Chapitre III Propagation des ondes électromagnétiques dans les milieux conducteurs

III.1 Introduction

Les métaux sont caractérisés par une forte conductivité assurée par les électrons libres. Ces porteurs de charge peuvent se déplacer au sein d'une matrice d'atomes et sont influencés par le champ électrique véhiculé par l'onde électromagnétique.

III.2 Relation de dispersion

L'équation de mouvement d'un électron de masse m_e, de charge q_e et animé d'une vitesse instantanée $\vec{v}_e$, est donc :

$$m_e.\frac{d\vec{v}_e}{dt} = -\frac{m_e}{T_c}\vec{v}_e - q_e.\vec{E} \tag{III.1}$$

Dans cette relation, le terme de freinage est exprimé par un temps caractéristique T_c qui est relié à la fréquence des collisions entre les charges libres et les atomes de la structure solide du conducteur.

Si l'onde est caractérisée par une fonction de propagation à une dimension :

$exp\,(-i(\omega t - k.x))$, on suppose une même forme pour la vitesse de l'électron. La relation entre vitesse et champ électrique est donc :

$$\vec{v}_e = -\frac{q_e}{m_e}.\frac{1}{\frac{1}{T_c}-i\omega}.\vec{E} \tag{III.2}$$

Par identification avec la loi d'*Ohm* microscopique :

$$\vec{j} = n.(-q_e).\vec{v}_e = n.(-q_e).\left(-\frac{q_e}{m_e}.\frac{1}{\frac{1}{T_c}-i\omega}\right).\vec{E} = \sigma.\vec{E} \tag{III.3}$$

On trouve une conductivité :

$$\sigma = \frac{n.{q_e}^2.T_c}{m_e}.\left[\frac{1}{1-i\omega.T_c}\right] = \sigma_o.\left[\frac{1}{1-i\omega.T_c}\right] \tag{III.4}$$

Cette conductivité dépend de la densité numérique *n* des électrons libres dans la matrice du conducteur. La constante diélectrique généralisée:

$$\hat{\varepsilon} = \varepsilon_o.\left[1 - \frac{n.{q_e}^2}{m.\varepsilon_o}.\left(\frac{T_c}{\omega^2.T_c+i\omega}\right)\right] \tag{III.5}$$

fait apparaître la pulsation plasma et la relation de dispersion $k^2 = (\hat{\varepsilon}.\mu_o).\omega^2$ se met sous la forme :

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}.\left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}.\left(\frac{1}{1+\frac{i}{\omega.T_c}}\right)\right] \tag{III.6}$$

Cette expression fait apparaître deux fréquences caractéristiques : la pulsation plasma ω_p et la fréquence de collision $\frac{1}{T_c}$ des électrons avec les atomes de la matrice solide.

III.3 Simplification de la relation de dispersion - Epaisseur de peau

D'une forme générale assez complexe, la relation de dispersion est plus facilement analysée en étudiant séparément des bandes de fréquences séparées par les deux fréquences caractéristiques du système : $\frac{1}{T_c}$ et $\frac{\omega_p}{2\pi}$.

III.3.1 Cas des faibles fréquences: $(\omega.T_c \ll 1)$.

Dans cette bande de fréquences, la conductivité est indépendante de la fréquence et la relation de dispersion se simplifie en :

$$k^2 \approx \frac{\omega^2}{c^2}.\left[1-\frac{\omega_p^2}{\omega^2}.\left(\frac{1}{\frac{i}{\omega.T_c}}\right)\right]$$

$$k^2 \approx \frac{\omega^2}{c^2}.\left[1+i\frac{\omega_p^2}{\omega^2}.(\omega.T_c)\right]$$

$$k^2 \approx \frac{\omega^2}{c^2}.\left[i\frac{\omega_p^2}{\omega^2}.(\omega.T_c)\right]$$

$$k^2 \approx i.\omega.\mu_o.\varepsilon_0.\omega_p^2.T_c$$

$$k^2 \approx i.\omega.\mu_o.\sigma_o \qquad \text{(III.7)}$$

Le nombre d'onde complexe k a donc des parties réelle et imaginaire telles que :

$$k = k_r + i.k_i = \delta^{-1} - i.\delta^{-1} \qquad \text{(III.8)}$$

avec une distance caractéristique :

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\sigma_o.\mu_{o.\omega}}} \qquad \text{(III.9)}$$

qui correspond à une **épaisseur de peau**. Pour cette bande de fréquences, l'onde électromagnétique se propage en s'atténuant, l'onde dans le métal ne peut pénétrer dans le métal que sur une courte distance avant d'être atténuée exponentiellement. Cette épaisseur décroît quand la fréquence de l'onde augmente.

III.3.2 Cas des fréquences intermédiaires: $(1 \ll \omega.T_c < \omega_p.T_c)$.

Dans cette bande de fréquences, la relation de dispersion se simplifie en ;

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}.\left[1-\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right] < 0 \qquad \text{(III.10)}$$

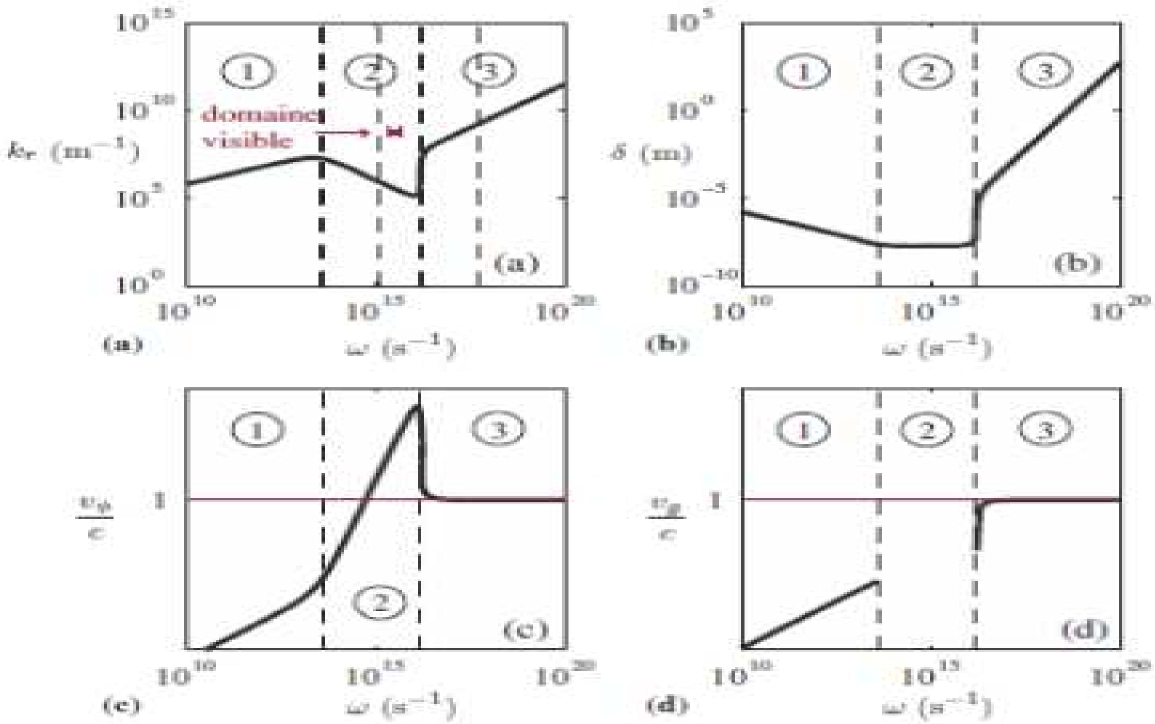
et le nombre d'onde k est un imaginaire pur. Cette bande de fréquences correspond à des **ondes évanescentes** : il n'y a pas de propagation au sein du métal. Si on peut toujours calculer une vitesse de phase, la vitesse de groupe n'existe pas puisque dans ce régime il n'y a pas de propagation d'énergie.

III.3.3 Cas des hautes fréquences: $(\omega_p.T_c \ll \omega.T_c)$

Pour des pulsations supérieures à la pulsation plasma, la relation de dispersion est :

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}.\left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right] > 0 \qquad \text{(III.11)}$$

ce qui correspond à un nombre d'onde réel et donc une propagation dans le métal. La propagation dans ce domaine **n'est pas dispersive** : les vitesses de phase et de groupe sont égales à la vitesse *c* de la lumière. Plus la pulsation de l'onde augmente, plus l'épaisseur de peau augmente. À très haute fréquence, le métal est transparent.



III.4 Réflexion sur un conducteur

Le cuivre est un très bon conducteur électrique car il dispose d'un électron libre par atome. La conductivité à 0◦ C est $\sigma = 5.9.10^7\Omega^{-1}.m^{-1}$, et la densité numérique de charges libres est *N = 8,46·10*^{28} *m*$^{-3}$. Pour ce matériau, les pulsations caractéristiques sont $\frac{1}{T_c} = 4.10^{13}\ s^{-1}$ et $\omega_p = 1.6.10^{16}\ rd.s^{-1}$. La relation de dispersion tracée montre que la bande des fréquences optiques est totalement incluse dans cette bande intermédiaire. Le métal est opaque dans ce domaine, car il ne peut y avoir de propagation d'onde électromagnétique au sein du matériau. En revanche, la propagation est possible sur une distance de 1 mm pour des ondes de fréquence égale à 10^{17} *Hz*, début du domaine des rayons X. Pour des pulsations très grandes devant la pulsation plasma (ω_p), on retrouve la relation de dispersion de l'onde électromagnétique dans le vide : le milieu matériel est alors transparent pour ces fréquences.