Chapitre II: Propagation des ondes électromagnétiques dans les milieux diélectriques

II.1 Introduction

Les ondes électromagnétiques regroupent un large spectre de phénomènes physiques et d'applications : les ondes radio, la lumière visible, les rayons X, etc. Toutes ces ondes sont décrites par le même formalisme : la propagation conjointe d'un champ électrique et d'un champ magnétique. À la suite de nombreux travaux sur les phénomènes électriques ou magnétiques, la fin du 19 ^{ème} siècle a vu naître la théorie puis les applications des ondes électromagnétiques.

II.2 Structure et propriétés de l'onde plane progressive

II.2.1 Définition

Une onde électromagnétique est dite **plane** et **progressive** si chacune de ces composantes des champs électrique et magnétique est fonction d'une coordonnée de l'espace et du temps et obéit à l'équation différentielle :

$$\frac{\partial^2 E_x(z,\ t)}{\partial z^2} - \varepsilon\mu.\frac{\partial^2 E_x(z,\ t)}{\partial t^2} = 0$$

dont la solution générale est :

$$E_x(z,t) = f(t - \sqrt{\varepsilon\mu}.z) + g(t + \sqrt{\varepsilon\mu}.z)$$

- $f(t - \sqrt{\varepsilon\mu}.z)$ est l'expression d'une onde plane directe qui se propage suivant OZ dans le sens des z positifs à la vitesse $\mathrm{v}.\vec{\mathrm{u}}_\mathrm{z} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}.\vec{\mathrm{u}}_\mathrm{z}$,
- $g(t + \sqrt{\varepsilon\mu}.z)$ est l'expression d'une onde plane réfléchie qui se propage suivant OZ dans le sens des z négatifs à la vitesse $-\mathrm{v}.\vec{\mathrm{u}}_\mathrm{z} = -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}.\vec{\mathrm{u}}_\mathrm{z}$.

II.2.2 Propriétés de l'onde plane progressive

Les champs $\vec{E}(z,t)$ et $\vec{B}(z,t)$ de l'onde plane qui se propage suivant Oz sont liés, d'après les équations de Maxwell, par les relations:

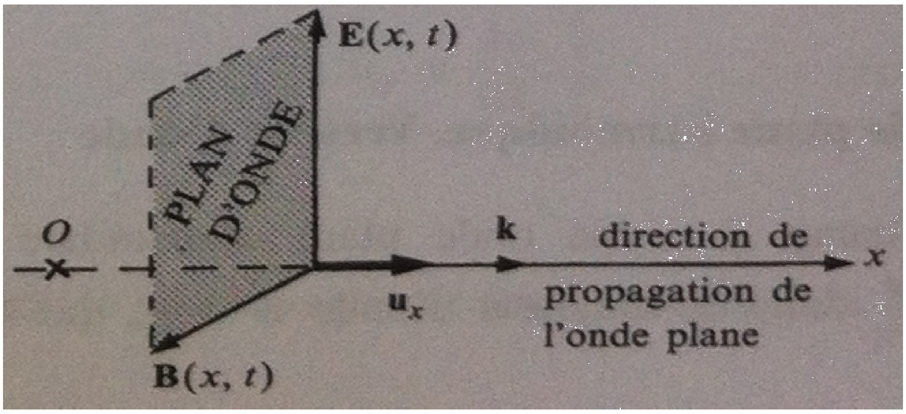
$$\vec{\boldsymbol{E}}(z,t) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}.\vec{\boldsymbol{B}}(z,t) \wedge \vec{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{z}}$$

$$\vec{\boldsymbol{B}}(z,t) = \sqrt{\varepsilon\mu}.\vec{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{z}} \wedge \vec{\boldsymbol{E}}(z,t)$$

qui traduisent les propriétés suivantes de l'onde plane :

Les champs $\vec{E}(z,t)$ et $\vec{B}(z,t)$ sont transversaux ($\vec{E} \perp \vec{u}_z$ et $\vec{B} \perp \vec{u}_z$),

Les champs $\vec{E}(z,t)$ et $\vec{B}(z,t)$ sont orthogonaux ($\vec{E} \perp \vec{B}$), Les champs $\vec{E}(z,t)$et $\vec{B}(z,t)$ sont tels que $(\overrightarrow{E}, \vec{B}, \vec{u}_z)$ soit un trièdre direct,



II.2.3 Onde plane harmonique. Vecteur d'onde

Le champ $\vec{\mathrm{E}}$ d'une onde plane sinusoïdale monochromatique, de fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi}$ donc de longueur d'onde $\lambda = \frac{c}{f}$, qui se propage suivant la direction Oz, est :

$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}_o(z,t).\cos\left(\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right)$$

Si on introduit le vecteur d'onde $\vec{\boldsymbol{\beta}} = k.\vec{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{z}}$ avec $\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$ dans le vide, il vient :

$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}_o(z,t).\cos(\omega t - \beta.z)$$

Ou bien :

$$\vec{E}(x,y,z,t) = \vec{E}_o(x,y,z,t).\cos(\omega t - \vec{\boldsymbol{\beta}}.\vec{\boldsymbol{r}})$$

II.3 Vitesse de phase et vitesse de groupe

II.3.1 Vitesse de phase

C'est la vitesse de déplacement du plan d'onde, donc la vitesse de propagation de la phase :

$\Phi = \omega t - \beta.z$, soit : $v_\Phi = \left(\frac{dz}{dt}\right)_{\Phi = cte}$ ou :

$$v_\Phi = \frac{\omega}{\beta}$$

Remarques:

- Une vitesse de phase peut être supérieure à la célérité c de la lumière dans le vide.
- Dans le vide illimité, on a : $\beta = \frac{\omega}{c}$, donc $v_\Phi = \frac{\omega}{\beta} = c$ (milieu non dispersif).
- Dans le vide limité par des conducteurs (guides d'ondes, par exemple), $\beta \neq \frac{\omega}{c}$ et $v_\Phi(\omega) \neq c$ et le milieu est dit dispersif.

II.3.2 Vitesse de groupe

Si la vitesse de phase dépend de la pulsation ω, le milieu est dispersif et l'énergie de l'onde se propage à une vitesse v_g (vitesse de groupe) différente de v_Φ :

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta}$$

Remarques:

- Une vitesse de groupe est toujours inférieure à la célérité c de la lumière dans le vide.
- Dans le vide illimité, on a $\omega = c.\beta$ et donc $v_\Phi = v_g = c$. Ces deux relations ne sont plus vraies dans les cavités limitées par des conducteurs (milieux dispersifs) ; c'est la relation de dispersion $\beta(\omega)$ qui donne v_Φ et v_g.
- Pour un signal modulé $s(x,t)$ qui se propage dans un milieu dispersif, on a:

$$s(x,t) = a.cos\left[\Omega\left(t - \frac{x}{v_g}\right)\right].cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v_\Phi}\right)\right]$$

l'onde porteuse de pulsation ω ($\omega \gg \Omega$) se propage à la vitesse v_Φ et l'amplitude:

$A = a.cos\left[\Omega\left(t - \frac{x}{v_g}\right)\right]$ du signal modulé se propage à la vitesse de groupe v_g.

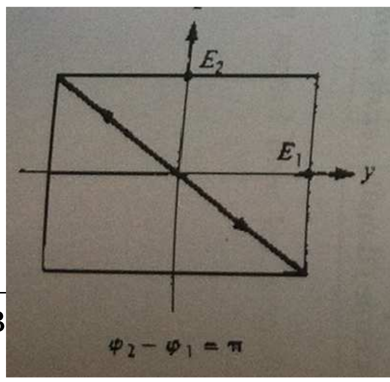
II.4 Etats de polarisation de l'onde plane sinusoïdale

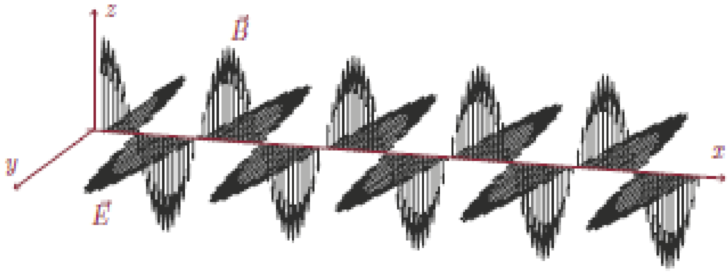
Pour une onde électromagnétique plane, sinusoïdale, monochromatique de fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi}$ et qui se propage suivant la direction *Ox*, les composantes du champ électrique $\vec{E}$ dans le plan d'onde (contenant $\vec{E}$ et $\vec{B}$ et normal à $\vec{k}$) sont de la forme :

$$\vec{E}\begin{cases} 0 \\ E_y = E_1.cos\,(\omega t - k.x + \varphi_1) \\ E_z = E_2.cos\,(\omega t - k.x + \varphi_2) \end{cases}$$

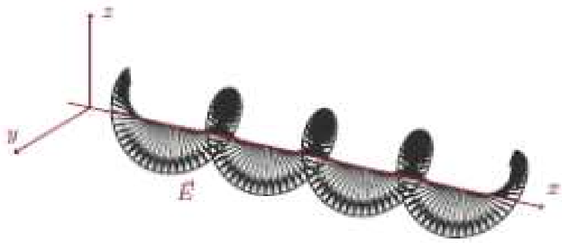
Dans le plan d'onde x=cte, l'extrémité du vecteur champ $\vec{E}$ décrit une courbe dont la forme dépend du déphasage $\varphi_2 - \varphi_1$ entre les composantes E_y et E_z de $\vec{E}$:

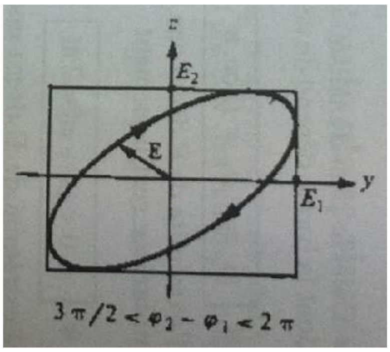
- si $\varphi_2 - \varphi_1 = 0$ ou π (modulo 2π), l'extrémité de $\vec{E}$ décrit une droite, donc $\vec{E}$ conserve une direction fixe : l'onde est dite **polarisée rectilignement**,



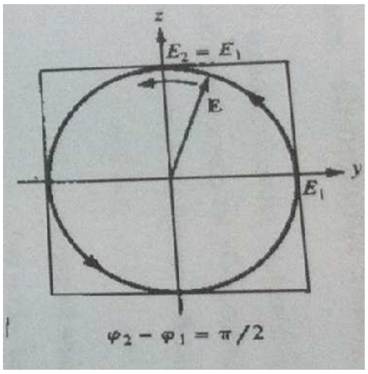


- si $0 < \varphi_2 - \varphi_1 < 2\pi$, l'extrémité de $\vec{E}$ décrit une ellipse dans le plan d'onde: l'onde est dite **polarisée elliptiquement**,





-
- si $\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2}$ ou $\frac{3\pi}{2}$ et si $E_1 = E_2$, l'extrémité de $\vec{E}$ décrit un cercle dans le plan d'onde: l'onde est dite **polarisée circulairement.**



On distingue les états de polarisation gauche et droite :

- **polarisation gauche** : si l'extrémité du vecteur champ $\vec{E}$ décrit l'ellipse (ou le cercle) dans le sens trigonométrique,
- **polarisation droite** : si l'extrémité du vecteur champ $\vec{E}$ décrit l'ellipse (ou le cercle) dans le sens contraire du sens trigonométrique (sens horaire),