II- La théorie des probabilités « concept de base » : [2]

II.1- Concept des probabilités :

Le mot probabilité et fréquemment utiliser dans un sens approximative, qui veut dire qu'un événement a une bonne chance pour ce produit. Dans ce sens c'est une mesure qualitative. C'est important de réalisé qu'elle a une signification strictement technique, c'est une mesure scientifique de la chance, la probabilité définie quantitativement la vraisemblance d'un événement, mathématiquement c'est un index qui varie de zéro et l'unité respectivement impossibilité absolue et possibilité absolue comme représenter sur l'échelle des probabilités voire Fig.1

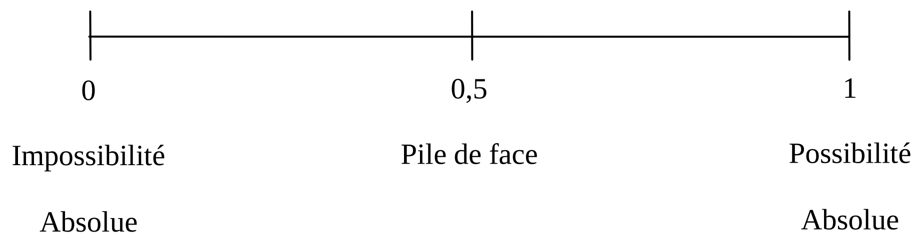


Fig. I-1 : échelle des probabilités

D'âpre la définition de la probabilité on trouve peu d'événements qui sont associée aux valeurs absolues (0,1).

II.1.1-Exemple :

Si un événement a une possibilité favorable de ce produire égale a : 0.7 (70%) ce la implique qu'il possède une possibilité défavorable de 0.3 (30%).

Règle : chaque événement possédé deux possibilité (2 indexes de probabilité) : favorable et défavorable, qui peuvent être calculé par les formule suivantes.

1. P(favorable) = $\frac{\text{nombre des possibilité favorable}}{\text{nombre toute despossibilité}}$

2. P(défavorable) = $\frac{\text{nombre des possibilité défavorable}}{\text{nombre toute les possibilité}}$

II.1.2-Exemple :

On considère une pièce : la probabilité d'avoir la face du dessin ou du numéro on jetant la pièce pour seulement une fois :

Face de dessin : Pfa= $\frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$

Face du numéro : Pfa=$\frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$

II.1.3-Exemple :

Considérant deux dés, la probabilité d'avoir un total égale a neuf (09) points pour une seul jeter des deux dés résulte en quatre possibilités favorables (3,6), (4,5), (6,3), (5,4) sur 36 cas possibles.

Pfa(9) = $\frac{4}{36}$

Pdéf(9)= $\frac{32}{36}$

II.2- Permutations et combinaisons:

II.2.1-généralité :

Dans les exemples précédents la probabilité de succès (favorable) et de l'échec (défavorable) était calculée par énumération de tous les résultats du système ou de l'événement. Pour les systèmes large 'nombre de résultats élevées'. Cette méthode peut être gênante, et fatigante, par conséquent elle sera le sujet d'erreur de calcule. Pour cella on introduit les concepts de permutation et combinaison.

Ils sont concerné par le nombre de façon dans les objets sont arrangé ou combiné : la permutation et relié a l'ordre de l'arrangement or que la combinaison ne l'est pas.

II.2.2-les permutations :

Le nombre de permutation de n différents objets est le nombre des différentes façon de les arrangés.

- nPn : l'arrangement concerne tout les 'n'objets.

- nPr : l'arrangement concerne seulement 'r' objets sur les 'n'objets.

ou r < n nPr= $\frac{n!}{(n-r)!}$

II.2.2.1-Exemple :

Considérant 3 lettre A, B, C on prenant les 3 en même temps :

$_3P_3 = \frac{3!}{(3-3)!} = \frac{3!}{0!} = \frac{2*3}{1} = 6$

a- Pf : pour qu'une lettre occupe la 1ére position → 2 résultat→ Pf= $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

II.2.2.2-Exemple :

Combien de façon on peut choisir 3 livres de 7 livres ?

Réponse : $_7P_3 = \frac{7!}{(7-3)!} = 7 * 6 * 5 = 210$ façons, qui explique que la probabilité d'un seul arrangement est de : 1/210. la loi de permutation repousse l'énumération de tous les arrangements possible du système. L'application du concept de la permutation n'est pas universel elle est applicable quand les trois conditions suivantes sont satisfais.

1. Touts les objets son différent,
2. Pas de restrictions concernent le position des objets et
3. Touts les objets sont utilisés une seule fois.

II.2.3-Combinaison :

Le nombre de combinaisons de (n) objets est le nombre de différentes sélections de 'r' objets sans tenir compte de l'ordre ou l'arrangement de l'objet dans le group, 'est la majeur différence entre les concepts permutation et combinaison.

nCr : combinaison de (r) éléments sur (n) éléments.

$$nCr = \frac{nPr}{r!}$$

II.2.4-comparaison :

Pour même système on a toujours nCr ≤ nPr.

n=4 ,7 r=1→n

Tableau-I-2-				
n	**4**		**7**	
r	**permutation**	**combinaison**	**permutation**	**Combinaison**
1	**4**	**4**	**7**	**7**
2	**12**	**6**	**42**	**21**
3	**24**	**4**	**210**	**35**
4	**24**	**1**	**840**	**35**
5			**2520**	**21**
6			**5040**	**7**
7			**5040**	**1**

II.2.5- Application dans l'évaluation de probabilité :

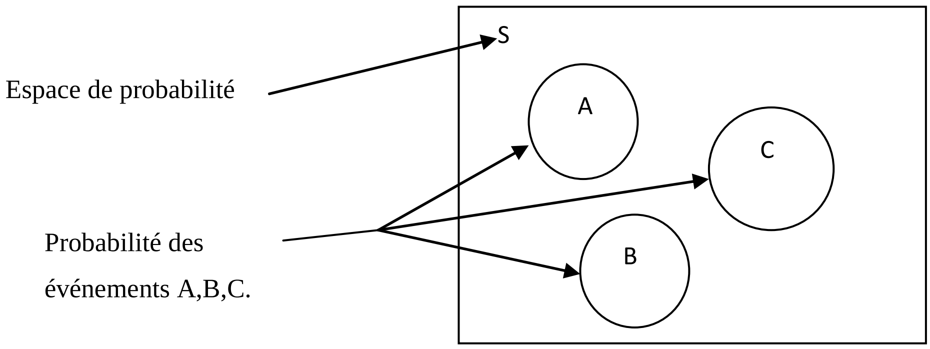
On pratique le concept de combinaison est utiliser beaucoup plus que celui de permutation, parce que généralement il est nécessaire de savoir qu'elles événements combinés ensemble pour qu'il y est un échec du système ou l'ordre 'permutation' n'est pas important.

II.3-Concepts pratiquent :

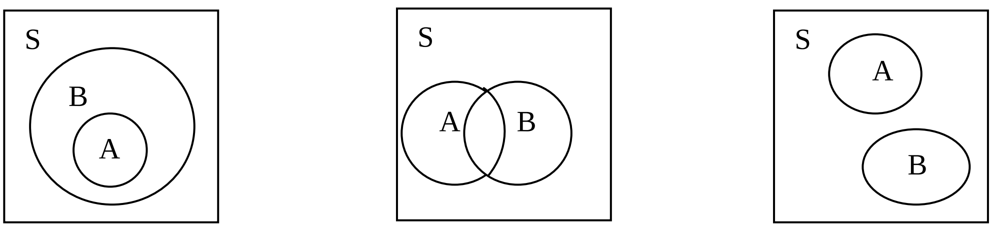
Dans la pratique d'ingénieur le calcule de la probabilité du résultat (favorable et défavorable) ne peut être trouvé par une simple connaissance géométrique, design ou mathématique du system. Dans ce cas on passe a l'expérimental (test); ex :'composant électronique'; dans les cas des systèmes plus coûteux 'station électrique' en fait une décomposition du système (nombre de composants) et par application des technique de calcule en trouve la probabilité du système entier.

II.4-diagramme de venn :

Il est utilisé dans le but de faire une combinaison des probabilités associées aux événements individuels, pour calculer la probabilité du système entier.



II.4.1-Exemple :



A : sous-ensemble de B

A et B chevauche partiellement

A et B Indépendant

II.5- Distribution des probabilités :

II.5.1- Variable aléatoire :

On pratique l'information sur le système n'est pas facilement disponible ; une série d'expérience doit être exécuté, ou une collection de données est construite dans le but de déduire une connaissance suffisante sur le comportement de système et cella pour l'évaluation de la fiabilité.

Cette détermination empirique des données est improbable pour conduire à une valeur (unique et précise) de probabilité. Au lieu de cela, une chaîne entière de valeur va émerger, pour que la théorie des probabilités soit applicable sur ce type de valeur qui se produit par chance et qui varient dans le temps et l'espace. Le taux de défaillance, le temps de réparation, sont des valeurs qui varie d'une manière aléatoire dans le temps et dans l'espace donc en manipule des variable aléatoire'. En trouve deux types de variable.

- Variable discrète : le jet d'une pièce ou d'un dé résultes dans un nombre finie de valeur (sorties).
- Variable continue : Les valeur de courant dans l'intervalle : [5 , 10] représente un nombre infinie de valeurs (sorties).

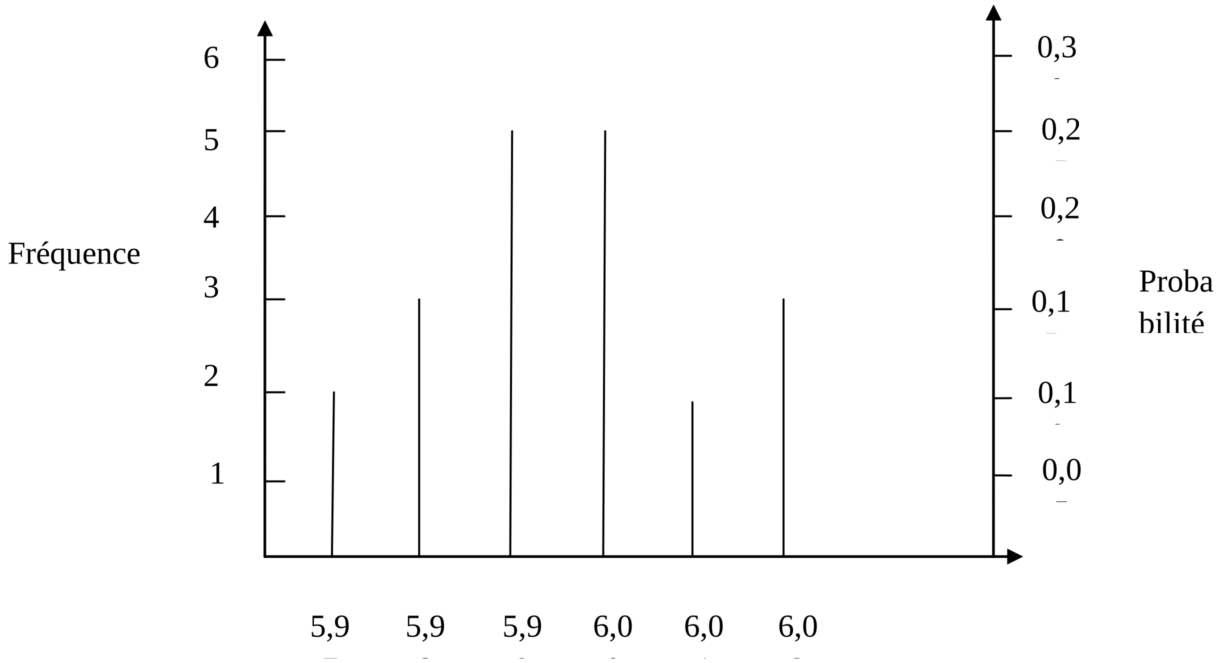
II.5.2- Densité et fonction de distribution :

Les données déterminées empiriquement et par des expérimentations spéciales, doivent être analysé est estimé pour être utiliser dans le calcul de la fiabilité. Cella est possible par utilisation des fonctions de densité des probabilités et fonctions de distribution des probabilités (cumul)

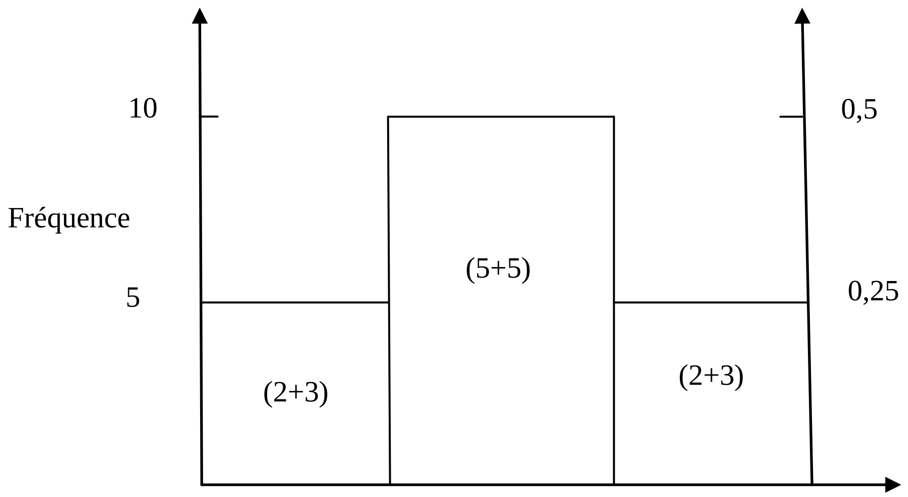
II.5.2.1-Exemple:

20 mesures d'un courant par un seul ampèremètre a donné les résultats suivante.

2(5,97), 3(5,98), 5(5,99), 5(6,00), 2(6,01), 3(6,02).



a):donnée séparés



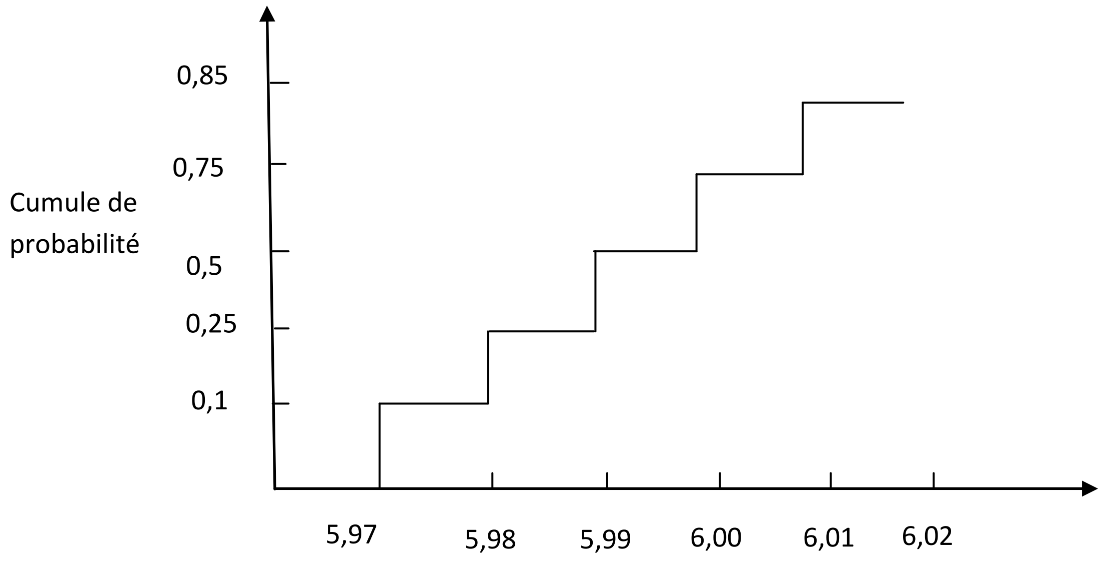
b) : données groupé

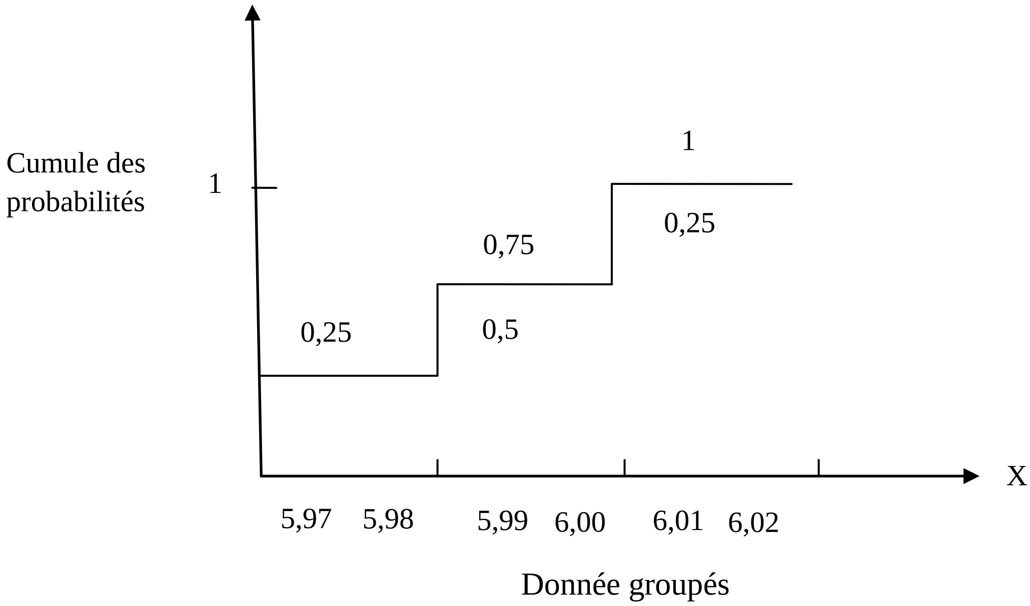
P(5,97)= $\frac{2}{20} = 0{,}1$ c'est la probabilité de (5,97) ou du group de mesures

20 : c'est le nombre de mesures.

P(5,97)= $\sum(\frac{2}{20} = 0{,}1, \frac{3}{20}, \frac{5}{20}, \frac{2}{20}, \frac{3}{20}) = 1$ (figure a)

$\sum(0{,}25 * 2 + 0{,}1) = 1$ (Figure b).

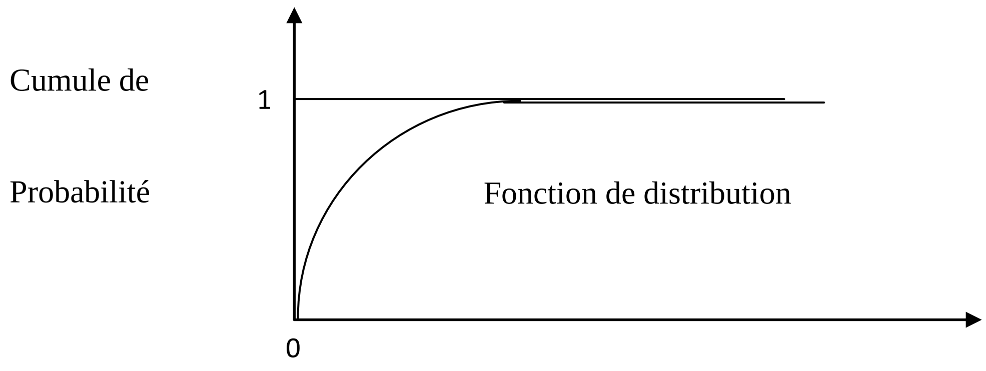


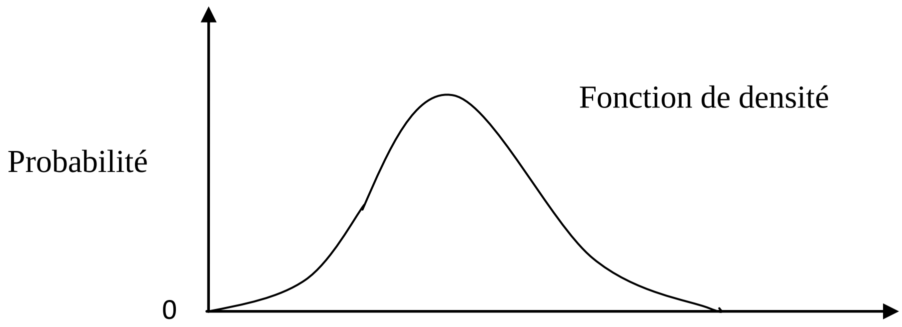


Lorsque :

$P(x)=\sum_{i=1}^{n} P_i(x)$.

Avec des variables continue les résultats seront des fonctions continue.





On pratique on trouve que les valeurs aléatoire suivant une distribution permit un nombre de fonction standard : fonction de distribution :

Pour les systèmes variable aléatoire discrète : binomiale, poisson et en cas générale : normal, log normal, exponentielle, wiebull, gamma, ray Leigh.

II.5.3-Espérance mathématique:

On pratique il est utile de prédire le comportement aléatoire du système, utilisant un ou plusieurs paramètre au lieu des fonctions de distribution des probabilités.

La valeur attendue et la valeur moyenne.

$$\text{Vmoy} = \frac{1}{20}(5{,}97 + 5{,}97 + 5{,}98 + 5{,}98 + 5{,}98 + 5{,}99 + 5{,}99 + 5{,}99 + 5{,}99 + 5{,}99 + 6{,}00 + 6{,}00 + 6{,}00 + 6{,}00 + 6{,}00 + 6{,}01 + 6{,}01 + 6{,}02 + 6{,}02 + 6{,}02)$$

$$\text{Vmoy} = 5{,}97 * \frac{2}{20} + 5{,}98 * \frac{3}{20} + 6{,}99 * \frac{5}{20} + 6{,}00 * \frac{5}{20} + 6{,}01 * \frac{2}{20} + 6{,}02 * \frac{3}{20} = 5{,}9955.$$

$E(x) = \sum x_i\, p_i \approx$ fréquence de probabilité.

II.5.4- Variance :

$$V(x) = E(x^2) - E^2(x)$$

$$\Rightarrow V(x) = \textstyle\sum_i^n x^2 p_i - E^2(x_i)$$

II.5.4.1-Exemple :

$$V(x) = 5{,}97^2 * \frac{2}{20} + 5{,}98^2 * \frac{3}{20} + 5{,}99^2 * \frac{5}{20} + 6{,}00^2 * \frac{5}{20} + 6{,}01^2 * \frac{2}{20} + 6{,}02^2 * \frac{3}{20} - 5{,}9955^2 = 2{,}248 * 10^{-4}$$

$V(x) \approx 0 \Rightarrow$ la dispérance entre les mesure est petite.

III-Distribution binomials et leur application :

III.1-Concepts de la distribution binomiale :

Essentiellement la distribution binomiale est associée au problème combinatoire, discuté antérieurement.

Beaucoup de problèmes peuvent être évalué facilement on utilisant la distribution binomiale. Pour commencer on doit faire une liaison entre le type combinatoire des problèmes et la distribution binomiale.

Considérant de nouveau un seul coup de pile ou face, les sorties possible sont (P) et (F) donc P(F)=P(P)=1/2]. On peut exprimer les sorties sous la forme:

$P(H)+P(P) = [P(H)+P(P)]^1$.

Considérant maintenant « 2 »coups les sorties possible seront : (PP), (FF), (PF), (FP), la permutation n'est pas importante donc on a (PP), (FF), 2(PF) ce qui donné

$P(P).P(P)+2P(P).P(F)+P(F).P(P) = P^2(P) + 2P(P).P(F) + P^2(F) = [P(P) + P(F)]^2$

Notes : P(A et B)=P(A).P(B)

P(A ou B)=P(A)+P(B).

Considérant 3 coups de pile ou face :

$$P^3(P) + 3P^2(P).P(F) + 3\big(P(P).P^2(F)\big) + P^3(F) = [P(P) + P(F)]^3.3(PFF)$$

Le coté gauche de l'équation indique toutes les sorties possible, le nombre des combinaisons, et la probabilité de chaque sortie.

III.1.1-Exemple :

$P^2(P) + 2P(P).P(F) + P^2(F)$.

$P^2(P)$: 2 piles.

$2P(P).P(F)$: 2 combinaisons de P et F : (PF) et (FP).

$P^2(F)$: Probabilité de la combinaison.

Le coté droit de l'équation indique l'expression conventionnelle binomiale, ou la puissance de l'expression $[P(P) + P(F)]^2$ représente le nombre d'exécution de l'expérience 'test'.

Si on considère que le résultat pile et favorable et le résultat face et défavorable. L'expression binomial de vient plus générale et le concept sera lier au concept de la fiabilité et l'expression binomial sera : $(p+q)^n$, ou q=1-p.

p: probabilité de succès.

q: probabilité de l'échec.

III.2-Propriétés des distributions binomiale :

Pour que l'équation de la distribution binomiale soit applicable quatre condition doive être réaliser:

1. n : doit être constant.
2. Seulement 2 sorties sont possible et p+q=1.

3. Les valeurs de p et q sont constante pour le même système.

4. Tous les essais sont indépendants.

III.2.1- coefficient Binomial :

Méthode triangle de pascales :

$$
\begin{array}{ccccccccccccc}
 & & & & & & 1 & & & & & & \\
 & & & & & 1 & & 1 & & & & & \\
 & & & & 1 & & 2 & & 1 & & & & \\
 & & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & & \\
 & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & & \\
 & 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 & \\
1 & & 6 & & 15 & & 20 & & 15 & & 6 & & 1
\end{array}
$$

III.2.1.1Exemple :

$(p+q)^1 = p^1+q^1$

$(p+q)^2 =1.p^2+2.p.q+1.q^2$

IV-Modélisation et évaluation des systèmes simples :

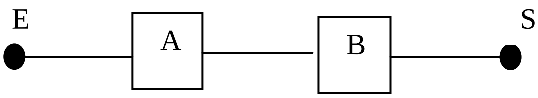
a-système série :

Un système et dit série du point de vue fiabilité si tout les éléments du système doivent être opérationnel “système fonctionnelle“ et seulement la panne d’un élément implique la panne de tout le système.

b-système parallèle :

Un système et dit parallèle du point de vue fiabilité si tout les éléments du système doivent être on panne causant la panne de tout le système , et le système est fonctionnel si seulement un élément est fonctionnel.

IV.1 Système série :



R : probabilité du succès

Q : probabilité d'échec

$R_A+Q_A=1$, $R_B+Q_B=1$

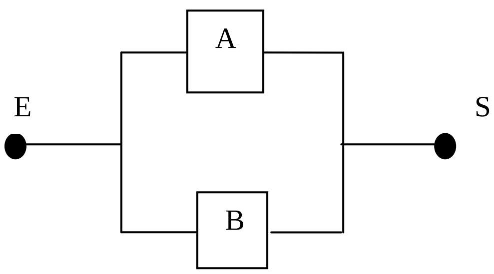
Sucée (système) → A et B sont fonctionnel

→ $R_S = R_A + R_B$

Pour n éléments $R_S = \prod_{i=1}^{n} R_i$

$Q_S = \prod_{i=1}^{n} R_i$.

IV.2 Système parallèle :



$Q_A = 1 - R_A \quad , \quad Q_B = 1 - R_B$

$R_p = 1 - Q_A Q_B = R_A + R_B - R_A . R_B$

⇨ Pour n éléments

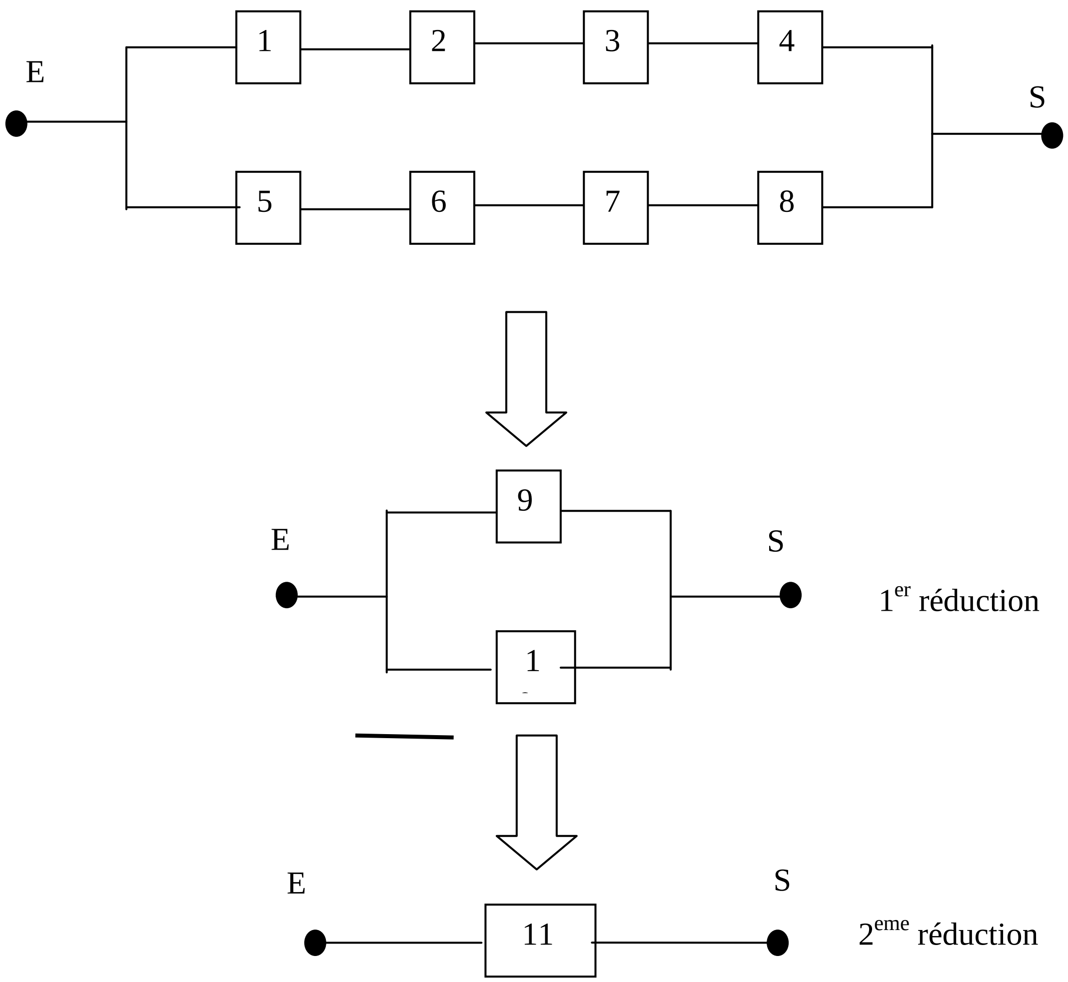
$R_p = 1 - \prod_{i=1}^{n} Q_i$

Aussi

$Q_p = Q_A . Q_B$

$Q_p = \prod_{i=1}^{n} Q_i$

IV.3 Système série –parallèle :



1er réduction

2eme réduction

$R_9 = R_1.R_2.R_3.R_4$

$R_{10} = R_5.R_6.R_7.R_8$

$R_{11} = 1 - (1 - R_9)(1 - R_{10})$……………Système (11)

V.Modélisation et Evaluation des systemes complex :

V.1 Concepts de Modélisation et l'Evaluation :

Les méthodes discuté précédemment sont limitées aux systèmes ayant une structure série et parallèle (simple), autre systèmes n'ont pas cette structure simple, c'est systèmes présente une certain complexité. Dans ce cas, les méthodes de Modélisation ainsi l'évaluation seront différente de celle utilisée pour les systèmes simple. La structure du «système-pond » est le système le plus fréquemment utilisé pour la démonstration des techniques des systèmes complexes. Ce type de circuit est souvent rencontré dans divers application d'ingénieur.

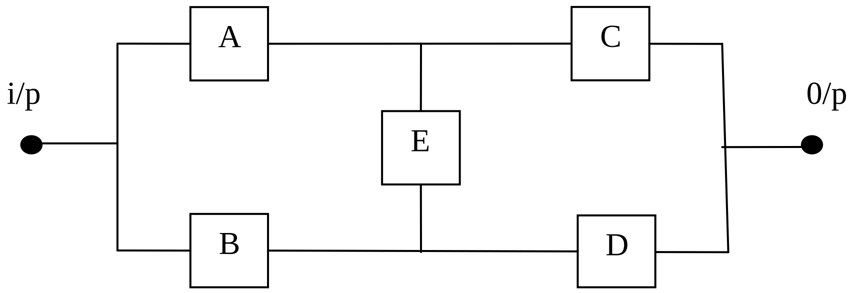


Fig. I- 2 : système « type –pond ».

C'est visible que les connections ne sont pas du type simple "série, parallèle " il y a un membre de méthodes disponible pour l'évaluation de ce type de circuit; voire méthode des sous-ensemble, matrice de connexion, arbre d'événement, …etc.

L'application de ces méthodes, simplifie le système complexe dans une structure simple « série-parallèle » qui veut dire une transformation de la logique du fonctionnement ou de la topologie du système. Les méthodes appliquées a ce type de système sont similaire du point de vue concept. La différence est la présentation formulaire, ou la logique de la méthode. Ces méthodes aussi sont applicables au système simple.

V.2- méthode des sous-ensembles :

Cette méthode peut être simulée par ordinateur, et les sous-ensembles identifient directement la manière dont le système doit être en panne.

V.2.1-Définition :

Un sous-ensemble est l'ensemble des éléments causant la panne direct de tout le système.

V.2.2-Exemple:

Prenant le circuit du pond:

Tableau-I-3-					
Eléments chemins	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
1	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**
2	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**
3	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**
4	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**

Les sous-ensembles:

1^{er} Ordre 0

2^{eme} Ordre AB, CD

3^{eme} Ordre ABC, ABD, ABE, ACD, ADE, BCD, BCE, CDE

On éliminé le sous-ensemble (2^{eme}ordre) des sous-ensembles (3^{eme}ordre)

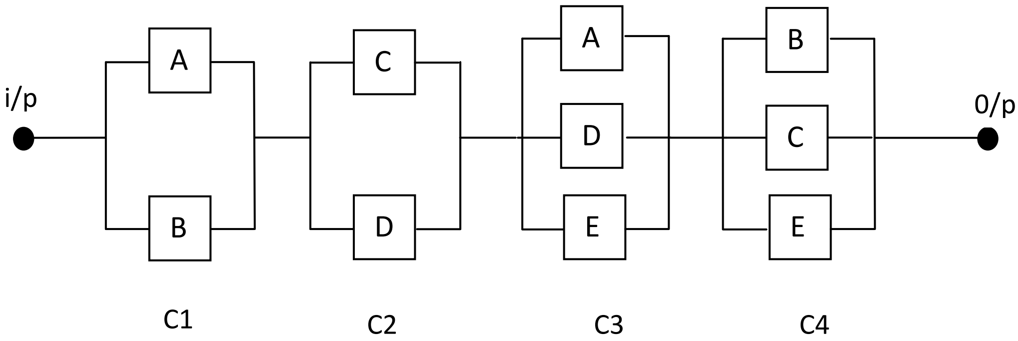
$\Longrightarrow$ (3^{eme}Ordre) : ADE, BCE

D'après la définition des sous-ensembles on déduit que les éléments des sous-ensembles sont connecter on parallèle "A et B" doivent être on panne pour que le système et en panne.

$\Longrightarrow$ (A∕∕B)]

$\Longrightarrow$ $Q_{(A//B)} = Q_A.Q_B$ et $R_{(A//B)} = 1 - Q_A.Q_B$

Ainsi : le circuit peut être transformé au diagramme



Sous-ensemble de l'exemple.

Donc : $Q_S = Q_A.Q_B + Q_C.Q_D + Q_A.Q_D.Q_E + Q_B.Q_C.Q_E$

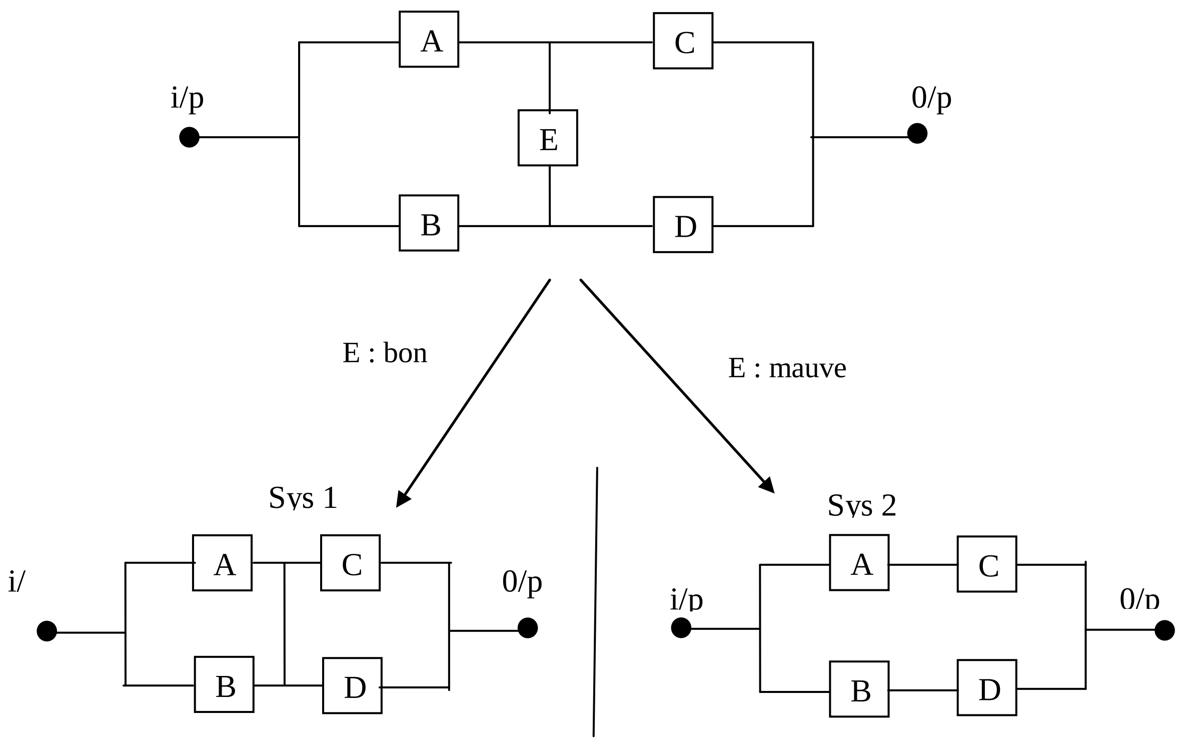
$R_S = 1 - Q_S.$

V.3-probabilité conditionnel :

Cette méthode est basé sur la transformation séquentiel du circuit on sous-circuit procédons des structure simple : série - parallèle. A la fin ont fait une combinaison des probabilités des sous –système, ont utilisant la théorie des probabilités conditionnel.

P (système : sucée ,échec) = P(Sys, sucée où échec, si X est bon) . P(X est bon)

+ P(Sys, sucée où échec, si X est mauve) . P(X est mauve)



Sous-division du système.

Note : autre système peuvent être division plusieurs foi pour l'obtention d'une connexion simple (série –parallèle).

Utilisant R au lieu de Q :

$R_S = R_S(\text{si: E bon}).P(\text{E bon}) + R_S(\text{si: E mauve}).P(\text{E mauve})$

$R_S = R_{sys1}.R_E + R_{sys2}.Q_E$

Si E bon : $R_{sys1} = (A//B)\text{serie}(C//D)$

$R_{sys1} = (1 - Q_A.Q_B)(1 - Q_C.Q_D).$

Si E mauve :$R_{sys2} = AC//BD = 1 - Q_{AC}Q_{BD}$

$R_{sys2} = 1 - (1 - R_A R_C)(1 - R_B R_D)$

Si Ri=R

Alors : $Rsys=2R^2+2R^3-5R^4+2R^5$

VI-Distribution des probabilités dans l'évaluation de la fiabilité :

VI.1-Concepts:

On pratique les paramètres normalement associer à la fiabilité sont décrites par les distributions des probabilités cela peut être expliqué par considéré que tout les éléments du même type « construction, fabrication, et condition d'opération. » ne seront pas en état d'échec après la même période de temps. Mais les défauts se produiront à des différentes périodes dans le future.

Si la construction ou les conditions d'opération changent ou le fabriquant n'est pas le même, la distribution qui décrive le temps jusqu'à l'échec va changé elle aussi donnant de nouvelle valeur à la probabilité de l'élément et du système, et c'est la même chausse pour le temps de réparation des éléments qui apparais être constant, il varie aussi suivant une certain distribution.

VI.2-Terminologie des distributions :

-la fonction de cumule des probabilités varie $0^{\min} \rightarrow 1^{\max}$ et la variable aléatoire varie du : min $\longrightarrow$ max (exemple des mesure de courant).

-cette variation et discrète pour les variable discret est elle est continue pour les variable continue.

-dans l'évaluation de la fiabilité, la variable aléatoire est toujours le temps.

-a t = 0 probabilité de (élément) = 0 i.e : il est fonctionnel.

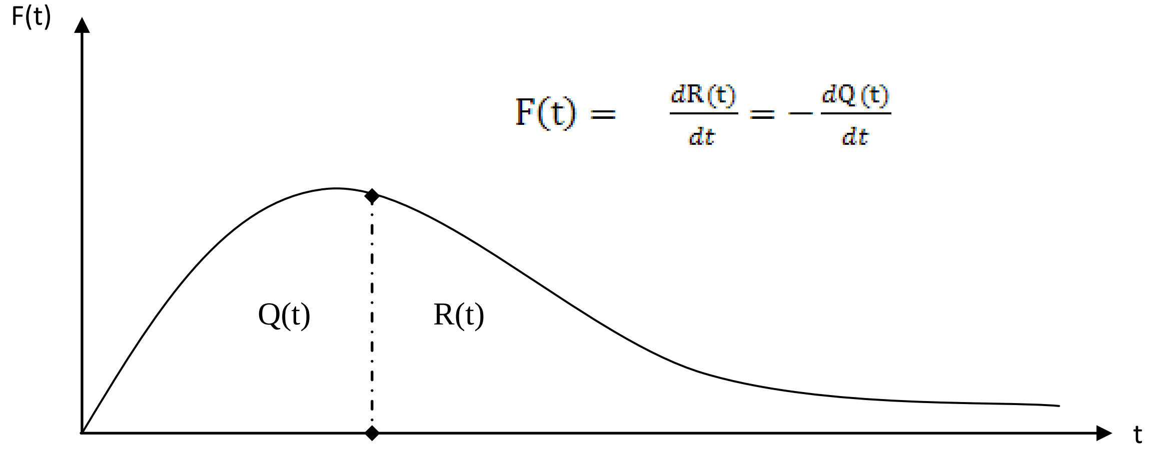
-a t $\longrightarrow \infty$ la probabilité (élément) tend verd 1(unité).car l'élément ou le système a un moment donné va tomber en panne.

-cette caractéristique est équivalente a la fonction de cumule des probabilités .et en même temps c'est une mesure de la probabilité d'échec en fonction du temps ou en fonction d'autre variable qui peuvent être considéré.

- dans la terminologie de la fiabilité cette fonction est : la fonction de distribution des cumule d'échec ou distribution des cumule, désigne par Q(t).

-on pratique il est nécessaire d'évalué la duré de vie du système et non pas la probabilité d'échec. Cette fonction est le complément de Q(t) ;(le complément de la distribution de l'échec) cette fonction Nommé : fonction de distribution de survie.

R(t)=1-Q(t)   : complément de Q(t).

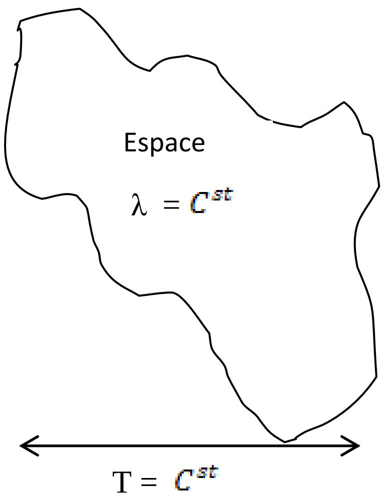


-fonction Générale de fiabilité :

-Evaluation de la fonction de fiabilité :

-Distribution de poisson :

-Elle représente la probabilité d'un événement isolé qui ce produire un membre spécifique de fois dans un intervalle de temps donné ou en espace, dont le hasard de production « λ » est constant dans le temps et l'espace.



Not : une production par chance.

-Clc : particulier uniquement la production de l'événement est compté (différence entre elle est binomial).

VI.2.1--Exemple :

nombre de défaut d'un système / temps est C^{st}

nombre d'appels téléphonique / temps est C^{st}

$$P(t) = \frac{(\lambda.t)^x.e^{-\lambda t}}{x!}$$

λ : La fréquence de production (défaut / année).

X : nombre de défaut.

VI.3-Exemple :

-un câble : 0,5 défaut/année *100Km

- on considère : 10 km

Trouver la probabilité 0. 1. 2 défauts dans 20 ans (période)

et la probabilité 0. 1. 2 défauts dans 40 ans (période)

$$\lambda = \frac{0{,}5}{100Km\,/10Km} = 0{,}05 \text{ défaut/année}$$

Pour : 20 ans

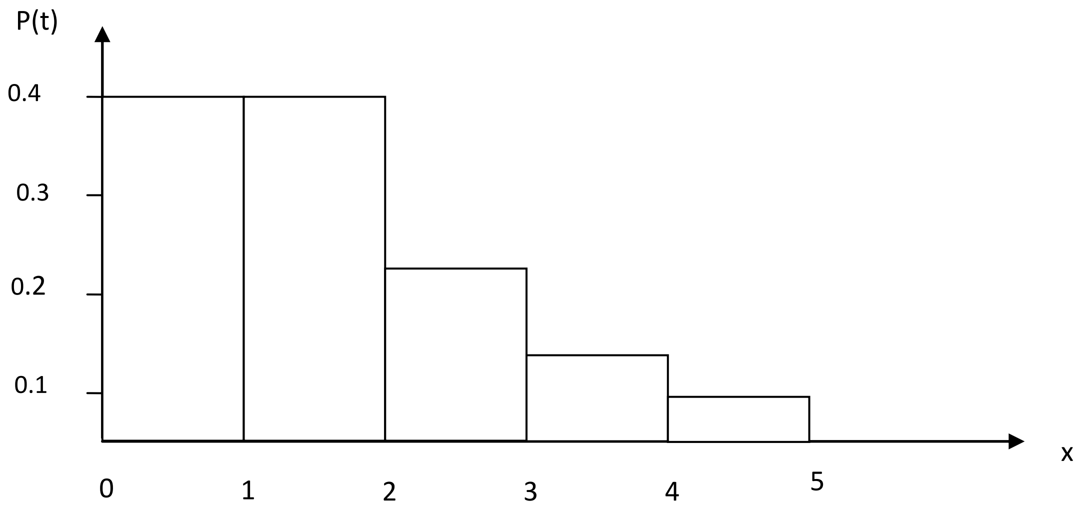
$$E(x) = \lambda * t = 0{,}05 * 20 = 1$$

$P(t) = \frac{(\lambda t)^x.e^{-\lambda t}}{x!} = \frac{1^x.e^{-1}}{x!}$ Pour x= 0 .1 .2

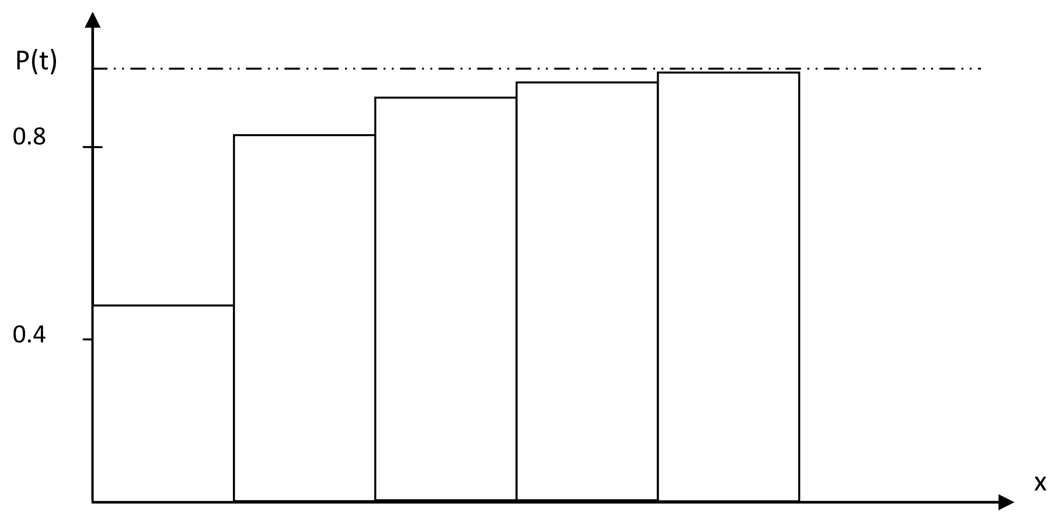
Pour : 40 ans

$$E(x) = \lambda * t = 0{,}05 * 40 = 2$$

$P(t) = \frac{(\lambda t)^x.e^{-\lambda t}}{x!} = \frac{2^x.e^{-2}}{x!}$ Pour x= 0 .1 .2



- Distribution de probabilité -

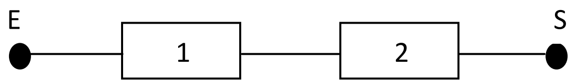


- Cumule -

VII-Evaluation de la fiabilité en utilisant les distributions :

VII.1-système série :

En utilisant la distribution en potentiel



$R_S = R_1.R_2$

$R_S(t) = R_1(t).R_2(t)$

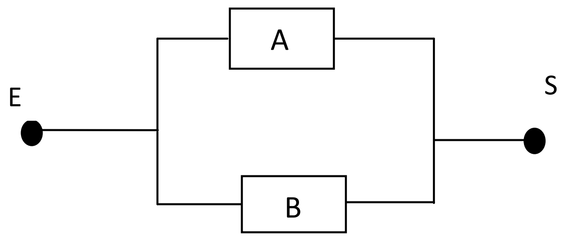
$R_S(t) = e^{-\lambda_1}.e^{-\lambda_2} = e^{-(\lambda_1+\lambda_2)}$

Pour n élément :$R_S(t) = e^{\sum -(\lambda_i)t}$

$Q_S(t) = 1 - e^{\sum -(\lambda_i)t}$

Avec λ :taux de défaillance.

VII.2-système parallèle :



$Q_P(t) = Q_1(t).Q_2(t)$ et $R_P(t) = 1 - Q_1(t).Q_2(t)$

avec $R(t) = e^{-\lambda t}$

$R_P(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right)\left(1 - e^{-\lambda_2 t}\right)$

Pour n éléments : $R_P(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n}\left(1 - e^{-\lambda_i t}\right)$

$Q_P(t) = \prod_{i=1}^{n}\left(1 - e^{-\lambda_i t}\right)$

Pour n éléments identique :$R_p(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda_i t})^n$

VII.3-Exemple :

6 : transistors $\lambda_t = 10^{-6}$ défaut/année.

4 : diodes $\lambda_d = 0{,}5.10^{-6}$ défaut/année.

Trouver la fiabilité dans une période de 1000h.

$\lambda_{t6} = 6.10^{-6}$ d/an et $\lambda_{d4} = 2.10^{-6}$ d/an

VII.3.1-système série :

$R_{sys} = e^{-(6+2).10^{-6}.t}$

Pour (t=1000h) : $R_{sys}(1000h) = e^{-(6+2).10^{-6}.(1000)}$

$R_{sys}(1000h) = e^{-8.10^{-2}} = 0{,}992$

VII.3.2-système parallèle :

$R_{sys} = 1 - \left(1 - e^{6.10^{-6}t}\right)\left(1 - e^{2.10^{-6}t}\right)$

Pour (t=1000h) : $R_{sys}(1000h) = R_{sys} = 1 - \left(1 - e^{6.10^{-2}}\right)\left(1 - e^{2.10^{-2}}\right)$

VII.4-Exemple :

Un système à 4 unités identiques λ=0.1 d/an

-évaluation la probabilité de système suivant : 0.5année, 5années

Si : au moins deux unité sont opérationnels pour le système fonction.

Solution :

-on utilisant la distribution binomiale :

$[R(t) + Q(t)]^4 = R(t)^4 + 4R(t)^3Q(t) + 6R(t)^2Q(t)^2 + 4R(t)Q(t)^3 + Q(t)^4$

- Deux unités au minimum sont opérationnelles :

$$\underbrace{R(t)^4 + 4R(t)^3Q(t) + 6R(t)^2Q(t)^2}_{\text{Deux unités opérationnelles}} + 4R(t)Q(t)^3 + Q(t)^4$$

-on appliquant la distribution exponentielle :

$$R(t)_{sys} = e^{-4\lambda t} + 4e^{-3\lambda t}(1 - e^{-\lambda t}) + 6e^{-2\lambda t}(1 - e^{-\lambda t})^2$$

Pour : λ=0.1 d/an et t=0.5année $R(t)_{sys} = 0{,}9996$

Pour : λ=0.1 d/an et t=5années $R(t)_{sys} = 0.8282$

VII.5-Remarque :

-si les unités sont non-identiques

$$[R_1(t) + Q_1(t)].[R_2(t) + Q_2(t)].[R_3(t) + Q_3(t)] \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots [R_n(t) + Q_n(t)]$$

Si les éléments ne sont pas identiques

$[R(t)+Q(t)]^n \longrightarrow [R_1(t)+Q_1(t)]*[R_2(t)+Q_2(t)]*\dots\dots\dots[R_n(t)+Q_n(t)]$. (n éléments).

VIII- Quelques définitions :

VIII.1-Qualité :[3]

Degré (ou mesure) avec lequel un produit convient aux besoins du client. La qualité totale est fonction de la qualité du projet, qui mesure la valeur intrinsèque du projet par rapport aux besoins du client, et de la qualité de fabrication, qui mesure la fidélité avec laquelle le produit fabriqué est conforme au projet.

VIII.2-Fiabilité :[4]

La fiabilité est la probabilité pour qu'un appareil remplisse une fonction donnée sans défaillance pendant un temps donné dans des conditions d'emploi et d'environnement données. Nous la désignerons par R (t).

Dans cette définition, appareil peut désigner des objets de complexité variable: simples composants (bougie d'allumage, arbre de transmission, transistor, etc.) ; organes de complexité moyenne (moteur, boîte de vitesses, amplificateur, etc.); ensembles extrêmement complexes (systèmes d'armes comprenant des missiles, des radars de tir, des radars de détection, des équipements de transmission de voies téléphoniques, etc.).

Nous admettrons par la suite que le temps est la variable principale dont dépend la fiabilité. Pour certains appareils, il peut être plus normal de prendre une autre variable : nombre de cycles d'ouverture-fermeture pour un relais, nombre de tours pour un moteur, nombre de kilomètres pour une voiture, etc.

On donne très souvent aussi au mot fiabilité un sens plus général pour exprimer l'aptitude d'un dispositif à fonctionner jusqu'à un instant donné, la confiance que l'on a dans son bon fonctionnement ou la discipline qui regroupe toutes les méthodes pour acquérir cette confiance.

VIII.3-Défaillances :[3]

Une défaillance - failure - est la cessation de l'aptitude d'une entité à accomplir une fonction requise, qui passe dans l'état de panne.

VIII.4-MTTF :

Le MTTFF (Mean Time To First Failure), moyenne des temps de bon fonctionnement avant la première défaillance est défini par :

$$\mathrm{MTTFF} + \int_0^\infty tF(t)\,dt = \int_0^\infty R(t)\,dt$$

VIII.7-Maintenabilité :

Caractéristique d'un système réparable mesurée par la probabilité qu'un système en panne soit remis en état dans un délai maximal donné, lorsque l'entretien et la réparation sont faits dans des conditions spécifiées.

VIII.8-Disponibilité :

Caractéristique d'un système réparable mesurée par la probabilité que le système fonctionne correctement à un instant quelconque, lorsqu'il est utilisé et entretenu dans les conditions spécifiées.