كلية الاقتصاد وعلوم التسيير
قسم السنة أولى LMD

حل التمرين رقم 04
من الجمل الخطية
التمرين 03

حل الجمل الخطية المتجانسة:
نقول عن جملة خطية أنها متجانسة إذا كان
مجموعة الثوابت في الطرف الثاني للجملة

معدومة

$$(S)\begin{cases} x+2y-3z=0 \\ 2x+5y+4z=0 \\ 3x-y-11z=0 \end{cases}$$

1) نلاحظ أن الثلاثية $(x,y,z)=(0,0,0)$ هو حل مشترك
لجميع الجمل متجانسة تسمى الحل الصفري (أو التافه)
لدينا حالتين:

a) إذا كان محدد الجملة مخالف للصفر $|A| \neq 0$
يكون الحل الصفري وحيدا

(4)

b) إذا كان $|A| = 0$ يكون للجملة عدد غير منته من الحلول (هي مجلول واحدى معادلات الجملة)

(2) نقوم الآن بحساب محدد الجملة $(|A|)$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 5 & 2 \\ 3 & -1 & -4 \end{vmatrix}$$

$= (-20 + 12 + 6) - (-45 - 2 - 16)$

$= -2 + 63$

$= 61 \neq 0$

بما أن $|A| \neq 0$ فإنه يوجد حل وحيد وبالتالي الحل الصفري هو الحل الوحيد للجملة.

(A

(1) $\begin{cases} 3x + 4y - z = 0 \\ 2x + y + z = 0 \\ x + 4y - 3z = 0 \end{cases}$

(1) نقوم بحساب محدد الجملة $(|A_1|)$

$$|A_1| = \begin{vmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & -3 \end{vmatrix}$$

$= (-9 + 4 - 8) - (-1 + 12 - 24)$

$= -13 + 13$

$= 0$

نلاحظ أن $|A_{11}| = 0$ إذن المجموعة (3) لها عدد غير منته من الحلول
(هي حلول إحدى معادلات الجملة).

يعني:

$$\begin{cases} 3x + 4y - z = 0 & (1) \\ 2x + y + z = 0 & (2) \\ x + 4y - 3z = 0 & (3) \end{cases}$$

من (1) نجد

$$z = 3x + 4y \rightarrow (4)$$

نعوض (4) في (2) نجد

$$x = -y \rightarrow (5)$$

نعوض (4) في (3) نجد

$$z = y \rightarrow (6)$$

لو نعوض (5) و (6) في إحدى المعادلات (1) أو (2) أو (3) نجد النتيجة

$$0 = 0$$

وهذا ما يعنيه عدد غير منته من الحلول أي كلما أعطينا قيمة لمتغير وجدنا عدد غير منته من الحلول.