العمل التطبيقي رقم : 01

الاهتزازات الحرة غير المتخامدة ذات درجة حرية واحدة

" دراسة جملة ميكانيكية"

الهدف :

دراسة إهتزازت ميكانيكية حرة غير متخامدة, وقياس نبضها الذاتي مع التحقق من عبارتها النظرية.

المبدأ النظري:

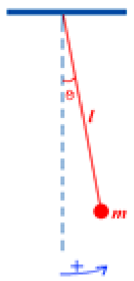
تكتب عبارة المعادلة التفاضلية لجملة حرة غير متخامدة ذات درجة حرية واحدة من الشكل:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

ويكون حلها من الشكل:

$$x = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

حيث W_0 يمثل النبض الذاتي للجملة وT_0 يمثل الدور الذاتي : $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$



تمرين :

أكتب عبارة T_0 للجملة المقابلة في حالة << θ بإستعمال طريقة لاغراج وطريقة أخرى

العمل:

1. دراسة تغير النبض الذاتي بدلالة الإزاحة الإبتدائية في حالة الزوايا الصغيرة

قم بقياس $3T_0$, ثلاث مرات ,لمختلف الزوايا باستعمال زوايا $\theta_0 \leq 20$.

θ_0	$3T_0$ (1)	$3T_0$ (2)	$3T_0$ (3)	T_0 (s)	W_0(rad/s)
5					
10					
15					

1- لاحظ من شكل الحركة الدوري , كيف يكون حلها
2- قم برسم المنحنيات $\theta(t) = f(t)$ **(دالة تغير الزاوية بدلالة الزمن أي محور الفواصل يمثل الزمن بينما محور التراتيب يمثل الزاوية التي تكون سعتهاθ_0, اي 3 منحنيات)** على نفس المعلم لمختلف الإزاحات الإبتدائية
3- ماذا تلاحظ فيما يخص تغير قيمة الدور. والنبض الذاتيين بتغيرθ_0 ؟ ماذا تستنتج ؟

2. دراسة تغير النبض الذاتي بدلالة الكتلة

قم بتغيير الكتلة و أملأ الجدول التالي؟

m(g)	$3T_0$ (1)	$3T_0$ (2)	$3T_0$ (3)	T_0 (s)	W_0(rad/s)
10					
20					
50					

1- قم برسم المنحنيات $\theta(t) = f(t)$ (دالة تغير الزاوية بدلالة الزمن) على نفس المعلم لمختلف الكتل

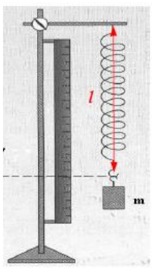
2- ماذا تلاحظ فيما يخص تغير الدور والنبض الذاتيين للجملة بدلالة تغير الكتلة ؟ ماذا تستنتج ؟

3. دراسة تغير النبض الذاتي بدلالة طول النواس $T_0 = f(L)$:

قم بقياس $3T_0$, عدة مرات, لمختلف الأطوال الموجودة أمامك بعد قياسها

L(m)	**1/L (m^{-1})**	$3T_0$ (1)	$3T_0$ (2)	$3T_0$ (3)	**T_0 (s)**	W_0(rad/s)	$w_0^2 (rad/s)^2$

1) أرسم المنحنى البياني $w_0^2 = f(1/L)$ *مختارا السلم المناسب* ؟
2) أحسب ميل المنحنى و ما هي وحدته ؟
3) أحسب من العلاقة السابقة الجاذبية الأرضية (ببسكرة) ؟



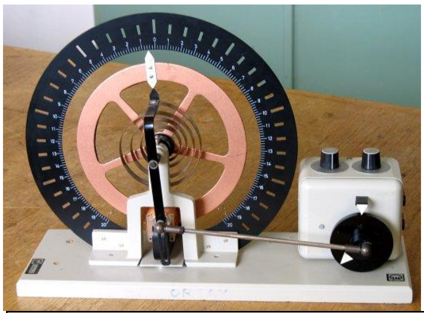
4. دراسة نواس مروني شاقولي :

ليكن لدينا الشكل المقابل, أوجد عبارة ω_0 بإستعمال مختلف الطرق؟

قم بملأ الجدول التالي :

m(kg)	**1/m (kg^{-1})**	$5T_0$ (1)	$5T_0$ (2)	$5T_0$ (3)	**T_0 (s)**	W_0(rad/s)	$w_0^2 (rad/s)^2$
0 .05							
0.07							
0.10							
0.15							

1) أرسم المنحنى البياني $w_0^2 = f(1/m)$ مختارا السلم المناسب ؟
2) أحسب ميل المنحنى و ما هي وحدته؟
3) أحسب من العلاقة السابقة ثابت مرونة النابض ؟



4 قيا س النبض الذاتي لنواس بول (POHL)

قم بقياس الدور الذاتي لنواس بول عدة مرات

$3T_0$ (1)	$3T_0$ (2)	$3T_0$ (3)	T_0 (s)	W_0(rad/s)

ملاحظة:

في التقرير عليك كتابة الجزء الخاص بالإرتيابات في كل جزء من التجربة حيث نعتبر $\Delta\ell = 2mm$ و $\Delta t = 2ms$

ما هي خلاصتك العامة.

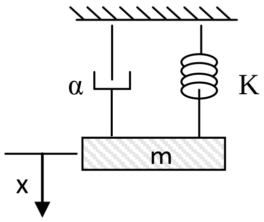
العمل التطبيقي رقم 2: دراسة جملة حرة متخامدة ذات درجة حرية واحدة

"جملة كهربائية"

الهدف من التجربة:

- دراسة الإهتزازات الحرة المتخامدة باستعمال التماثل الكهروميكانيكي.
- التعرف على النظام اللادوري و شبه الدوري و قياس المعاملات الموافقة له.

المبدأ النظري:



الإهتزازات الحرة المتخامدة: (التخامد اللزوجي):

و فيه مثلا يخضع الجسم إلى قوة مقاومة المائع, بحيث:

$$\vec{F} = -\alpha \vec{\dot{x}}$$

α: يمثل معامل اللزوجة

نأخذ نظاما ميكانيكيا متخامد يتكون من كتلة و مخمد و نابض كما في الشكل المقابل

تكتب المعادلة التفاضلية من الشكل:

$$\ddot{x}(t) + \frac{\alpha}{m}\dot{x}(t) + \frac{k}{m}x(t) = 0 \quad ....$$

و نكتب الشكل العام للمعادلة أعلاه

$$\ddot{x}(t) + 2\delta\dot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = 0 \,.................$$

و هي تمثل معادلة تفاضلية من الرتبة "2" لحركة جملة مهتزة بصورة حرة متخامدة حيث:

$\delta = \dfrac{\alpha}{2m}$ (1/s) معامل التخامد :

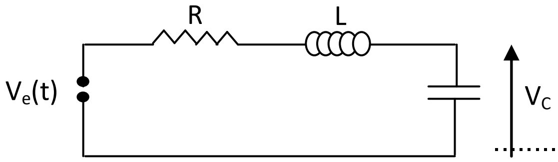
حل هذه المعادلة يتعلق بالمميز $\Delta' = \delta^2 - \omega_0^2$

-1 $\Delta' \prec 0 \Leftarrow \delta \prec \omega_0$ **(تخامد خفيف)** الجذران مركبان و حل المعادلة يكون من الشكل : $x(t) = Ce^{-\delta t}\cos(\omega_a t + \phi)$ بحيث $\omega_a = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ و في هذه الحالة تكون الإهتزازات متناقصة السعة أي متخامدة .

-2 $\Delta' = 0 \Leftarrow \delta = \omega_0$ **(تخامد حرج)** الجذر مضاعف و حل المعادلة من الشكل : $x(t) = e^{-\delta t}(C_1 t + C_2)$ ولا توجد إهتزازات حيث النظام لا دوري

-3 $\Delta' \geq 0 \Leftarrow \delta \geq \omega_0$ **(تخامد ثقيل)** الجذران حقيقيان و لا يكون الحل جيبي و الحركة غير إهتزازية بل حركة متخامدة فقط

*** تطبيق على النظام الكهربائي:**



لتكن الدارة في الشكل المقابل : بتطبيق قانون كيرشوف

$$V_R + V_L + V_C = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

و منه : $\ddot{q}(t) + \frac{R}{L}\dot{q}(t) + \frac{1}{LC}q(t) = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots$

حيث : معامل التخامد: $\delta = \frac{1}{2}\cdot\frac{R}{L}$ و النبض الطبيعي للحركة: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

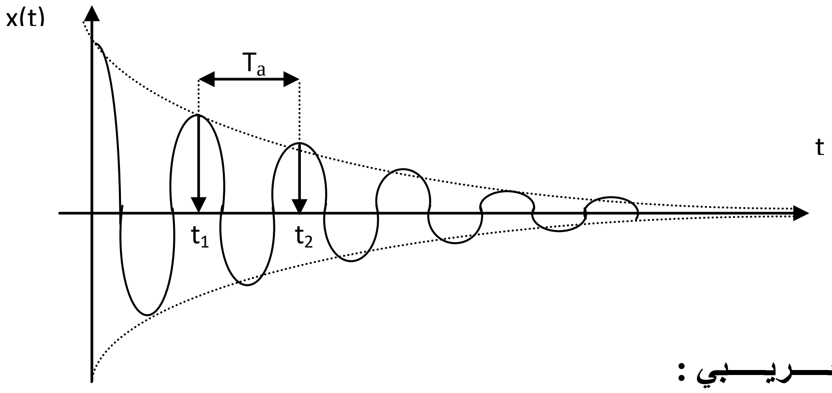
يعتمد حل المعادلة التفاضلية السابقة على العلاقة بين ω_0 و δ أي حسب نوع التخامد و بصورة مماثلة للنموذج الميكانيكي السابق.

**** التناقص اللوغارتمي:**

هي طريقة عملية و بسيطة لإيجاد مقدار التخامد, يُعرّف التناقص اللوغارتمي بأنه اللوغاريتم الطبيعي للنسبة بين سعتين متتاليتين يفصلهما شبه الدور Ta للإهتزازات المتخامدة. $\theta = \ln\frac{A(t)}{A(t+T_a)} = \delta T$

نعلم ان الحل من الشكل $x(t) = Ce^{-\delta t}\cos(\omega_a t + \phi)$:

نضع $A(t) = Ce^{-\delta t}$ حيث $A(t)$ هي سعة متناقصة و نكتب عبارة x(t) من الشكل $x(t) = A(t)\cos(\omega_a t + \phi)$



II/ الجانب التجريبي :

1- حقق الدارة في الشكل أدناه

2- أضبط مولد الإشارات على الدالة المربعة و تواتر f=35hz

3- خذ $R=500\Omega$, $L=0.5H$, $C=0.1\mu F$ لاحظ Vc(t) , ما هو النظام المتحصل عليه؟

4- إملأ الجدول أدناه في الحالات الثلاثة التالية :

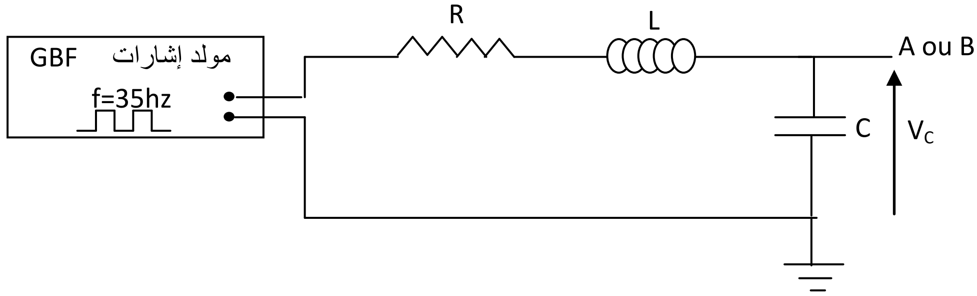
أ/ **سعة المكثفة متغيرة** و $R= 200\Omega$ و $L= 0.5H$ لاحظ الفرق بين القيم δ_{cal} و δ_{exp} ؟ لماذا؟ إستنتج تقريبيا المقاومة الداخلية للمولد و الوشيعة بحيث $R_T= R + (R_g+R_L)$.

ب/ **المقاومة متغيرة** و $C=0.1\mu F$ و $L=0.5H$ (مع الأخذ بعين الإعتبار المقاومة الداخلية للمولد و الوشيعة المحسوبة في السؤال السابق)

- ماهي المقاومة الموافقة للنظام الحرج عمليا (الإنتقال من النظام شبه الدوري إلى النظام اللادوري), ثم أحسبها نظريا

ج/ **الذاتية متغيرة** و $C=0.1\mu F$ و $R=100\Omega$.

5- ماهو إستنتاجك و خلاصتك العامة؟

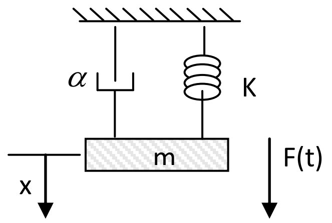


		$A(t)=c\,e^{-\delta t}$ (cm)	$A(t+T_a)$ (cm)	T_{aexp} (s)	$\delta_{exp}(s^{-1})$	T_{acal} (s)	$\delta_{cal}(s^{-1})$
C(µF)متغيرة R وL ثوابت	0.1						
	0.2						
	0.3						
	0.4						
	0.5						
R(Ω)متغيرة C وL ثوابت	100						
	300						
	500						
	700						
	900						
L(H)متغيرة C وR ثوابت	0.1						
	0.3						
	0.5						
	0.7						
	0.9						

العمل التطبيقي رقم 3: دراسة نظام قسري بدرجة حرية واحدة

الهدف من التجربة:

- دراسة الإهتزازات القسرية باستعمال التماثل الكهروميكانيكي.
- دراسة تغير سعة الإهتزاز بدلالة النبض الخارجي.
- دراسة تغير فرق الطور بتغير النبض الخارجي



I/ المبدأ النظري:

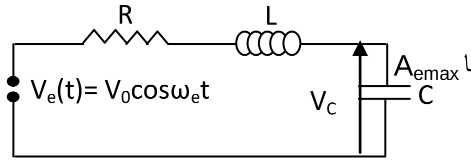
لتكن الجملة الكهروميكانكية الموضحة في الشكل المقابل المطلوب

1- أوجد المعادلة التفاضلية بدلالة $V_c(t)$

2- الحل في النظام الدائم $V_c(t)$

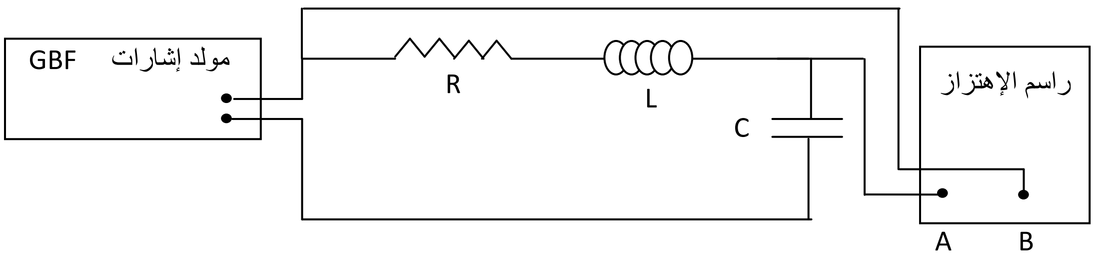
3- النبض الموافق للرنين السعوي و السعة العظمى الموافقة لها A_{emax}

4- أكتب عبارة $\sin\varphi$ (φ فرق الطور)



II/ الجانب التجريبي :

حقق الدارة في الشكل أسفله:



5- أضبط مولد الإشارات على الإشارة الجيبية بسعة 1.5 فولط

أ/ دراسة تغير السعة بدلالة النبض الخارجي

6- خذ $C=0.5\mu F$, $L=0.5H$, $R=100\Omega$

غير التواتر f و قس السعة A_e بواسطة كاشف الإهتزاز.

7- ضع النتائج في الجدول المقابل (**<u>مع تسجيل ω_e الموافقة للرنين</u>**).

8- قارن ω_e الموافقة للرنين النظرية و التجريبية؟ ما هو منبع الخطأ؟

f(Hz)	$\omega = 2\pi f$	Ae_{exp}	$Ae_{thé}$
100			
200			
250			
270			
280			
290			
300			
310			
320			
330			
350			
400			
450			
500			
600			

9- أرسم المنحنى البياني $A_e= f(\omega_e)$

10- أحسب معامل الجودة Q.

11- غير R لتصبح $R=300\Omega$, أعد نفس التجربة ثم أرسم المنحنى البياني $A_e = f(\omega_e)$ في نفس المعلم مع المنحنى الأول.

12- أحسب معامل الجودة Q بطريقتين .

13- قارن النتائج المتحصل عليها, ماهي خلاصتك ؟

ب/ دراسة تغير فرق الطور بدلالة ω_e .

نستعمل طريقة ليساجو:

- إذا كانت إشارة المولد هي
- $V_e(t) = V_0\cos\omega_e t$

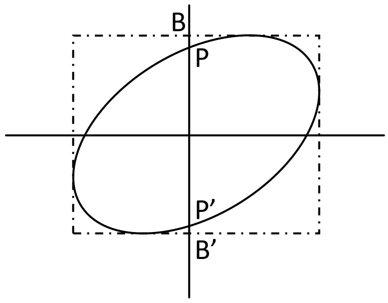
و فرق الكمون بين طرفي المكثفة هو $V_c(t) = A_e\cos(\omega_e t-\varphi)$

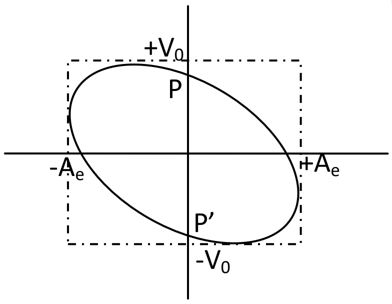
إذا درسنا إحدى الإشارتين بدلالة الأخرى أي :

- نضع $V_c(t)$ في إتجاه x و $V_e(t)$ في الإتجاه y

$$\frac{x^2}{A_e^2}+\frac{y^2}{V_0^2}-2\frac{xy}{A_eV_0}\cos\varphi=\sin^2\varphi$$

من البيان نرى تقاطع المنحنى مع محور التراتيب في P و P’





$$\varphi=\arc\sin\frac{PP'}{BB'}\ ....\ (1)$$

$$(2)........\ \varphi=\pi-\arc\sin\frac{PP'}{BB'}$$

$$x=0\Rightarrow\sin\varphi=\frac{y}{V_0}\Rightarrow y=V_0\sin\varphi$$

$$OP=OP'\Rightarrow PP'=2OP=2V_0\sin\varphi=PP'$$

$$\sin\varphi=\frac{PP'}{2V_0}=\frac{PP'}{BB'}$$

بالإعتماد على نفس التركيب السابق

نضع **$V_c(t)$** في CH1 و **$V_e(t)$** في CH2

- أحذف قاعدة الزمن على راسم الإهتزاز
- قس ’BB ثم غيّر f و قس ’PP ,(مع المحافظة على نفس سلم القياس على CH2) ثم أحسب φ
- ضع النتائج في الجدول المقابل و أرسم المنحنى البياني
- $|\varphi| = f(\omega_e)$
- ماذا تستنتج؟ و ماهي خلاصتك؟

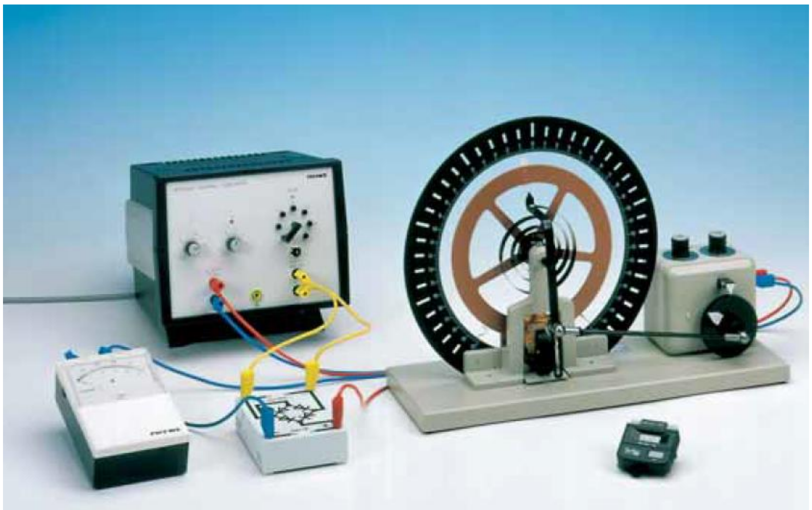
<u>هــــــــــام :</u>

إنتبه لتغيّر إتجاه دوران القطع الناقص في حساب فرق الطور

من العلاقتين (1) و (2).

BB’= cm			
f(Hz)	ω_e	PP’(cm)	φ
100			
200			
.			
.			
350			
400			
500			
600			

دراسة جملة ميكانيكية



لتكن جملة ميكانيكية كما في التركيب المقابل (الصورة)

يتكون التركيب من:

قرص دائري نحاسي قابل للدوران حول محور ثابت

نابض حلازوني متصل من ناحية بالقرص ومن ناحية أخرى بذراع متحرك

محرك كهربائي يلعب دور القوة الخارجية حيث يقوم بحركة دورانية متصل بذراع يمكن أن يجعل النابض يهتز وبالتالي الجملة, يمكن تغيير سرعة هذا المحرك بواسطة زرين.

وشيعتين متقابلتان يلعبان دور المخمد أثنا مرور تيار كهربائي فيهما, حيث يمر فيهما تيار مستمر ليتولد حقل مغناطيسي بينهما تتناسب شدته مع شدة التيار, يهتز القرص بين الوشيعتين, وأثناء حركة القرص النحاسي في حقل مغناطيسي تتولد فيه تيارات فوكو تتناسب مع سرعة القرص النحاسي مما يسبب قوة معيقة للحركة تتناسب شدتها مع سرعة الصفيحة أي أن شدة قوة المخمد تتناسب مع شدة التيار المارة في الوشيعتين وسرعة القرص.

كرونو متر: لقياس دور الحركة وإستنتاج تواتر القوة

مولد كهربائي: يغذي كل من المحرك الكهربائي والوشيعتين يمكن تغيير فرق الكمون وبالتالي زيادة ونقصان شدة التيار في الوشيعتين

آمبير متر: لقياس شدة التيار في الوشيعتين(تغيير المخمد)

العمل:

1- قم بتغير سرعة المحرك الكهربائي(تغيير نبض القوة الخارجية) وأملأ الجداول التالية لمختلف شدة التيار إبتداءا من I=0A .(عليك البحث على ننبض الرنين بدقة قدر الإمكان)

2- أرسم المنحنيات البيانيانية لتغير السعة بدلالة نبض القوة الخارجية $A(\omega_f)=f(\omega_f)$ لمختلف التيارات المختارة , في نفس المعلم

3- ماذا تلاحظ فيما يخص التوافق بين النظري والتجريبي؟

I=0 , I=.............................

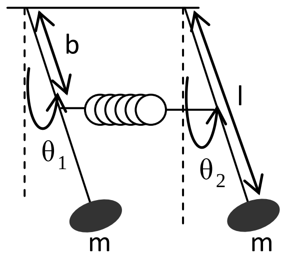
$T_f(s)$	$\omega_f(rad/s)=\dfrac{2\pi}{T_f}$	A

	ω_f (résonance)	

العمل التطبيقي رقم 4: دراسة الاهتزازات الحرة لنظام بدرجتي حرية

الهدف من التجربة :

- ملاحظة النبضيين الاساسيين للجملة
- ملاحظة ظاهرة الخفقان
- قياس النبض الذاتي للجملة
- قياس معامل الترابط



I- الدراسة النظرية :

الجملة الميكانيكية:

لتكن الجملة الميكانيكية في الشكل المقابلة

- عبارة دالة لاغـرانج للنظام:

$L = E_c - E_P$

$$E_c = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}_2^2 \quad و \quad E_p = \frac{1}{2}kb^2(\theta_2-\theta_1)^2 - mgl(\cos\theta_1 - 1) - mgl(\cos\theta_2 - 1)$$

في حالة الاهتزازات الصغيرة

$$\begin{cases}\sin\theta \simeq \theta \\ \cos\theta \simeq 1 - \theta^2/2\end{cases}$$

$$L = \frac{1}{2}(ml^2\dot{\theta}_1^2 + ml^2\dot{\theta}_2^2 - kb^2(\theta_2-\theta_1)^2 - mgl\theta_1^2 - mgl\theta_2^2)$$

و منه تصبح المعادلتين

$$\begin{cases}\ddot{\theta}_1 + (g/l)\theta_1 + (kb^2/ml^2)(\theta_1-\theta_2) = 0 \\ \ddot{\theta}_2 + (g/l)\theta_2 + (kb^2/ml^2)(\theta_2-\theta_1) = 0\end{cases}$$

$$\begin{cases}\ddot{\theta}_1 + w_0^2\theta_1 = \Gamma w_0^2\theta_2 \\ \ddot{\theta}_2 + w_0^2\theta_2 = \Gamma w_0^2\theta_1\end{cases}$$

نفرض الحلين كما يلي $\theta_1(t) = Ae^{j\omega t}$ et $\theta_2(t) = Be^{j\omega t}$ و $\ddot{\theta}_1(t) = -\omega^2\theta_1$ et $\ddot{\theta}_2(t) = -\omega^2\theta_2$

حيث

$$w_0^2 = \frac{mgl + kb^2}{ml^2} \text{...........et...............} \Gamma w_0^2 = \frac{kb^2}{ml^2}$$

يسمى Γ بمعامل الترابط وبالتعويض في المعادلتين السابقتين نجد قيم النبضين الطبيعيين وذلك بتعويض الحل المختار في المعادلتين التفاضليتين نجد

$$\begin{cases}(w_0^2 - w^2)A - \Gamma w_0^2 B = 0 \\ -\Gamma w_0^2 A + (w_0^2 - w^2)B = 0\end{cases} \quad (*)$$

لكي لا يكون الحل تافه لجملة المعادلتين يجب ان يكون $\Delta = 0$ ونتحصل على

$$\begin{cases}w_1^2 = w_0^2(1-\Gamma) \\ w_2^2 = w_0^2(1+\Gamma)\end{cases}$$

لاحظ أن w_1 لا يتعلق بثابت مرونة النابض

والحل الكلي يكون من الشكل:

$$\begin{cases}\theta_1(t) = A\cos(\omega_1 t + \varphi_1) + B\cos(\omega_2 t + \varphi_2) \\ \theta_2(t) = A\cos(\omega_1 t + \varphi_1) - B\cos(\omega_2 t + \varphi_2)\end{cases} \quad (**)$$

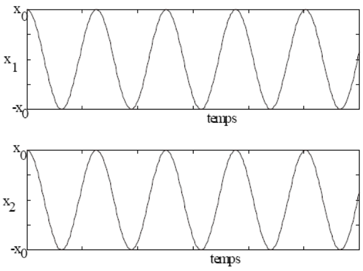
....

البحث عن أنماط الحركة تجريبيا :

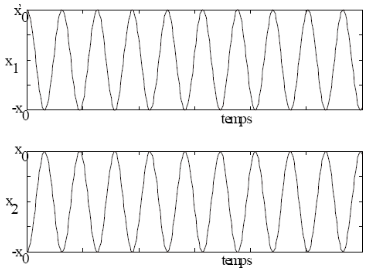
يتم إختيار الشروط الإبتدائية الموافقة لكل واحدة منها

1- **الإهتزاز بالنبض ω_0 :** نثبت إحدى الكتلتين في موضع توازنها خلال التجربة ونجعل الأخرى تهتز حرة سنلاحظ انها تهتز بنض ω_0

2- **النمط الأساسي الأول (الجملة تهتز بالنبض ω_1)** نأخذ الشروط الإبتدائية التالية $\begin{cases}\theta_1(0)=\theta_2(0)=\theta_0\\ \dot{\theta}_1(0)=\dot{\theta}_2(0)=0\end{cases}$ بإزاحة الكتلتين بنفس الزاوية وتركهما تهتزا حرتان , يكون الإهتزازين الناتجين على التوافق وبنفس السعة كما في الشكل المقابل , ولا يعاني النابض من أي تشوه وكانه غير موجود



3- **النمط الأساسي الثاني (الجملة تهتز بالنبض ω_2):** في هذه الحالة نزيح الكتلتين بنفس الزاوية ولكن في جهتي متعاكستين $\begin{cases}\theta_1(0)=-\theta_2(0)=\theta_0\\ \dot{\theta}_1(0)=\dot{\theta}_2(0)=0\end{cases}$ وترك الجملة تهتز حرة ونلاحظ ان الكتلتان تهتزان بنفس السعة ولكن على التعاكس كما في الشكل المقابل



4- ملاحظة ظاهرة الخفقان : نختار الشروط الإبتدائية كما يلي $\begin{cases}\theta_1(0)=\theta_0,,,,,,\theta_2(0)=0\\ \dot{\theta}_1(0)=\dot{\theta}_2(0)=0\end{cases}$ نثبت إحدى الكتلتين في موضع توازنها ونزيح الأخرى بإزاحة إبتداية ونتركهما تهتزا حرة و بتطبيقيها في المعادلتين (**)

نجد : $A=B=\dfrac{\theta_0}{2}.........et..........\varphi_1=\varphi_2=0$

$$\begin{cases}\theta_1(t)=\dfrac{\theta_0}{2}\left[\cos(\omega_1 t)+\cos(\omega_2 t)\right]\\[2mm] \theta_2(t)=\dfrac{\theta_0}{2}\left[\cos(\omega_1 t)-\cos(\omega_2 t)\right]\end{cases}$$

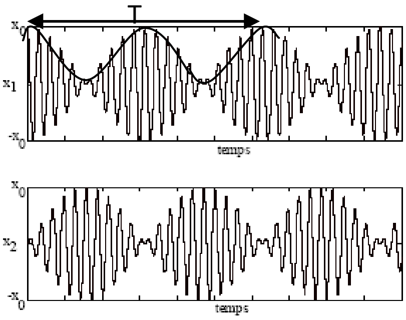
يمّكن إعادة كتابة المعادلتين على الشكل التالي:

$$\begin{cases}\theta_1=\theta_0\left[\cos(\dfrac{w_2+w_1}{2}t)\cos(\dfrac{w_2-w_1}{2}t)\right]\\[2mm] \theta_2=\theta_0\left[\sin(\dfrac{w_2+w_1}{2}t)\sin(\dfrac{w_2-w_1}{2}t)\right]\end{cases}$$

أثناء الحركة يهّتز كل نواس بنبض ω مساو إلى معدل النبضين الطبيعيين حيث : $\omega={(\omega_2+\omega_1)}/{2}$

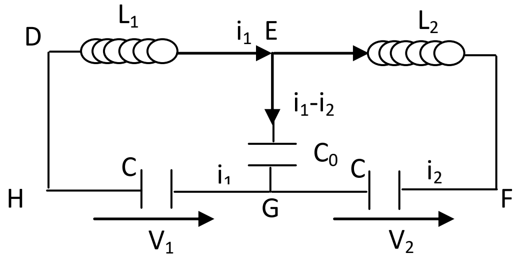
أمّا نبض الخفقان فيعطى بالمقدار $\omega_B={(\omega_2-\omega_1)}/{2}$

كما يوضح المنحنيان المقابلان



الجملة الكهربائية:

لتكن الدارة الكهربائية المكافئة لنواسين متماثلين و مترابطين بنابض في الشكل أدناه.



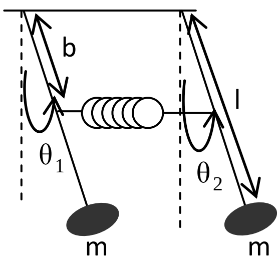
تكتب المعادلتين التفاضليتين إنطلاقا من قانون العروات من الشكل :

$$\begin{cases} \ddot{V}_{c1} + w_0^2 V_{c1} = \Gamma w_0^2 V_{c2} \\ \ddot{V}_{c2} + w_0^2 V_{c2} = \Gamma w_0^2 V_{c1} \end{cases}$$

أوجد عبارة كل من ω_0^2 و Γ معامل الترابط

تحدث ظاهرة الخفقان بين طرفي المكثفتين , ووبإستعمال نفس الطريقة المتبعة في الجملة الميكانيكية او بإستعمال التماثل الكهروميكانيكي نجد كل من V_{c1} و V_{c2}

$$\begin{cases} V_1(t) = \dfrac{V_0}{2}\left[\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)\right] = V_0 \cos(\dfrac{\omega_2 - \omega_1}{2})t.\cos(\dfrac{\omega_2 + \omega_1}{2})t \\ V_2(t) = \dfrac{V_0}{2}\left[\cos(\omega_1 t) - \cos(\omega_2 t)\right] = V_0 \sin(\dfrac{\omega_2 - \omega_1}{2})t.\sin(\dfrac{\omega_2 + \omega_1}{2})t \end{cases}$$



II-الدراسة التجريبية

1- الجملة الميكانيكية

- ليكن التركيب التالي :لا تنسى قياس المسافة b, b= …m
  l=0.84m , m=163g, k=3N/Kg,
  كتلة الساق= 133g,
  كتلة مكان ربط النابض=15g
- أكتب المعادلتين التفاضليتين دون إهمال أي كتلة ثم أحسب كل من ω_0, ω_1, ω_2 و Γ

النواسان على توافق :أزح النواسين في نفس الإتجاه ثم اتركهما بدون سرعة إبتدائية ثم قس زمن أربعة أدوار $(4T_1^{'})$ عدة مرات واستنتج (ω_1)

النواسان على تعاكس : أزح النواسين في الإتجاهين متعاكسين قس $4T_2^{'}$ عدة مرات واستنتج ω_2

قارن النتائج المتحصل عليها إلى ماذا تلاحظ.

ظاهرة الخفقان :

نزيح إحد النواسين بإزاحة صغيرة, ونثبت الآخر في موضع توازنه ثم نتركهما بدون سرعة إبتدائية لاحظ ظاهرة الخفقان ميكانيكيا

1- قس $\frac{1}{4}T_b$ و هو الزمن المستغرق من نقطة إنطلاق النوّاس المزاح إلى غاية توقفه.(إنعدام سعته) إستنتج $(\omega_2 - \omega_1)$.

2- قس زمن أربعة أدوار $4T$ عدة مرات و استنتج $(\omega_2 + \omega_1)$

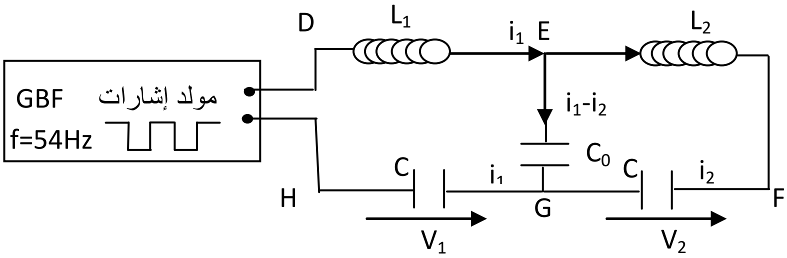
قياس النبض الذاتي:

قس $4\ T_0$ و هو زمن المستغرق خلال أربعة إهتزازات بتثبيت إحدى الكتلتين في موضع توازنها خلال كل التجربة وإزاحة الكتلة الأخرى بإزاحة إبتدائية وتركها تهتز حرة,استنتج النبض الذاتي ω_0 و معامل الترابط Γ.

- قارن بين T و T_0 ماذا تستنتج؟

2- الجملة الكهربائية

أنجز الدارة الكهربائية الموضحة في الشكل التالي:



ثبّت تواتر المولد $f = 54$ ضع $f = 108Hzz$ $L = 0.2H..;C_0 = 1\mu F..;C = 0.1\mu F.....;V_{pp} = 3V$

- ملاحظة ظاهرة الخفقان:

وصل V1 في القناة CH1 لاحظ V1(t) على الشاشة وأرسمها تقريبيا, إلي ماذا يعود تناقص السعة لقياس V2(t) وصل النقطة F بالقناة CH2 وأعكس إشارتها و اجمع القناتين(ضع القناتين علي نفس السلم)

أرسم المنحني البياني تقريبيا وقس كل من T_b و T واستنتج كل من $\frac{1}{2}(\omega_2 - \omega_1)$ و $\frac{1}{2}(\omega_2 + \omega_1)$

قارن النتائج النظرية و التجريبية

- قياس النبض الذاتي ω_0

اقطع الدارة في النقطة F, لاحظ علي الشاشة $V1(t)$, قس T_0 واستنتج ω_0

قارن النتائج النظرية و التجريبية

- قياس النبضيين الطبيعيين ω_1 , ω_2

لاحظ نظريا V_F حيث V_F=V1+V2, عبارة عن دالة جيبية نبضها ω_1

و V_{EG} حيث $V_{EG} = \frac{1}{C_0}(q_1 - q_2)$ عبارة عن دالة جيبيه نبضها ω_2

قياس ω_1: من القناة CH2 لاحظ V_F (t) علي الشاشة, قس دور الدالة $T_1^{'}$ واستنتج ω_1

قياس ω_2 : وصل E بالقناة CH2. ووصل G بالقناة CH1 وأجمع القناتين مع عكس إشارة CH2 و اختيار نفس السلم, قس دور الدالة $T_2^{'}$ واستنتج ω_2 وقارن النتائج النظرية و التجريبية

- أحسب معامل الارتباط Γ تجريبيا انطلاقا من ω_0, ω_1 و ω_2 . قارن النتائج النظرية مع التجريبية

- ضع جدول مقارنة لكل ما تم قياسه (تجريبيا-نظريا) وماهي خلاصتك العامة حول العمل التطبيقي.

$E_c = \frac{1}{2} J (\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2^2)$

$J = m\ell^2 + m_1 b^2 + \frac{7}{12} m_2 \ell^2$

$J = (m + \frac{7}{12} m_2)\ell^2 + m_1 b^2$

$E_p = -\overbrace{(mg\ell + m_2 g b + m_2 g \frac{\ell}{2})}^{A}(\cos\theta_1 + \cos\theta_2) + \frac{1}{2}Kb^2(\theta_1 - \theta_2)^2$

$\mathcal{L} = E_c - E_p$

$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}_1}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta_1} = 0$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}_1} = J\dot{\theta}_1 \; , \; \frac{d}{dt}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}_1} = J\ddot{\theta}_1$

$-\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta_1} = A \underset{\theta_1}{\underset{\parallel}{\sin\theta_1}} + Kb^2(\theta_1 - \theta_2)$

$\Rightarrow \begin{cases} J\ddot{\theta}_1 + (A + Kb^2)\theta_1 - Kb^2\theta_2 = 0 & (1) \\ J\ddot{\theta}_2 + (A + Kb^2)\theta_2 - Kb^2\theta_1 = 0 & (2) \end{cases}$

$\begin{cases} \ddot{\theta}_1 + \frac{A + Kb^2}{J}\theta_1 - \frac{Kb^2}{J}\theta_2 = 0 \\ \ddot{\theta}_2 + \underbrace{\frac{A + Kb^2}{J}}_{\omega_0^2}\theta_2 - \frac{Kb^2}{J}\theta_1 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} \ddot{\theta}_1 + \omega_0^2\theta_1 - (Kb^2/J)\theta_2 = 0 & (1) \\ \ddot{\theta}_2 + \omega_0^2\theta_2 - (Kb^2/J)\theta_1 = 0 & (2) \end{cases}$

$\theta_i = A_i e^{i\omega t}$

$\Rightarrow \begin{cases} (\omega_0^2 - \omega^2)A_1 - \frac{Kb^2}{J}A_2 = 0 & \text{I} \\ (\omega_0^2 - \omega^2)A_2 - \frac{Kb^2}{J}A_1 = 0 & \text{II} \end{cases}$

$\begin{cases} (\omega_0^2 - \omega^2)A_1 - (Kb^2/J)A_2 = 0 & \text{I} \\ -(Kb^2/J)A_1 + (\omega_0^2 - \omega^2)A_2 = 0 & \text{II} \end{cases}$

$\Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow (\omega_0^2 - \omega^2 - \frac{Kb^2}{J})(\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{Kb^2}{J}) = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} \omega_1^2 = \omega_0^2 - \frac{Kb^2}{J} = \ldots \\ \omega_2^2 = \omega_0^2 + \frac{Kb^2}{J} = \ldots \end{cases}$

1er mode

$\omega = \omega_1$

$\Rightarrow A_1 = A_2 = B_1 \Rightarrow \theta_1 = \theta_2 = B$

$\theta_1 = \theta_2 = B_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$

2ème mode

$\omega = \omega_2$

$\Rightarrow A_1 = -A_2 = B_2 \Rightarrow \theta_1 = -\theta_2$

$\theta_1 = -\theta_2 = B_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$

أما معامل الترابط لم يدرس وأعطيناه صيغة (Γ)!

$\begin{cases} \ddot{\theta}_1 + \omega_0^2\theta_1 - \Gamma\omega_0^2\theta_2 = 0 & (1) \\ \ddot{\theta}_2 + \omega_0^2\theta_2 - \Gamma\omega_0^2\theta_1 = 0 & (2) \end{cases}$

$\Rightarrow \boxed{\Gamma = \frac{Kb^2}{J\omega_0^2}}$

فكل موضع تثبيت النابض
حسب b.

l=84cm, m=163g , m2=133g,
m1=15g, K=3N/M