Recherche opérationnelle

La recherche opérationnelle à pour domaine l'étude de l'optimisation de processus quels qu'ils soient.

Définition1

La recherche opérationnelle peut être définie comme l'ensemble des méthodes et techniques rationnelles orientées vers la recherche du meilleur choix dans la façon d'opérer en vue d'aboutir au résultat visé ou au meilleur résultat possible.

Définition2

La recherche opérationnelle est définie comme l'ensemble des méthodes et techniques rationnelles permettant d’appréhender des faits d’un problème prédéfinie afin d’aboutir à la meilleure décision parmi plusieurs dans les meilleures conditions et les meilleurs délais

Motivations

- ✓ Un outil qui permet de :
  - modéliser
  - résoudre

  toute une classe de problèmes d’optimisation.
- ✓ Existence de solveurs efficace pour la PL.

Objectifs

L'objectif de la programmation linéaire (P.L.) est de trouver la valeur optimale d'une fonction linéaire sous un système d'équations d'inégalités de contraintes(technologiques ou de production) linéaires. La fonction linéaire à optimiser(maximiser ou minimiser) est dite "fonction économique ou objective " (utilisée en économie dans le cadre d'optimisations)

Introduction à la programmation linéaire

La programmation linéaire sous domaine de la recherche opérationnelle. C'est le domaine de la recherche opérationnelle qui consiste à chercher l'optimum d'une fonction économique linéaire de plusieurs variables $F(x1, x2, \ldots, xn)$ soumises à des contraintes exprimées par des équations ou inéquations qui sont également linéaires.

il s'agit don d'un système composé de trois ensembles à savoir:

- Un ensemble noté **X=(x1,x2, ,xn)** de variables indépendantes réelles positives ou nulles dites principales

- Les variables sont assujetties à un en ensembles de contraintes dites technologiques ou de production représentées sous un forme canoniques par un systèmes d'inégalités suivantes :

$$Max(Z) = \sum_{k=1}^{n} C_k x_k$$

$$\begin{cases} a_{1,1}+a_{1,2}+ \quad a_{1,m} & \leq \quad d_1 \\ a_{2,1}+a_{2,2}+ \quad a_{2,m} & \leq \quad d_2 \\ . \quad . \quad . & \geq \quad \dots\dots\dots \\ . \quad . \quad . & = \quad \dots\dots\dots \\ a_{n,1}+a_{n,2}+ \quad a_{n,m} & \leq \quad d_m \end{cases}$$

$$x_k \in \mathrm{R} \quad x_k \geq 0 \quad \forall k \in \{1,2,\dots,n\}$$

- L'optimum d'une fonction économique linéaire de plusieurs variables $F(x1,x2,\dots,xn)$ notée optimum (soit $Max(Z)$ ou $M\text{in}(Z)$) $= \sum_{k=1}^{n} C_k x_k$

Modélisation d'un programme linéaire

C'est une tâche délicate vu qu'il n'existe pas de méthode en la matière mais essentielle puisque cette formalisation qui conditionne la découverte de la future solution optimale ou presque . Elle comporte les phases connues pour le traitement à savoir:

1) la détection du problème et l'identification des variables (de décision) qui doivent correspondre aux soucis du responsable de la décision.

2) la formulation de la fonction économique exprimée sous forme d'une fonction des variables identifiées et elle est préférentielle.

3) la formulation des contraintes de production ou technologique. Elles expriment les limites à ne pas dépasser qui sont representer par des égalités ou souvent d'inégalités.

Exemples:

- Variables principales réelles $x1, x2 \geq 0$

- La fonction objective : $\mathit{MAX}\ Z(x1, x2) = 4\,x1 + 3\,x2$

- sous les contraintes

$$3\,x1 + 4x2 \leq 12$$
$$7\,x1 + 2\,x2 \leq 14$$

Exemple de modélisation.

Problème:

Un restaurateur peut offrir à sa clientèle deux types d'assiettes:

1) à 8 DA le plat . Il contient 5 sardines, deux dorades et une huitre.
2) à 6 DA le plat . Il contient 3 Sardines , 3 dorades et 3huitres.

Il dispose de 30 sardines , 24 dorades et 18 huitres.

Comment doit – il les disposer pour pour réaliser une recette maximale?

Formulation

Les variables principales de décision son au fait:

X1= le nombre de plat de type1, X1 réelle et positive

X2= le nombre de plat de type2 . X2 réelle et positive

La fonction objective est:

Max(Z(X1,X2)) = 8 X1 +6 X2 le restaurateur veut maximiser sa recette.

Les contraintes de production

1) $5\ X1 + 3\ X2 \leq 30$
2) $2\ X1 + 3\ X2 \leq 24$
3) $X1 + 3\ X2 \leq 18$