

Chapitre I : Généralités	
1. INTRODUCTION	
2. DEFINITIONS	
2. 1. Un plan	
2. 2. Une carte	
2. 2. 1. Lire une carte	
2. 2. 2. Echelle	
2. 2. 3. Orientation d'une carte	
2. 2. 4. Courbes de niveau	
2. 2. 5. Calcul de l'altitude d'un point	
2. 2. 6. Calcul du pourcentage d'une pente	
2. 3. La géodésie	
2. 4. La topographie	
2. 5. Le levé topographique	
2. 6. La topométrie	
2. 6. 1. La Topométrie graphique (levés dits réguliers)	
2. 6. 2. La Topométrie numérique	
2. 7. La photogrammétrie	
2. 8. Les implantations.....	
2. 9. Les projets d'aménagement	
2. 10. Le suivi et contrôle des ouvrages	
3. LES APPLICATIONS DE LA TOPOGRAPHIE	
3. 1. La topographie de construction	
3. 2. La topographie routière.....	
3. 3. La topographie cadastrale	
3. 4. La topographie souterraine	
3. 5. La topographie industrielle	
4. PLACE DE L'INGENIEUR DE GENIE CIVIL EN TOPOGRAPHIE	

5. RAPPELS MATHÉMATIQUES APPLIQUÉS À LA TOPOMÉTRIE	
5. 1. Unités de mesure en topographie	
5. 2 Résolution d'un triangle quelconque	
6. FORME DE LA TERRE.....	
6. 1 Géoïde	
6. 2 Ellipsoïde de référence	
6. 2. 1 Hauteur ellipsoïdal	
6. 2. 2 Systèmes de coordonnées	
7. DIVISIONS DE LA TOPOGRAPHIE.....	
7. 1. La planimétrie	
7. 2. L'altimétrie	

1. INTRODUCTION

La **topographie** fait partie des sciences de la terre. C'est la technique qui permet la mesure puis la représentation graphique ou numérique d'une surface terrestre. La **figure I. 1** schématise l'origine formelle du mot '**topographie**'.

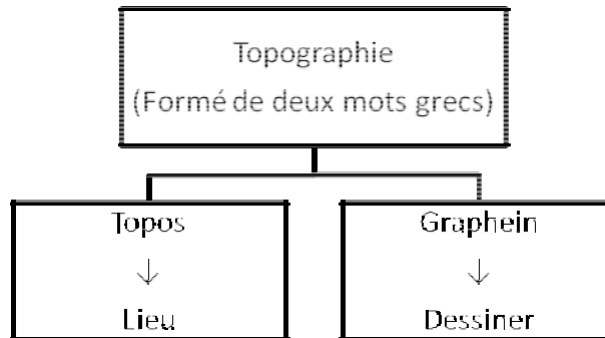


Figure I. 1. Etymologie du mot topographie.

Elle a pour but la représentation plane à une échelle donnée d'une certaine étendue de terrain comportant des détails sur un plan ou sur une carte (**Figure I. 2**).



Figure I. 2. Représentation d'un étendu de terrain sur une carte.

Cette science détermine aussi la position et l'altitude de n'importe quel point situé dans une zone donnée, qu'elle soit de la taille d'un continent, d'un pays, d'un champ ou d'un corps de rue. Ces détails peuvent être :

- ➡ Naturels : Cours d'eau, roches, bois, rivières, montagnes, champs, etc.....
- ➡ Artificiels : Route, Voie ferrée, Bâtiment, Talus, canaux, ports, routes, etc.....
- ➡ Conventionnels : Limite de commune, de département, etc...

Les contours de ces détails (un bâtiment par exemple) sont projetés orthogonalement sur une surface de niveau prise comme plane de comparaison à l'altitude zéro. La vue de ce plan s'appelle la planimétrie.

La définition des altitudes de chacun des points du contour s'appelle l'altimétrie. Les plans topographiques groupent la planimétrie et l'altimétrie.

Le technicien chargé de l'opération définit l'échelle en fonction de l'étendue du terrain à représenter, de la précision et du format souhaité pour le document à obtenir. Ce dernier peut être une carte qui sera dressée principalement à l'usage du public ou bien en vue d'une étude particulière.

Ce technicien peut être :

- ➡ Un géographe qui utilise des petites échelles du $\frac{1}{1000000}$ éme au $\frac{1}{50000}$ éme ;
- ➡ Un topographe qui utilise des moyennes échelles du $\frac{1}{20000}$ éme au $\frac{1}{5000}$ éme ;
- ➡ Un géomètre qui utilise des grandes échelles ($\frac{1}{25000}$ éme, $\frac{1}{2000}$ éme, $\frac{1}{1250}$ éme, $\frac{1}{500}$ éme, $\frac{1}{100}$ éme, $\frac{1}{50}$ éme).

L'établissement d'un plan ou d'une carte englobe plusieurs sciences :

- ➡ **La géodésie** qui étudie les formes de la terre et permet de déterminer les coordonnées géographiques ou rectangulaires d'un certain nombre de points servant de canevas pour les levés topographiques.
- ➡ **La topographie** qui utilise les méthodes graphiques de lever ou de report des plans.
- ➡ **La topométrie** qui groupe l'ensemble des mesures et des calculs propres à l'établissement des plans. La topométrie est une partie de la topographie.
- ➡ **Les levés topographiques** qui permettent l'établissement de plans utilisés par la suite par les Ingénieurs des travaux publics de l'Etat. Ces plans se présenteront sous la forme d'avant projet, de plan de masse et de plan de détail.

2. DEFINITIONS

2. 1. Un plan

Un plan est une représentation graphique d'une portion restreinte de la terre obtenue par projection orthogonale sur une surface plane. Les détails y sont représentés à l'échelle.

2. 2. Une carte

Une carte est une représentation conventionnellement réduite d'une certaine portion de terrain à petite échelle. Tels que cartes géographiques, cartes

topographiques et cartes routières dont les échelles varient du $\frac{1}{1000000}$ ^{ème} au $\frac{1}{25000}$ ^{ème} (Figure I. 3 (a)). La carte permet également de montrer les variations et les

développements des phénomènes dans le temps, ainsi que leurs facteurs de mouvement et de déplacement dans l'espace.

2. 2. 1. Lire une carte

Le nord, par convention, est toujours en haut de la carte (Figure I. 3 (a), Figure I. 3 (c)). Une carte topographique représente une certaine région. Cette reproduction est un dessin orienté et selon la convention, le **Nord** est toujours au dessus, le **Sud**, en dessous, l'**Ouest** à gauche et l'**Est** à droite (Figure I.3 (c)). La direction du nord est indiquée par les méridiens (Figure I. 3 (b)) qui sont représentés par deux ou trois lignes verticales très fines parcourant la carte de haut en bas.



Figure I. 3 (a). Carte topographique (le nord en haut de la carte).

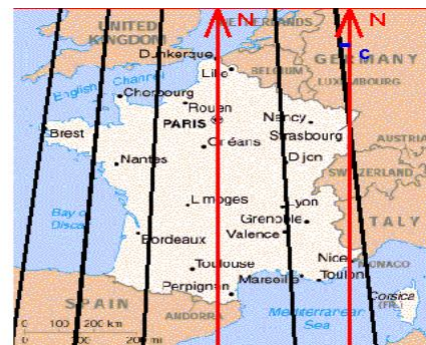


Figure I. 3 (b). Carte topographique (direction du nord indiquée par les méridiens).

Le nord magnétique, indiqué par l'aiguille aimantée d'une boussole, et le nord géographique, dit nord vrai correspondent au point de convergence des méridiens : le pôle nord.

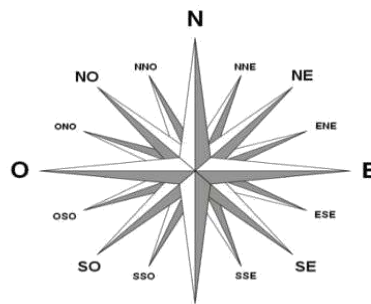


Figure I. 3 (c). Orientation conventionnelle du Nord, Sud, Ouest et l'Est (Carte I.G.N 'Institut géographique national de France').

La différence d'angle entre les deux nord s'appelle la déclinaison magnétique, qui varie avec le lieu et le temps. Une carte contient, le numéro et la série de la carte, l'échelle, la date de réalisation, la date de la dernière révision, la déclinaison magnétique, sa mise à jour et l'équidistance des courbes et la cartouche avec les symboles utilisés. Les cartes utilisent de nombreux codes de couleurs pour

synthétiser le paysage. Les couleurs portées sur les cartes au $\frac{1}{25000}$ ème relèvent d'un code précis utilisé dans le monde entier.

La couleur **bleu** représente tout ce qui a rapport avec l'eau, les cours d'eau, la mer, les étangs, les canaux, les glaciers (contours dessinés au trait bleu), les marais, les zones inondables, etc. Les noms des éléments d'hydrographie sont imprimés en bleu.

La couleur **verte** correspond à la végétation. Les différents traitements graphiques indiquent la nature de la couverture végétale : feuillus, conifères, vignes, broussailles, exceptées les zones cultivées qui restent en blanc. Les limites des forêts domaniales et des parcs naturels sont représentées par un trait vert épais.

La couleur **orange** représente le relief à travers les courbes de niveaux. Les falaises sont dessinées en noir.

La couleur **noir** est employé pour une grande partie des indications en lettres ou chiffres : nom de lieu, de village, hameaux, ruines, altitudes, chiffres de population, numéros de routes, etc. elle indique aussi les voies ferrées, les chemins et les sentiers.

La couleur **jaune** représente les routes non classées.

La couleur **rouge** représente les routes principales et secondaires.

2. 2. 2. Echelle

L'échelle est définie par le rapport entre une distance graphique mesurée sur la carte et celle équivalente sur le terrain. Les deux distances étant exprimées dans la même unité. En topographie, elle s'exprime sous la forme de $\frac{1}{ECH}$. Plus le dénominateur est grand, plus l'échelle est petite. Une image donnée dans une carte sous la forme ci-dessous (**Figure I. 4**), permet de se mettre un ordre de grandeur en tête.



Figure I. 4. Petit extrait d'une carte topographique au $\frac{1}{25000}$ ème.

Une échelle exprimée sous forme de $\frac{1}{10000}$ ème signifie qu'une longueur mesurée sur terrain est réduite 10000 fois pour être reportée sur la carte.

Les principales échelles employées en topographie sont : $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{200}$, $\frac{1}{500}$, $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{2000}$, $\frac{1}{5000}$, $\frac{1}{10000}$, $\frac{1}{25000}$, $\frac{1}{50000}$, $\frac{1}{100000}$, $\frac{1}{200000}$ ème.

Exemples

La mesure d'une distance de :

➡ 2,5 cm sur un plan vaut réellement une distance de 25 m sur le terrain,

l'échelle sera : $\frac{2,5}{2500} = \frac{1}{1000}$ ème.

➡ 7,4 cm sur un plan à l'échelle $\frac{1}{500}$ ème donne une longueur réelle de :

$7,4 \cdot 500 = 3700$ cm.

2. 2. 3 . Orientation d'une carte

Orienter la carte, c'est faire correspondre la position de la carte avec celle du terrain, et donc faciliter la traduction entre ce qui est vu réellement et ce qui est représenté sur la carte. Pour orienter la carte, il faudrait :

- ➡ Mettre le Nord du cadran de la boussole devant le repère de celle-ci (ne pas s'occuper de la position de l'aiguille) ;
- ➡ Poser la boussole sur la carte en alignant bord de la carte et bord de la boussole, comme sur le schéma de la **figure I. 5 (a)** ;
- ➡ Tourner l'ensemble (carte-boussole) jusqu'à ce que le Nord de l'aiguille arrive sur le Nord du cadran, comme sur le schéma de la **figure 1 .5 (b)**.

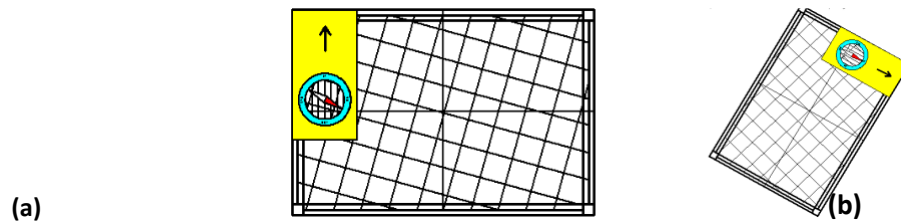


Figure I. 5. Orientation d'une carte topographique.

2. 2. 4. Courbes de niveau

Une **courbe de niveau** ou ***isoplèthe d'altitude*** est, en cartographie une ligne formée par les points du relief situés à la même altitude. Pour dessiner les courbes de niveau, il faut découper le terrain en « ***tranches*** » pour être projeté ensuite sur du papier. L'épaisseur des tranches est constante, appelée équidistance des courbes et est indiquée dans la cartouche de la carte. Toutes les cinq ou dix courbes, une courbe maîtresse est dessinée en gras, avec l'indication de son altitude. Les chiffres de cette courbe sont toujours écrits dans le sens de la montée (**Figure I. 6**).

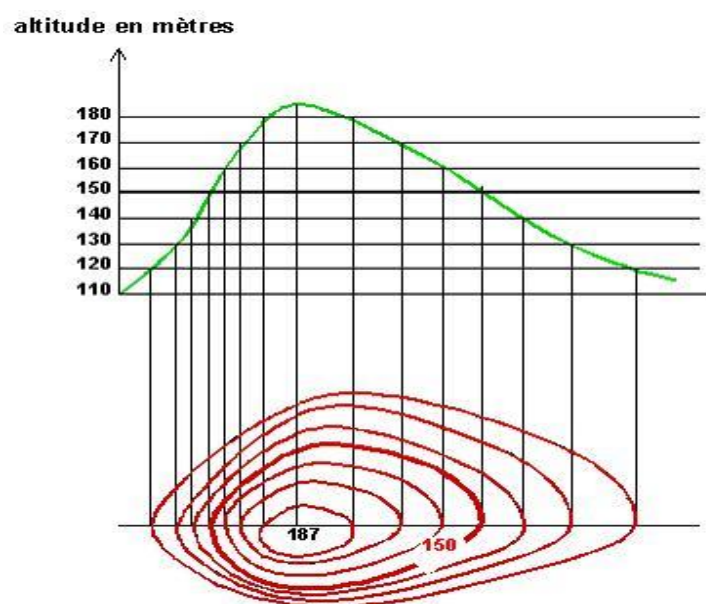


Figure I. 6. Principe de détermination des courbes de niveau.

Enfin, les points côtés dans la figure I. 6 (187 m) donnent l'altitude des points particuliers qui complètent les courbes de niveau.

2. 2. 5. Calcul de l'altitude d'un point

Pour calculer l'altitude d'un point, il faut d'abord étudier les courbes de niveau et les points côtés. Trois points **A**, **B** et **C** ont été indiqués sur le schéma de la **figure I. 7**.

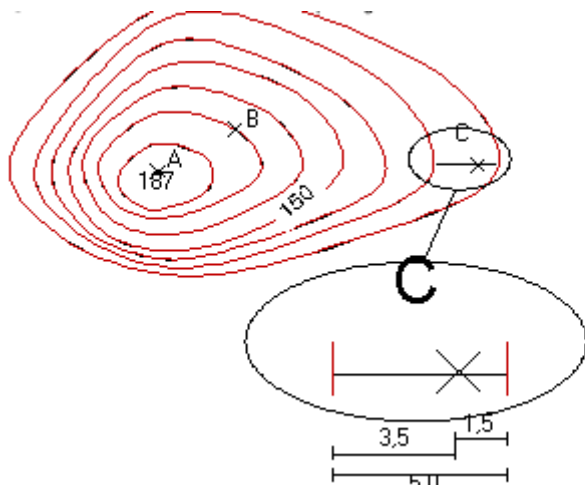


Figure I. 7. Principe du calcul de l'altitude d'un point.

- ➡ Le point **A** est sur un point coté : son altitude est de 187 m
- ➡ Le point **B** est sur une courbe de niveau : son altitude est de 170 m
- ➡ Le point **C** est situé entre deux courbes de niveau... c'est plus compliqué !

Comme **C** est situé entre deux courbes de niveau, il faut commencer par le dessin de la ligne la plus courte entre les deux courbes et passant par le point **C** : c'est la ligne de plus grande pente. Ensuite, il faut mesurer la longueur de cette ligne. Ici elle est de 5 mm. Puis il faudrait mesurer la distance entre la courbe la plus basse (ici 120 m) et le point, et on trouvera 1,5 mm dans l'exemple. Enfin, une règle de trois permet de calculer la dénivelée. Dans l'exemple de la **figure I. 7**, si 5 mm représentent une élévation de 10 m (la différence d'altitude entre deux courbes, c'est à dire l'équidistance), alors 1,5 mm correspondront à $1,5 \cdot 10 / 5 = 3$ m. L'altitude du point est donc de $120 + 3 = 123$ m.

2. 2. 6. Calcul du pourcentage d'une pente

Pour calculer la pente d'un trajet, il suffit d'appliquer la formule suivante :

$$Pente(\%) = \frac{Dénivelé(m)}{Longueur \times parcourue(m)} \cdot 100 \quad (I.1)$$

Donc une pente est égale à 100 % lorsque la dénivelée est égale à la longueur parcourue. La dénivelée est définie comme étant la hauteur totale entre le point d'arrivée et le point de départ.

Exemple 1

Soit deux points sur une carte. **A** est à 450 m d'altitude et **B** à 600 m. La distance entre **A** et **B** est de 4,5 Km, c'est-à-dire 4500 m. Le calcul de la dénivelée revient au calcul de la différence d'altitude entre les deux points **B** et **A**.

Dénivelée : $B - A \Rightarrow 600 \text{ m} - 450 \text{ m} = 150 \text{ m}$.

Pente entre le point **A** et le point **B** : $Pente = \frac{150}{4500} \cdot 100 = 3,33\%$. Il ne faut pas donc confondre le pourcentage de la pente avec l'angle d'élévation (exprimé en degré) de cette même pente :

Sur les cartes, nous avons la distance à plat, c'est-à-dire la distance horizontale; elle ne prend pas en considération le relief du terrain. Nous ne savons donc pas la vraie distance parcourue lors de l'élévation (Figure I. 8) représentée ici par l'hypoténuse **R**.

Sur un terrain pratiquement plat ou pour une élévation sur une longue distance, la différence sera minime. Voyez la différence entre la ligne **A** et la ligne **B** dans le graphique ci-après (Figure I. 8). Si on les lignes, la **B** serait beaucoup plus grande que **A**.

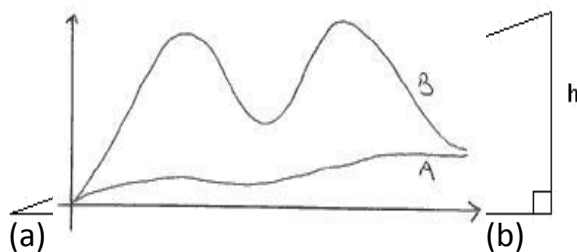


Figure I. 8 . Calcul de dénivelée entre deux point A et B.

Pour connaître la distance réelle à parcourir, il faut se servir du théorème de Pythagore : $L^2 + h^2 = R^2$. Après un simple calcul, nous obtenons : $R = 4502 \text{ m}$.

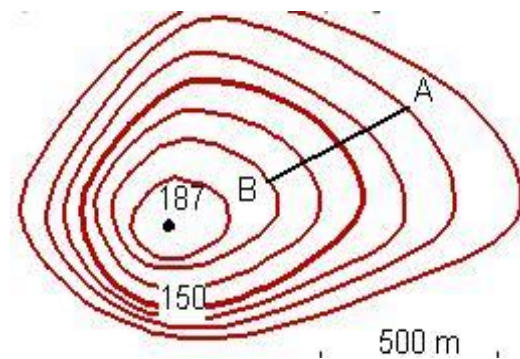
2 m de plus, tout compte fait, la différence est négligeable. La différence sera plus importante en terrain montagneux. Prenons l'exemple d'une élévation de 700 m sur une distance de 1000 m inscrite sur la carte. La distance horizontale est de 1000 m alors que la vraie distance parcourue sera à peu près de 1221 m (racine carrée de $[700^2 + 1000^2]$). Non seulement la distance à marcher est plus grande de 22 % ($1000 + 22\% \cdot 1000 = 1221$), mais elle sera aussi plus difficile due à son degré d'élévation (ou à

son % de pente). Concernant l'angle d'élévation, nous avons l'outil nécessaire en mathématique : la tangente. $\text{Tangente}(x^\circ) = h/L$. À l'envers, pour trouver l'angle (x°) : $\text{arc tangente}(h/L) = x^\circ$. Dans l'exemple : $\text{arctan}(150/4500) = 1,9^\circ$. Dans l'exemple d'une pente de 100%, la hauteur égale donc la distance horizontale (sur la carte), par exemple, 100 m. Le quotient (division) est donc de 1 ($100 \text{ m} \div 100 \text{ m} = 1$). $\text{Arc tangente}(1) = 45^\circ$.

Exemple 2

Le calcul de la pente du trajet illustré par le triangle de la **figure I. 9**, mène au résultat suivant :

Pente : $P = (20.100)/50 = 40\%$.
 $D = 20$
 Une montée de 40 m revient à parcourir 100 en longueur.
 $L = 50$



- En allant de **A** vers **B**, nous passons de la courbe 130 à la courbe 170 : nous avons donc monté 40 m. La longueur du trajet à vol d'oiseau est de 450 m. Donc la pente est : $P = (40.100)/450 = 8,9 \%$.

- En allant de **A** vers **B**, (une montée) : la pente est de + 8,9 %
- En allant de **B** vers **A**, (une descente) : la pente est de - 8,9 %

Figure I. 9. Principe du calcul du pourcentage d'une pente.

2. 3. La géodésie

C'est la science de la mesure des dimensions et de la forme de la terre, et est un des savoir-faire fondamentaux de l'I.G.N (Institut Géographique National de France). Elle s'est développée dans deux directions fondamentales :

➡ **Théorique** : connaissance de la forme et des dimensions de la terre, de son champ de pesanteur et développement de mesures précises dans le domaine spatial (repérage et guidage de satellite).

➡ **Pratique** : détermination de points remarquables et matérialisés de façon

durable permettant l'établissement de cartes et de plans exacts et fournissant les données géométriques aux grands travaux de génie civil.

Cette science détermine les positions de points matérialisés de façon durable. D'où la nécessité des mesures terrestres (angles, distances) entre des points espacés de plusieurs dizaines de kilomètres, et des mesures astronomiques (longitude et latitude) appelées coordonnées géographiques.

2. 4. La topographie

Comme elle a été déjà définie au paragraphe, c'est une science qui se propose d'étudier les formes de la terre, ses dimensions et les déformations du globe terrestre. C'est la représentation par une projection orthogonale cotée, de tous les détails de la configuration du sol.

2. 5. Le levé topographique

C'est l'ensemble des opérations destinées à recueillir sur le terrain les éléments du sol, (sous-sol et du sursol) nécessaires à l'établissement d'un plan ou d'une carte. Il implique la mesure locale d'un nombre important de points permettant la description des objets géographiques. Un levé est réalisé à partir d'observations au moyen d'un instrument permettant des mesures.

2. 6. La topométrie

La topométrie est l'art de représenter sur un plan la configuration d'un terrain, en utilisant uniquement des mesures géométriques régulières (pas de croquis, pas de dessin). Le mot **Topo** désigne le lieu et le mot **métrie** désigne mesure. Elle constitue l'élément fondamental de la topographie. Deux types de topométries sont à distinguer.

2. 6. 1. La Topométrie graphique (levés dits réguliers)

Elle aboutit à un modèle graphique, appelé aussi plan conventionnel dans lequel l'erreur sur la détermination d'un point par rapport au point voisin est limitée à l'erreur graphique soit 0,1 mm dans les meilleures conditions (support stable, dessin finement exécuté, matériel très précis).

➡ Cette erreur représente sur le terrain :

1,5 cm à l'échelle du $\frac{1}{100}$ éme; 3 cm à l'échelle du $\frac{1}{200}$ éme; 7,5 cm à l'échelle du $\frac{1}{500}$ éme; 15 cm à l'échelle du $\frac{1}{1000}$ éme et 30 cm à l'échelle du $\frac{1}{2000}$ éme.

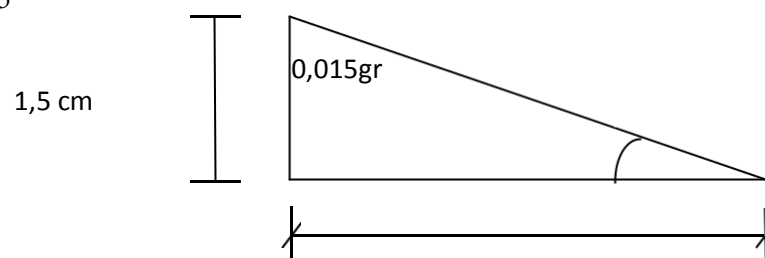
➡ Elle permet de déduire la limite d'utilisation d'un instrument en fonction de différentes échelles.

📌 Exemple

Quelles sont les limites d'utilisation d'un instrument de mesure d'angle donnant une précision de 1,5 cgr (Figure I. 10)? (échelle $\frac{1}{100}$).

Il suffit de calculer à quelle distance 1,5 cm est vu sous un angle de 1,5 cgr.

Ce qui donne $D = \frac{1,5}{\text{tg}0,015} = 6366,2 \text{ cm}$.



D

Figure I. 10. Mesure d'angle sur terrain.

2. 6. 2. La Topométrie numérique

Elle suppose un équipement opérationnel approprié (tachéomètre électronique ; calculateur programmable et lecteur enregistreur ; micro-ordinateur ; traceur rapide....etc). Elle aboutit à un document dont tous les éléments sont définis par leurs coordonnées rectangulaires. La précision est supérieure à tout graphisme et permet l'établissement d'un modèle graphique à toute échelle. Ces calculs topométriques traitent numériquement les observations d'angles, de distances et de dénivelées, pour fournir les coordonnées rectangulaires planes : abscisse **X**, ordonnée **Y** et altitudes **H** des points du terrain, ainsi que les superficies. En retour, les calculs topométriques exploitent ces valeurs pour déterminer les angles, distances, dénivelées non mesurées afin de permettre notamment les implantations.

2. 7. La photogrammétrie

Elle permet la mesure et la représentation d'un objet, d'une construction ou d'un terrain en utilisant des photographies aériennes ou terrestres. La modélisation 3D par photogrammétrie peut être qualifiée de "Capture 3D" et permet de relever une structure tridimensionnelle, un état de surface ou un lieu de sinistre (**Figure I. 11**). Notre processus de capture par drone ouvre de nouvelles possibilités pour de nombreux secteurs. **La photogrammétrie par drone** est un outil **innovant** et **performant** d'étude, d'analyse et de communication.

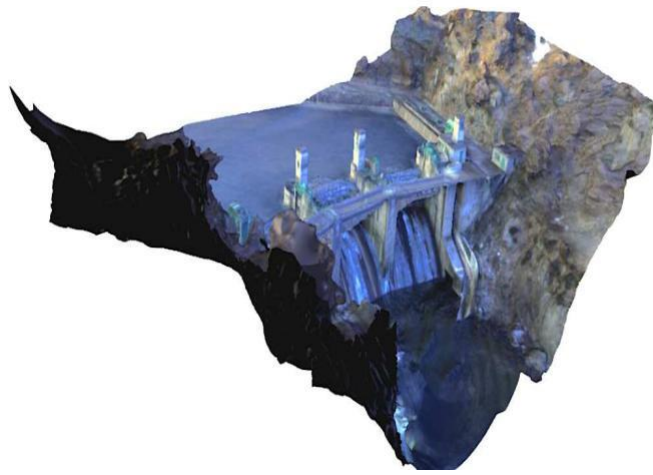


Figure I. 11. Photogrammétrie par Drone d'un barrage EDF.

2. 8. Les implantations

Les projets d'aménagement établis généralement à partir de données topographiques, qui doivent être réalisés sur terrain. Pour ce faire, le topographe **implante** autrement dit **met en place sur le terrain**, les éléments planimétriques et altimétriques nécessaires à cette réalisation.

2. 9. Les projets d'aménagement

Ce sont les projets qui modifient la planimétrie et l'altimétrie d'un terrain : aménagements fonciers, lotissements, tracés routiers et ferroviaires, gestion des eaux : drainage, irrigation, canaux, fossés,... etc.

2. 10. Le Suivi et contrôle des ouvrages

Une fois construits, les ouvrages d'art nécessitent souvent une auscultation à un intervalle de temps plus ou moins réguliers suivant leur destination : digues, ponts, affaissements,...etc. Les travaux topographiques correspondants débouchent sur les

mesures des variations des coordonnées (**X, Y, Z**) de points rigoureusement définis, suivies de traitement numérique divers constatant un état et prévoyant éventuellement une évolution.

3. LES APPLICATIONS DE LA TOPOGRAPHIE

La topographie s'implique en plusieurs activités. Les plus répondues sont données par les points suivants :

3. 1. La topographie de construction qui consiste à donner des altitudes servant à la construction des réseaux, des poteaux d'éclairage public,...etc.

3. 2. La topographie routière qui est liée aux autoroutes aux chemins de fer et aux travaux s'étendant sur des grandes distances par exemple: Implanter l'axe de la route, piqueter les courbes routières.

3. 3. La topographie cadastrale qui consiste à déterminer la délimitation et le morcellement des propriétés foncières. Par exemple : Subdiviser ou piqueter des lots, rétablir d'anciennes lignes de propriété.

3. 4. La topographie souterraine qui s'intéresse à la détermination de l'orientation et des dimensions des galeries de calcul des volumes. par exemple : Localiser les puits ou bien faire la relevée de la galerie.

3. 5. La topographie industrielle qui s'oriente vers les aménagements des installations industrielles au moyen d'instruments optiques.

4. PLACE DE L'INGENIEUR DE GENIE CIVIL EN TOPOGRAPHIE

L'ingénieur de génie civil non spécialisé en topographie doit être capable de :

Comprendre tout document établis par un topographe,

Pouvoir communiquer avec un topographe,

Savoir-faire des opérations de la topographie,

Surveiller la bonne exécution d'un levé,

Réceptionner éventuellement les travaux réalisés,

Manipuler des appareils topographiques.

5. RAPPELS MATHÉMATIQUES APPLIQUÉS À LA TOPOMÉTRIE

5.1. Unités de mesure en topographie

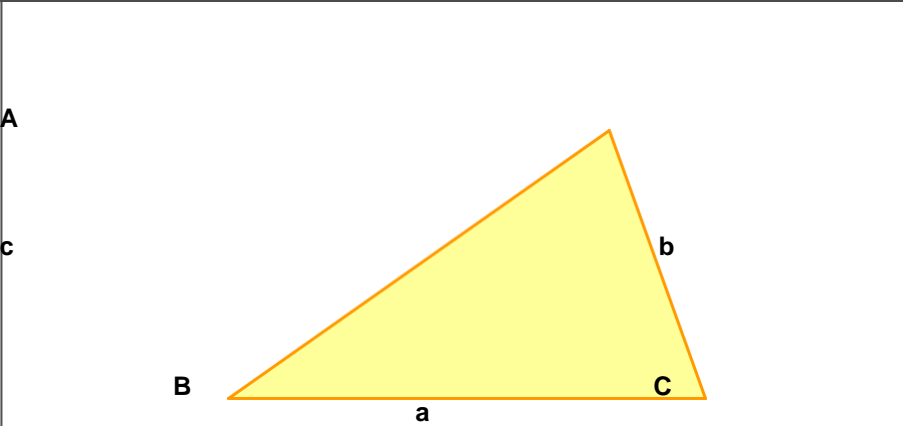
Les angles en topographie sont observés et mesurés dans le **sens topographique** ou dans le **sens des aiguilles d'une montre**. L'unité angulaire employée est le grade (**gr**). Les unités de mesure employées en topographie sont reprises dans le **tableau I. 1**.

Grandeur	Unité	Symbole
Distance	Mètre	m et Km
Angle	grade	gr
Surface	Mètre carré	m ²

Tableau I. 1. Unités de mesure en topographie.

5.2. Résolution d'un triangle quelconque

Il est utile de savoir calculer les paramètres définissant la figure élémentaire de base qu'est le triangle (**Figure I. 12**). Ce paragraphe rappelle quelques formules simples issues de la trigonométrie dans le plan données dans le **tableau 1. 2**. Toutes les notations sont données dans le même tableau. Les inconnues du triangle se calculent en fonction des données disponibles et à l'aide des formules présentées dans le **tableau I. 2** ci-dessous:

-Y- FIGURE & NOTATIONS													
 <p>Figure I. 12. Triangle quelconque.</p>	<table border="1"> <tr> <td>A B C</td> <td>Sommets</td> </tr> <tr> <td>Longueur des a, b, c côtés</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Rayon du cercle R circonscrit</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Rayon du cercle r inscrit</td> <td></td> </tr> <tr> <td>2s</td> <td>= a + b + c</td> </tr> <tr> <td>s</td> <td>= demi-périmètre</td> </tr> </table>	A B C	Sommets	Longueur des a, b, c côtés		Rayon du cercle R circonscrit		Rayon du cercle r inscrit		2s	= a + b + c	s	= demi-périmètre
A B C	Sommets												
Longueur des a, b, c côtés													
Rayon du cercle R circonscrit													
Rayon du cercle r inscrit													
2s	= a + b + c												
s	= demi-périmètre												

A_T

= Aire du triangle

-Y-

AIRE DU TRIANGLE A_T est donnée par l'une de ces formules

$$= 1/2 bc \sin A$$

$$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= 1/2 ca \sin B$$

$$= \frac{1}{4} \sqrt{(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)}$$

$$= 1/2 ab \sin C$$

$$= abc / 4R$$

$$= rs$$

$$= 1/2 ah$$

-Y-

LOI des SINUS

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

-Y-

LOI des COSINUS

Pratique pour calculer les angles lorsqu'on connaît les trois côtés

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

-Y-

LOI des PROJECTIONS

$$a = b \cos C + c \cos B$$

$$b = c \cos A + a \cos C$$

$$c = a \cos B + b \cos A$$

-Y-

LOI des DEMI-ANGLES

$$\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}$$

$$\cos \frac{A}{2} = \frac{s(s-a)}{bc}$$

$$\tan \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}$$

$$\sin \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{ca}}$$

$$\cos \frac{B}{2} = \frac{s(s-b)}{ca} \quad \tan \frac{B}{2} = \frac{s(s-b)}{ca}$$

$$\tan \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{s(s-b)}}$$

$$\sin \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{ab}}$$

$$\cos \frac{C}{2} = \frac{s(s-c)}{ab}$$

$$\tan \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{s(s-c)}}$$



$$\tan \frac{B-C}{2} = \frac{b-c}{b+c} \cot \frac{A}{2}$$

$$\tan \frac{C-A}{2} = \frac{c-a}{c+a} \cot \frac{B}{2}$$

$$\tan \frac{A-B}{2} = \frac{a-b}{a+b} \cot \frac{C}{2}$$

Tableau 1. 2. Résolution du triangle quelconque (en connaissant les côtés-Formules).

6. FORME DE LA TERRE

La terre est une ellipsoïde de révolution tournant autour de son petit axe, appelé axe de terre. L'équateur est le grand cercle imaginaire tracé autour de la terre à égale distance des deux pôles. Le Méridien est le demi grand cercle imaginaire de la surface terrestre limité aux pôles (**Figure I. 12**). Il convient de distinguer l'**ellipsoïde de révolution** qui est une surface engendrée par une ellipse de demi axe a et b (~ 6400 km) tournant autour du petit axe b , parallèle à l'axe des pôles. Son aplatissement noté α est donné par la relation (**I. 2**).

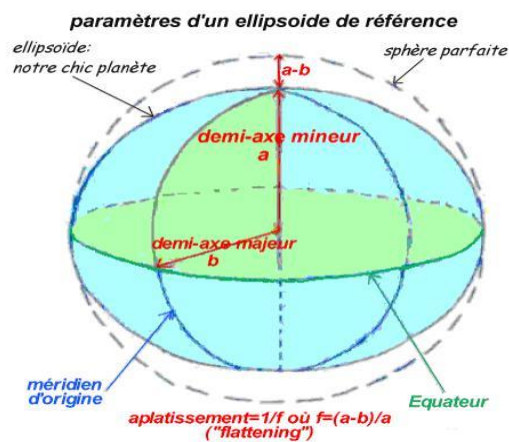


Figure I. 12. Forme de la terre.

$$\alpha = \frac{a-b}{a} \quad (I.2)$$

ou bien ce qui revient au même, le carré de son excentricité e^2 donné par la relation (**I. 3**).

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} \quad (I.3)$$



6. 1. Géoïde

Les surfaces sur lesquelles le potentiel de pesanteur est constant sont appelées surfaces équipotentielles ou de niveau. D'après les propriétés des fluides en équilibre, la surface moyenne des grandes nappes d'eau : mer, océan....etc, est une surface équipotentielle. Une d'entre elles est choisie, appelé géoïde : la surface moyenne des océans pour définir la surface du niveau zéro à partir de laquelle les altitudes sont comptées (**Figure I. 13**). Cette surface est difficilement accessible. Même sur les océans, où la houle, les marées peuvent être moyennées, les différences de température, de salinité, les vents, peuvent modifier le niveau moyen. Sous les continents, le géoïde n'est défini que d'une façon indirecte.

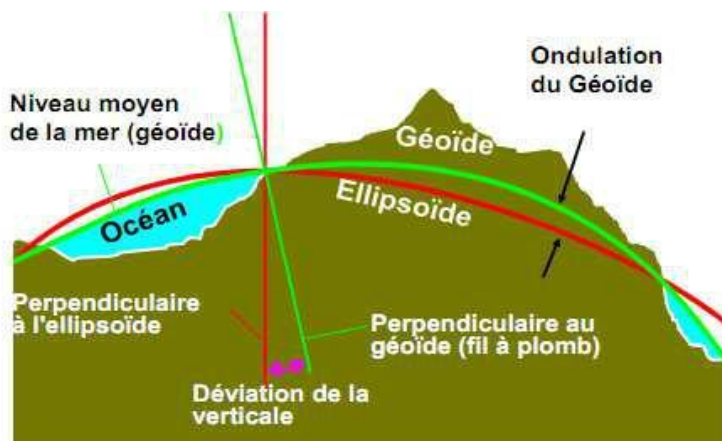


Figure I. 13. Le Géoïde.

6. 2. Ellipsoïde de référence

L'ellipsoïde de révolution (sphère aplatie aux pôles) est un modèle mathématique utilisé pour le calcul, définit pour qu'il soit le plus près possible du géoïde. Il existe de nombreux modèles d'ellipsoïdes. A chaque référentiel géodésique est associé un ellipsoïde sur lequel on a fixé un méridien comme origine des longitudes et qui est parfaitement défini par le demi-grand axe a et une des différentes valeurs :

demi grand axe : a

demi petit axe : b

première excentricité : $e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$

- ➡ carré de l'excentricité : $e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$
- ➡ deuxième excentricité : $e' = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b}$
- ➡ inverse de l'aplatissement : $\frac{1}{\alpha} = \frac{a}{a-b}$



Dans le **tableau I. 3** sont données quelques valeurs concernant le calcul de modèles d'ellipsoïde en France en considérant deux systèmes géodésiques (NTF et ED50).

Système Géodésique	Ellipsoïde associé	a	b	$\frac{1}{\alpha}$	e
NTF	Clarke 1880 I.G.N	6378249,2	6356515,0	293,466021	0,08248325676
ED50	Hayford 1909	6378388,0	6356911,9461	297,000000	0,08199188998

Tableau I. 3. Calcul de modèles d'ellipsoïde en France.

6. 2. 1. Hauteur ellipsoïdal

Cette valeur est définie dans un système géodésique (**Tableau I. 3**) et peut différer de l'altitude de plusieurs dizaines de mètres. Elle correspond à une distance entre le point considéré et le pied de la normale à l'ellipsoïde. Tous les systèmes de positionnement par satellites fournissent une hauteur ellipsoïdale et non une altitude.

6. 2. 2. Systèmes de coordonnées

Les coordonnées peuvent être exprimées sous la forme de coordonnées :

➡ **Cartésiennes géocentriques (X, Y, Z)** relatives aux trois (3) axes d'un repère ayant son origine au centre des masses de la Terre (**Figure I. 14**). Ces coordonnées peuvent être utilisées, par exemple, comme intermédiaire lors de calculs de changements de systèmes géodésiques de références.

➡ **Géographique** (λ, ϕ, h), (**Figure I. 15**) ;

La lettre grecque λ (lambda) désignant la longitude ;

La lettre grecque ϕ (phi) la latitude ;

La lettre **h** correspond à la hauteur ellipsoïdale (à ne pas confondre avec l'**altitude**). Elle est définie dans un système de référence géodésique et peut différer de l'altitude de plusieurs dizaines de mètres.

➡ En projection ou représentation plane

L'utilisation de coordonnées sur une surface de référence comme un ellipsoïde n'est pas aisée et ne permet pas de réaliser directement des mesures de distance ; d'angle ou de surface. Il est plus pratique d'avoir une image graphique du monde sur un plan.

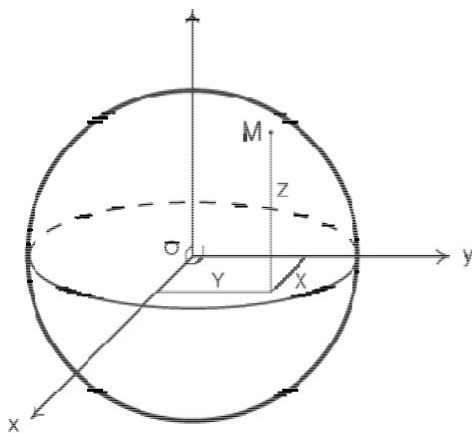


Figure I. 14. Coordonnées cartésiennes de la terre.

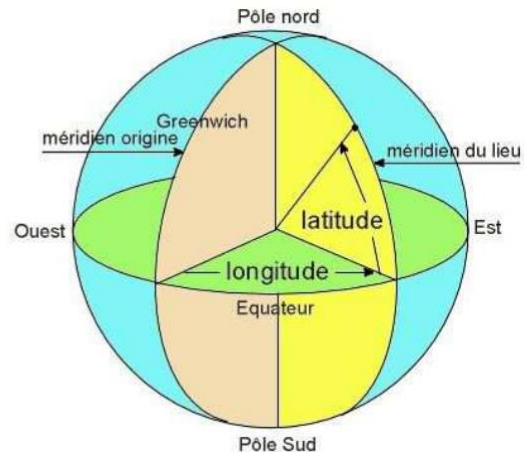


Figure I. 15. Coordonnées géographiques de la terre.

Contrairement à l'usage, il est préférable d'utiliser la convention **E, N** (Est, Nord) pour désigner des coordonnées en projection (**Tableau I. 4**) pour éviter toute confusion avec les coordonnées cartésiennes (**X, Y, Z**).

Type de coordonnées	X,Y,Z	λ, ϕ, h	E, N
Unité angulaire		*	
Unité linéaire	*	*	*
Projection			*
Méridien origine		*	*
Ellipsoïde		*	*
Système géodésique	*	*	*

Tableau I. 4. Éléments nécessaires à la description d'un type de coordonnées.

Quelques notations des unités angulaires pour les latitudes et longitudes sont données dans le **tableau I. 5**.

degrés, minutes, secondes sexagésimaux	° ' "
degrés, minutes décimales	° ′
degrés décimaux	°
grades (ou gon)	gr
Radians	rd

Tableau I. 5. Notations des unités angulaires pour les latitudes et longitudes.

Quelques approches numériques sont données par le **tableau I. 6.**

1°	= 60′	= 3 600"
180°	= 200 gr	= 3.141592654 rd = πrd (angle plat)
360° =	400 gr = 6.28 rd = 2 πrd	circonférence
48.61°	= 48° 36.6′	= 48° 36′ 36"
48.60°	= 54 gr	

Tableau I. 6. Approches numériques.

Exemple de transformation

$$57.30^\circ = 63.66\text{gr} = 1\text{rd}. \quad 1^\circ = 1.111 \text{ gr}. \quad 0.9^\circ = \quad 1 \text{ gr} = 0.0157 \text{ rd}.$$

Un degré de longitude équivaut à environ 111 km sur l'équateur mais ne vaut plus que 74 km à une latitude de 48 degrés et devient 0 km au pôle Nord.

En considérant une terre sphérique de rayon 6360 km, il est à conclure que :

$$1^\circ \text{ de longitude} = \cos(\text{latitude}) * 111 \text{ km}, \quad 1^\circ \text{ de latitude} = 111 \text{ km}.$$

Rappel sur les unités de mesure

Le grade (gr) ou le gon (g) appelé encore le système centésimal.

Sous-multiples

Décigrade (dcg)	Centigrade (cgr)	Milligrade (mgr)	Décimilligrade (dmgr)
0,1gr	0,01gr	0,001gr	0,0001gr

Correspondance entre différentes unités de mesure de quelques angles

400gr	360°	6,28rad	2 π rad	Circonférenc
200gr	180°	3,14rad	π rad	Angle plat
100gr	90°	1,57rad	(π/2) rad	Angle droit
63,66	57°,30	1rad		
1,111gr	1°			
1gr	0,9°	0,0157rad		

7. DIVISIONS DE LA TOPOGRAPHIE

Les opérations topographiques se divisent en deux grandes catégories : la planimétrie et l'altimétrie.

7. 1. La planimétrie

Consiste à déterminer **la position** de tout détail d'une portion de la surface terrestre, supposée plane au moyen des mesures d'angles horizontaux et des distances horizontales.

7. 2. L'altimétrie

Consiste principalement à déterminer la hauteur (ou l'altitude) des points au dessus d'une surface de référence à mesurer la différence d'altitude entre les points, et à représenter le relief au moyen de conventions appropriées.

Toutes les opérations topographiques se basent sur des mesures. Les différences entre les résultats des mesurages d'une grandeur et la valeur vraie¹ de cette grandeur sont imputables soit à la méthode, soit à l'observateur, soit aux appareils ou aux circonstances².

L'opérateur doit prévoir une valeur suffisamment approchée de ces différences et connaître les lois générales qui les régissent. C'est à cette prévision et à ces lois qu'est consacrée l'étude qui suit.



¹ Valeur qui caractérise une grandeur dans des conditions existant à l'instant considéré en vertu de la définition donnée à cette grandeur.



² Erreurs provenant de la méthode, erreurs provenant de l'opérateur ou erreurs instrumentales.

