10.3. CONDITIONS AUX LIMITES

l'équation de transport s'écrira toujours sous la forme :

$$a_P T_P = \sum_{i=1}^N a_i T_i + b.$$

Quand le terme source dépend de la variable dépendante, il faut linéariser le terme sous la forme :

 $\overline{S} = S_c + S_P T_P$

où S_c et S_p sont des constantes. Dans ces conditions, la discrétisation du problème de diffusion ci-dessus devient :

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + b$$

$$a_E = \frac{\lambda_e}{(\delta x)_e}, \quad a_W = \frac{\lambda_w}{(\delta x)_w}, \quad a_P = a_E + a_W - S_P \Delta x, \quad b = S_c \Delta x.$$

10.2 Les règles à suivre

Pour assurer la convergence du code, quelque soit la taille du maillage, les règles ci-dessous doivent être suivies lors de la mise au point d'un code utilisant la méthode des volumes finis. Les quatre règles de base sont :

1. Pour une face commune à deux volumes adjacents, le flux à travers la face doit être le même dans les deux expressions de discrétisation des deux volumes finis. Bien entendu, si cette règle n'est pas respectée, l'équation de conservation ne sera pas, elle non plus, respectée. Si la conductivité thermique au point P est utilisée pour évaluer le flux, le flux à travers la surface commune entre P et E sera:

$$\lambda_P \frac{T_P - T_E}{(\delta x)_e}$$

quand le volume autour de P est considéré et :

$$\lambda_E \frac{T_P - T_E}{(\delta x)_e}$$

quand le volume autour de E est étudié. Ces deux expressions ne sont pas égales si $\lambda_P \neq \lambda_E$.

2. Les coefficients a doivent, tous, être de même signe. Par convention, ces coefficients seront pris positifs. Cette règle se comprend aisément après un examen de l'équation (10.2). Si la température d'un des volumes de contrôle voisins du volume P augmente, les températures des autres volumes voisins de P restant, elles, constantes, la température de P devra forcément augmenter. Si les coefficients a ne sont pas tous de même signe ce point ne pourra pas être vérifié.

3. Quand le terme source est linéarisé sous la forme:

$$\overline{S} = S_C + S_P T_P,$$

le coefficient S_P doit être inférieur ou égal à zéro. Quand cette condition n'est pas satisfaite, il se peut que les coefficients a_i ne soient pas tous de même signe, violant ainsi la règle ci-dessus.

4. Quand T et T+C (C étant une constante) sont solutions à une même équation différentielle, la condition :

 $a_P = \sum_i a_i$

doit être satisfaite. Une discussion sur certaines de ces règles sera donnée quand les discrétisations des termes d'advection seront présentées.

10.3 Conditions aux limites

Les conditions aux limites rencontrées dans les problèmes de conduction peuvent être de trois types : température imposée à la paroi, flux imposé à la paroi ou flux à la paroi donné par un coefficient d'échange et une température à l'infini. Quand la température à la paroi est fixée, la condition aux limites ne pose aucune difficulté, comme lors de la résolution par différences finies.

Quand un flux de chaleur est imposé sur une paroi, l'équation de conservation est intégrée sur la moitié d'un volume fini. La FIG. 10.3 montre la moitié d'un volume fini autour du noeud B. En posant $q = -\lambda dT/dx$, l'équation de conservation

$$\frac{d}{dx}\left(\lambda \frac{dT}{dx}\right) + S = 0$$

appliquée au volume fini s'écrit :

$$q_B - q_i + (S_C + S_P T_B) \Delta x = 0$$

si le terme source est linéarisé. En posant :

$$q_i = \lambda \frac{T_B - T_i}{(\delta x)_i}$$

st, si la valeur du flux q_B est connue, la relation pour T_B s'écrit :

$$a_BT_B = a_IT_I + b$$

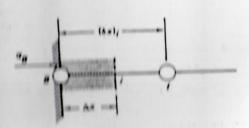


Fig. 10.3: Condition aux limites