

Chapitre 2

Effort tranchant

Chapitre 1

Effort tranchant

1.1 Introduction

Nous avons vu au chapitre 4 du Béton armé 1 que, dans le cas de la flexion simple, une section quelconque de la pièce étudiée était soumise à un moment de flexion, dont nous avons examiné l'influence dans le chapitre précité, et un effort tranchant dont nous allons maintenant considérer les effets.

1.2 Glissement transversal, Glissement longitudinal, Fissures provoquées par l'effort tranchant

Pour une poutre soumise à la flexion (fig. 1.1), l'effort tranchant **T**, tend à faire glisser la partie de la poutre située à gauche d'une section quelconque (**S**), perpendiculaire à la ligne moyenne, par rapport à la partie située à droite de cette section ; c'est **le glissement transversal**. Il en résulte dans (**S**) des contraintes de cisaillement τ , appelées également **contraintes tangentés**, qui forment un système en équilibre avec l'effort tranchant **T**.

En dehors de ces contraintes transversales de cisaillement, l'effort tranchant provoque également des contraintes longitudinales de cisaillement.

Pour le démontrer, on considère l'équilibre d'un petit parallélépipède **CDEF**, de côtés **dx** et **dy** (dx et dy étant très petits) et de hauteur égale à la largeur **b** de la poutre.

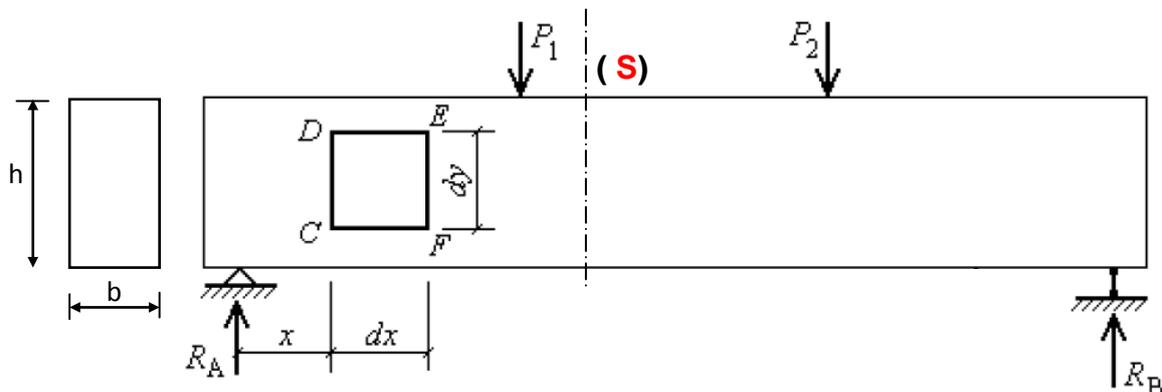


Fig. 1.1 : Poutre soumise à la flexion simple

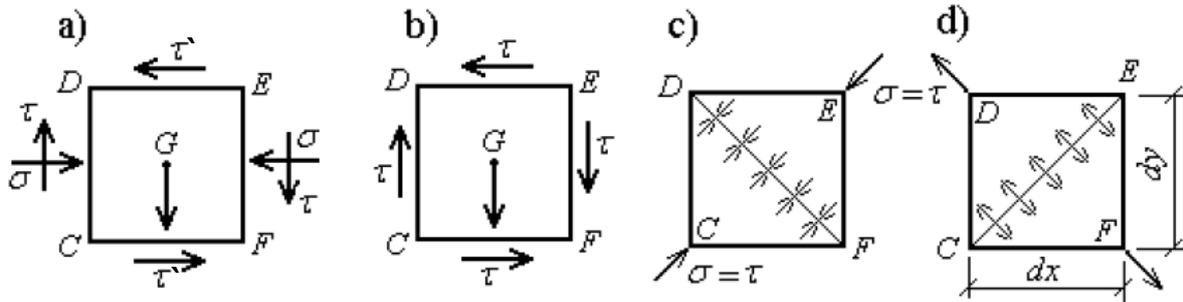


Fig. 1.2 : Schémas des contraintes tangentielles agissant suivant la surface de parallélépipède *CDEF* (fig. a, b) et celui des contraintes de traction et de compression agissant sous angle de 45° (fig. c, d)

Le parallélépipède **CDEF** (fig. 1.2,a) est en équilibre, donc le moment, par rapport à son centre de gravité **G**, des forces qui lui sont appliquées est nul.

Les forces appliquées sont :

- le poids propre, dont la résultante passe par **G** à un moment nul par rapport à ce point ;
- les contraintes normales sur **CD** et **EF** qui, étant donné que **dy** est petit, auront également une résultante passant par **G**, donc un moment nul par rapport à **G** ;
- les contraintes tangentielles, **τ** , **$\tau + d\tau$** , **τ'** , **$\tau' + d\tau'$** .

La somme des moments par rapport à **G** des forces appliquées s'écrit donc:

$$\tau b dy \frac{dx}{2} + (\tau + d\tau) b dy \frac{dx}{2} - \tau' b dx \frac{dy}{2} - (\tau' + d\tau') b dx \frac{dy}{2} = 0$$

En négligeant $d\tau dy (dx/2)$ et $d\tau' dx (dy/2)$ (comme des valeurs Infiniment petites), on obtient:

$$\tau = \tau'$$

Par conséquent, sur deux surfaces rectangulaires entre elles et ayant leur origine au même point, surfaces telles que **CD** et **CF**, les contraintes tangentes ont la même valeur et ces contraintes convergent toutes deux vers **C** ou s'éloignent toutes deux de **C** (fig. 1.2,b).

En supposant que $dx = dy$, on a que deux forces concourant en **C** ont pour valeur $\tau \cdot b \cdot dx$ et leur résultante est $\tau \cdot b \cdot dx \sqrt{2}$. Il en sera de même pour les deux forces concourant en **E**. Donc le plan passant par **DF** sera soumis à un effort de compression $\tau \cdot b \cdot dx \sqrt{2}$, comme la surface du plan considéré située à l'intérieur de l'élément a pour valeur $b \cdot dx \sqrt{2}$, il en résulte que la contrainte de compression sur **DF** sera égale à :

$$\frac{\tau \cdot b \cdot dx \sqrt{2}}{b \cdot dx \sqrt{2}} = \tau$$

On peut montrer de la même manière, que le plan passant par **CE** (fig. 5.2,d) est soumis à une contrainte de traction égale à τ .

En résumé, on a vu que, dans une poutre à ligne moyenne horizontale, l'effort tranchant provoque :

- sur des éléments verticaux et sur des éléments horizontaux ayant même origine, des contraintes égales à τ ;
- sur des éléments inclinés à 45° sur la ligne moyenne, des contraintes de compression ou de traction ayant également pour valeur τ .

Comme la résistance du béton à la traction est faible, les efforts de traction sur les plans inclinés à 45° risquent, s'ils sont assez élevés, de créer des fissures. Ces fissures se produisent là où l'effort tranchant est le plus élevé, c'est-à-dire près des appuis.

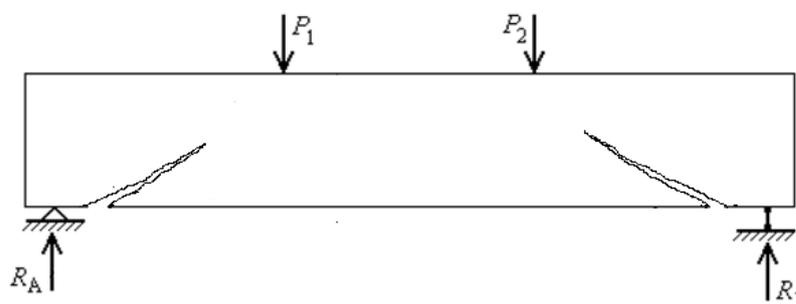


Fig. 1.3 : Effets produits par l'effort tranchant dans une poutre fléchie en béton armé

Donc l'effort tranchant avait pour effet de créer des fissures inclinées sensiblement à 45° sur la ligne moyenne. On peut donc dire, schématiquement, que si de telles fissures apparaissent, la partie $ABCD$ de la poutre (fig. 1.4) tendra à se détacher et à tomber. On conçoit qu'il soit nécessaire de rattacher cette partie $ABCD$ au reste de la poutre à l'aide d'armatures transversales.

Ces armatures peuvent être : des armatures droites, inclinées ou une combinaison des deux dispositifs.

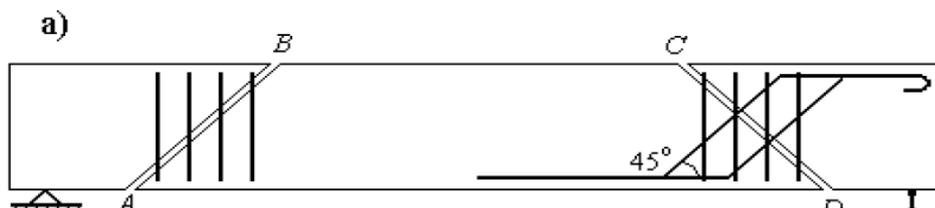


Fig. 1.4 : Effets produits par l'effort tranchant dans une poutre fléchie en béton armé

1.3 Contrainte tangente conventionnelle (B.A.E.L. A.5.1)

Justifications de l'âme d'une poutre :

$$\tau_u = \frac{V_u}{b_0 \cdot d}$$

Avec :

τ_u : Contrainte tangente conventionnelle

V_u : la valeur de calcul de l'effort tranchant vis-à-vis de l'état limite ultime ($1.35G + 1.5Q$),

b_0 : la largeur de l'âme,

d : la hauteur utile de la poutre.

1.4 Contrainte tangente limite ultime (B.A.E.L. A.5.1)

La détermination de la contrainte tangente limite ultime T_u dépend des cas rencontrés.

- **Cas des armatures transversales droites ($\alpha = \pi/2$, fig. 1.5)**
 - Fissuration peu préjudiciable : $\bar{\tau}_{su} = \min (0.2 f_{cj}/\gamma b ; 5 \text{ MPa})$
 - Fissuration préjudiciable et très préjudiciable : $\bar{\tau}_{su} = \min (0.15 f_{cj}/\gamma b ; 4 \text{ MPa})$
- **Cas des armatures transversales inclinées à 45° :**
 $\bar{\tau}_{su} = \min (0.27 f_{cj}/\gamma b ; 7 \text{ MPa})$

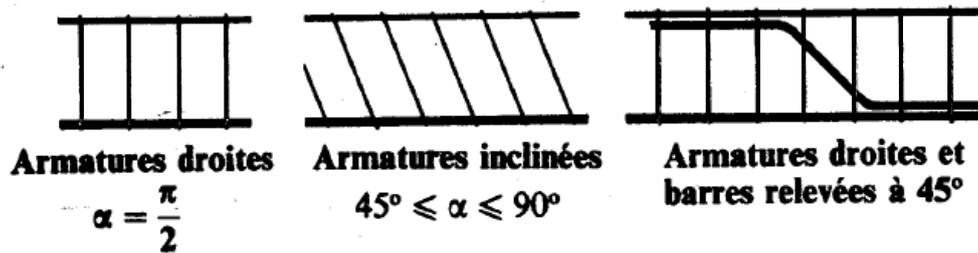


Fig. 1.5 : Dispositions des armatures transversales

1.5 Armatures transversales d'une poutre

1.5.1 Détermination des armatures d'âme (B.A.E.L. A.5.1, 23)

La justification vis-à-vis de l'état limite ultime des armatures d'âme s'exprime par la relation :

$$\frac{A_t}{b_0 s_t} \geq \frac{\gamma_s (\tau_u - 0,3 f_{tj k})}{0,9 f_e (\cos \alpha + \sin \alpha)}$$

Avec :

- **A_t** : section d'un cours d'armatures transversales ;
- **s_t** : espacement entre deux cours successifs de cadres ou d'étriers ;
- **b_0** : épaisseur de l'âme ;
- **f_{tj}** : contrainte caractéristique de traction du béton à **j** jours, plafonnée à 3,3 MPa ;
- **α** : angle d'inclinaison des cadres ;
- **Coefficient K :**
 - **$K = 0$** , dans le cas de reprises de bétonnage, ou lorsque la fissuration est jugée très préjudiciable,
 - **$K = 1$** , cas de flexion simple, sans reprise de bétonnage ou reprise avec d'indentation dont la saillie atteint au moins 5 mm.

Espacements des armatures transversales dans les cas courants :

Avec : $\alpha = \pi/2$ (armatures droites), $K = 1$, A_t fixé (section des cadres, étriers)

$$s_t \leq \frac{0,9 A_t \cdot f_e}{\gamma_s \cdot b_0 (\tau_u - 0,3 f_{tj})}$$

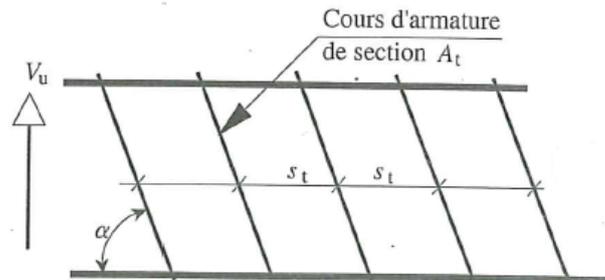


Fig. 1.6 : Armatures d'âme de poutre

1.5.2 Règle de Caquot pour la détermination pratique des espacements

❖ Conditions d'application

- Charges uniformément réparties
- Section constante de poutre
- Cas de flexion simple et $k = 1$.

❖ Démarche à suivre

- 1- Calcul de l'espacement s_t à l'appui (s_{t0}): A_t étant fixe, on utilise la formule présentée dans le paragraphe 1.5.1.
- 2- Position du premier cours à une distance $s_{t0}/2$ de l'appui (figure 1.7).

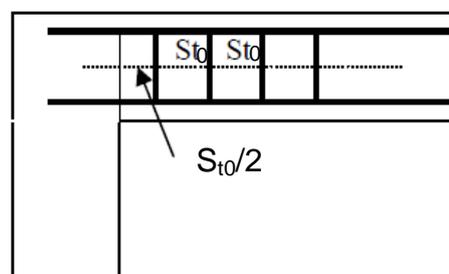


Fig. 1.7 : Position du premier cours

3- Espacements suivants en prenant la suite des valeurs en cm:

7, 8, 9, 10, 11, 13, 16, 20, 25, 35, 40

Chaque valeur d'espacement est répétée autant de fois qu'il y a de mètres dans la demi-portée.

1.5.3 Méthode analytique pour la détermination pratique des espacements

- Calculer le premier espacement S_{t0} pour V_{u0} à $x = 0$ et placer le premier cadre à $S_{t0}/2$.
- Répéter ensuite l'espacement n fois (avec « n » nombre de mètres dans la 1/2 portée) .
- Calculer l'effort tranchant pour cette nouvelle abscisse $x = s_{t0}/2 + n.s_{t0}$,
- Calculer le nouvel espacement s_t pour ce nouveau V_u ,
- Répéter l'opération jusqu'à atteindre $V_u = 0$ ou s_{tmax} (voir 1.5.1).

1.5.4 Dispositions constructives

➤ Pourcentage minimal d'armatures transversales (A.5.1,22)

- Il faut vérifier : $s_t \leq \min (0.9 d, 40 \text{ cm})$ et $s_t \leq \frac{A_t \cdot f_e}{0.4 b_0}$

- Donc : $s_{tmax} = \leq \min (0.9 d, 40 \text{ cm}, \frac{A_t \cdot f_e}{0.4 b_0})$

Unités : s_t et b_0 en cm ; A_t en cm^2 ; f_e en MPa.

➤ Diamètre des armatures d'âme (A.7.2,2)

- $\varnothing_t \leq \min \left(\frac{h}{35} ; \frac{b_0}{10} ; \varnothing_l \right)$

\varnothing_l : diamètre des armatures longitudinales.

1.6 Justifications aux appuis

1.6.1 Appui de rive

- A l'appui de rive les charges sont transmises par une bielle de béton unique inclinée à 45° ;

- Deux vérifications doivent être faites concernant:
 - la section d'armatures longitudinales
 - la compression de la bielle de béton.

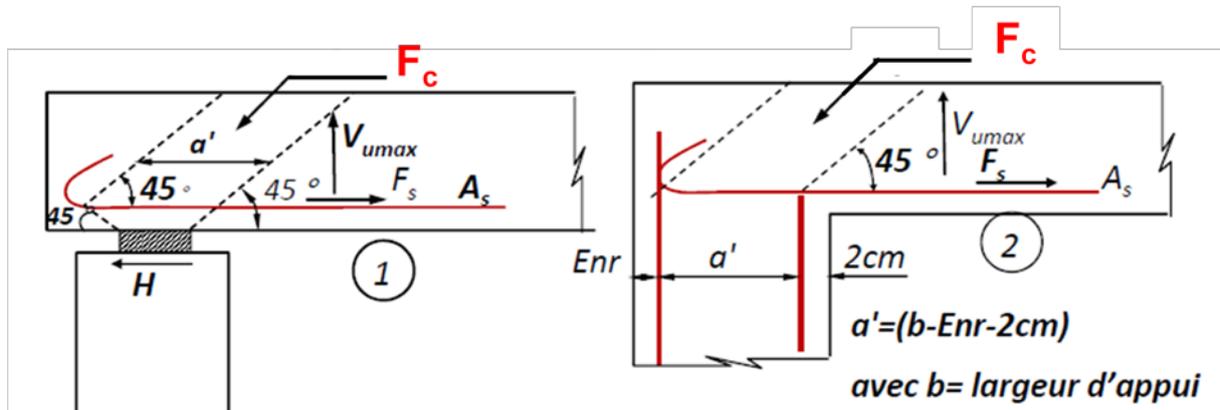


Fig. 1.8 : Appui simple d'about (types 1 et 2)

a°) Vérification des armatures longitudinales :

$$F_c = V_{u\max} \times \sqrt{2} ; F_s = \frac{F_c}{\sqrt{2}} + H = V_{u\max} + H$$

Où «H» est la force horizontale éventuellement transmise par l'appui :

- D'où la condition :

$$A_s \geq \frac{(V_{u\max} + H) \times \gamma_s}{f_e}$$

- Dans le cas d'un appui de type 1 cette section d'acier doit être totalement ancrée au-delà du bord de l'appui.
- En pratique, la moitié des aciers nécessaires en travée est prolongée jusqu'aux appuis (on prolonge en général le premier lit inférieur).

b°) Vérification de la compression de la bielle de béton :

- La bielle de béton supporte une compression : $F_c = V_{u\max} \times \sqrt{2}$
- sur une section $b_0 \times \frac{a}{\sqrt{2}}$ où (a) se calcule par : **a = min(a' ; 0,9xd)**

$$\sigma_{bc} = \frac{V_{u\max} \times \sqrt{2}}{b_0 \times \frac{a}{\sqrt{2}}} = \frac{2 \times V_{u\max}}{b_0 \times a} \leq \frac{0,8 f_{cj}}{\gamma_p}$$

d'où :

$$V_{u \max} \leq 0,4 \times \frac{f_{cj}}{\gamma_b} b_0 \times a$$

donc :

$$a \geq \frac{3,75 V_U}{b_0 \cdot f_{c28}}$$

- Dans la pratique, cette condition est généralement vérifiée, excepté lorsque l'appui est peu long : appui d'une poutre sur un mur de refend par exemple.

1.6.2 Appui intermédiaire:

Les aciers inférieurs doivent équilibrer:

$$F_s = V_{\max} - \frac{M_u}{z} \text{ avec } M_u \text{ en valeur absolue}$$

- Pour $z = 0,9 \times d$ et $F_s = A_s \times f_e / s$ il vient que :

$$A_s = \frac{(|V_{u \max}| - \frac{|M_u|}{0,9 \times d}) \times \gamma_s}{f_e}$$

- Les bielles de béton doivent vérifier de part et d'autre de l'appui :

$$V_{u \max} \leq 0,4 \times \frac{f_{cj}}{\gamma_b} b_0 \times a$$

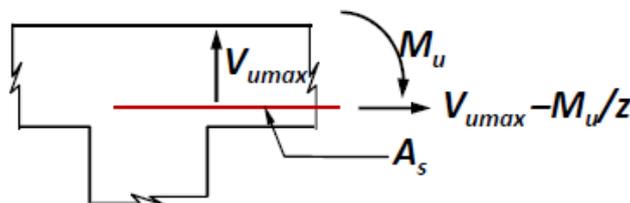


Fig. 1.9 : Appui intermédiaire

1.7 Application de la règle des coutures aux sections en T

❖ Jonction table nervure d'une section en T

- Pour la jonction table nervure, il faut vérifier :

a°) le béton dans la jonction

$$\tau_{table} = \tau_{âme} \times \frac{b_0}{0,9 \times h_0} \frac{b_1}{b} \leq \overline{\tau}_u$$

$$\tau_{âme} = \frac{V_u}{b_0 \times d}$$

b°) les aciers de couture de la table:

$\left(\frac{A_t}{S_t}\right)_{table}$: Sont généralement des aciers longitudinaux de la dalle constituant la table de la poutre

$$\left(\frac{A_t}{S_t}\right)_{table} \geq \left(\frac{\tau_{table} - 0,3 \times f_{t28}}{f_e}\right) \times h_0 \times \gamma_s$$

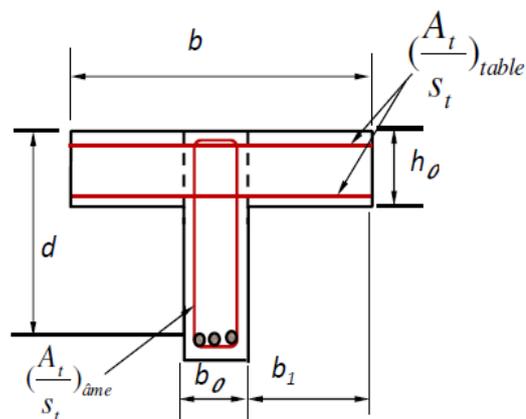


Fig. 1.10 : Jonction table nervure d'une section en T