uniquement les options qui permettent d'obtenir un résultat convergée dans la majorité des cas sont employées. Dans son ouvrage, Patankar préconise l'utilisation d'un schéma *upwind* lors de la discrétisation des termes d'advection. Son raisonnement ainsi que les améliorations proposées depuis seront analysées ici.

Considérons, tout d'abord, le phénomène physique de la diffusion qui peut être thermique, massique ou de quantité de mouvement. Afin de rendre cette discussion plus agréable, considérons une bouteille pleine de parfum ouverte au milieu d'une pièce. Si l'air de la pièce est immobile, le parfum va diffuser partout, sans direction privilégiée. Pour deux points équidistants de la bouteille de parfum, la concentration sera la même. Cette physique se traduit, lors de la discrétisation des termes de diffusion, par l'utilisation de *différences centrées*.

Considérons à présent un écoulement 1-D d'air qui passe au-dessus de la bouteille de parfum. Un observateur situé en aval de la bouteille sentira le parfum, mais un observateur placé à une distance égale de la bouteille, *mais en amont*, ne sentira pas ou très peu le parfum. Le même raisonnement explique pourquoi vous pouvez placer votre main très pres (latéralement) d'une flamme sans vous bruler.

Quand les termes d'advection sont discrétisés à l'aide d'une différence centrée, le points de maillage (ou les volumes de contrôle) en amont et en aval ont le même poids dans le calcul de la nouvelle valeur. Or, ceci n'est pas réaliste du point de vue de la physique. Par ailleurs, l'emploi d'une différence centrée peut conduire à l'obtention de résultats erronés. Par exemple, l'équation de diffusion - convection en 1-D :

$$\frac{d}{dx}(\rho u \phi) = \frac{d}{dx}\left(\Gamma \frac{d\phi}{dx}\right)$$

appliquée à un volume de contrôle autour du point P montré sur la FIG.10.6 donne :

$$(\rho u \phi)_e - (\rho u \phi)_w = \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx}\right)_e - \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx}\right)_w .$$

En posant :

$$\phi_e = \frac{\phi_E + \phi_P}{2}, \quad \phi_w = \frac{\phi_P + \phi_W}{2}$$

la discrétisation *centrée* de l'équation de convection - diffusion est :

$$\frac{(\rho u)_e(\phi_E + \phi_P)}{2} - \frac{(\rho u)_w(\phi_P + \phi_W)}{2} = \frac{\Gamma_e(\phi_E - \phi_P)}{(\delta x)_e} - \frac{\Gamma_w(\phi_P - \phi_W)}{(\delta x)_w}$$

où Γ_e et Γ_w sont les coefficients de diffusion évalués aux températures moyennes entre les centres. Cette discrétisation peut aussi s'écrire :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W$$

où

$$a_E = \left(\frac{\Gamma}{\delta x}\right)_e - \frac{(\rho u)_e}{2}, \quad a_W = \left(\frac{\Gamma}{\delta x}\right)_w + \frac{(\rho u)_w}{2}$$

$$a_P = a_E + a_W + ((\rho u)_e - (\rho u)_w.$$

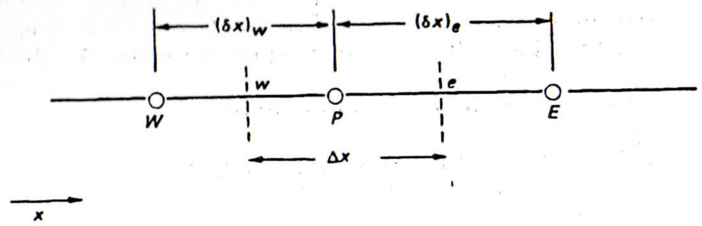

FIG. 10.6: Volume de contrôle 1-D

L'équation de continuité impose la relation :

$$(\rho u)_e = (\rho u)_w$$

de sorte que : $a_P = a_W + A_E$ si l'équation de continuité est satisfaite. Par contre, il faut remarquer que la valeur du coefficient A_E peut changer de signe, violant ainsi la deuxième condition ci-dessus. Si les valeurs de ϕ_E et ϕ_W sont 100 et 200 respectivement, si $(\rho u)_e = (\rho u)_w = 5$ et si $(\Gamma/\delta x)_e = (\Gamma/\delta x)_w = 1$, la valeur calculée de ϕ_P sera :

$$\phi_P = \frac{(-1.5)(100) + (3.5)(200)}{2} = 275$$

une valeur qui est irréaliste puisque la valeur de ϕ_P doit être comprise entre 100 et 200. *En fait, pour pouvoir utiliser une discrétisation centrée, il faudrait affiner le maillage.*

Ci-dessus, les valeurs de ϕ_e et de ϕ_w aux interfaces ont été calculées à l'aide de diférences centrées. Dans la méthode *upwind*, la valeur à l'interface est calculée comme suit :

$$\phi_e = \phi_P, \text{ si } (\rho u)_e > 0, \quad \phi_e = \phi_E, \text{ si } (\rho u)_e < 0.$$

Définissons l'opérateur $\langle[A, B]\rangle$ pour la valeur la plus élevée entre A et B. Pour l'équation de convection - diffusion en 1-D, l'algorithme basé sur la méthode de discrétisation *upwind* pour les termes d'advection est :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W$$

où

$$a_E = \left(\frac{\Gamma}{\delta x}\right)_e + \langle[-(\rho u)_e, 0]\rangle$$

$$a_W = \left(\frac{\Gamma}{\delta x}\right)_w + \langle[(\rho u)_w, 0]\rangle$$

$$a_P = \left(\frac{\Gamma}{\delta x}\right)_e + \langle[-(\rho u)_e, 0]\rangle + \left(\frac{\Gamma}{\delta x}\right)_w + \langle[(\rho u)_w, 0]\rangle$$