100 وحدة من السلعة أو أكثر ، قراراتها المثلى ستكون بعدم إنتاج أي شيء .

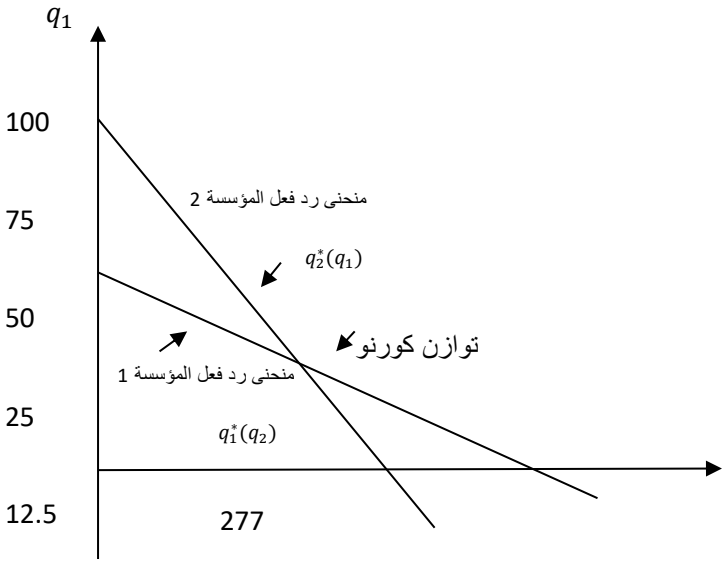




أولا : منحنيات رد الفعل

نلخص ، إذا اعتقدت المؤسسة 1 أن المؤسسة 2 لا تنتج أي شيء ، فإنها تقرر إنتاج 50 ، فإذا اعتقدت أن المؤسسة 2 ستنتج 50 وحدة ، فإنها ستنتج 25 وحدة ، فإذا ما فكرت بأن المؤسسة 2 ستنتج 75 وحدة فإنها ستنتج 12.5 ، فإذا ما فكرت بأن المؤسسة 2 ستنتج 100 وحدة ، فإنها تقرر بأن لا تنتج ، فالإنتاج الأمثل للمؤسسة 1 هو دالة متناقصة من الإنتاج المتوقع للمؤسسة 2 ، نسمي هذه الدالة بمنحنى رد الفعل للمؤسسة 1 و نسجل $q_1^*(q_2)$ ، هذا المنحنى ممثل بالشكل 2.3 ، و كل واحدة من توليفات الإنتاج الأربع محددة سابقا.

يمكن أن نأخذ نفس التصور بالنسبة للمؤسسة 2 ، بمعنى عندما نريد تحديد بنفس الطريقة الكميات المثلى لإنتاج المؤسسة 2 حول انتاج المؤسسة 1 ، نحصل كذلك على منحنى رد فعل المؤسسة 2 بمعنى $q_2^*(q_1)$ التي تعبر عن الكمية المنتجة من قبل المؤسسة 2 بدلالة ما تفكر المؤسسة 1 في انتاجه ، فإذا كانت التكلفة الحدية للمؤسسة 2 تختلف عن التكلفة الحدية للمؤسسة 1 ، هذا يمثل منحنى رد الفعل الذي يكون بصورة مختلفة ، على سبيل المثال منحنى رد فعل المؤسسة 2 يمكن أن يجمع ما هو ممثل بالشكل 2.3 .



$0 \quad 25 \quad 50 \quad 75 \quad 100 \quad q_2$

ثانيا : توازن كورنو

نحدد الآن قرارات الإنتاج الخاص بكل مؤسسة عند وضع التوازن ، كل منحنى رد فعل يحدد الكمية المنتجة المثلى بالنسبة لمؤسسة بدلالة ما يتعلق بالمؤسسة المنافسة ، عند التوازن كل مؤسسة تقرر حجم انتاجها بدلالة منحنى رد فعلها ، و الكميات المنتجة عند التوازن ستوجد بالنتيجة عند تقاطع منحنيي رد الفعل ، التوليفة في كمية الإنتاج تحدد كذلك و تسمى بتوازن كورنو ، عند التوازن لكورنو كل مؤسسة تتوقع بدقة حجم الإنتاج للمؤسسة المنافسة و تعظم كذلك ربحها .

نلاحظ عند توازن كورنو هو مثال لتوازن ناش ، ويكون بالمقابل لماذا في بعض الأحيان يسمى بتوازن كورنو- ناش ، و قد لاحظنا في توازن Nash ، أعمال كل مؤسسة تكون في وضعية مثلى في حال معرفة سلوك المنافسين ، بالنتيجة ليس لأي مؤسسة مصلحة في تغيير بصورة منفردة سلوكها ، عند التوازن لكورنو كل مؤسسة تنتج الكمية التي تعظم ربحها بأخذ الكمية المنتجة من قبل المؤسسة المنافسة ، إذن لا توجد أي مؤسسة لها مصلحة في تغيير سلوكها بصورة منفردة .

عند توازن كورنو ، كل مؤسسة تنتج الكمية التي تعظم ربحها بأخذ الكمية المنتجة من قبل المؤسسة المنافسة ، إذن أي منها لا ترغب في تغيير انتاجها .

نفترض الآن أن حجم الإنتاج الأولي للمؤسستين يختلف عن حجم الإنتاج المحقق لتوازن كورنو ، المؤسستين تعدلان كمياتهما إلى غاية بلوغ توازن كورنو ، للأسف ، فإن نموذج كورنو لا يقول شيئا حول ديناميكية التسوية ، بالفعل الفرضية الأساسية للنموذج هي معرفة أن كل مؤسسة عندما تأخذ قراراتها الإنتاجية ، تفترض أن الكمية المنتجة من قبل المؤسسة المنافسة تكون محددة ، و لا يمكن التحقق منها خلال عملية التسوية ، في الواقع ، مثل ما أن مستويات الكمية المنتجة من قبل المؤسستين ، هذه الكميات لا يمكن أن نعتبرها كثابت ، و نكون بحاجة إلى نموذج آخر من أجل فهم ديناميكية التسوية .

عندما نعتبر بأنه سلوك رشيد بالنسبة لمؤسسة تأخذ انتاج المؤسسة المنافسة كثابت ، هذا النوع من الفرضية يكون رشيدا في الحالة أين تختار فيه المؤسسة حجم انتاجها نهائيا ، انه سلوك رشيد كذلك بالنسبة للمؤسسات ، نشهد هذا الاعتقاد عندما يكون في حالة توازن كورنو ، لأن في هذه الحالة لا توجد مصلحة لأي مؤسسة في تغيير قراراتها الإنتاجية كذلك ، نموذج كورنو لا يسمح سوى بدراسة سوى سلوك المؤسسات عند التوازن .

مثال

مؤسستان متماثلتان في مواجهة طلب خطي (بالنسبة لكامل السوق) ، هذا المثال سيسمح بفهم جيد لمعنى توازن كورنو ، و مقارنته بالتوازن في سوق المنافسة الصافية و توازن الكارتل الذي يقابل وضعية المؤسسات الداخلة في تحالف و تعظم أرباحها .

نفترض أن الطلب الموجه لسوق الاحتكار الثنائي يأخذ الصيغة الرياضية التالية :

$$P = 30 - q$$

حيث q يمثل الإنتاج الكلي للمؤسستين

$$q = (q_1 + q_2)$$

نفترض أن المؤسستين لهما تكلفتين حديتين مساويتين للصفر .

$$Cmg_1 = Cmg_2 = 0$$

نقوم بالإجراء التالي من أجل تحديد منحنى رد الفعل للمؤسسة (1) ، من أجل تعظيم ربحها ، المؤسسة تقوم بمساواة الإيراد الحدي مع التكلفة الحدية .

الإيراد الكلي $RT_1 = Pq_1 = (30 - q)q_1$

$$= 30q_1 - (q_1 + q_2)q_1$$

$$= \quad 30q_1 - q_1^2 - q_1q_2$$

الإيراد الحدي

$$Rmg_1 = \frac{dRT_1}{dq_1} = 30 - 2q_1 - q_2$$

ثم نساوي الإيراد الحدي مع التكلفة الحدية فنحصل على

$q_1 = 15 - \frac{1}{2}q_2$ . . . (1.3) منحنى رد الفعل للمؤسسة (1)

يمكن القيام بنفس الحساب بالنسبة للمؤسسة (2)

$q_2 = 15 - \frac{1}{2}q_1$ . . . (2.3) منحنى رد فعل المؤسسة (2)

حجم الإنتاج عند التوازن يقابل القيمتين q_2 ، q_1 المتواجدتين عند تقاطع منحنى رد الفعل المؤسستين ، بمعنى ما هو حل جملة المعادلتين بالتعويض في المعادلة (1.3) q_2 بما يساويها في المعادلة (2.3) ، نتحصل على :

$$q_1 = 15 - \frac{1}{2}\left(15 - \frac{1}{2}q_1\right)$$

$$q_1 = 15 - 7.5 + 0.25q_1$$

$$0.75q_1 = 7.5 \rightarrow$$

وحدات $q_1 = 10$

الكمية الكلية للإنتاج $= q_1 + q_2 =$ 20 وحدة

التي تسمح بتحديد سعر التوازن

وحدات نقدية $P = 30 - 20 = 10$

الشكل 3 . 3 يوضح منحنيى رد الفعل و التوازن المقابل لهذا المثال ، منحنى رد فعل المؤسسة 1 يعبر عن حجم الإنتاج q_1للمؤسسة 1 بدلالة الكمية q_2 المنتجة من قبل المؤسسة 2 ، بالمثل منحنى رد فعل المؤسسة 2 يعبر عن q_2 بدلالة الكميات q_1، و كما أن المؤسستان متماثلتان فإن منحنيى رد الفعل سيكونان من نفس الشكل ، إن توازن كورنو يوجد عند تقاطع المنحيين ، في هذه النقطة كل مؤسسة تعظم ربحها حسب معطيات انتاج المؤسسة المنافسة .

إلى حد الآن افترضنا أن المؤسستين توجد في حالة تنافس ، لكن افترضنا كذلك أن تلين القوانين من أجل السماح للمؤسستين بالدخول في تحالف ، في مثل هذه الحالة المؤسستان تقومان بتحديد حجم الإنتاج الأمثل الذي يعظم الربح المشترك و تتقاسمانه بكل تأكيد الربح بصورة عادلة ، الربح الحدي يكون أعظميا عندما تكون الكميات المختارة بصورة يكون فيها الإيرادالحدي مساو للتكلفة الحدية و التي تكون مساوية للصفر

في هذا المثال الإيراد الكلي بالنسبة للمؤسستين

$$RT = Pq = (30 - q)q = 30q - q^2$$

الإيراد الحدي يكون مساويا

$$Rmg = \frac{dRT}{dq} = 30 - 2q$$

نضع : $Rmg = 0$ نجد أن :

وحدة $q = \frac{30}{2} = 15$

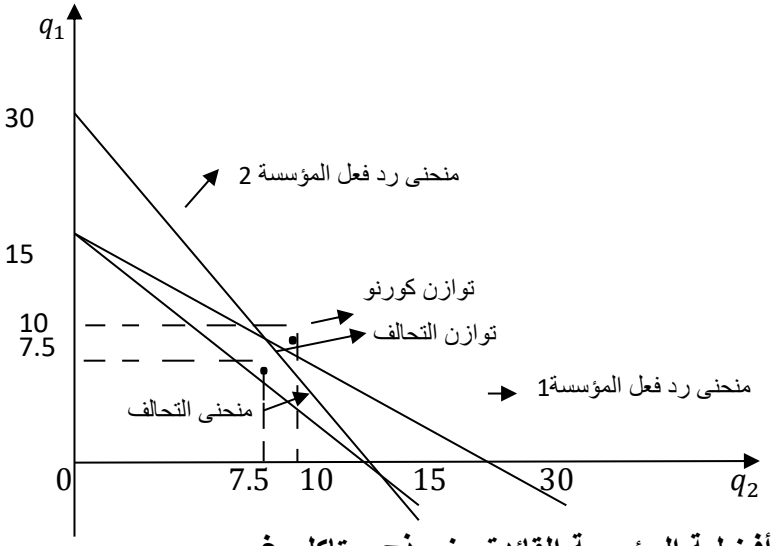
و الربح من أجل هذه الكمية يكون أعظميا .

كذلك كل توليفات كميات الإنتاج للمؤسستين التي تساوي إلى 15 وحدة المعظمة للربح

المنحنى $q_1 + q_2 = 15$ يسمى بمنحنى التحالف و الذي يعطي كل ازواج الإنتاج q_1 ، q_2 التي تعظم الربح الكلي ، هذا المنحنى موضح بالشكل (4.3) ، إذا وضعت المؤسستان اتفاق بالنسبة للتقسيم العادل للربح ، كل واحدة منهما تنتج نصف الإنتاج الكلي .

$$q_1 = q_2 = 7.5$$

مثل ما يمكن انتظاره ، أن المؤسستين في حالة التحالف تنتجان أقل و تحققان ربحا أكثر ارتفاعا من المتحقق عند نموذج كورنو ، الشكل 3 .4 يوضح توازن التحالف ، و كذلك التوازن في سوق المنافسة الصافية و التي يتم الحصول عليها بجعل السعر مساو للتكلفة الحدية ، في مثل هذه الحالة الكميات $q_1 = q_2 = 15$ و المؤسستان تحققان ربحا معدوما .



5.3. أفضلية المؤسسة القائدة : نموذج ستاكلبرغ

لحد الآن افترضنا أن المؤسستين تأخذا قراراتهما في نفس الوقت ، لكن يمكن أن نطلب ما الذي سيحدث إذا كانت لمؤسسة إمكانية اختيار الإنتاج قبل المؤسسة الأخرى ، سؤالين مهمان ، هل للمؤسسة التي تختار الإنتاج قبل المؤسسة الأخرى أفضلية ؟ و ما هي الكميات المنتجة من قبل المؤسستين في مثل هذه الحالة ؟

يمكن أن نأخذ هذا المثال أي المؤسستين لها تكلفة معدومة و أن الطلب بالنسبة للسوق بكامله معطى بـ $P = 30 - q$ حيث q تمثل الكمية الكلية للإنتاج ، نفترض الآن أن المؤسسة 1 تختار أولا حجم انتاجها و أن المؤسسة 2 تقرر فيما بعد الكمية التي ستنتجها بعد ملاحظتها لقرارات الإنتاج بالنسبة للمؤسسة 1 ، و عندما تختار المؤسسة 1 حجم انتاجها ينبغي أن تأخذ في الحسبان رد فعل المؤسسة 2 ، هذا النموذج يسمى بنموذج ستاكلبرغ الذي يختلف عن نموذج كورنو الذي يكون من أجل أن أي مؤسسة من المؤسستين تمتلك مقاومة قرارات المؤسسة الأخرى .

من أجل إيجاد التوازن ، ندرس بداية قرارات إنتاج المؤسسة 2 ، كما أنها تأخذ قراراتها ثانية ، المؤسسة 2 يمكن أن تأخذ الكمية المنتجة من قبل المؤسسة 1 كمعطيات ، و بالنتيجة بالنتيجة الكمية المثلى للإنتاج للمؤسسة 2 موضحة بواسطة منحنى رد الفعل لكورنو الذي تم تقديره سابقا .

$q_2 = 15 - \frac{1}{2}q_1$ منحنى رد فعل المؤسسة

نعود نحو قرارات إنتاج المؤسسة 1 ، إنها تعظم ربحها من خلال المساواة بين الإيراد الحدي و التكلفة الحدية (المساوية للصفر) ، و نكتب إيراد المؤسسة 1

$$RT_1 = 30q_1 - q_1^2 - q_1q_2$$

حيث RT_1 ترتبط بـ q_2 ، المؤسسة ينبغي أن توقع قرارات انتاج المؤسسة 2

المؤسسة 1 تعلم أن المؤسسة المنافسة تختار q_2 بدلالة منحنى رد فعلها ، كذلك بتعويض q_2 بعبارتها المعطاة سابقا ، فنجد أن الإيراد الكلي RT_1

$$RT_1 = 30q_1 - q_1^2 - q_1\left(15 - \frac{1}{2}q_1\right)$$

$$= 15q_1 - \frac{1}{2}q_1^2$$

الإيراد الحدي

$$Rmg_1 = \frac{dRT_1}{dq_1} = 15 - q_1$$

نضع $Rmg_1 = 0$ نجد أن $q_1 = 15$ نعوض بهذه القيمة في منحنى رد فعل المؤسسة 2 ، نجد أن : $q_2 = 7.5$ ، المؤسسة 1 تنتج إذن ضعف ما تنتجه المؤسسة 2 و تحقق ضعف ربحها ، القدرة على اتخاذها القرار أولا يعطي أفضلية للمؤسسة 1 ، هذه النتيجة تبدو من وجهة النظر الأولى كإنتاج مضاد لأن إعلان قراراتها أولا يمكن أن يلحق بها ضررا ، لماذا يكون إذن له أفضلية عندما يكون قائدا ؟ .

قيام المؤسسة 1 بإعلان انتاجها أولا ، يجبر المؤسسة 2 على أخذ هذه القرارات كأمر واقع ، مهما يكن رد فعل المؤسسة المنافسة ، المؤسسة القائدة يكون لها انتاج قوي ، كذلك المؤسسة المنافسة ينبغي أن تأخذ قرارات المؤسسة القائدة بإنتاج كبير كثابت و تقرر أن تنتج أقل ، في الواقع إذا قررت المؤسسة 2 كذلك على انتاج كبير ، هذا ينجر عنه انخفاض في السعر ، إذن خسارة بالنسبة للمؤسستين ، إذن هدف المؤسسة 2 يكون تحقيق ربح ، يكون سلوكا غير رشيدا عندما تقرر أن تنتج كميات كبيرة ، كما لاحظنا سابقا ، هذه الأفضلية تمنح للمؤسسة القائدة وجودها في عداد وضعية استراتيجية .

نموذج كورنو و ستاكلبرغ يقترحان مدخلان مختلفان لسلوك المؤسستين في حالة الاحتكار الثاني ، هيكل الفرع يسمح بتحديد ما هو النموذج الأكثر ملائمة ، كذلك نموذج كورنو سيطبق بصورة أفضل في القطاعات التي تكون فيها المؤسستين متماثلتين تقريبا ، دون أن تكون لأي واحدة منها وضعية مسيطرة ، و لكن توجد قطاعات أخرى حيث

تشغل مؤسسة كبيرة وضعية مسيطرة و تصبح مؤسسة قائدة بإدخال منتجات جديدة و تحدد السعر أولا ، و هذه الحالة خلال فترة زمنية معينة بالنسبة لـ IBMفي سوق المعلوماتية ، في مثل هذه الحالة نموذج ستاكلبرغ هو الأكثر ملاءمة .

6.3. نموذج بولي

بحسب هذا النموذج فإن كل مؤسسة تعتقدأنها تمثل المؤسسة القائدة و أن المؤسسة الأخرى تكون تابعة لها ، غير أنه في بعض الأحيان يحدث تواطؤ بين المؤسستين من أجل الدخول في تحالف ، و يصبح هدف المؤسستين في مثل هذه الحالة هو تعظيم الربح الكلي و ليس ربح كل مؤسسة ، أو بمعنى آخر يحدث تعاون بين المؤسستين ، حيث تقرران الإتفاق حول الإنتاج المشترك للمؤسستين ، أي تحديد الإنتاج التعاوني الممكن و هذا نتيجة الإتفاقات المبرمة بين المؤسستين من خلال المفاوضات التي تمت بينهما .

نفرض الآن أن هذه المفاوضات أدت إلى تحديد حصة الإنتاج عند q_1 ، q_2 و التي يجب أن تحترم من قبل المؤسستين، و نتائج هذا التعاون يمكن التعبير عنه بالعقد (q_1, q_2) الذي يحدد إنتاج كل مؤسسة ، و أن السعر يحدد عند المستوى $P(q_1 + q_2)$ و كما هو الحال في حالة الإحتكار الثنائي ، فيوجد شرطان لتحديد العقود الممكنة .

1 - من أجل العقد المبرم بين المؤسستين ، فإنه لا يمكن لأي عقد آخر يمكن أن يزيد في ربح إحدى المؤسستين، دون أن يترتب عن ذلك انخفاض في ربح المؤسسة الأولى فإذا لم تتحقق هذه الحالة فإن مصلحة المؤسستين تقتضي مواصلة المفاوضات .

2 - العقد ينبغي أن يضمن ربحا موجبا لكل مؤسسة ، و أن أي خطأ فإنه سيؤدي إلى الانسحاب من السوق ، وهذا هو لب الرشادة الفردية ، حيث يفترض أن المؤسسات العاملة في السوق تعتمد على بعضها البعض من خلال التعاون ، وأن المفاوضات التي تجري بينهم ستؤدي إلى توقيع اتفاق بينهما حول السعر و الكمية ، حيث تقرر المؤسسات الكمية التي تسمح لهم بالحصول على ربح مشترك أعظمي ، ثم تقرر بعد ذلك السعر الذي على أساسه يتم توزيع الربح بينهم.

و سنحاول توضيح مختلف هذه النماذج بمثالين :

<u>نص المثال</u>

مؤسستان تتقاسمان سوق سلعة معينة

دالة الطلب على هذه السلعة من الشكل

$$q = \frac{1}{3}P + 33$$

متوسط التكلفة للمؤسسة 1

$$CTM_1 = 51$$

متوسط التكلفة للمؤسسة 2

$$CTM_2 = 33$$

<u>و المطلوب</u>

حدد ربح كل مؤسسة

<u>حل المثال</u>

في البداية نعيد كتابة دالة الطلب في شكل $P = f(x)$

$$\frac{1}{3}P = 33 - q$$

و منه $P = 99 - 3q$

ربح المؤسسة الأولى

$$\pi_1 = (99 - 3q_1)q_1 - 51q_1$$

ربح المؤسسة الثانية

$$\pi_2 = (99 - 3q_2)q_2 - 33q_2$$

شروط تعظيم الربح تقتضي عدم مشتقات دالتي الربح

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = 99 - 6q_1 - 51 = 0 \rightarrow 6q_1 = 48$$

و منه : وحدات $q_1 = 8$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = 99 - 6q_2 - 33 = 0 \rightarrow 6q_2 = 66$$

و منه : وحدة $q_2 = 11$

سعر السلعة

$$P = 99 - 3(8 + 11) = 42$$ وحدة نقدية

ربح المؤسسة الأولى

$$\pi_1 = (8)(42) - (8)(51) = 336 - 408 = -72$$ وحدة نقدية

المؤسسة الأولى تحقق خسارة

$$\pi_1 = (8)(42) - (8)(51) = 336 - 408 = -72$$ وحدة نقدية

و طالما أن إحدى المؤسستين تعاني من الخسارة ، فمن مصلحة المؤسستين أن يتفقا فيما بينهما على تعظيم الربح الكلي

ربح المؤسسة الأولى

$$\pi_1 = [-3(q_1 + q_2) + 99]q_1 - 51q_1$$

ربح المؤسسة الثانية

$$\pi_2 = [-3(q_1 + q_2) + 99]q_2 - 33q_2$$

و تعظيم الربح يقتضي عدم مشتقات دالتي الربح

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = -6q_1 - 3q_2 + 48 = 0 \rightarrow q_1 = \frac{10}{3}$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_2} = -6q_2 - 3q_1 + 66 = 0 \rightarrow q_2 = \frac{28}{3}$$

منحنى رد فعل المؤسسة 1

$$q_1 = 8 - \frac{1}{2}q_2$$

منحنى رد فعل المؤسسة 2

$$q_2 = 11 - \frac{1}{2}q_1$$

بعد التعويض نحصل على ربح كل مؤسسة

$$\pi_1 = \left[-3\left(\frac{10}{3} + \frac{28}{3}\right) + 99\right]\frac{10}{3} - 51.\frac{10}{3}$$

$$\pi_1 = \left[-3\left(\frac{10}{3}+\frac{28}{3}\right)+99\right]\frac{10}{3} - 51.\frac{10}{3}$$

$$= 203.3 - 170 = 33.3 \text{ و . نقدية}$$

$$\pi_2 = \left[-3\left(\frac{10}{3}+\frac{28}{3}\right)+99\right]\frac{28}{3} - 33.\frac{28}{3}$$

$$= (-38+99)\frac{28}{3} - 308$$

$$= 569.3 - 308 = 261.3 \quad \text{و . نقدية}$$

الربح الكلي

$$\pi = \pi_1 + \pi_2$$

$$= 33.3 + 261.3$$

$$= 33.3 + 261.3$$

<u>مثال آخر</u>

مؤسستان تتقاسمان السوق

لدينا دالة التكلفة الكلية للمؤسسة الأولى $CT_1 = 5q_1$

و دالة التكلفة الكلية للمؤسسة الثانية $CT_2 = \frac{1}{2}q_2^2$

و لدينا دالة الطلب الكلية

$$P = 100 - \frac{1}{2}(q_1 + q_2)$$

<u>و المطلوب</u>

قدر ربح المؤسستين حسب نماذج الاحتكار الثنائي

<u>حل المثال</u>

الحالة الأولى : حسب نموذج كورنو

ربح المؤسسة الأولى

$$\pi_1 = 100q_1 - \frac{1}{2}q_1(q_1 + q_2) - 5q_1$$

ربح المؤسسة الثانية

$$\pi_2 = 100q_2 - \frac{1}{2}q_2(q_1 + q_2) - \frac{1}{2}q_2^2$$

شرط تعظيم الربح يقتضي عدم المشتقات الجزئية لدالتي الربح

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = 100 - q_1 - \frac{1}{2}q_2 - 5 = 0 \quad . \ . \ . \ (1)$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = 100 - q_2 - \frac{1}{2}q_1 - q_1 = 0 \quad . \ . \ . \ (2)$$

و من (1) و (2) نحصل على منحنيي رد الفعل

منحنى رد فعل المؤسسة 1

$$q_1 + 95 - \frac{1}{2}q_2 \quad . \ . \ . \ (3)$$

منحنى رد فعل المؤسسة 2

$$2q_2 = 100 - \frac{1}{2}q_1$$

$$q_2 = 50 - \frac{1}{4}q_1 \quad . \ . \ . \ (4)$$

نعيد كتابة (3) و (4) كما يلي :

$$q_1 = 95 - \frac{1}{2}q_2 \ . \ . \ . \ (5)$$

$$\frac{1}{4}q_1 = 50 - q_2 \ . \ . \ . \ (6)$$

بضرب المعادلة (6) بـ $\left(\frac{-1}{2}\right)$ تصبح هاتين المعادلتين كما يلي :

$$q_1 = 95 - \frac{1}{2}q_2$$

و بالجمع نجد

$$-\frac{1}{8}q_1 = -25 + \frac{1}{2}q_2$$

$$0.875q_1 = 70$$

$$q_1 = \frac{70}{0.875} = 80 \text{ وحدة}$$

بالتعويض في المعادلة (4) نجد :

$$q_2 = 50 - \frac{1}{4}(80)$$

و منه

$$q_2 = 30 \text{ وحدة}$$

و الإنتاج الكلي q

$$q = q_1 + q_2 = 80 + 30 = 110$$

و ثمن السلعة بالتعويض في دالة الطلب نجد :

$$P = 100 - \frac{1}{2}(110)$$

$$P = 45 \text{ نقدية و .}$$

ربح المؤسسة الأولى

$$\pi_1 = 100(80) - \frac{1}{2}(80)(110) - 5(80)$$

$$= 8000 - 4400 - 400 = 3200 \text{ نقدية و .}$$

ربح المؤسسة الثانية

$$\pi_2 = 100(30) - \frac{1}{2}(30)(110) - \frac{1}{2}(30)^2$$

$$= 3000 - 1650 - 450 = 900 \text{ نقدية و .}$$

الحالة الثانية : حسب نموذج ستاكلبرغ

نفترض أن المؤسسة الأولى تسلك سلوك القائد ، و نأخذ بنظر الاعتبار قرار المؤسسة الثانية

منحنى رد المؤسسة الثانية هو :

$$q_2 = 50 - \frac{1}{4}q_1$$

و بالتعويض في دالة ربح المؤسسة الأولى نحصل على :

$$\pi_1 = 100q_1 - \frac{1}{2}q_1^2 - \frac{1}{2}q_1\left(50 - \frac{1}{4}q_1\right) - 5q_1$$

$$= 100q_1 - \frac{1}{2}q_1^2 - 25q_1 + \frac{1}{8}q_1^2 - 5q_1$$

$$= 70q_1 - \frac{3}{8}q_1^2$$

تعظيم ربح هذه المؤسسة يقتضي أن نعدم المشتق الأول لدالة الربح

$$\frac{d\pi_1}{dq_1} = 70 - \frac{6}{8}q_1 = 0 \rightarrow \ 560 \ = \ 3q_1$$

$$q_1 = 93.3 \text{ وحدة}$$

بالتعويض في منحنى رد فعل المؤسسة 2 نجد :

$$q_2 = 50 - \frac{1}{4}(93.3)$$

$$q_2 = 26.7 \quad \text{وحدة}$$

ربح المؤسسة الأولى

$$\pi_1 = 70(93.3) - \frac{3}{8}(93.3)^2 = 6531 - 3264.3 = 3266.7$$

ربح المؤسسة الثانية

$$\pi_2 = 100(26.7) - \frac{1}{2}(26.7)(120) - \frac{1}{2}(26.7)^2$$

$$= 2670 - 1602 - 356.4$$

$$= 711.6 \text{ وحدة . نقدية}$$

نفترض أن المؤسسة الثانية تسلك سلوك القائد ، و نأخذ بنظر الاعتبار قرار المؤسسة الأولى

منحنى رد فعل المؤسسة الأولى

$$q_1 = 95 - \frac{1}{2}q_2$$

و بالتعويض في دالة ربح المؤسسة الثانية فنحصل على

$$\pi_2 = 100q_2 - \frac{1}{2}q_2^2 - \frac{1}{2}q_2\left(95 - \frac{1}{2}q_2\right) - \frac{1}{2}q_2^2$$

$$= 100q_2 - \frac{1}{2}q_2^2 - 47.5q_2 + \frac{1}{4}q_2^2 - \frac{1}{2}q_2^2$$

$$= 52.5q_2 - \frac{3}{4}q_2^2$$

تعظيم الربح يقتضي عدم المشتق الأول لدالة الربح

$$\frac{d\pi_2}{dq_2} = 52.5 - \frac{6}{4}q_2 = 0$$

$$= 52.5 - \frac{3}{2}q_2 = 0 \rightarrow 105 = 3q_2$$

$$q_2 = \frac{105}{3} = 35 \text{ وحدة}$$

و بالتعويض في منحنى رد فعل المؤسسة 1 نجد :

$$q_1 = 95 - \frac{1}{2}(85)$$

$$= 95 - 17.5 = 77.5 \text{ وحدة}$$

ربح المؤسسة الأولى

$$\pi_1 = 70(77.5) - \frac{3}{8}(77.5)^2$$

$$= 5425 - 2252.3$$

$$= 3172.7 \text{ وحدة نقدية}$$

ربح المؤسسة الثانية

$$\pi_2 = 52.5(35) - \frac{3}{4}(35)^2$$

$$= 1837.5 - 918.8$$

$$= 918.7 \text{ وحدة نقدية}$$

حسب نموذج بولي

في أول الأمر تعتقد كل مؤسسة أنها القائدة فيكون نتيجة لذلك

$$q_2 = 35 \quad , \; q_1 = 93.33$$

$$\pi_1 = 95q_1 - \frac{1}{2}q_1^2 - \frac{1}{2}q_1q_2$$

$$\pi_2 = 100q_2 - \frac{1}{2}q_1q_2 - q_2^2$$

و بالتعويض بالكميتين q_1 ، q_2 في معادلتي الربح نجد :

$$\pi_1 = 95(93.33) - \frac{1}{2}(93.33)^2 - \frac{1}{2}(93.33)(35)$$

$$= 8866.4 - 4355.2 - 1633.3$$

$$= 2878 \text{ وحدة نقدية}$$

$$\pi_2 = 100(35) - \frac{1}{2}(93.33)(35) - (35)^2$$

$$= 3500 - 1633.3 - 1225$$

$$= 642 \text{ وحدة نقدية}$$

$$\pi = \pi_1 + \pi_2$$

$$= 2878 + 642$$

$$= 3520$$

و في حال اتفاق المؤسستين على تعظيم الربح الكلي فسنحصل على :

$$\pi = 100(q_1 + q_2) - \frac{1}{2}(q_1 + q_2) - 5q_1 - \frac{1}{2}q_2^2$$

و للحصول على الكميات المعظمة للربح نطبق شرط الدرجة الأولى

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_1} = 95 - q_1 - q_2 = 0 \rightarrow q_1 + q_2 = 95 \ldots (1)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_2} = 100 - q_1 - 2q_2 = 0 \rightarrow q_1 + 2q_2 = 100 \ldots (2)$$

بضرب المعادلة (1) في (-1) نجد :

$$\left.\begin{array}{l} -q_1 - q_2 = 95 \\ \\ q_1 + 2q_2 = 100 \end{array}\right\} \rightarrow q_2 = 5 \text{ وحدات}$$

بالتعويض في المعادلة (1) نجد :

$$q_1 + 5 = 95 \rightarrow q_1 = 90 \text{ وحدة}$$

$$q = 90 + 5 = 95 \text{ وحدة}$$

$P = 100 - \frac{1}{2}(95) \rightarrow P = 52.5$ وحدة نقدية سعر السلعة

$RT = P.q$ الإيراد الكلي

$= (52.5)(95) = 4987.5$ وحدة نقدية

$CT = (5)(90) + \frac{1}{2}(5)^2$ التكلفة الكلية

$$= 450 + 12.5$$

$$= 462.5 \text{ وحدة نقدية}$$

$= 4987.5 - 462.5 = 4525$ وحدة نقدية الربح الكلي

القسم الرابع : نظرية التوازن العام و الرفاه الاقتصادي

سنخصص هذا القسم للحديث عن نظرية التوازن العام و نظرية الرفاه الاقتصادي

الفصل الأول : نظرية التوازن العام

إن مسألة وجود و استقرار التوازن العام يأتي في قلب النظرية النيوكلاسيكية ، هذه النظرية التي تقدم عدد من المعادلات الاقتصادية توضح العرض و الطلب و كذا السعر في الإقتصاد ككل ، و يكون ذلك في بعض أو أغلب الأسواق ، من خلال السعي إلى اثبات أن مجموعة الأسعار الموجودة يمكن أن تحدد التوازن العام للأسعار .

و تعود هذه النظرية تاريخيا إلى عام 1874 عندما قام العالم الفرنسي ليون ويليرس باكتشاف العناصر الاقتصادية الأساسية التي تحكم سيرورة اقتصاد ما .

و سنحاول فيما يلي إبراز القواعد الأساسية التي تندرج ضمن نصوص نظرية التوازن العام من خلال دراسة نموذج بسيط ، يشتمل على متعاملين و سلعتين .

1 - 1 - تبادل سلعتين بين مستهلكين

نفترض أن كل مستهلك يسعى إلى تعظيم المنفعة الكلية ، و هذه المنفعة - كما هو معلوم - تعتمد على حجم السلع و الخدمات التي يطلبها كل مستهلك .

ليكن مستهلكين A و B و السلعتين q_A و q_B أن أذواق المستهلكين محددة بدالتي منفعة UT_A و UT_B .

التوزيع الأولي للسلع المنافسة بين المستهلكين في اللحظة (0)

المستهلك A يمتلك توليفة من السلعتين $\left(q_{A_1}^0 , q_{A_2}^0\right)$

و المستهلك A يمتلك توليفة من السلعتين $\left(q_{B_1}^0 , q_{B_2}^0\right)$

انطلاقا من هذه المعطيات يمكن تحديد سعر التوازن و الكميات المتبادلة من خلال المفوض الذي أدخله الاقتصادي " فالراس " كشخص ثالث ، هذا المفوض يقترح أسعارا تتلاءم مع ظروف العرض و الطلب ، و يقوم بتغيير هذا السعر إلى أن يصبح الطلب مساويا للعرض في جميع الأسواق ، هذه الأسعار تمثل سعر التوازن المبحوث عنه .

المفوض يقترح السعرين P_1 ، P_2 للسلعتين 1 ، 2 المستهلكان يعتبران هذه الأسعار كمعطيات ، و يبحثان عن تنظيم المنفعة مع الأخذ بنظر الاعتبار مواردهما ، كما لاحظنا ذلك عند دراسة سلوك المستهلك .

في وجود السعر P_1 ، P_2 فإن دخل المستهلك A يكون مساويا لـ

$$R_A = P_1 q_{A_1}^0 + P_2 q_{A_2}^0$$

فالمستهلك A سيعظم منفعة UT_A بدخله المساوي لـ R_A ، و سيحصل على الكميتين q_{A_1} و q_{A_2} (طلبه على السلعتين 1 ، 2) .

و بنفس الطريقة فإن المستهلك B دخله يكون مساويا لـ

$$R_B = P_1 q_{B_1}^0 + P_2 q_{B_2}^0$$

فالمستهلك B سيعظم منفعة UT_B بدخله المساوي لـ R_B ، و سيحصل على الكميتين q_{B_1} و q_{B_2} (طلبه على السلعتين 1 ، 2) .

فالمفوض الذي اقترحه فالراس سيواجه الوضعية التالية

المستهلكون يطلبون $D_1 = q_{A_1} + q_{B_1}$ من السلعة 1 و يطلبون $D_2 = q_{A_2} + q_{B_2}$ من السلعة 2 .

أما عرض السلعتين فيكون :

$S_1 = q_{A_1}^0 + q_{B_1}^0$ من السلعة 1 و

$S_2 = q_{A_2}^0 + q_{B_2}^0$ من السلعة 2

و الطلب الصافي سيكون E_1 بالنسبة للسلعة 1 و E_2 بالنسبة للسلعة 2 .

$$E_1 = D_1 - S_1$$

$$E_2 = D_2 - S_2$$

في الغالب لا يوجد أي سبب لأن يكون $E_1 = 0$ (العرض = الطلب) فإذا كان $E_1 > 0$ (الطلب أكبر من العرض) بالنسبة للسلعة 1 و $E_2 < 0$ (الطلب أقل من العرض) بالنسبة للسلعة 2 ، فإن المفوض يقوم بزيادة سعر السلعة 1 و يخفض من سعر السلعة 2 .

المستهلكان يقومان بتقييم دخولهم مع هذه الأسعار الجديدة ، و القيام بطلبات جديدة تضمن لنا تعظيم منفعتها ، فإذا حدثت المساواة بين العرض و الطلب فالأسعار الجديدة تمثل سعر التوازن و إلا فإنه سيقوم بتغيير الأسعار حسب إشارة الطلب الصافي .

<u>مثال</u>

نعتبر مستهلكين A و B ، و دالتي المنفعة لكل مستهلك

$$UT_A(q_{A_1}, q_{A_2}) = q_{A_1}^{\frac{1}{4}} q_{A_2}^{\frac{1}{2}}$$

$$UT_B(q_{B_1}, q_{B_2}) = q_{B_1}^{\frac{3}{4}} q_{B_2}^{\frac{1}{4}}$$

المستهلكان يمتلكان مخزونا أوليا من السلعتين

$$\left(q_{A_1}^0 , q_{A_2}^0\right) = (4 , 2) \quad \text{بالنسبة لـ A}$$

$$\left(q_{B_1}^0 , q_{B_2}^0\right) = (6 , 8) \quad \text{بالنسبة لـ B}$$

يرغب كل منهما في إجراء تبادل سلعتين بصورة يعظم بها منفعته ، حيث يقومان بدعوة المفوض كطرف ثالث في عملية التبادل ، هذا المفوض يقترح السعر $P_1 = 2$ ، $P_2 = 1$ و المبادلة ستكون على أساس هذين السعرين ، وإلا فكيف ستتغير هذه الأسعار حتى يقتربان من التوازن .

<u>و المطلوب</u>

1 - كيف ستتغير الأسعار حتى يقترب من وضع التوازن .

2 - حدد أسعار التوازن .

3 - حدد الطلب الصافي و أوجد أسعار التوازن .

4 - ما هي الكميات المتبادلة عند وضع التوازن .

5 - حدد الأسعار و الكميات عند وضع التوازن عندما تأخذ دالتي المنفعة الصيغة الرياضية التالية :

$$UT_A = \left(q_{A_1} , q_{A_2}\right) = q_{A_1}^2 q_{A_2}$$

$$UT_B = \left(q_{B_1} , q_{B_2}\right) = q_{B_1} q_{B_2}^2$$

<u>حل المثال :</u>

1 - لدينا السعرين P_1 ، P_2 كمعطيات ، و المستهلكان لهما الدخلين

$$R_A = 4P_1 + 2P_2$$

$$R_B = 6P_1 + 8P_2$$

المستهلك A سيطلب الكميتين $\left(\bar{q}_{A_1} , \bar{q}_{A_2}\right)$ من خلال تعظيم المنفعة .

$$L\left(q_{A_1} , q_{A_2}\right) = q_{A_1}^{\frac{1}{4}} q_{A_2}^{\frac{1}{2}} + \lambda \left(R_A - P_1 q_{A_1} - P_2 q_{A_2}\right)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_{A_1}} = \frac{1}{4} q_{A_1}^{\frac{-3}{4}} q_{A_2}^{\frac{-1}{2}} - \lambda\ P_1 = 0\ \rightarrow \frac{1}{4} q_{A_1}^{\frac{-3}{4}} q_A^{\frac{1}{2}} = \lambda\ P_1\ .\ .\ .\ (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_{A_2}} = \frac{1}{2} q_{A_1}^{\frac{1}{4}} q_{A_2}^{\frac{-1}{2}} - \lambda\, P_2 = 0\ \rightarrow \frac{1}{2} q_{A_1}^{\frac{1}{4}} q_{A_2}^{\frac{-1}{2}} = \lambda\, P_2\ .\ .\ .\ (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = R_A - P_1 q_{A_1} - P_2 q_{A_2} = 0\ .\ .\ .\ (3)$$

بقسمة (1) على (2) نجد :

$$\frac{\frac{1}{4} q_{A_1}^{\frac{-3}{4}} q_{A_2}^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2} q_{A_1}^{\frac{1}{4}} q_{A_2}^{\frac{-1}{2}}} = \frac{\lambda\, P_1}{\lambda\, P_2} \rightarrow \frac{0.5 q_{A_2}^{\frac{1}{2}} q_{A_2}^{\frac{1}{2}}}{q_{A_1}^{\frac{1}{4}} q_{A_1}^{\frac{3}{4}}} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$0.5 \frac{q_{A_2}}{q_{A_1}} = \frac{P_1}{P_2} \rightarrow 0.5 q_{A_2} P_2 = P_1 q_{A_1}$$

$$q_{A_2} = 2 \frac{P_1}{P_2} q_{A_1}\ .\ .\ .\ (4)$$

بالتعويض في (3) نجد :

$$R_A - P_1 q_{A_1} - \cancel{P_2} \left(2 \frac{P_1}{\cancel{P_2}} q_{A_1}\right) = 0$$

$$R_A - 3 P_1 q_{A_1} = 0 \rightarrow$$

$$q_{A_1} = \frac{R_A}{3 P_1}$$

بالتعويض في (4) نجد :

$$q_{A_2} = 2 \frac{\cancel{P_1}}{P_2} \left(\frac{R_A}{3\cancel{P_1}}\right)$$

$$q_{A_2} = \frac{2 R_A}{3 P_2}$$

و بنفس الطريقة نبحث عن دالتي الطلب على السلعتين q_{B_1} ، q_{B_2} .

$$L\left(\bar{q}_{B_1}, \bar{q}_{B_2}\right) = q_{B_1}^{\frac{3}{4}} q_{B_2}^{\frac{1}{4}} + \lambda \left(R_B - P_1 q_{B_1} - P_2 q_{B_2}\right)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_{B_1}} = \frac{3}{4} q_{B_1}^{\frac{-1}{4}} q_{B_2}^{\frac{1}{4}} - \lambda\, P_1 = 0\ \rightarrow \frac{3}{4} q_{A_1}^{\frac{-1}{4}} q_A^{\frac{1}{4}} = \lambda\, P_1\ .\ .\ .\ (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_{B_2}} = \frac{1}{4} q_{B_1}^{\frac{3}{4}} q_{B_2}^{\frac{-3}{4}} - \lambda\, P_2 = 0\ \rightarrow \frac{1}{4} q_{B_1}^{\frac{3}{4}} q_{B_2}^{\frac{-3}{4}} = \lambda\, P_2\ .\ .\ .\ (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = R_B - P_1 q_{B_1} - P_2 q_{B_2} = 0 \quad . \ . \ . \quad (3)$$

بقسمة (1) على (2) نجد :

$$\frac{3q_{B_2}^{\frac{1}{4}} q_{B_2}^{\frac{3}{4}}}{q_{B_1}^{\frac{3}{4}} q_{B_1}^{\frac{1}{4}}} = \frac{P_1}{P_2} \rightarrow$$

$$\frac{3q_{B_2}}{q_{B_1}} = \frac{P_1}{P_2} \rightarrow 3q_{B_2} P_2 = P_1 q_{B_1}$$

$$q_{B_2} = \frac{P_1 q_{B_1}}{3P_2} \quad . \ . \ . \quad (4)$$

بالتعويض في (3) نجد :

$$R_B - P_1 q_{B_1} - \cancel{P_2} \left(\frac{P_1 q_{B_1}}{3\cancel{P_2}} \right) = 0$$

$$3R_B - 3P_1 q_{B_1} - P_1 q_{B_1} = 0 \rightarrow$$

$$q_{B_1} = \frac{3R_B}{4P_1}$$

بالتعويض في (4) نجد :

$$q_{B_2} = \frac{\cancel{P_1}}{3P_2} \left(\frac{3R_B}{4\cancel{P_1}} \right)$$

$$q_{B_2} = \frac{3R_B}{4P_2}$$

فمن أجل $P_1 = 1$، $P_2 = 2$ فإن :

$R_A = (4)(2) + (1)(2) = 10$ وحدات. نقدية

$R_B = (6)(2) + (8)(1) = 20$ وحدة. نقدية

طلب المستهلك A

$$q_{A_1} = \frac{10}{(3)(2)} = 1.66 \text{ وحدة}$$

$$q_{A_2} = \frac{(2)(10)}{(3)(1)} = 6.67 \text{ وحدة}$$

طلب المستهلك B

$$q_{B_1} = \frac{(3)(20)}{(4)(2)} = 7.5 \text{ وحدة}$$

$$q_{B_2} = \frac{20}{(4)(1)} = 5 \text{ وحدة}$$

الطلب الكلي على السلعة 1

$$D_1 = 1.66 + 7.5 = 9.16 \text{ وحدة}$$

$$D_2 = 6.67 + 5 = 11.67 \text{ وحدة}$$

في حين يكون عرض السلعتين هو 10 وحدات

و يكون الطلب الصافي

$$E_1 = 9.16 - 10 = -0.84 < 0$$

$$E_2 = 11.67 - 10 = 1.67 > 0$$

في ظل الأسعار المحددة من قبل المفوض فإن الطلب بالنسبة للسلعة 2 أكبر من العرض في حين أن الطلب على السلعة 1 أقل من العرض ، و في مثل هذه الحالة يقوم المفوض بزيادة سعر السلعة 2 و يخفض من ثمن السلعة 1 ، ثم تبدأ العملية من جديد إلى غاية الوصول إلى حالة التوازن أين يكون الطلب مساويا للعرض .

نلاحظ بالمقابل أن قانون فالراس يكون متحققا .

$$\sum_{j=1}^{2} P_j E_j = 2(-0.83) + 1(1.66)$$

$$= -1.66 + 1.66 = 0$$

2 - سعر التوازن (P_1^e , P_2^e) الذي يكون من أجله الطلب مساويا للعرض .

الطلب على السلعة 1 $\bar{q}_{A_1} + \bar{q}_{B_1}$ و العرض مساو لـ 10 وحدات ، فعند التوازن يكون :

$$\bar{q}_{A_1} + \bar{q}_{B_1} = 10 \rightarrow \frac{R_A}{3P_1^e} + \frac{3R_B}{4P_1^e} = 10$$

و نفس الشيء بالنسبة للسلعة 2

$$\bar{q}_{A_2} + \bar{q}_{B_2} = 10 \rightarrow \frac{2R_A}{3P_2^e} + \frac{R_B}{4P_2^e} = 10$$

نعوض عن R_A ، R_B بالقيم الأولية لسعري التوازن فنحصل على المعادلتين التاليتين :

$$(4P_1^e + 2P_2^e)\Big/_{3P_1^e} + 3(6P_1^e + 8P_2^e)\Big/_{4P_1^e} = 10 \rightarrow \frac{P_2^e}{P_1^e} = \frac{5}{8}$$

$$2(4P_1^e + 2P_2^e)/3P_2^e + (6P_1^e + 8P_2^e)/4P_2^e = 10 \rightarrow \frac{P_2^e}{P_1^e} = \frac{5}{8}$$

و هاتين المعادلتين في الحقيقة مترابطتين ، و هذا ناتج عن قانون فالراس كما هو موضح فيما يلي :

$$\sum_{j=}^{2} P_j E_j = P_1 E_1 + P_2 E_2 = 0$$

التي يكون من أجلها الطلب الصافي مساويا للصفر إذن ينتج من العلاقة السابقة $E_2 = 0$

فإذا ما أخذنا وحدة من السلعة 1 كقيمة أي $P_1^e = 1$ و يكون لدينا $P_2^e = 0.625$

3 – الطلب الصافي يعطى بواسطة $E_j = D_j$ أي :

$$E_1 = \left(R_A/3 + 3R_B/4\right)P_1 - 10 = \frac{20}{3}\frac{P_2}{P_1} - \frac{25}{6}$$

$$E_2 = \left(2R_A/3 + R_B/4\right)P_2 - 10 = \frac{25}{6}\frac{P_1}{P_2} - \frac{20}{3}$$

4 - مع أسعار التوازن (نأخذ $P_1^e = 1$) فيكون لدينا :

$R_A = (4)(1) + (2)(0.625) = 5.25$ وحدة نقدية

$R_B = (6)(1) + (8)(0.625 = 11$ وحدة نقدية

$q_{A_1}^e = \frac{5.25}{3} = 1.75$ وحدة

$q_{A_2}^e = \frac{(2)(5.25)}{(3)(0.625)} = \frac{10.5}{1.875} = 5.6$ وحدة

$q_{B_1}^e = \frac{(3)(11)}{(4)(1)} = \frac{33}{4} = 8.25$ وحدة

$q_{B_2}^e = \frac{11}{(4)(0.625)} = \frac{11}{2.5} = 4.4$ وحدة

نتحقق من أنه عند التوازن فإن :

$q_{A_1}^e + q_{B_1}^e = 1.75 + 8.25 = 10$ وحدات

$q_{A_2}^e + q_{B_2}^e = 5.6 + 4.4 = 10$ وحدات

5 - تحديد السعر و الكمية عند وضع التوازن عندما تأخذ دالتي المنفعة صورة أخرى بالنسبة للمستهلك A

$$L = q_{A_1}^2 q_{A_2} + \lambda\left(R_A - P_1 q_{A_1} - P_2 q_{A_2}\right)$$

الشرط اللازم

$$\frac{\partial L}{\partial q_{A_1}} = 2q_{A_1}q_{A_2} - \lambda P_1 = 0 \rightarrow 2q_{A_1}q_{A_2} = \lambda P_1 \ . \ . \ . \ (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_{A_2}} = q_{A_1}^2 - \lambda P_2 = 0 \rightarrow q_{A_1}^2 = \lambda P_2 \ . \ . \ . \ (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = R_A - P_1 q_{A_1} - P_2 q_{A_2} = 0 \ . \ . \ . \ (3)$$

بقسمة (1) على (2) نجد :

$$\frac{2q_{A_1}q_{A_2}}{q_{A_1}^2} = \frac{P_1}{P_2} \rightarrow 2q_{A_2}P_2 = q_{A_1}P_1$$

$$q_{A_2} = \frac{1}{2}\frac{P_1}{P_2}q_{A_1} \ . \ . \ . (4)$$

بالتعويض في (3) نجد :

$$R_A - P_1 q_{A_1} - \frac{1}{2}\frac{P_1}{P_2}q_{A_1}P_2 = 0$$

$$2R_A - 2P_1 q_{A_1} - P_1 q_{A_1} = 0$$

$$q_{A_1} = \frac{2R_A}{3P_1}$$

بالتعويض في (4) نجد :

$$q_{A_2} = \frac{1}{2}\frac{P_1}{P_2}\left(\frac{2R_A}{3P_1}\right) = \frac{R_A}{3P_2}$$

بالنسبة للمستهلك B

$$L = q_{B_1} q_{B_2}^2 + \left(R_B - P_1 q_{B_1} - P_2 q_{B_2}\right)$$

الشرط اللازم

$$\frac{\partial L}{\partial q_{B_1}} = q_{B_2}^2 - \lambda P_1 = 0 \rightarrow q_{B_2}^2 = \lambda P_1 \ . \ . \ . \ (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_{B_2}} = 2q_{B_1}q_{B_2} - \lambda P_2 = 0 \rightarrow 2q_{B_1}q_{B_2} = \lambda P_2 \ . \ . \ . \ (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = R_B - P_1 q_{B_1} - P_2 q_{B_2} = 0 \ . \ . \ . \ (3)$$

بقسمة (1) على (2) نجد :

$$\frac{q_{B_2}^2}{2q_{B_1}q_{B_2}} = \frac{\cancel{x}P_1}{\cancel{x}P_2} \rightarrow q_{B_2}P_2 = 2q_{B_1}P_1$$

$$q_{B_2} = 2\frac{P_1}{P_2}q_{B_1} \ . \ . \ . \ (4)$$

بالتعويض في (3) نجد :

$$R_B - P_1q_{B_1} - \cancel{P_2}\left(\frac{2P_1}{\cancel{P_2}}q_{B_1}\right) = 0$$

$$R_B - 3P_1q_{B_1} = 0$$

$$q_{B_1} = \frac{R_B}{3P_1}$$

بالتعويض في (4) نجد :

$$q_{B_2} = \frac{2P_1}{P_2}\left(\frac{R_B}{3P_1}\right) = \frac{2R_B}{3P_2}$$

و حيث ان E_1 ، E_2 ينعدمان عند وضع التوازن

$$E_1(P_1^e\ , P_2^e) = {(8P_1^e + 4P_2^e + 6P_1^e + 8P_2^e)}/{2.25} - 10 = 0$$

$$\frac{14P_1^e}{3P_1^e} + \frac{12P_2^e}{3P_1^e} = 10$$

$$4\frac{P_2}{P_1} = 5.33$$

$$4P_2^e = 5.33P_1^e$$

$$P_1^e = 0.75P_2^e$$

فإذا كان $P_2^e = 1$ فإن $P_1^e = 0.75$

بالتعويض في العبارة السابقة نجد :

$$E_1(P_1^e\ , P_2^e) = {\big((8)(0.75) + (4)(1) + (6)(0.75) + (8)(1)\big)}/{2.25} - 10 =$$

$${(6 + 4 + 4.5 + 8)}/{2.25} - 10 = 10 - 10 = 0$$

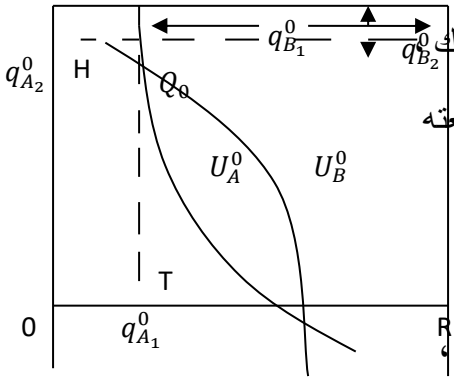
$$E_2(P_1^e\ , P_2^e) = 0$$

إن سعر التوازن قد تغير لأن سعر السلعة 2 أصبح أكبر من سعر السلعة 1 في حين كان سابقا السعر P_2 أقل من السعر P_1 ، و حيث أن السعر الأول بقي نفسه ، هذا يعني أن التغير كان بسبب تغير أذواق المستهلكين ومن بنية هذا التوزيع الأولي ، في الواقع فإن المستهلك B يفضل السلعة 1 (التي تمده $\frac{3}{4}$ المنفعة مقابل $\frac{1}{4}$ بالنسبة للسلعة 2) وعليه فإن السلعة 2 التي أصبحت أكثر تميزا بالنسبة لدالة المنفعة في صورتها الثانية (2 مقابل 1) ، و هذه الحالة كما هو في التوزيع الأولي يكون أكثر تفضيل (B أكثر من A) (8 ، 6) مقابل (2 ، 4) ، و هذه أذواق المستهلك B التي تمثل دورا محددا و مفسرا في قسم كبير لهيكل الأسعار $P_1 > P_2$ لأن المستهلك B يفضل السلعة 1 و يكون $P_2 > P_1$ لأن المستهلك الثاني يفضل السلعة 2 .

سنحاول فيما يلي تمثيل هذا المثال بيانيا بالاعتماد على صندوق أدجورت .

يمثل صندوق أدجورت في حال وجود سلعتين و مستهلكين القائمة على فكرة أن كميات السلعتين من المعطيات ، عندها أحد المستهلكين يزيد من مخزون سلعة ما أما بالنسبة للآخر فيجبر على التخفيض ، فنكوّن مثلث ضلعاه من الجانبين مساويان للكميات المتاحة من السلعتين (في مثالنا 10 و 10) أي q_1 و q_2 أي نحدد كميات السلع ، المحددة من قبل المستهلك A و كذلك بالنسبة للمستهلك B .

و تقاس في البداية من خلال $q_i - q_{Ai}^0$ إذن بالمسافة $OU(=TR)$ ، و $O'V(=GH)$اذا أخذنا 0 كمبدأ بالنسبة لـ B يمكن أن نرسم في الشكل منحنيات سواء ،

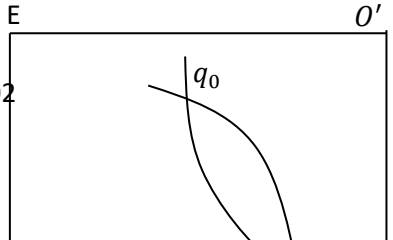


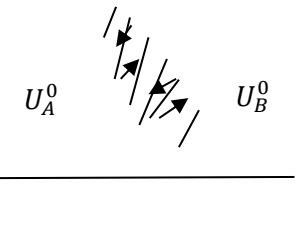
المنفعة تزداد عندما نتحرك في الجهة الجنوبية الغربية كذلك المستهلك A يبحث من خلال عملية التبادل على زيادة منفعته إذن تحركه في الشكل في اتجاه " الشمال – الشرقي " ، في حين أن B يتجه في اتجاه (الجنوبي الغربي) ، غالب الأسهم الممثلة لهذه التحركات تكون في اتجاهين متعاكسين ،

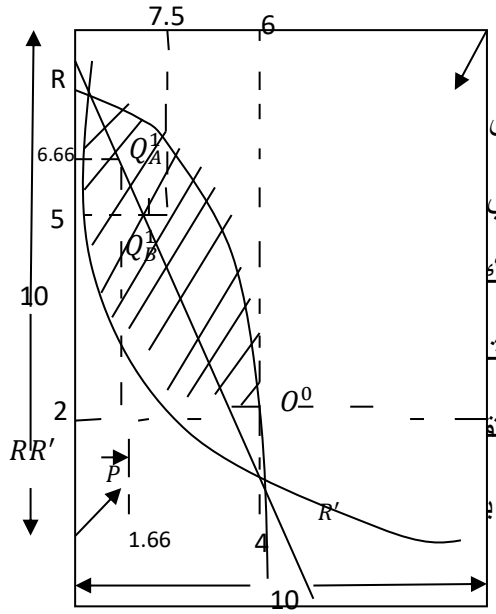
لكن سنرى فيما إذا كانت مصلحته في التبادل لأن النقاط تتواجد بين منحنيات السواء في البداية U_A^0 , U_B^0 تكون مفضلة للمستهلكين (المساحة المخططة في الشكل) و التوازن يكون موجودا داخل هذه المساحة ، هنا يتدخل المفوض الذي يسمح بتحديد نقطة التوازن ، كما نلاحظ الآن :

النقطة الأولية q^0 تقابل التوليفة (2 ، 4) بالنسبة لـ A و (8 ، 6) بالنسبة للمستهلك B نقوم برسم منحنى سواء تقابل المنفعة الأولية $(U_A^0 = 2 \ , \ U_B^0 = 6.44)$ المحصل عليها في التوليفة الأولية .

التوزيع المفضل من طرف A ، B بالنسبة لـ q^0 هي المنطقة المخططة في الشكل التالي :



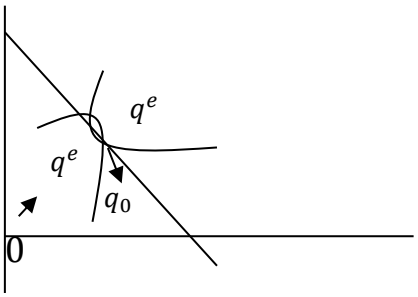




المفوض اقترح السعرين $P_2 = 1\ ,\ P_1 =$ يمكن رسم خط الميزانية RR' يمر حتما من خلال q^0 المقابل للسلعة التي يمكن استهلاكها من طرف المستهلك A الذي يستخدم كل دخله ، إنه نفس خط الميزانية بالنسبة للمستهلك B . بهذين السعرين A سيتواجد عند النقطة q'_A و المستهلك B سيتواجد عند النقطة q'_B ، نلاحظ أن هاتين النقطتين تفضيلهما مختلفين ، المستهلك A يعطي طلبا قويا للسلعة 2 و طلب ضعيف للسلعة 1 ، التبادل لن يتم عند السعر P إذا لم يكن هناك توازن .

المفوض يقوم بزيادة السعر P_2 و يخفض من P_1 (إنه يقوم إذن بالتحرك باتجاه مضاد لعقارب الساعة) الشعاع P_x ، و خط الميزانية يتحرك إذن نحو q^0 في نفس الاتجاه .

و هذا إلى غاية بلوغ وضع التوازن q^e نلاحظ ذلك على الشكل الآتي و الذي يقابل حالة منحنيات سواء تكون متماثلتين و أن نقطة التماس تمر بالنقطة q^0 .



2.1. التوازن العام للإنتاج

يتحقق التوازن العام للإنتاج في حال استخدام منتج لسلعتين (X , Y) و عاملين انتاجيين (K , L) عندما يتساوى المعدل الحدي للإحلال الفني $\left(TMST_{L/K}\right)$ في انتاج السلعة (X) مع المعدل الحدي للإحلال الفني $\left(TMST_{L/K}\right)$ في انتاج السلعة (Y) .

إذن سنقوم بافتراض بوجود

1 - سلعتين X ، Y .

2 - عاملي انتاج L ، K .

3 - تابع انتاج خاص لكل من السلعتين X ، Y .

$X = f(K , L)$ ، $y = h(K , L)$ مع عائدات انتاج ثابتة في مستوى معين .

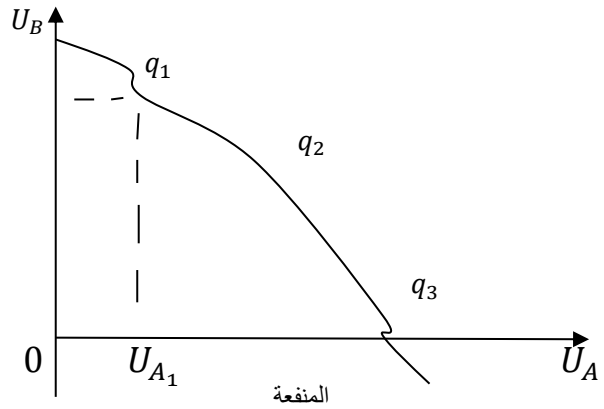
4 - منتجين أحدهما منتج للسلعة X و الآخر منتج للسلعة Y .

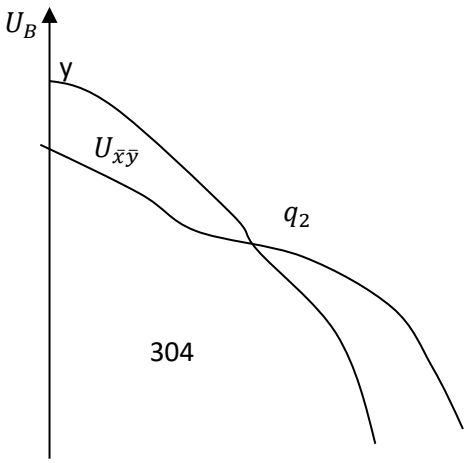
5 - حيازة أولية لكل من المدخلين K , L من أجل انتاج السلعتين X , Y

المنتج للسلعة (X) يمتلك K_{X_1} , L_{X_1}

المنتج للسلعة (Y) يمتلك K_{Y_1} , L_{Y_1}

في هذا الاقتصاد يوجد عندئذ إجمالا الكمية التالية من عوامل الإنتاج





الحد النهائي للمنفعة

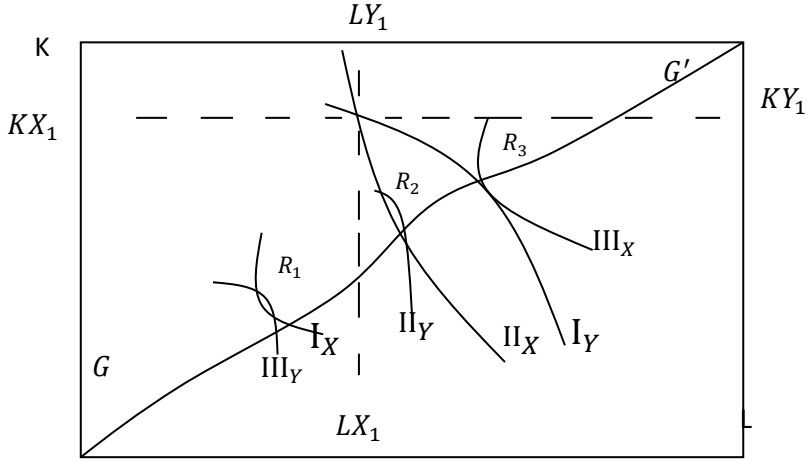
يوضح الحد النهائي للمنفعة التوليفات المثلوية للمنفعة وفق مفهوم باريتو التي يمكن لهذين المستهلكين توضيحها آخذا بعين الاعتبار جميع الكميات الممكنة من السلعتين X و Y التي يمكن لهذا الإقتصاد انتاجها ، و سنلاحظ فيما بعد كيفية تحديد حد الإنتاج ، حتى الآن يكفي معرفة مع الأخذ بالحسبان عوامل الإنتاج أنه بإمكان الاقتصاد إنتاج عددا أعظميا من السلعة X و عدد أعظمي من السلعة Y أو توليفات مثلوية متعددة من السلعة (X) .

$$K_{Y_1} + K_{X_1} = \bar{K}$$

$$L_{Y_1} + L_{X_1} = \bar{L}$$

و يكون بالنتيجة $\bar{K}$ ، $\bar{L}$ هما اللذان سيثبتان (يتعلق باستخدامها) أمثلية الإنتاج اللتي يمكن للاقتصاد بلوغها، و يوضح كل من $\bar{K}$ ، $\bar{L}$ أيضا أن التكاليف الإجمالية عندئذ تكون ثابتة بحدود K ، L لأنه من غير الممكن هنا عدم استعمال عوامل الإنتاج .

النقطة الأولية للحيازة ستكون عند النقطة i في الشكل الموالي ، في هذه النقطة المنتج للسلعة X ينتج II_X و المنتج للسلعة Y ينتج I_Y



سوق عوامل الإنتاج

و يكون $TMST$ للعامل L محل K قويا جدا ، من أجل المنتج الذي يقوم بانتاج السلعة (X) ميل المنحنى II_X أكبر منه من أجل المنتج الذي ينتج السلعة Y (ميل I_Y) ، بما أن المنتج للسلعة (X) يمتلك القليل من العامل (L)، الأمر الذي يؤثر بالإنتاج الحدي الطبيعي (Pmg_L) الخاص بكل عامل ، و سيكون لدى المنتجين عندئذ مصلحة في تبادل مدخلات الإنتاج بهدف محاولة زيادة الإنتاج ، حيث أنه بكل الأساليب تكون التكاليف الكلية بحدود K ، L ثابتة .

إذا كان منتج السلعة (X) المفاوض الأكثر مهارة فيجد نفسه عند النقطة R_1 .

منتج السلعة X يزيد انتاجه و ينتقل من II_X إلى III_X .

منتج السلعة Y يبقي على انتاجه و يظل في I_Y .

منتج السلعة (X) يضمن أنه كل زيادة في الإنتاج تسمح بتبادل عوامل الإنتاج مع منتج آخر .

إذا كان منتج السلعة (Y) هو المفاوض الأكثر مهارة فإنه سيجد نفسه عند النقطة R_2 .

منتج السلعة (X) يبقى في II_X .

منتج السلعة (Y) ينتقل من I_Y إلى II_Y .

و سنحصل عندئذ على سلسلة من النقاط المثلوية للتبادل وفق مفهوم باريتو بين R_2 ، R_3بنفس الأسلوب في سوق التبادلات ، من أجل كافة الأوضاع الأولية من الخيارات الممكنة من K ، L سنحصل على منحنى عند GG' من أجل المنتجين و توجد أمثلية الإنتاج من أجل كل منتج بشكل فردي و جماعي ، عندما يكون $TMST$ للعامل L محل العامل K متماثلا من أجل منتجي السلعتين ، عندئذ تكون الكميات المنتجة من X و Y مماسات ، و لم يعد هناك إمكانية زيادة انتاج السلعة (X) دون أن يترتب عن ذلك تخفيض في انتاج السلعة y

$$X\text{ل } TMST_{L\ ,K} = TMST_{L\ ,K}\ Y\text{ل } = \frac{Pmg_{L_X}}{Pmg_{K_X}} = \frac{Pmg_{L_y}}{Pmg_{K_Y}}$$

و تمثل هذه النقاط نقاط التوازن في سوق عوامل الإنتاج ، لأنه سيكون من الممكن دوما ايجاد نظام سعري $(P_K\ ,\ P_L)$ الذي سيجعل الكميات $\overline{K}$ ، $\overline{L}$ مطلوبة من قبل منتجي السلعتين X و Y .

نشير في نهاية حديثنا عن التوازن العام أنه إذا حدث التوازن في سوق عوامل الإنتاج سيؤدي إلى أن يكون سوق الإنتاج في حالة توازن هو الآخر كما نؤكد على أنه إذا اختل التوازن ، كأن نتصور أن العمال زادت تفضيلاتهم لوقت الفراغ مما ينتج عنه تخفيض عدد ساعات العمل سيصاحبه انخفاض في الدخول و من تم في القدرة الشرائية ، مما يخفض من الطلب و سيحدث التوازن من جديد .

الفصل الثاني : نظرية الرفاهية الإقتصادية

أخذت نظرية الرفاهية الاقتصادية منطلقها مما يعرف بالوضع الأمثل لباريتو و هو يعبر عن ذلك الوضع الذي إذا بلغه الإقتصاد عن طريق تخصيص معين للموارد المتاحة أو توزيع معين للسلع المنتجة ، لن يستطيع إعادة تخصيص أو توزيع هذه الموارد زيادة إنتاج إحدى السلع دون تخفيض من السلعة الأخرى أو تحسين وضع مستهلك ما دون الإضرار بالمستهلك الآخر .

2 – 1 – أمثلية باريتو

تعطينا أمثلية باريتو تعريف الكفاءة الاقتصادية لعملية التخصص التي تستخدم كأساس للكثير من اقتصاديات الرفاهية ، فيكون التخصص أمثلا من وجهة نظر باريتو إذا لم يكن بالإمكان إعادة تنظيم الإنتاج و التوزيع (توزيع الدخل) لزيادة منفعة مستهلك واحد أو أكثر دون أن يترتب عن ذلك خفض المنفعة للمستهلكين الآخرين وبالعكس يكون التخفيض غير مثالي إذا زادت منفعة مستهلك دون الحاق الضرر بالمستهلكين الآخرين و يقال أن الرفاهية في حالة زيادة إذا تحسن وضع مستهلك واحد على الأقل دون أن يترتب عن ذلك تغير في أوضاع المستهلكين الآخرين .

و من المعلوم أنه من غير الممكن أن تكون الحالة أمثلية إلا إذا كانت كل التعيينات من هذا النوع .

2 – 2 – أمثلية باريتو للاستهلاك

يكون توزيع السلع الاستهلاكية وفق أمثلية باريتو إذا كانت إعادة تخصيص التي تزيد من منفعة مستهلك واحد أو أكثر سوف ينتج عنه انخفاض في منفعة مستهلك واحد آخر على الأقل .

<u>مثال</u>

نفترض وجود مستهلكين أحدهما نرمز له بالرمز A و الآخر نرمز له بالرمز B ووجود سلعتين q_1 ، q_2 و تكون دالة المنفعة للمستهلكين

$U_A(q_{11}\ ,\ q_{12})$ $\quad\quad$ $U_B(q_{21}\ ,q_{22})$ بحيث أن $q_{11}+q_{21}=q_2^0$ ثابت و أن $q_{12}+q_{22}=q_2^0$ و نفترض أن المستهلك B يتمتع بمستوى U_0^2

فمن أجل الحصول على الحد الأعظمي لمنفعة المستهلك A تحت شروط ميزانية

$$U_1^* = U_1(q_{11}+q_{12}) + \lambda\ [U_2(q_1^0 - q_{11}\ ,\ q_2^0 - q_{12}) - U_0^2]$$

$$\frac{\partial U^*}{\partial q_{11}} = \frac{\partial U_1}{\partial q_{11}} - \lambda\ \frac{\partial U_2}{\partial q_{11}} = 0\ .\ .\ .\ (1)$$

$$\frac{\partial U_1^*}{\partial q_{12}} = \frac{\partial U_1}{\partial q_{12}} - \lambda\ \frac{\partial U_2}{\partial q_{12}} = 0\ .\ .\ .\ (2)$$

$$\frac{\partial U_1^*}{\partial \lambda} = U_2(q_1^0 - q_{11}\ ,\ q_2^0 - q_{12}) - U_0^2\ = 0\ \ .\ .\ .(3)$$

نلاحظ بالمقابل أن قانون فالراس يكون متحققا

$$\sum_{j=1}^{2} P_j E_j = 2(-0.83) + 1(1.66)$$

$$= -1.66 + 1.66 = 0$$

سعر التوازن (P_1^e , P_2^e) هما من أجل اما يكون الطلب مساويا للعرض ، الطلب على السلعة 1 $\bar{q}_{A_1} + \bar{q}_{B_1}$ و العرض مساو لـ 10 وحدات ، ينبغي أن نشهد عند التوازن .

$$\bar{q}_{A_1} + \bar{q}_{B_1} = 10 \rightarrow \frac{R_A}{3P_1^e} + \frac{3R_B}{4P_1^e} = 10$$

و بالمثل عند التوازن يكون بالنسبة للسلعة 2

$$\bar{q}_{A_2} + \bar{q}_{B_2} = 10 \rightarrow \frac{2R_A}{3P_2^e} + \frac{R_B}{4P_2^e} = 10$$

نعوض عن R_A ، R_B بالقيم الأولية سعري التوازن فنحصل على المعادلتين التاليتين :

$$(4P_1^e + 2P_2^e)\Big/_{3P_1^e} + 3(6P_1^e + 8P_2^e)\Big/_{4P_1^e} = 10$$

$$\frac{4}{3} + \frac{2}{3}\frac{P_2^e}{P_1^e} + \frac{18}{4} + \frac{24P_2^e}{4P_1^e} = 10$$

$$0.67 + \frac{6P_2^e}{P_1^e}$$

$$6.67\frac{P_2^e}{P_1^e} = 4.17 , \frac{P_2^e}{P_1^e} = 0.625$$

$$\frac{R_A}{3P_1} + \frac{3R_B}{4P_2} = 10$$

$$\frac{4R_AP_1 + 9R_BP_1}{12P_1^2} = \frac{4R_A + 9R_B}{12P_1} = 10$$

$$9B_1 . 4P_1$$

$$\frac{4R_A + 9R_A}{12} = \left(\frac{13R_A}{R_A}\right) P_1 - 10$$

$$q_{A_1} . 3P_1$$

$$\frac{q_{A_1} 3P_1}{3P_1} + \frac{q_{B_1} 4P_1}{4P_1}$$

و بقسمة (1) على (2) نجد :

$$\frac{\partial U_1/\partial q_{11}}{\partial U_1/\partial q_{12}} = \frac{\partial U_2/\partial q_{11}}{\partial U_2/\partial q_{12}}$$

يمثل الطرف الأيمن TMS_{q_1,q_2} للمستهلك II و لتحقيق أمثلية باريتو يجب أن يتساوى هذين المعدلين ، فإذا لم تتحقق هذه المساواة فإنه يمكن إعادة توزيع السلع بطريقة تسمح بزيادة منفعة المستهلك الأول دون خفض منفعة المستهلك II ، كما أنه من الممكن زيادة منفعة المستهلك II دون خفض منفعة المستهلك I .

و من الممكن توضيح هذه المسألة عن طريق استخدام صندوق ادجورت Edgewrth و تمثل أبعاد المستطيل مجموع الكميات المتاحة من السلعتين q_1 ، q_2 ضمن إطار اقتصادي للمقايضة و أن نقطة داخل الصندوق تمثل توزيعا معينا من السلع بين المستهلكين .

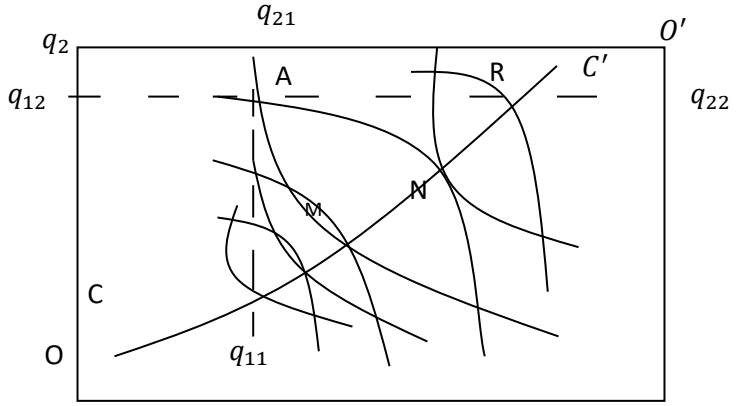
<u>مثال</u>

إذا كانت طريقة توزيع السلعتين معطاة كما في النقطة A فإن الكميات المستهلكة من q_1 ، q_2 من قبل المستهلك I يجب أن تقاس عن طريق احداثيات A أفقيا أما الكميات المستهلكة من قبل المستهلك II فإنها تقاس باحداثيات النقطة A رأسيا ثم رسمت منحنيات السواء للمستهلكين كما هو موضح في الشكل و يكون المعدل الحدي للإحلال بين السلعتين بالنسبة للمستهلك I مساو لنفس المعدل بالنسبة للمستهلك II عند نقاط التماس ، و يكون المحل الهندسي لمختلف نقاط التماس هو منحنى الإنفاق و تعطى المساواة من الناحية الرياضية الشكل الرياضي لمنحنى الإنفاق بدلالة q_{11} و q_{12} ، إن معدلات احلال السلع غير متساوية عند النقطة A و حيث أن الفرق E_1، E_2 يكونان مساويان للصفر

$$E_1(P_1^e, P_2^e) = \left(8P_1^e + 4P_2^e + 6P_1^e + 8P_2^e\right)/3P_1^e - 10 = 0$$

$$= (8)(1) + (4)(0.625) + (6)(1) + (8)(0.625)/3 - 10 = 0$$

$$(16P_1 + 2P_2 + 12P_1 + 4P_2)/3$$



غير أنه من الممكن زيادة مستويات المنفعة لكلا المستهلكين بتغيير التوزيع الحالي ، فلو أن الوضع النهائي بعد إعادة توزيع q_1 ، q_2 كان بين M ، N فإن كلا المستهلكين سوف يكسب لأن كلاهما سيكون على منحنيات سواء أعلى من تلك عند النقطة A ، فلو أن الوضع النهائي كان عند M أو N فإن أحد المستهلكين سوف يكسب بدون أي تدهور في وضع المستهلك الثاني ، فإذا تم التوصل إلى نقطة على منحنى الإنفاق ، فإنه ليس من المحتمل تحسين وضع مستهلك دون حدوث تدهور بالنسبة للمستهلك الآخر فحسب شروط أمثلية باريتو فإن أي نقطة من M إلى N سوف تكون أكثر تفضيلا من النقطة A .

2 - 3 - أمثلية باريتو للإنتاج

إذا افترضنا أن المستهلكين غير متخمين و أن مستوى المنفعة لكل مستهلك مستقلا عن الكميات المستهلكة من قبل المستهلكين الآخرين فإن أي زيادة في كمية سلع أي مستهلك دون نقصان في كمية مستهلك آخر سوف تؤدي إلى زيادة في المنفعة لأحد المستهلكين على الأقل دون نقص في منفعة المستهلكين الآخرين و لهذا فإن أمثلية باريتو للمنتجين تتطلب أن تكون مستوى الإنتاج لكل سلعة مستهلكة عند قمته و ذلك أعطينا مستويات الإنتاج لجميع السلع المستهلكة الأخرى .

<u>مثال</u>

نفترض وجود منتجين يستخدمان عاملي انتاج لإنتاج سلعتين باستخدام دالتي الإنتاج

$$q_1 = f(X_{11}\,, X_{12})$$

$$q_2 = f(X_{21}\,, X_{22})$$

حيث أن $X_{11} + X_{12} = X_1^0$ و أن $X_{12} + X_{22} = X_2^0$ يمثلان كميات عوامل الإنتاج المتوفرة و أن يمثلان مستويات الإنتاج ثم تكون الدالة

$$L = f(X_{11}\,, X_{12}) + \lambda\,[f_2(X_1^0 - X_{11}\,,\ X_2^0 - X_{12}) - q_2^0]$$

ثم نقوم بتحديد الشرط اللازم

$$\frac{\partial L}{\partial X_{11}} = \frac{\partial f_1}{\partial X_{11}} - \lambda\,\frac{\partial f_2}{\partial X_{21}} = 0 \rightarrow \frac{\partial f_1}{\partial X_{11}} = \lambda\,\frac{\partial f_2}{\partial X_{21}} \ldots (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_{12}} = \frac{\partial f_1}{\partial X_{12}} - \lambda\,\frac{\partial f_2}{\partial X_{22}} = 0 \rightarrow \frac{\partial f_1}{\partial X_{12}} = \lambda\,\frac{\partial f_2}{\partial X_{22}} \ldots (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = f_2(X_1^0 - X_{11}\ ,\ X_2^0 - X_{12}) - q_2^0 = 0 \ldots (3)$$

بقسمة (1) على (2) نجد :

$$\frac{\partial f_2/\partial X_{11}}{\partial f/\partial X_{12}} = \frac{\partial f_2/\partial X_{21}}{\partial f_2/\partial X_{22}}$$

إن شرط توزيع باريتو الأمثل للإنتاج في حالة اقتصاد يتكون من العديد من العوامل و السلع هو أن يكون المعدل الحدي للإحلال الفني بين أي زوج من عوامل الإنتاج هو نفسه في حالة إنتاج جميع السلع التي تستخدم هذين العاملين، و إذا لم يتحقق الشرط للاقتصاد أن يزيد في انتاجه لسلعة أو أكثر من السلع دون أن يترتب عن ذلك تخفيض في انتاج أي سلعة أخرى ، و شرط آخر هو أن يفضل إنتاج كلي أكبر من إنتاج كلي أصغر .