Université Mohamed Khider Biskra ——— **Probabilités**
Faculté des FSENV ——— **$2^{ème}$ Année.**
Département de Mathématiques ——— **2019/2020.**

T.D. N° − 3

Exercice-§1

On appelle probabilité conditionnelle de A sachant B l'application

$$\mathbb{P}_B(\cdot) = \frac{\mathbb{P}(\cdot \cap B)}{\mathbb{P}(B)}.$$

(1) Montrer que $\mathbb{P}_B(.)$ est une probabilité sur $(\Omega, \mathcal{F})$.
(2) Montrer que $\mathbb{P}_B(\varnothing) = 0$ et $\mathbb{P}_B(A^c) = 1 - \mathbb{P}_B(A)$.
(3) Soient A_1, A_2 deux événements de $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$. Montrer que

$$\mathbb{P}_B(A_1 \cup A_2) = \mathbb{P}_B(A_1) + \mathbb{P}_B(A_2) - \mathbb{P}_B(A_1 \cap A_2).$$

(4) Montrer que $\mathbb{P}_B(A_1 - A_2) = \mathbb{P}_B(A_1) - \mathbb{P}_B(A_1 \cap A_2)$.

Exercice-§2

On considère trois urnes $\mathbf{U}_1$, $\mathbf{U}_2$ et $\mathbf{U}_3$. la premiere $\mathbf{U}_1$ contient **9**-boules blanches , **4**-rouges et **2**- noires. La deuxième contient **8**-boules blanches , **5**-rouges et **2**- noires. La troisième contient. **6**-boules blanches , **4**-rouges et **5**- noires. On choisit l'une de trois urnes au hasard, puis on tire **3**-boules simultanement de cette urne.
Sachant que les trois boules tirées sont: "**2**-blanche et **1**-rouges",
(1) Calculer la probabilité qu'elles proviennent de l'urne $\mathbf{U}_2$.
(2) Calculer la probabilité qu'elles ne proviennent pas de l'urne $\mathbf{U}_1$.
Sachant que les trois boules tirées sont: "**1**-blanche et **1**-rouges et **1**−noires",
(3) Calculer la probabilité qu'elles proviennent de l'urne $\mathbf{U}_1$.
(4) Calculer la probabilité qu'elles ne proviennent pas ni de $\mathbf{U}_1$ ni de $\mathbf{U}_3$.

Exercice-§3

Une urne $\mathbb{U}_1$ contient a_1 boules rouges et a_2 boules noires, une autre urne $\mathbb{U}_2$ contient b_1 boules rouges et b_2 boules noires. On tire une boule de $\mathbb{U}_1$ et on la met dans $\mathbb{U}_2$, on désing par $\boldsymbol{E}$ l'evenement "*la boule tirée de* $\mathbb{U}_1$ *est rouge*" et par $\boldsymbol{F}$ l'evenement "*la boule tirée de* $\mathbb{U}_2$ *est rouge*" et par $\overline{\boldsymbol{E}}$ et $\overline{\boldsymbol{F}}$ les évenements contriares.
(1) Calculer les probabilités $\mathbb{P}(\boldsymbol{E}), \mathbb{P}(\overline{\boldsymbol{E}}), \mathbb{P}(\boldsymbol{F}/\boldsymbol{E}), \mathbb{P}(\boldsymbol{F}/\overline{\boldsymbol{E}})$.
(2) Calculer les probabilités $\mathbb{P}(\boldsymbol{F}), \mathbb{P}(\boldsymbol{E}/\boldsymbol{F}), \mathbb{P}(\overline{\boldsymbol{E}}/\boldsymbol{F})$.

Exercice-§4

Dans une urne $\mathcal{U}$ contient *6-boules blaches, 4-boules rouges et 5-boules vertes.* On tire trois boules par les méthodes suivantes:
Methode A: l'une aprés l'autre avec remise de la boule tirée.
Methode B: l'une aprés l'autre sans remise de la boule tirée.
Calculer la probabilité d'obtenir:
1) Trois boules rouges
2) Une premier boule blanche, une deuxième blanche et une dernière verte.
3) Trois boules de meme couleurs.

Exercice-§5

Soient A, B deux événements de $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$. Montrer que si A et B sont indépendants, alors:

(1) A et B^c sont aussi indépendants.

(2) A^c et B sont aussi indépendants.

(3) A^c et B^c sont aussi indépendants.

(4) Donner un exemple.