Automates particuliers

Les structures de Kripke

Les automates de Büchi

Master 1 IA

plan

- Structure de Kripke: définition, exemple, produit,
- Automates de Büchi: Définition, exemple
- Types d'automates de Büchi: SBBA, TBBA, GSBBA, GTBBA,
- Transformation des automates de Büchi généralisés vers des automates non généralisés

Automate de Kripke

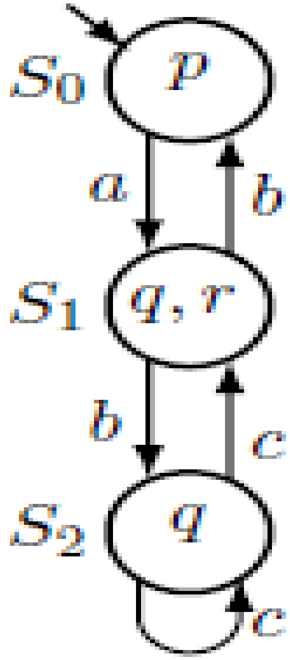
- Plutôt on le nome **structure de kipke**
- Un automate, où à chaque état est associé **des propositions atomiques**
- À chaque état est associé **les propositions qui sont vraies dans cet état**.
- Les **étiquettes de transitions sont ignorées** (considérés comme un seul étiquette), on concentre plutôt sur les états.

Automate de Kripke

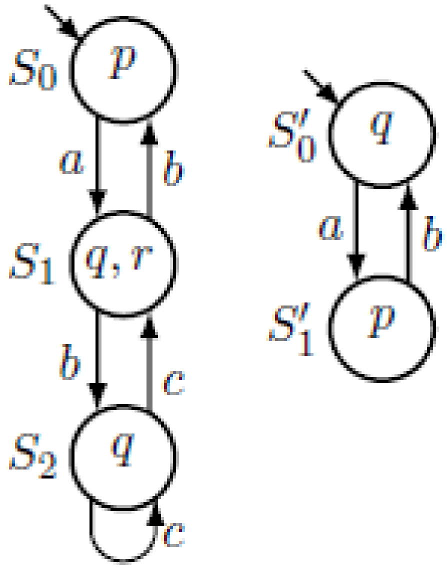
Soit AP ensemble fini de propositions atomiques {p1, p2, …}

Une structure de Kripke est un 6-uplet K =(AP, E, S, S_0, T, L) où

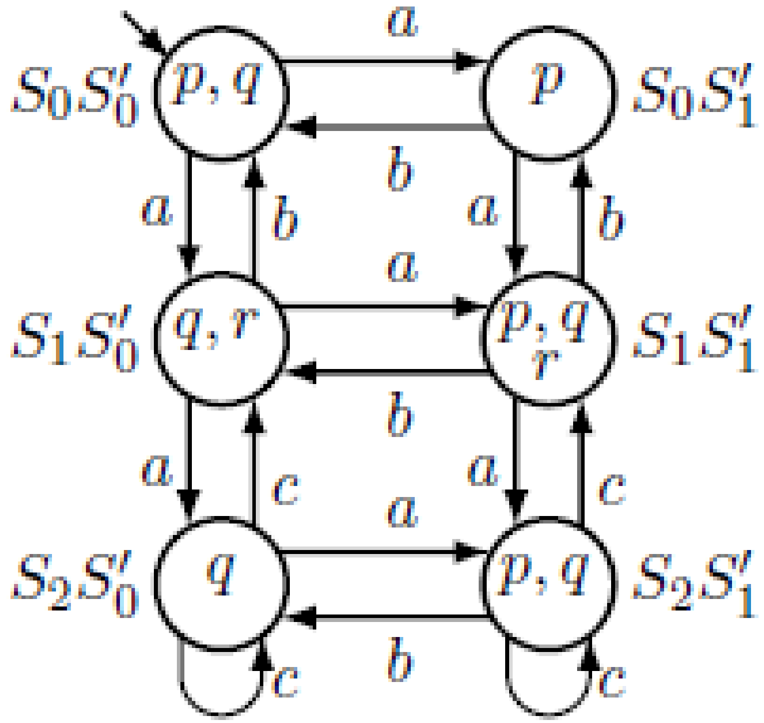
- **S: est un ensemble fini d'états,**
- **S_0: est l'ensemble d'états initiaux $S_0 \subseteq S$,**
- **E: est l'ensemble fini d'étiquettes,**
- **T: est un ensemble de transitions R = S*E*S**
- **L : S→ 2^{AP}, (2^{AP} est l'ensemble des parties de AP).**



Automate de Kripke
exemple de produit synchronisé



Sync=Ex{_}∪{_}xE

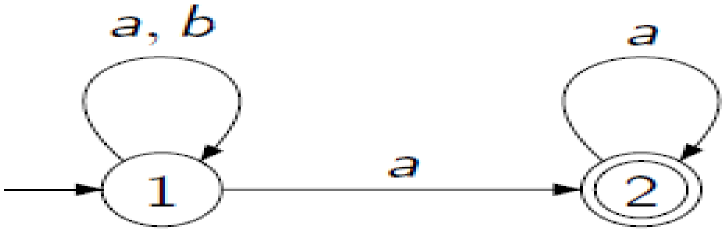


Automates de Büchi

Automate de Büchi

- **Un automate qui reconnait des mots infinis**

- **Ces automates sont noté ω-automates (ω note l'infini)**



- **modéliser des programmes qui ne se terminent pas (reconnaissent des mots infinis)**
- **on parle plutôt d'états d'acceptation et non pas d'états finaux**

- **Un calcul est réussi si il passe une <u>infinité</u> de fois sur un état d'acceptation**

Automates de Büchi

- On s'intéresse aux automates de Büchi où l'alphabet est l'ensembles des **propositions AP**

- Un automate est un 5-uplet: **B=(AP, S, T, I, F)**

- **AP** = ensemble des **propositions atomique**;
- **S** = ensemble d'états (éventuellement étiquetées par des formules);
- **T** = ensemble de transitions (éventuellement étiquetées par des formules);
- **I** = ensemble d'états initiaux;
- **F** = ensemble de **états (conditions) d'acceptation**

Automates de Büchi
exemple

Par exemple AP={p, q}

P est satisfait, ensuite q reste satisfait toujours

Types des automates de Büchi

Automates étiquetés sur les états : states-based automata

Automates étiquetés sur les transitions: transtion based automata

SBBA (state based Büchi automaton)

F: ensemble d’états d’acceptation. l’exécution est accepté ssi: elle passe une infinité de fois par au moins un état dans F

GSBBA (Generalized SBBA)

$F=\{F_1, \ldots, F_n\}$, un ensemble de sous ensembles d’états d’acceptation. L’exécution est accepté ssi: elle passe une infinité de fois au moins par un état dans chaque F_i

TBBA (transition based Büchi automaton)

F: transitions acceptant. l’exécution est acceptée ssi: elle passe une infinité de fois par au moins une transition dans F

GTBBA

Types des automates de Büchi
Büchi étiqueté sur les états

Dans le cas des automates de Büchi étiquetés sur les états, l'automate est un six-uplets:
B=(AP, S, I, L, T, F)

L : est une fonction qui étiquette les états de S avec des ensembles de proposition de AP

$$L: S \rightarrow 2^{2^{AP}}$$

chaque état est étiqueté par un ensemble de sous ensembles de proposition.

Exemple : l'étiquette *{{},{a}, {a,b}}* veut dire :

1) **Aucune formule ni satisfaite,**
2) **ou bien *a* est satisfait**
3) **ou bien *a* et *b* sont satisfaits**

Implicitement, chaque transition sortante d'un état portera le même étiquette que cet état

Types des automates de Büchi
Basé états vs basé transitions

Automates de Büchi étiqueté sur les états

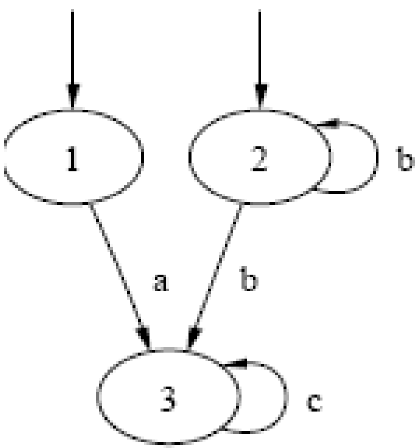
1) **Pousser les étiquettes des états vers tous les arcs sortants**

Ou bien

2) **Pousser les étiquettes sur toutes les transitions entrantes, mais il faut ajouter un état initial dans ce cas**

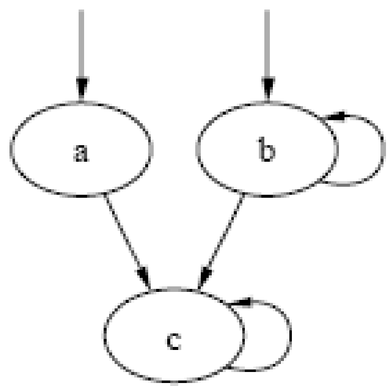
Automates de Büchi étiqueté sur les transitions

Types des automates de Büchi Basé états vs basé transitions



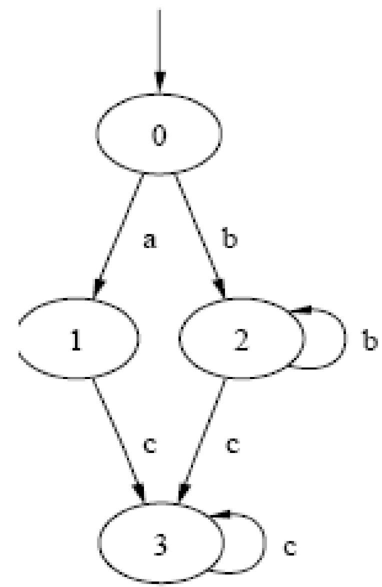
(b)

Vers les arcs sortants



(a)

Basé états



(c)

Vers les arcs entrants

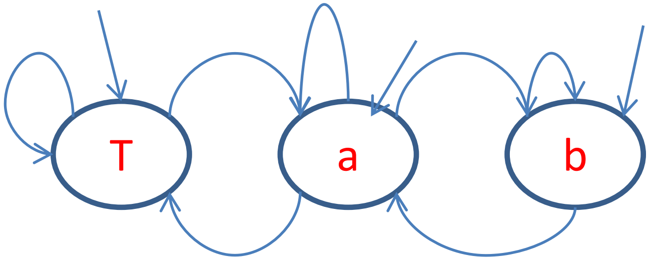
Types des automates de Büchi généralisé vs classique

On peut dé-généraliser un GBA comme suit

Soit GB=(AP, Q, I, L, T, F) un automate de Büchi généralisé **étiqueté sur les états**, avec F={F_1, F_2, …, F_r}. GB peut être transformé en B=(AP, Q', I', L', T', F') tel que:

1) Q'=Q*{0, …, **r**}={(q_1,0),(q_1,1), …., (q_2,0),(q_2,1), ….}
2) I'=I*{0}
3) F'=F*{0,…r}
4) L'((q, j))=L(q), pour j=0..r
5) $T'((q, j))=\{(q',j')/q' \in T(q) \text{ et } j'=\begin{cases} 0 & \text{si } j=r \\ j+1 & \text{si } q \in F_{j+1} \\ j & \text{si non} \end{cases}$

Types des automates de Büchi
généralisé vs classique
exemple



F={{a},{b}}

F_1={a} et F_2={b}