10:19 ... 4G
Lecture seule - حل سلسلة الإنتاج
Connectez-vous pour modifier et enregistrer l...

✓**حل التمرين 04 :**

$$Q=\frac{1}{2}L^{\alpha}K^{B}T^{\delta}$$

1 / الشرط الواجب توفره لكي تصبح هذه الدالة : دالة كوب دوغلاس :

$$Q=\int(L,K)=b.L^{\alpha}K^{B}.T^{\delta}$$ بما أن الدالة من الشكل K^{B}

يجب توفر شرط و هو $\alpha,B,\delta>0$ حتى تكون كوب دوغلاس .

حيث $\alpha+B+\delta=1$ ثابتة / $\alpha+B+\delta>1$ متزايدة / $\alpha+B+\delta<1$ متناقصة .

2 / استنتاج دوال الإنتاجية المتوسطة و الإنتاجية الحدية لـ (L,K) :

الإنتاجية المتوسطة $ApL_L=\frac{Q}{L}=\frac{L^{\alpha}K^{B}.T^{\delta}}{2L}=\frac{1}{2}L^{\alpha-1}K^{B}.T^{\delta}$

لـ L,K $ApL_K=\frac{Q}{K}=\frac{L^{\alpha}K^{B}.T^{\delta}}{2K}=\frac{1}{2}L^{\alpha}K^{B-1}.T^{\delta}$

الإنتاجية الحدية لـ L, K $MpL_L=\frac{SQ}{L}=\frac{\alpha}{2L}=L^{\alpha-1}K^{B}.T^{\delta}$

$$MpL_K=\frac{SQ}{K}=\frac{B}{2}L^{\alpha}K^{B-1}.T^{\delta}$$

3 / المعدل الحدي للإحلال التقني $TMST_{L,K}$:

$$TMST_{L,K}=\frac{MpL}{MpK}=\frac{\frac{\alpha}{2}L^{\alpha-1}K^{B}.T^{\delta}}{\frac{B}{2}L^{\alpha}K^{B-1}.T^{\delta}}=\frac{\alpha K}{BL}$$

$$\boxed{TMST_{L,K}=\frac{\alpha K}{BL}}$$

4 / حساب مرونة كل عنصر من عناصر الإنتاج و مرونة الإنتاج الكلية :

لدينا مرونة الإنتاج الكلية : $E=EL+EK+ET$

$$EL=\frac{\Delta Q}{\Delta L}.\frac{L}{Q}=\frac{MPL_L}{APL_L}=\frac{\frac{\alpha}{2}L^{\alpha-1}K^{B}.T^{\delta}}{\frac{1}{2}L^{\alpha-1}K^{B}.T^{\delta}}=\alpha=0,4$$

$$EM=\frac{\Delta Q}{\Delta K}.\frac{K}{Q}=\frac{MPL_K}{APL_K}=\frac{\frac{B}{2}L^{\alpha}K^{B-1}.T^{\delta}}{\frac{1}{2}L^{\alpha}K^{B-1}.T^{\delta}}=\beta=0,4$$

$$ET=\frac{\Delta Q}{\Delta T}.\frac{T}{Q}=\frac{MPL_T}{APL_T}=\frac{\frac{T}{2}L^{\alpha}K^{B}.T^{\delta-1}}{\frac{1}{2}L^{\alpha}K^{B}.T^{\delta-1}}=\delta=0,2$$

10:19 ... 4G
Connectez-vous pour modifier et enregistrer l...

6 / حساب الزيادة و النقصان في Q حيث :

نقصان رأس المال5% $\frac{\Delta K}{K}$ ، زيادة العمل 10 % $\frac{\Delta L}{L}$

لدينا : $EL = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \cdot \frac{L}{Q} \longrightarrow EL = \frac{\Delta Q}{QL} \cdot \frac{L}{\Delta L} \longrightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta L} = EL \cdot \frac{\Delta L}{L}$

$EK = \frac{\Delta Q}{\Delta K} \cdot \frac{K}{Q} \longrightarrow EK = \frac{\Delta Q}{QK} \cdot \frac{K}{\Delta K} \longrightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta K} = EK \cdot \frac{\Delta K}{K}$

$+\frac{\Delta Q}{K} = EL \cdot \frac{\Delta L}{L} + EK \cdot \frac{\Delta K}{K}$ و لدينا كذلك $\frac{\Delta Q}{Q} \cdot \frac{\Delta \beta}{\beta}$

$= 0,4(10\%) + 0,4(5\%) = 0,2$

أي أن الإنتاج زاد بـ 2 % و منه

$\boxed{\frac{\Delta Q}{QL} = 2\%}$

✓ **حل التمرين 05 :**

لدينا دالة الإنتاج من الشكل : $Q = y(L,K) = 100\, L^{0,7}\, K^{0,3}$

$CT = 2500,\ PL = 50\ ,\ PK = 100$

$2500 = 50L + 100K \ldots\ldots (*)$

1 / إيجاد حجم الإنتاج الذي يمكن أن يصله هذا المنتج و التأكد باستعمال الشرط الكافي :

$V = Q + \lambda(cT - LpL1 - KpK)$

$V = 100L^{0,7}\ \ K^{0,3} + \lambda(2500 - 50L\ - 100K)$

$V'_L = 70\, L^{-0,3} \times K^{+0,3} - 50\,\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{70L^{-0,3} \times K^{0,3}}{50}$ ——— (1)

$V'_K = 30\, K^{-0,7} - L^{0,7} - 100\,\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{30L^{0,7} \times K^{-0,7}}{100}$ ——— (2)

$V'_\lambda = 2500 - 50L - 100K = 0$ ——— (3)

من (1) و (2) نجد : $\frac{70L^{-0,3} \times K^{+0,3}}{50} = \frac{30\, K^{-0,7} - L^{0,7}}{100}$

$\frac{7}{5} L^{-0,3} \times K^{+0,3} \Rightarrow$

بضرب الطرفين في 10 نجد $14\frac{K^{+0,3}}{L^{0,3}} = 3 \cdot \frac{L^{0,7}}{K^{0,7}}$

$14K = 3L \Rightarrow L = \frac{14}{3}K$ ——— *

بتعويض * في معادلة الميزانية نجد :

$cT = LpL + KpK\ K) + 100K_{14} 2500 = 50(\Rightarrow$

$K \Rightarrow 2500 = \frac{100K}{5} + 100K\ \frac{700}{5} = 2500$

$\Rightarrow K = \frac{7500}{1000} = 7,5$ $\boxed{K = 7,5}$

$L = \frac{14}{3}\ 7,5 = 35$ $\boxed{L = 35}$ بالتعويض في X نجد :

و منه $Q = 100(35)^{0,7}(\ 7,5\ )^{0,3} = 2204,7$

10:30 ... حل سلسلة الإنتاج - Lecture seule
Connectez-vous pour modifier et enregistrer l...

$cT = LpL + KpK\ K) + 100K_{14}2500 = 50($ =>

$K => 2500 = \frac{100K}{} + 100K\frac{700}{} = 2500$

$=> K = \frac{7500}{1000} = 7,5$ $\boxed{K = 7,5}$

$L = \frac{14}{3}\ 7,5 = 35$ $\boxed{L = 35}$ بالتعويض في X نجد :

$Q = 100(35)^{0,7}(\ 7,5\ )^{0,3} = 2204,7$ و منه

1/ حجم الإنتاج :

شرط التوازن : $\boxed{\frac{:MpL}{MpK} = \frac{PL}{PK}}$

$= \frac{70L^{-0,3}.K^{+0,3}}{L^{0,7} - K^{-0,7}} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$

$=> \frac{7K}{3L} = \frac{1}{2} =>$ $\boxed{K = \frac{3L}{14}}$

نعوض في (*) نجد :

$2500 = 50L + 100(\frac{3L}{14})$

$2500 = 50L + \frac{300L}{14} = \frac{100L}{14}$ $\boxed{L = 35}$

=> $\boxed{K = 7,5}$

$(L, K) = (35, 7,5)$

$Q = 100(\ 35\ )^{0,7}.\ (7,5)^{+0,3} = 2203,32$

$H =$

$\begin{vmatrix} Z''_{LL} & Z''_{KL} & Z''_{L\lambda} \\ Z''_{KL} & Z''_{KK} & Z''_{K\lambda} \\ Z''_{\lambda L} & Z''_{\lambda K} & Z''_{\lambda\lambda} \end{vmatrix} > 0 . H = \begin{vmatrix} -0,37 & 1,76 & -50 \\ 1,76 & -8,23 & -100 \\ -50 & -100 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} -0,37 & 1,76 \\ 1,76 & -8,23 \\ -50 & -100 \end{matrix}$

_ _ _ + + +

$H = 0 + 8800 + 8800 + 205\ 75 + 3700 + 0 = 41875 > 0$ الحل الأمثل

2/هل الدالة متجانسة ، و ما درجة تجانسها مستنتجا طبيعة الحجم :

- $Z = 100L^{0,7}K^{0,3}.\lambda(2500 - 50L - 100K)$

$Z'_L = 70\ L^{-0,3}.K^{0,7} - 50\ \lambda = 0$

$Z'_{..} = 30L^{0,7}\ K^{-0,7} - 100\ \lambda = 0$

10:30
Lecture seule - حل سلسلة الإنتاج
Connectez-vous pour modifier et enregistrer l...

2/هل الدالة متجانسة ، و ما درجة تجانسها مستنتجا طبيعة الحجم :

- $Z = 100L^{0,7}K^{0,3} . \lambda(2500 - 50L - 100K)$

$$Z'_L = 70\, L^{-0,3}.K^{0,7} - 50\,\lambda = 0$$

$$Z'_u = 30L^{0,7} . K^{-0,7} - 100\,\lambda = 0$$

$$Z_\lambda = 2500 - 50\,\lambda - 100K = 0$$

- تجانس دالة :

$$Q = (\lambda L , \lambda K) = 100(\lambda L)^{0,7}.(\lambda K)^{0,3} = 100\lambda^{0,7}L^{0,7}.\lambda^{0,3}K^{0,3}$$

$$Q = (\lambda L , \lambda K) = \lambda Q$$

الدالة متجانسة من الدرجة الأولى .

إذن غلة الحجم ثابتة .

3/ $TMST_{L,K}$ عند نقطة التوازن :

$$TMST_{L,K} = \frac{MPL}{MPK} = \frac{7K}{3L}$$

$$= \frac{7}{3,35} = 0,5$$

4 / حساب المرونة الكلية لـ L ,K للإنتاج :

$$E = E_L + E_K = 0,7 + 0,3 = 1$$

5 / تحديد العلاقة بين $TMST_{L,K}$ و E_L و E_K.

$$E_L = \frac{MpL}{ApL} \Rightarrow MPL = E_L . APL$$

$$E_K = \frac{MpK}{ApK} = ApK = E_K . APK$$

$$TMST_{L,K} = \frac{MpL}{MpK} = \frac{EL.APL}{EK.APK}$$