Université M. KHIDER 2019/2020

Faculté S.E.S.N.V.

Déprt. Mathématiques.

Licence 3ème année, Statistique Inférentielle.

**T.D. N° -7-**

**Partie 1:** (Qualité des estimateurs dans les modèles de Poisson et de la loi exponentielle)

On considère deux modèles :

 - Celui de la loi de Poisson ($N, A\left(N\right), $f*P*($λ$):$λ$0g) , où $P\left(λ\right) $désigne la loi de Poisson de paramètre $λ $et $A\left(N\right)$l’ensemble des parties de$N.$

- Celui de la loi exponentielle ($R\_{+},B\_{R\_{+}}$f **E**($λ$) $ : λ>0$g, où **E**($λ$) désigne la

loi exponentielle de paramètre $λ$.

Pour chacun de ces modèles, répondre à l’ensemble des questions suivantes :

1) Rappeler l’expression de l’estimateur du maximum de vraisemblance dans ce

modèle (on a vu qu’il est également estimateur par la méthode des moments).

2) Étudier la consistance, le biais et le risque quadratique de cet estimateur.

3) Si cet estimateur est biaisé, est-il asymptotiquement sans biais ? Donner, si

nécessaire, un estimateur sans biais. Est-il consistant ?

***Partie 2***: (Comparaison d’estimateurs dans un modèle uniforme)

On considère le modèle uniforme fU[$0,θ$]:$θ>0$g. Soit $X\_{1}$$X\_{n}$d’un échantillon issu de ce modèle et $X\_{1,n}$= $min\left\{X\_{1},…,X\_{n}\right\}$ et $ X\_{n,n}$= $max\left\{X\_{1},…,X\_{n}\right\} $respectivement la première et la dernière statistique d’ordre.

On propose les estimateurs suivants pour le paramètre $θ.$

$\hat{θ\_{1}}$=$ X\_{n,n}$

$\hat{θ\_{2}}$=$ \frac{n+1}{n} X\_{n,n}$

$\hat{θ\_{3}}$=$ X\_{1,n }$+ $X\_{n,n}$

$\hat{θ\_{4}}$=$2 \overbar{X\_{n}}$

Où $\overbar{X\_{n}}$est l’estimateur de la moyenne empirique.

 1) Pour chacun d’entre eux, étudier la consistance, le biais et donner l’expression

de son risque quadratique.

1. Comparer les fonctions de risque quadratique. Que peut on conclure ?