

# Outils de Modélisation 1

## (Partie 3)

Cours de Master: M1 IA

# Plan

- **Partie 1: Introduction** (Systèmes critique, bogues célèbres, Langages formels, Spécification, Vérification);
- **Partie 2: Modélisation du système** (Aspects à modéliser dans un système, modèles pour la dynamique, systèmes à événement discrets, formalismes des systèmes à événement discrets)
- **Partie 3: Systèmes états-transitions**
- **Partie 4: Automates des systèmes infinis**
- **Partie 5: Logique Temporelle**

# Test 1 (sur la partie 1)

---

- C'est quoi la spécification?
- C'est quoi un langage formel?
- Quels sont les types de langages formel?
- C'est quoi la vérification?
- Quelles sont les techniques de vérification?
- Que peut on vérifier ?

# Test 2 (sur la partie 2)

---

- Citer certains aspects qu'on s'intéresse à modéliser dans un système?
- C'est quoi la dynamique (le comportement) d'un système? Donner des exemples
- Citer les modélisations possibles d'une dynamique d'un système. Pourquoi cette variété de modélisations?
- Citer quelques outils formels pour la modélisation de la dynamique d'un système
- Sur quelle base on favorise un outil sur un autre?

# Outils de Spécification 1:

## Partie 3: Modèles état-transition

Cours de Master: M1 GLSD  
2016-2017

# Partie 3: Systèmes états-transitions

## Plan

---

- Type de modèles états-transitions;
- Rappel sur les automates d'états finis: définitions, AFN, AFD, union, expression rationnelle, ...;
- Les AFs dans la spécification et la vérification

# Type de modèles états-transitions

---

- Système de transitions;
- Système de transitions étiquetées;
- Automates d'états finis;

# Type de modèles états-transitions (2):

## **Systemes de transitions**

---

Un système de transitions est un triplet  $(\Sigma, I, \rightarrow)$  composé de:

- Un ensemble **fini ou infini d'états**  $\Sigma$
- Un ensemble **d'états initiaux**  $I \in \Sigma$
- Une **relation de transition** sur  $\Sigma$ , notée  $\rightarrow \in \Sigma * \Sigma$

Le triplet  $(\Sigma, I, \rightarrow)$  désignera un système de transitions



# Type de modèles états-transitions (3):

## **Systeme de transitions étiquetées**

---

- Un **ensemble fini ou infini d'états**  $\Sigma$
- Un **ensemble d'états initiaux**  $I \subseteq \Sigma$
- Un **ensemble d'états finaux**  $F \subseteq \Sigma$
- Un **alphabet**  $E$
- Une **relation de transition** sur  $\Sigma$ , notée  $\rightarrow \subseteq \Sigma^* E^* \Sigma$

Le quadruplet  $(\Sigma, I, F, E, \rightarrow)$  désignera un système de transitions étiquetées.

# Automates finis (1): Définition

Un automate fini est un quadruplet  $A=(S, E, T, S_0, F)$  avec :

- $S$  est un ensemble fini d'états, donc  $S^*$  est l'ensemble de toutes les séquences construites à base de ces états
- $E$  est un alphabet fini, donc  $E^*$  est l'ensemble de mots construits à base de cet alphabet
- $T=S^*E^*S$ , un ensemble de transitions, ou une relation **totale** de transitions définie par  $T: S^*E \rightarrow E$
- $S_0 \in S$  est un ensemble d'états initiaux
- $F$  un ensemble d'état finaux

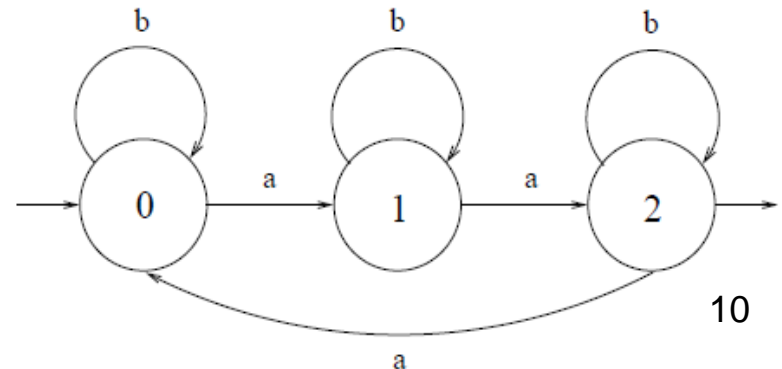
$S=\{0,1,2\}$

$E=\{a,b\}$

$s_0=0$

$F=\{s_2\}$

T	a	b
0	1	0
1	2	1
2	0	2



## Automates finis (2): **Concepts liés**

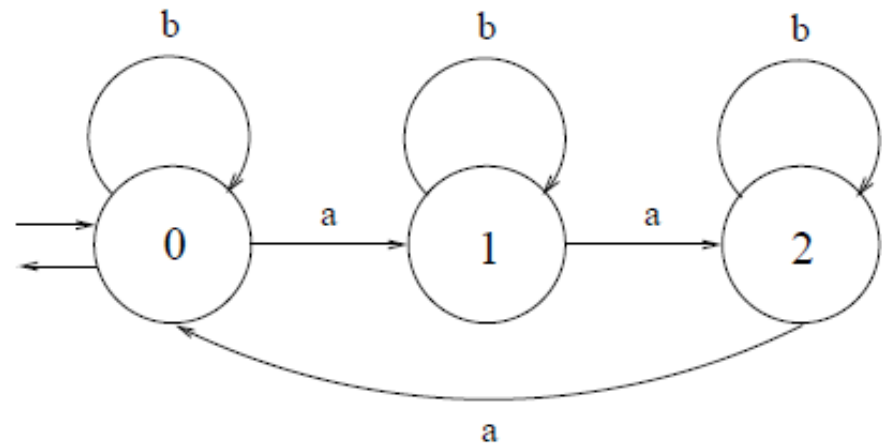
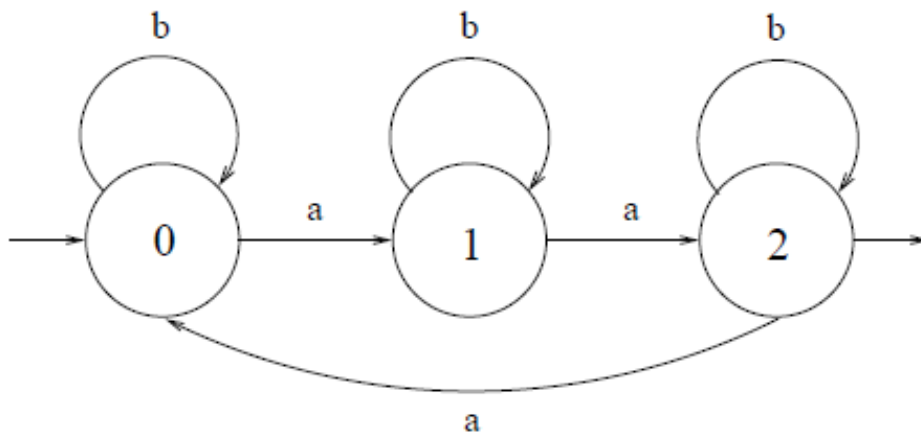
- Un **calcul dans l'automate**  $A$  est une suite d'états  $s_1 \dots s_n$  tel que il existe une transition entre chaque deux états successifs:  $s_i$  et  $s_{i+1}$
- le **mot reconnu par le calcul**  $s_1 \dots s_n$  est la concaténation des étiquettes de chacune des transitions
- Un calcul  $s_1 \dots s_n$  est **réussi** ssi  $s_1 = s_0$  et  $s_n \in F$

## Automates finis (3): **Concepts liés**

---

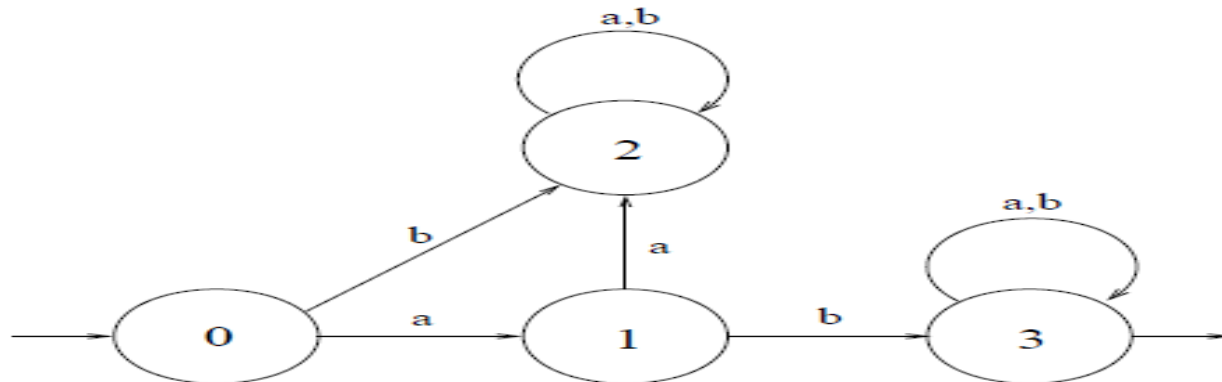
- Un mot est **reconnu par l'automate A** ssi son calcul est **réussi**;
- L'ensemble de tous les mots reconnus par **A** est dit le **langage** de **A** noté **L(A)**, ce langage peut se représenter sous forme **d'arbre de calculs (d'exécutions)**.
- Un langage est **reconnaisable** s'il y'a un automate qui le reconnaît

# Automates finis (4): **Exemple**



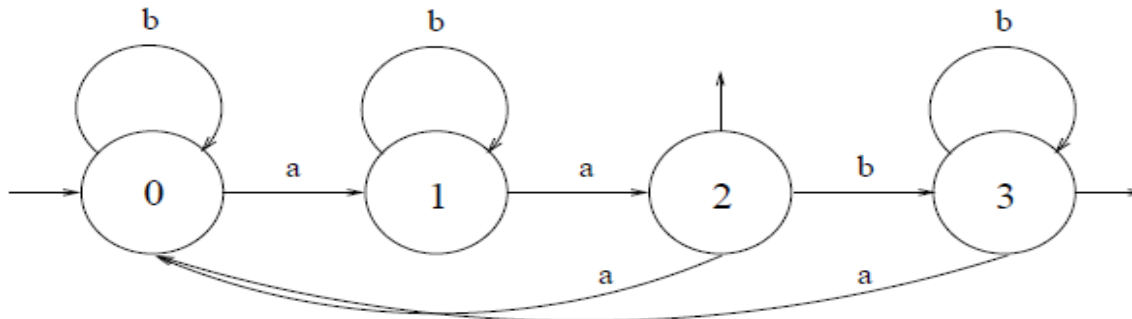
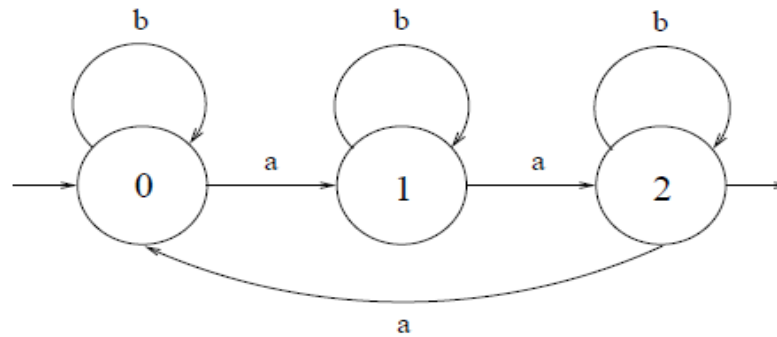
# Automates finis (5): Concepts liés

- Un état  $s$  est dit **accessible** ssi il apparaît dans un calcul d'un mot de  $E^*$ .  $A$  est **accessible** ssi tous ses états son accessibles
- Un état  $s$  est dit **co-accessible** ssi il commence un calcul qui atteint un état final.  $A$  est **co-accessible** ssi tous ses états sont **co-accessibles**
- Un état  $s$  est dit **utile** ssi, il est **accessible** et **co-accessible**. Il apparaît dans un **calcul réussi**. Si tous les états d'un automate sont utiles, l'automate est dit **émondé**.



# Automates finis (6): **Concepts liés**

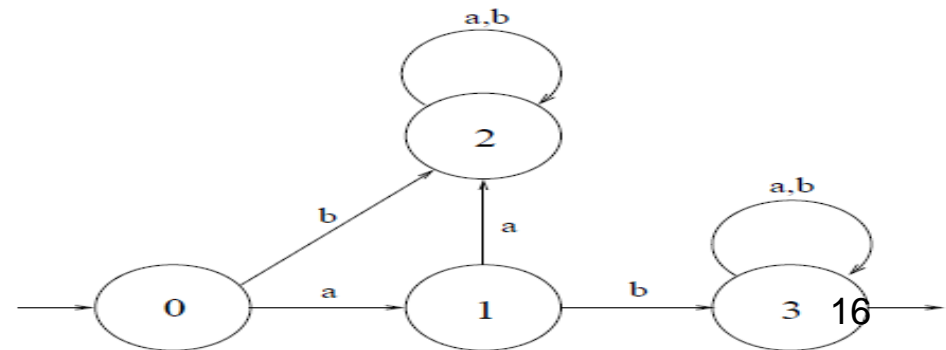
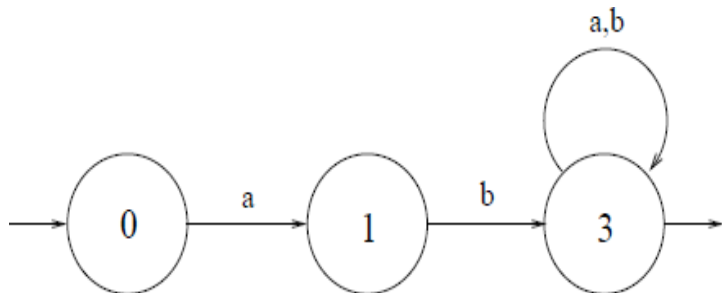
- Deux automates sont **équivalents** ssi, ils reconnaissent le même langage.



# Automates à états-finis (7):

## Automate partiel

- La relation de transition **n'est pas totale**: il y'a un état **s** et un élément **e**, tel que **T(s, e)** n'est pas défini,
- L'algorithme de reconnaissance **s'arrête tôt** si le mot n'est pas reconnu
- Un automate partiel possède un **automate complet équivalent**.

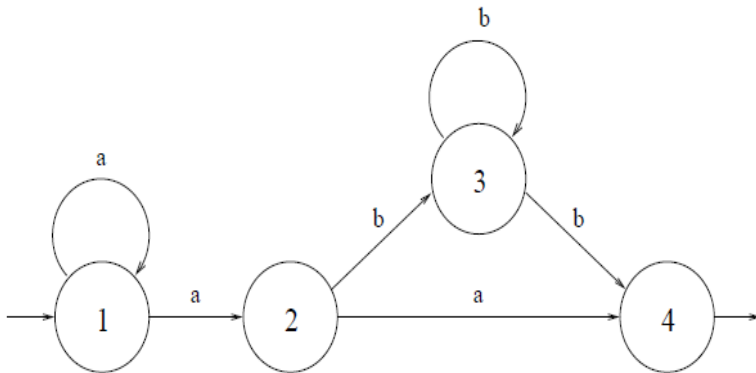




# Automates finis (8):

## Indéterminisme

- Un automate est **indéterministe** ssi, il y'a un  $s$  dans  $S$  et un  $e$  dans  $E$ , tel que  $T(s, e)$  n'est pas unique.



Le mot  $aa$  génère un calcul réussi 124  
Et un calcul non réussi 11

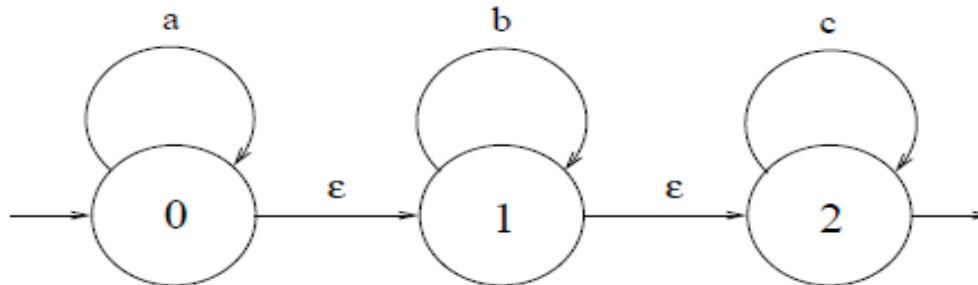
### • Inconvénients:

1. Le mot **ne serait pas reconnu** ssi **tous** les calcul **échouent**
2. **trop de calcul** pour voir si un mot est reconnu ou non!!!!!!!
3. pour tout **AEFN** il existe un **AEF équivalent** (algorithme) **AEF**

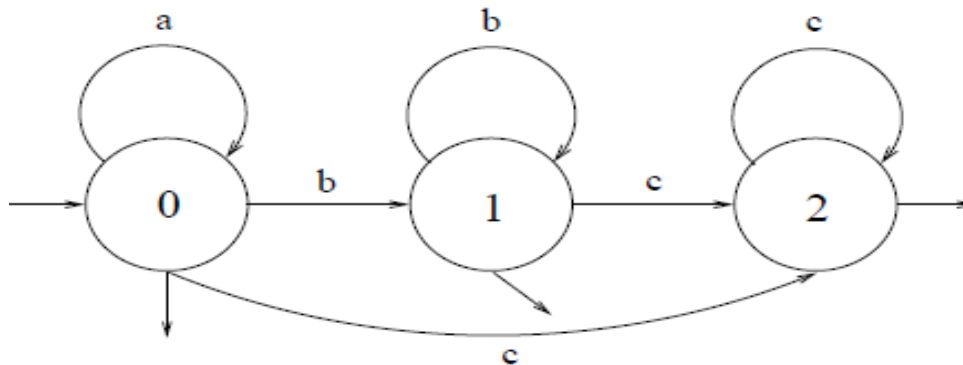
• Pourquoi ces AEFN?????? Ils sont plus facile à construire

# Automates finis (9): transition spontanée

- Une transition étiquetée par le mot vide  $\epsilon$ .



- Les transitions spontanées peuvent être éliminées pour avoir un AEFN, en utilisant la  **$\epsilon$ -fermeture**



- **Pourquoi???** Avoir des automates avec un seul état final

# Automates finis (10)

## Union de deux Automates

---

- Si  $L$  est reconnaissable par  $A=(S,E,T,s_0,F)$  et  $L'$  est reconnaissable par  $A'=(S', E', T', s_0', F')$

alors  $L \cup L'$  est reconnaissable par

$$A''=(S^*S', E \cup E', T'', (s_0, s_0'), \underline{F^*S' \cup S^*F'})$$

Où:

$$T''((s, s'), e) = (T(s, e), T'(s', e))$$

**Déduire l'automate de l'intersection?**

# Automates finis (11): Union de deux Automates

Exemple:

