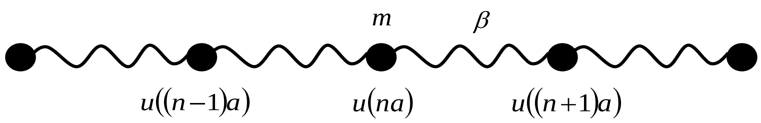
تمارين الفصل الأول

<u>التمرين 1 :</u>

نعتبر سلسلة خطية من ذرات متماثلة الكتلة m ، الفاصلة الذرية a و ثابت المرونة هو β .



1-بإعتبار تأثير الجوار الأقرب (الجوار الأول) ، حدد عبارة الطاقة الكامنة التوافقية في الموضع na .

2-أكتب معادلة الحركة للأيون المهتز المميز بالإزاحة $u(na)$.

3-إستنتج علاقة التبدد $\omega(k)$ (نمط الإهتزاز) و مثلها بيانيا ضمن حدود منطقة بريلوان الأولى .

<u>الحل المختصر:</u>

$$U^{harm}(na)=\frac{1}{2}\beta(u_n-u_{n-1})^2+\frac{1}{2}\beta(u_n-u_{n+1})^2$$

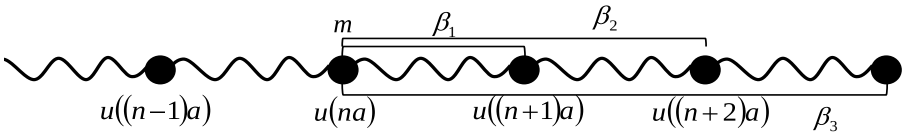
$$m\ddot{u}_n=-\frac{\partial U^{hr}}{\partial u_n}=-\beta(2u_n-u_{n-1}-u_{n+1})\ ;u_n=Ae^{i(kna-\omega t)}$$

$$m\omega^2=4\beta sin^2\frac{ka}{2}$$

$$\omega=2\sqrt{\frac{\beta}{m}}\left|sin\frac{ka}{2}\right|$$

<u>التمرين 2 :</u>

نعتبر سلسلة خطية متكونة من ذرات متماثلة الكتلة m حيث الفاصلة الذرية a . نفرض أن التفاعل بين الأيونات يشمل جميع الذرات (الجوار 1-2-3-.....الجوار p). ثوابت المرونة هي $\beta_1,\beta_2,\beta_3,\dots\beta_p$ حسب رتبة الجوار .



1- أعط علاقة الطاقة الكامنة التوافقية في موضع الأيون na بإعتبار تأثير كل الجوارات.

2- أكتب معادلة الحركة للأيون بإعتبار تأثير كل الجوارات.

3- إستنتج علاقة التبدد $\omega(k)$.

<u>الحل بشكل مختصر:</u>

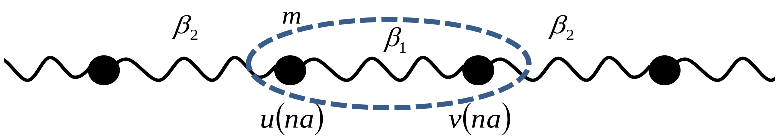
$$U^{harm}(na) = \frac{1}{2}\sum_p \beta_p\left(u_n - u_{n-p}\right)^2 + \frac{1}{2}\beta_p\left(u_n - u_{n+p}\right)^2$$

$$m\ddot{u}_n = -\frac{\partial U^{hr}}{\partial u_n} = -\sum_p \beta_p\left(2u_n - u_{n-p} - u_{n+p}\right)\ ;\ u_n = Ae^{i(kna-\omega t)}$$

$$m\omega^2 = 4\sum_p \beta_p sin^2\frac{kpa}{2}$$

التمرين 3 :

نعتبر سلسلة خطية بقاعدة ثنائية الذرة بثابتي مرونة مختلفين β_1, β_2 و بذرات متماثلة الكتلة m.



1- أكتب علاقة الطاقة الكامنة المرونية في الموضع na بإعتبار تأثير الجوار الأول.

2- أكتب معادلتي الحركة للأيونين المهتزين n, v_n في القاعدة.

3- إستنتج علاقات التبدد .

4- إستنتج النسبة بين سعتي الإهتزاز للأيونين و قيم الترددات في مركز و عند حد م.ب.أ. مثل علاقات التبدد بيانيا.

الحل بشكل مختصر:

$$U^{hr} = \frac{\beta_2}{2}(u_n - v_{n-1})^2 + \frac{\beta_1}{2}(u_n - v_n)^2 + \frac{\beta_2}{2}(v_n - u_{n+1})^2$$

$$m\ddot{u}_n = -\left((\beta_1 + \beta_2)u_n - \beta_1 v_n - \beta_2 v_{n-1}\right)$$

$$m\ddot{v}_n = -\left((\beta_1 + \beta_2)v_n - \beta_1 u_n - \beta_2 u_{n+1}\right)$$

$$[m\omega^2 - (\beta_1 + \beta_2)]A_1 + \left[\beta_1 + \beta_2 e^{-ika}\right]A_2 = 0$$

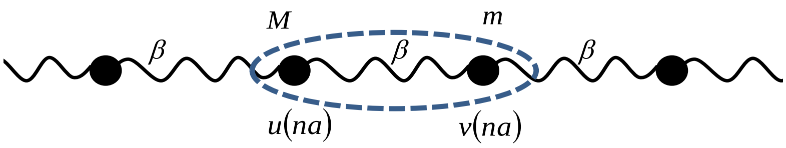
$$\left[\beta_1 + \beta_2 e^{ika}\right]A_1 + [m\omega^2 - (\beta_1 + \beta_2)]A_1 = 0$$

$$\omega_1(k) = \left[\frac{(\beta_1+\beta_2)}{m} + \frac{1}{m}\sqrt{{\beta_2}^2 + {\beta_1}^2 + 2\beta_2\beta_1 \cdot cos(ka)}\right]^{1/2}$$

$$\boldsymbol{\omega_2(k) = \left[\frac{(\beta_1+\beta_2)}{m} - \frac{1}{m}\sqrt{\beta_2{}^2 + \beta_1{}^2 + 2\beta_2\beta_1 \cdot cos(ka)}\right]^{1/2}}$$

التمرين 4:

شبكة خطية بثابت شبكة a و بثابت مرونة β مع الجوار الأول. تتكون القاعدة من ذرتين مختلفتي الكتلة $M, m\ (M > m)$.



1- أكتب عبارة الطاقة الكامنة المرونية في الموضع na بإعتبار تأثير الجوار الأول.

2- إستنتج معادلتي الحركة للأيونين في القاعدة ذات الموضع الإتزاني na .

3- إستنتج علاقات التبدد

4- حدد النسبة بين سعتي الإهتزاز للأيونين و قيم الترددات في مركز و عند حد م.ب.أ. مثل علاقات التبدد بيانيا.

الحل بشكل مختصر:

$$\boldsymbol{U^{hr} = \frac{\beta}{2}(u_n - v_{n-1})^2 + \frac{\beta}{2}(u_n - v_n)^2 + \frac{\beta}{2}(v_n - u_{n+1})^2}$$

$$\boldsymbol{M\ddot{u}_n = -(2\beta u_n - \beta v_n - \beta v_{n-1})}$$

$$\boldsymbol{m\ddot{v}_n = -(2\beta v_n - \beta u_n - \beta u_{n+1})}$$

$$\boldsymbol{[M\omega^2 - 2\beta]A_1 + \beta[1 + e^{-ika}]A_2 = 0}$$

$$\boldsymbol{\beta[1 + e^{ika}]A_1 + [m\omega^2 - 2\beta]A_2 = 0}$$

$$\boldsymbol{[M\omega^2 - 2\beta][m\omega^2 - 2\beta] - \beta^2[1 + e^{-ika}][1 + e^{ika}] = 0}$$

$$\boldsymbol{Mm\omega^4 - 2\beta(M + m)\omega^2 + 4\beta^2 - 2\beta^2 - 2\beta^2 coska = 0}$$

$$\boldsymbol{Mm\omega^4 - 2\beta(M + m)\omega^2 + 4\beta^2 sin^2\frac{ka}{2} = 0}$$

$$\Delta = 4\boldsymbol{\beta}^2(M+m)^2 - 16Mm\boldsymbol{\beta}^2 sin^2\frac{ka}{2}$$

$$\boldsymbol{\omega_1(k)} = \left[\frac{\beta(M+m)}{Mm} + \frac{2\beta(M+m)}{Mm}\sqrt{1 - \frac{4Mmsin^2\frac{ka}{2}}{(M+m)^2}}\right]^{1/2}$$

$$\boldsymbol{\omega_2(k)} = \left[\frac{\beta(M+m)}{Mm} - \frac{2\beta(M+m)}{Mm}\sqrt{1 - \frac{4Mmsin^2\frac{ka}{2}}{(M+m)^2}}\right]^{1/2}$$

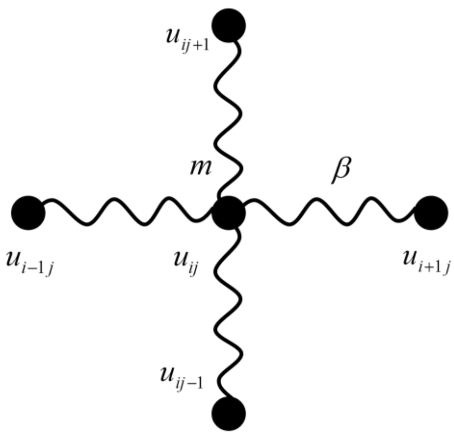
$$\boldsymbol{\omega_2(0) = 0}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{[m\omega^2 - 2\beta]}{-\beta[1+e^{ika}]} = +1$$

$$\boldsymbol{\omega_2}\left(\pm\frac{\pi}{a}\right) = \frac{2\beta}{M}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\left[m\frac{2\beta}{M} - 2\beta\right]}{-\beta[1-1]} \Rightarrow A_1 \gg A_2$$

<u>التمرين 5:</u>



نعتبر شبكة مربعة بسيطة بذرات متماثلة حيث a ثابت الش

1– أعط عبارة الطاقة الكامنة التوافقية بإعتبار تأثير الجوا

2– إستنتج معادلة الحركة للأيون المهتز

3– إستنتج علاقة التبدد

4– مثل علاقة التبدد بيانيا وفق الإتجاهين [10] و [11

الحل بشكل مختصر:

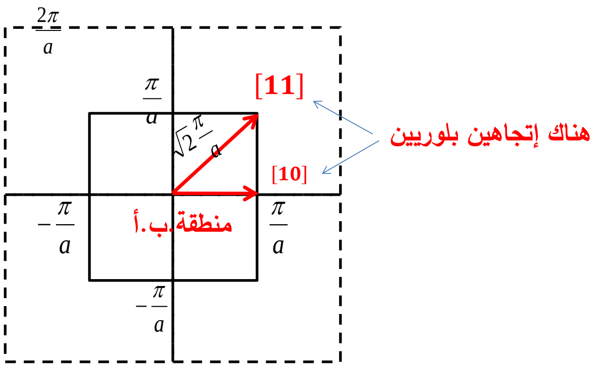
$$U^{harm}(i,j) = \frac{1}{2}\beta(u_{i,j} - u_{i-1,j})^2 + \frac{1}{2}\beta(u_{i,j} - u_{i+1,j})^2 + \frac{1}{2}\beta(u_{i,j} - u_{i,j-1})^2 + \frac{1}{2}\beta(u_{i,j} - u_{i,j+1})^2$$

و عليه تكون معادلة الحركة للأيون المهتز كما يلي :

$$m\ddot{u}_{i,j} = -\frac{\partial U^{harm}}{\partial u_{i,j}} = -\{\beta(u_{i,j} - u_{i-1,j}) + \beta(u_{i,j} - u_{i+1,j}) + \beta(u_{i,j} - u_{i,j-1}) + \beta(u_{i,j} - u_{i,j+1})\} =$$
$$\{\beta(4u_{i,j} - u_{i-1,j} - u_{i+1,j} - u_{i,j-1} - u_{i,j+1})\}$$

الحل من الشكل : $u_{i,j} = Ae^{i(ik_x a + jk_y a - \omega t)}$ و منه نستنتج علاقة التبدد :

$$\boldsymbol{\omega(k) = 2\sqrt{\frac{\beta}{m}}\left\{\sin^2\frac{k_x a}{2} + \sin^2\frac{k_y a}{2}\right\}^{1/2}}$$



التمرين 6:

تعطى عبارة الطاقة الكلية لإهتزاز أيون أخذا بعين الإعتبار الحدود اللاتوافقية ذات الأسية 4 كما يلي:

$$\boldsymbol{E(P,u) = U^{eq} + \frac{P^2}{2m} + U(u) = U^{eq} + \frac{P^2}{2m} + \frac{1}{2}au^2 - bu^3 - cu^4}$$

1) حدد متوسط الطاقة الكلية حسب الإحصاء الكلاسيكي لماكسويل بولتزمان.

2) إستنتج عبارة السعة الحرارية.

إستعن بالتكاملات:

$$\boldsymbol{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha x^2}dx = \left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^{1/2} ; \int_{-\infty}^{+\infty} x^{2n}e^{-\alpha x^2}dx = \frac{1\cdot3\cdot5\cdot\ldots2n-1}{2^{n+1}\alpha^n}\left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^{1/2} ; \int_{-\infty}^{+\infty} x^{2n+1}e^{-\alpha x^2}dx = 0}$$

$$Z = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\beta E}d\Gamma = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\beta\left(U^{eq}+\frac{P^2}{2m}+\frac{1}{2}au^2-bu^3-cu^4\right)}dPdu$$

لحساب هذا التكامل نستعين بالتكاملات التالية:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha x^2}dx = \left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^{1/2} ; \int_{-\infty}^{+\infty} x^{2n}e^{-\alpha x^2}dx = \frac{1\cdot3\cdot5\cdot\ldots2n-1}{2^{n+1}\alpha^n}\left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^{1/2} ; \int_{-\infty}^{+\infty} x^{2n+1}e^{-\alpha x^2}dx = 0$$

$$Z = e^{-\beta U^{eq}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\beta\left(\frac{P^2}{2m}\right)}dP \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\beta\left(\frac{1}{2}au^2-bu^3-cu^4\right)}du$$

$$Z = e^{-\beta U^{eq}} \left(\frac{2m\pi}{\beta}\right)^{1/2} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\beta\left(\frac{1}{2}au^2-bu^3-cu^4\right)}du$$

$$Z = e^{-\beta U^{eq}} \left(\frac{2m\pi}{\beta}\right)^{1/2} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\beta}{2}au^2} \cdot e^{\beta(bu^3+cu^4)}du$$

بإجراء منشور تايلور للحد $e^{\beta(bu^3+cu^4)}$ نجد:

$$Z = e^{-\beta U^{eq}} \left(\frac{2m\pi}{\beta}\right)^{1/2} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\beta}{2}au^2} \cdot \left\{1 + \beta(bu^3 + cu^4) + \frac{\beta^2}{2}(bu^3 + cu^4)^2 + \cdots\right\}du$$

بالإحتفاظ في المنشور بالحدود إلى غاية الرتبة 6 نجد:

$$Z = e^{-\beta U^{eq}} \left(\frac{2m\pi}{\beta}\right)^{1/2} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\beta}{2}au^2} \cdot \left\{1 + \beta b u^3 + \beta c u^4 + \frac{\beta^2}{2} b^2 u^6\right\} du$$

$$Z = e^{-\beta U^{eq}} \left(\frac{2m\pi}{\beta}\right)^{1/2} \cdot \left\{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\beta}{2}au^2} \cdot du + \int_{-\infty}^{+\infty} \beta b u^3 e^{-\frac{\beta}{2}au^2} \cdot du + \int_{-\infty}^{+\infty} \beta c u^4 e^{-\frac{\beta}{2}au^2} \cdot du + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\beta^2}{2} b^2 u^6 e^{-\frac{\beta}{2}au^2} \cdot du\right\}$$

التمرين 7:

نعتبر شبكة خطية بقاعدة أحادية الذرة حيث a ثابت الشبكة و تحتوي على N ذرة.

علاقة التبدد لهذه الشبكة تكون من الشكل :

$$\boldsymbol{\omega(k) = \omega_M \left|\sin\left(\frac{ka}{2}\right)\right|}$$

1) **حدد عبارة كثافة الحالات المسموحة $g(k)dk$.**
2) **إستنادا لعلاقة التبدد إستنتج كثافة الأنماط $g(\omega)$.**

.

تمارين الفصل الثاني :

<u>التمرين 1</u>:

سلسلة خطية من ذرات متماثلة كتلتها m و عددها N الفاصلة الذرية a . نطبق تقريب ديباي حيث تأخذ علاقة التبدد الشكل $\omega = v_s k$. تمثل v_s سرعة الصوت.

1. حدد قيمة نصف قطر ديباي ω_D, k_D و درجة حرارة ديباي θ_D
2. حدد عبارة كثافة حالات الفونونات $g(\omega)$.
3. حدد عبارة الطاقة الداخلية الكلية بإهمال الطاقة الصفرية من أجل الدرجات الحرارية العالية و الواطئة.
4. إستنتج السعة الحرارية في الدرجات العالية و الواطئة.

ت.ع: $v_s = 3000\, m/s$ ، $a = 3\, A°$، ، $h = 6.62 \times 10^{-34} J/s$، $k_B = 1.38 \times 10^{-23} J/K$ ،

نعطي $e^x \approx 1 + x, x \ll 1$ ، $\int_0^\infty \frac{x dx}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^2}{6}$.

الحل بشكل مختصر:

$$\boldsymbol{N = \frac{2k_D}{\frac{2\pi}{L}}}$$

$$\boldsymbol{\Rightarrow k_D = \frac{N}{L}\pi = \frac{\pi}{a}}$$

$$\boldsymbol{1 \longrightarrow \frac{2\pi}{L}}$$

$$\boldsymbol{g(k)dk \rightarrow 2dk}$$

$$\boldsymbol{g(k)dk = \frac{2dk}{\frac{2\pi}{L}}}$$

$$\boldsymbol{g(\omega)d\omega = g(k)dk = \frac{Na}{\pi}dk\ ; \omega = v_s k}$$

$$\boldsymbol{g(\omega) = \frac{Na}{\pi v_s}}$$

$$\boldsymbol{k_D = \frac{\pi}{a} \Rightarrow \omega_D = v_s \frac{\pi}{a} \Rightarrow \frac{N}{\omega_D} = \frac{Na}{\pi v_s}}$$

$$\boldsymbol{g(\omega) = \frac{N}{\omega_D}}$$

$$\boldsymbol{U = \int_0^{\omega_D} g(\omega) \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1} d\omega = \int_0^{\omega_D} \frac{N}{\omega_D} \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1} d\omega = \frac{N}{\omega_D} \int_0^{\omega_D} \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1} d\omega}$$

التمرين 2:

شبكة مربعة ثابتها $a = 3\ A°$ مكونة من ذرات متماثلة عددها N^2 . ندرس الفرع المستعرض.

1. بإعتبار تقريب ديباي $(\omega = v_s k)$ استنتج قيمة k_D ، ω_D ، و درجة حرارة ديباي θ_D .

2. حدد عبارة كثافة الحالات للفونونات $g(\omega)$.

5. حدد عبارة الطاقة الداخلية الكلية بإهمال الطاقة الصفرية من أجل الدرجات الحرارية العالية و الواطئة.

6. إستنتج السعة الحرارية في الدرجات العالية و الواطئة.

ت.ع: $v_s = 3000\ m/s$ ، $a = 3\ A°$،، $h = 6.62 \times 10^{-34} J/s$ ، $k_B = 1.38 \times 10^{-23} J/K$ ،

نعطي $e^x \approx 1 + x, x \ll 1$ ، $\int_0^\infty \frac{x^2 dx}{e^x - 1} dx = 2.4$.

$$N^2 = \frac{\pi k_D^2}{\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2}$$

$$k_D^2 = \frac{N^2\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2}{\pi} = \frac{N^2}{L^2} 4\pi \Rightarrow k_D = (4n\pi)^{1/2}$$

$$1 \longrightarrow \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2$$

$$g(k)dk \rightarrow 2\pi k dk$$

$$g(k)dk = \frac{2\pi k dk}{\left(\frac{2\pi}{L}\right)^{32}}$$

$$g(\omega)d\omega = g(k)dk = \frac{L^2}{2\pi} k dk \ ; \omega = v_s k$$

$$g(\omega) = \frac{L^2}{2\pi} k \frac{dk}{d\omega} = \frac{L^2}{2\pi} \frac{\omega}{v_s^2}$$

$$k_D^2 = 4n\pi \Rightarrow \omega_D^2 = v_s^2 4n\pi \Rightarrow \frac{2N}{\omega_D^2} = \frac{L^2}{2\pi v_s^2}$$

$$g(\omega) = 2N \frac{\omega}{\omega_D^2}$$

$$U = \int_0^{\omega_D} g(\omega) \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1} d\omega = \int_0^{\omega_D} 2N \frac{\omega}{\omega_D^2} \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1} d\omega = \frac{2N}{\omega_D^2} \int_0^{\omega_D} \frac{\hbar\omega^2}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1} d\omega$$

التمرين 3:

شبكة مكعبة ثابتها $a = 3\ A°$ مكونة من ذرات متماثلة عددها N^3 . ندرس الفرع الطولي و الفرعين المستعرضين.

1. حدد التردد الأعظمي للموجات الطولية ω_l و التردد الأعظمي للموجات المستعرضة ω_T

2. بإعتبار البلورة متماثلة المناحي و أن $\omega = v_l k$ بالنسبة للفرع الطولي و $\omega = v_T k$ للفرعين المستعرضين .حدد عبارة كثافة الحالات للفونونات $g_l(\omega)$ للفرع الطولي و $g_T(\omega)$ للفرعين المستعرضين.

3. حدد عبارة الطاقة الداخلية الكلية بإهمال الطاقة الصفرية من أجل الدرجات الحرارية العالية و الواطئة للفرع الطولي و الفرعين المستعرضين.

إستنتج السعة الحرارية في الدرجات العالية و الواطئة للفرع الطولي و الفرعين المستعرضين . نعطي $\int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$.

الحل بشكل مختصر :

للفرع الصوتي :

$$N^3 = \frac{\frac{4}{3}\pi k_D^3}{\left(\frac{2\pi}{L}\right)^3}$$

$$k_D^3 = \frac{N^3\left(\frac{2\pi}{L}\right)^3}{\frac{4}{3}\pi} = \frac{N^3}{L^3} 6\pi^2 \Rightarrow k_D = (6n\pi^2)^{1/3}$$

$$1 \rightarrow \left(\frac{2\pi}{L}\right)^3$$

$$g(k)dk \rightarrow 4\pi k^2 dk$$

$$g(k)dk = \frac{4\pi k^2 dk}{\left(\frac{2\pi}{L}\right)^3}$$

$$g(\omega)d\omega = g(k)dk = \frac{L^3}{2\pi^2} k^2 dk \ ; \omega = v_s k$$

$$g(\omega) = \frac{L^3}{2\pi^2} k^2 \frac{dk}{d\omega} = \frac{L^3}{2\pi^2} \frac{\omega^2}{v_s^3}$$

$$k_D^3 = 6n\pi^2 \Rightarrow \omega_D^3 = v_s^3 6n\pi^2 \Rightarrow \frac{3N}{\omega_D^3} = \frac{L^3}{2\pi^2 v_s^3}$$

$$g(\omega) = \frac{L^3}{2\pi^2} \frac{\omega^2}{v_s^3} = 3N \frac{\omega^2}{\omega_D^3}$$

$$U = \int_0^{\omega_D} g(\omega) \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1} d\omega = \int_0^{\omega_D} 3N \frac{\omega^2}{\omega_D^3} \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1} d\omega = \frac{3N}{\omega_D^3} \int_0^{\omega_D} \frac{\hbar\omega^3}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1} d\omega$$

تمارين السلسلة 3

التمرين 1:

تحت تأثير حقل كهربائي خارجي ثابت $\overrightarrow{}$ يتعرض إلكترون إلى قوة الحقل $\vec{F}$.

1. طبق قانون نيوتن الثاني و أكتب معادلة الحركة. إستنتج معدل السرعة المكتسبة.
2. بإستخدام عبارة كثافة التيار أوجد عبارة الناقلية الكهربائية σ .
3. أعط عبارة كل من الطاقة الحركية و السرعة الحرارية للإلكترون حسب نموذج درود.
4. إستنتج عبارة الناقلية الكهربائية بدلالة درجة الحرارة. و هل تتوافق مع الملاحظات التجريبية؟
5. إستنتج عبارة الناقلية الحرارية.

التمرين 2:

صفيحة معدنية نسلط عليها وفق الإتجاه (ox) حقل كهربائي مستمر E_x و وفق الإتجاه (oz) حقل مغناطيسي حثه $\vec{B}$.

1. ما الذي يحدث للإلكترونات ؟
2. إستنتج عبارة حقل هول.
3. أوجد عبارة معامل هول.

التمرين 3:

نعتبر إلكترونا حرا يتحرك بنحو عشوائي في معدن و نفرض أن دالة كثافة الإحتمال حتى يتعرض لتصادم مع أيون عند زمن t معطاة بالعلاقة التالية : $p_r(t) = \frac{1}{\tau}e^{\frac{-t}{\tau}}$ ، τ متوسط زمن التصادم.

1. حدد متوسط الفترة الزمنية التي يتعرض خلالها الإلكترون للتصادم التالي ، $\bar{t} = \int_0^\infty t p_r(t)dt$.
2. حدد مربع متوسط الفترة الزمنية التي يتعرض خلالها الإلكترون للتصادم التالي ، $\overline{t^2} = \int_0^\infty t^2 p_r(t)dt$.
3. حدد الإنحراف القياسي Δt للفترة الزمنية التي يتعرض الإلكترون خلالها للتصادم التالي ، $\Delta t = \sqrt{\overline{t^2} - \bar{t}^2}$.

التمرين 4:

دراسة تفاعل موجة كهرومغناطيسية مع الإلكترونات القلبية للمعدن. نعتبر الإلكترون المرتبط مع الذرة يتعرض للقوة الخارجية للحقل الكهربائي المتناوب $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E_0}e^{i\omega t}$ ، قوة الإحتكاك و قوة الإرجاع $K \cdot x$. حيث K معامل المرونة.

بغياب القوة الخارجية يهتز الإلكترون بتردد ثابت $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$.

1. أكتب معادلة الحركة للإلكترون المرتبط بدلالة الموضع x .
2. أوجد سعة إهتزاز الإلكترون x_0 بدلالة ω ، ω_0 و $\boldsymbol{E_0}$.

3. يشكل الإلكترون مع الأيون ثنائي قطب . حدد عبارة الإستقطابية الكهربائية المعرفة بـ: $\mathrm{P} = -enx$.

4. التيار الكهربائي الناشئ عن الحركة الإهتزازية لإلكترون القلب يعطى بالعلاقة : $\boldsymbol{j} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}$. إستنتج الناقلية الكهربائية .

التمرين 5:

حسب نموذج لورانتز لا تملك جميع الإلكترونات الحرة نفس السرعة و إنما تخضع لإحتمالية ماكسويل بولتزمان الكلاسيكية المعطاة بـ :

$$P(v) = \frac{N(v)}{n} = \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} exp\left(\frac{-mv^2}{2k_B T}\right) \cdot 4\pi v^2$$

1. أثبت أن $\int_0^\infty P(v)\, dv = 1$.
2. حدد عبارة السرعة الموافقة للإحتمال الأعظمي، $v_m \left(\frac{dP(v)}{dv} = 0\right)$.
3. السرعة المتوسطة $\langle \quad \rangle = \int_0^\infty v \cdot P(v)\, dv$.
4. السرعة الفعالة $_{eff}^{2} = \int_0^\infty v^2 \cdot P(v)\, dv$.

إستعن بالتكامل $\int_0^\infty x^{1/2} e^{-x} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$.