

TD 3 : LES HEURISTIQUES POUR L'OPTIMISATION

Exercice 1 - Le problème du sac à dos

On dispose de n objets ayant chacun un poids a_j et un coût c_j ($j = 1, \dots, n$). Il faut effectuer une sélection, déterminer un sous ensemble de n objets, dont le poids total soit inférieur ou égal à un nombre donné et dont la valeur, somme des valeurs des objets sélectionnés, soit maximum.

Déterminer $J \subset \{1, 2, \dots, n\}$

$$\sum_{j \in J} c_j \text{ soit maximum sous la contrainte } \sum_{j \in J} a_j \leq b$$

On cherche à maximiser l'utilité totale de son chargement tout en limitant son poids.

1. Formuler ce problème comme un problème d'optimisation?
2. Déterminer la classe de complexité de ce problème?

Exercice 2 - Affectation produits-machines

Un atelier contenant m machines ($i = 1, \dots, m$) doit fabriquer n produits ($j = 1, \dots, n$). Chaque produit j peut ou bien être entièrement fabriqué par la machine i ou bien il ne peut pas l'être. On appelle a_{ij} le temps pris par la machine i pour fabriquer le produit j .

b_i : le temps total de travail de la machine i .

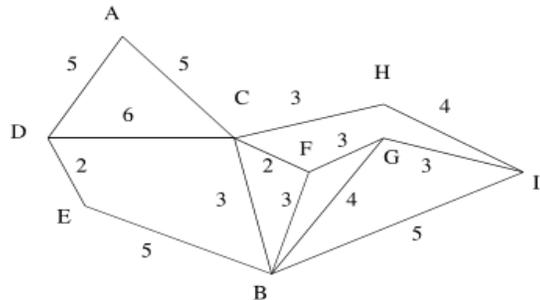
c_{ij} : le coût de fabrication du produit j par la machine i . On cherche l'affectation des produits aux machines minimisant le coût total.

- Formuler ce problème comme un problème d'optimisation?

Exercice 3 -

Considérez la carte suivante. Le but est de trouver le chemin le plus court de A vers I.

Un algorithme de recherche qui garantit de toujours trouver le chemin le plus court à un but s'appelle « *algorithme admissible* ».



Le coût de chaque connexion est indiqué. Deux heuristiques h_1 et h_2 sont données comme suit :

Noeud	A	B	C	D	E	F	G	H	I
h_1	10	5	5	10	10	3	3	3	0
h_2	10	2	8	11	9	6	3	4	0
h_3	12	5	7	12	10	6	3	4	0
h_3	10	5	8	11	10	6	3	4	0

1. Est-ce que h_1 et h_2 sont admissibles ? Justifiez.
2. Est-ce que h_1 domine h_2 ou h_2 domine h_1 ? Justifiez.
3. Est-ce que $h_3 = \max(h_1, h_2)$ est admissible ?
4. Appliquez la recherche gloutonne en utilisant h_2 .

Exercice 4 -

Considérez la carte de l'exercice précédent.

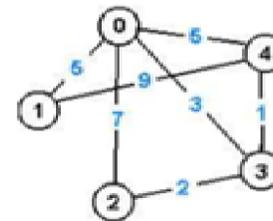
1. Appliquez la recherche A* en utilisant h_1 , h_2 et h_3 . Donnez la suite des noeuds développés pour chaque heuristique?
2. Montrez que pour deux heuristiques admissibles h_1 et h_2 , $h_3 = \max(h_1, h_2)$ est admissible.
3. Si vous avez le choix entre trois heuristiques admissibles h_1 , h_2 et $h_3 = \max(h_1, h_2)$ laquelle choisissez-vous ? Justifiez brièvement.

Exercice 5 -

Le problème du voyageur de commerce, il consiste à visiter un nombre N de villes en un minimum de distance sans passer deux fois par la même ville. Il s'agit donc d'optimiser le coût d'un parcours dans un graphe complet possédant un certain nombre de sommets, en passant une et une seule fois par chacun.

Des méthodes déterministes existent déjà pour résoudre le problème, mais le temps de calcul est très long : elles reviennent à parcourir toutes les solutions possibles et à déterminer la moins coûteuse.

Pour l'implantation de notre algorithme, l'instance sera modélisée comme distance euclidienne sur n points du plan.



1. Modéliser ce problème à partir d'un algorithme génétique et des divers opérateurs.
 - Donner les algorithmes pour chaque opérateurs ?
2. Montrer les avantages de cet outil par rapport à une résolution de type déterministe.