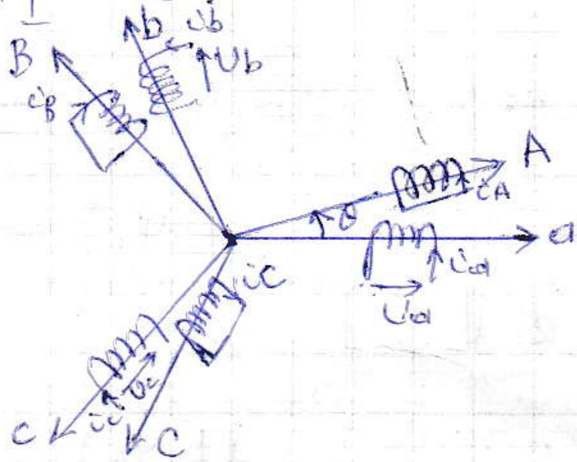
Machine Asynchrone :-

. Description :- La machine asynchrone triphasée comporte un stator fixe et un rotor tournant autour de l'axe de symétrie de la machine. Dans des encoches régulièrement réparties sont logés trois enroulements identiques à P paires de pôles ; leurs axes magnétiques sont séparés entre eux d'1 angle électrique égal à $\frac{2\pi}{3}$. La structure du rotor peut être réalisée :

- Soit par un système triphasé d'enroulements (rotor bobiné) raccordé en étoile à 3 bagues sur lequel frottent 3 balais fixes accessibles.
- Soit par une cage conductrice intégrée au tôles ferromagnétiques (à cage). Il sera admis que la deuxième structure est électriquement équivalente à la première.

. ~~Hypothèses~~



. Hypothèses Simplificatrices :-

1°/ Circuit magnétique non saturé, parfaitement feuilleté et à perméance constante.

2°/ l'effet de peau est négligé.

3°/ On ne considère que le premier harmonique d'espace de la distribut° des F.m.m créées par chaque phase.

4°/ l'entrefer est constant et l'effet d'encochage est négligé.

- Parmi les conséquences de ces hypothèses, on cite :-

* l'additivité des flux.

* Les inductances propres sont Constantes.
* la mutuelle inductance entre deux enroulements statorique et rotorique est une loi Sinusoïdale de l'angle électrique de leurs axes magnétiques.

- Inductances de la machine :-

- Inductance propre statorique : $L_1 = C^{ste}$.
- " " rotorique : $L_2 = C^{ste}$.
- " mutuelle entre phases statoriques : $M_1 = C^{ste}$.
- " " " " rotoriques : $M_2 = C^{ste}$.
- mutuelle inductance entre une phase j du stator et une phase de rang K du rotor est fonction de l'angle θ.

$$M_{sr} = M_0 \cos(\text{angle}(j, k))$$

où M_0 : mutuelle inductance maximale (les deux axes magnétiques sont alignés).

- Mise en équations de la machine Asynchrone :-

Pour le stator :-

$$\begin{bmatrix} U_a \\ U_b \\ U_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \end{bmatrix}$$

Pour le rotor :

$$\begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_A \\ \Psi_B \\ \Psi_C \end{bmatrix}$$

- Une matrice d'inductances $[L(\theta)]$ établit la relat° entre flux et courants. Elle Comporte 36 éléments non nuls dont la moitié dépend de l'angle θ.

$$\begin{bmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \\ \Psi_A \\ \Psi_B \\ \Psi_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & M_1 & M_1 & M_{aA} & M_{aB} & M_{aC} \\ M_1 & L_1 & M_1 & M_{bA} & M_{bB} & M_{bC} \\ M_1 & M_1 & L_1 & M_{cA} & M_{cB} & M_{cC} \\ M_{Aa} & M_{Ab} & M_{Ac} & L_2 & M_2 & M_2 \\ M_{Ba} & M_{Bb} & M_{Bc} & M_2 & L_2 & M_2 \\ M_{Ca} & M_{Cb} & M_{Cc} & M_2 & M_2 & L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix}$$

La matrice des flux fait apparaître ~~quatre~~ trois Sous-matrices d'inductances :

$$[L_s]=\begin{bmatrix} L_1 & M_1 & M_1 \\ M_1 & L_1 & M_1 \\ M_1 & M_1 & L_1 \end{bmatrix}$$: matrice d'inductances statoriques.

$$[L_r]=\begin{bmatrix} L_2 & M_2 & M_2 \\ M_2 & L_2 & M_2 \\ M_2 & M_2 & L_2 \end{bmatrix}$$: matrice d'inductances rotoriques.

$$[M_{sr}]=[M_{rs}]^t = M_0\begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta-\frac{4\pi}{3}) & \cos(\theta-\frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta-\frac{2\pi}{3}) & \cos\theta & \cos(\theta-\frac{4\pi}{3}) \\ \cos(\theta-\frac{4\pi}{3}) & \cos(\theta-\frac{2\pi}{3}) & \cos\theta \end{bmatrix}$$

on aura finalement :

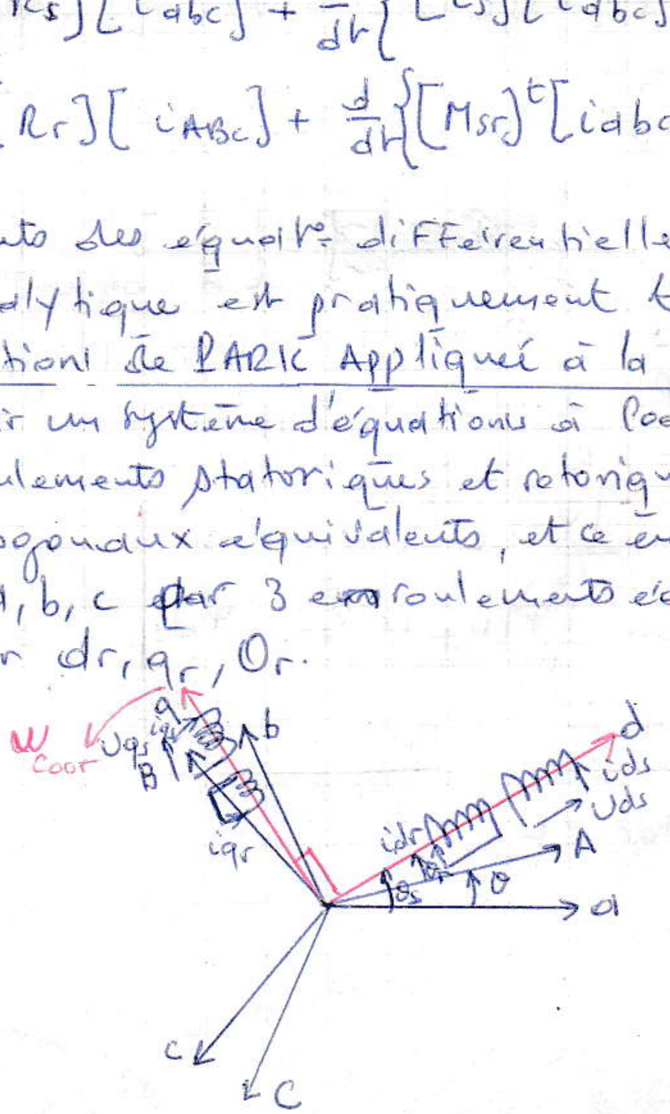
$$[U_{abc}] = [R_s][i_{abc}] + \frac{d}{dt}\left\{[L_s][i_{abc}] + [M_{sr}]\,[i_{ABC}]\right\}$$

$$[U_{ABC}] = [R_r][i_{ABC}] + \frac{d}{dt}\left\{[M_{sr}]^t[i_{abc}] + [L_r][i_{ABC}]\right\}.$$

Les coefficients des équat° différentielles sont variables et la résolut° analytique est pratiquement très difficile.

* Transformation de PARK Appliqué à la Machine asynchrone :-

Pour Obtenir un système d'équations à coef constants, on transforme les enroulements statoriques et rotoriques en enroulements à axes Orthogonaux équivalents, et ce en remplaçant les enroulements a, b, c par 3 enroulements équivalents d_s, q_s, O_s et A, B, C par d_r, q_r, O_r.



θ : position angulaire du rotor par rapport au Stator.
$\omega_{coor} = \frac{d\theta_s}{dt}$: vitesse angulaire électrique du syst d'axes $d, q, 0$.
$\omega_m = \frac{d\theta}{dt}$: vitesse angulaire du Rotor.

Du fait de l'isotropie du Circuit magnétique :-

$R_{ds} = R_{qs} = R_s$.
$L_{ds} = L_{qs} = L_1$.
$R_{dr} = R_{qr} = R_r$.
$L_{dr} = L_{qr} = L_2$.

- l'angle θ_s intervient pour le stator et θ_r pour le rotor.

- Equations de tensions :

$$[U_{abc}] = [R_s][i_{abc}] + \frac{d}{dt}[\Psi_{abc}].$$

$$[A_s][U_{abc}] = [A_s][R_s][i_{abc}] + [A_s]\frac{d}{dt}[\Psi_{abc}].$$

$$[U_{dq0}]_s = [R_s][i_{dq0}]_s + [A_s]\frac{d}{dt}\left\{[A^{-1}]_s^{-1} . [\Psi_{dq0}]_s\right\}.$$

on démontre que :-

$$[A_s]\frac{d}{dt}\left\{[A^{-1}]_s^{-1}\right\}\cancel{[\Psi_{dq0}]_s}\} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\frac{d\theta_s}{dt}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} U_{ds} \\ U_{qs} \\ U_{os} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{os} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \Psi_{ds} \\ \Psi_{qs} \\ \Psi_{os} \end{bmatrix} + \frac{d\theta_s}{dt}\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Psi_{ds} \\ \Psi_{qs} \\ \Psi_{os} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{cases} U_{ds} = R_s i_{ds} + \frac{d\Psi_{ds}}{dt} - \omega_{coor} . \Psi_{qs} \\ U_{qs} = R_s i_{qs} + \frac{d\Psi_{qs}}{dt} + \omega_{coor} . \Psi_{ds} \\ U_{os} = R_s i_{os} + \frac{d\Psi_{os}}{dt} \end{cases}}$$

De même Pour le Rotor :-

$$\begin{cases} U_{dr} = R_r\, i_{dr} + \dfrac{d\Psi_{dr}}{dt} - (w_{coor} - w_m) \cdot \Psi_{qr} = 0 \\ U_{qr} = R_r\, i_{qr} + \dfrac{d\Psi_{qr}}{dt} + (w_{coor} - w_m)\, \Psi_{dr} = 0 \\ U_{or} = R_r \cdot i_{or} + \dfrac{d\Psi_{or}}{dt} \end{cases}$$

- Equations de flux :

$$[\Psi_{abc}] = [L_s] \cdot [i_{abc}] + [M_{sr}] \cdot [i_{ABC}]$$

$$[A]_s \cdot [\Psi_{abc}] = [A]_s [L_s] \cdot [i_{abc}] + [A]_s \cdot [M_{sr}] [i_{ABC}]$$

$$[\Psi_{dq0}]_s = [A]_s \cdot [L_s] \cdot [A^{-1}]_s [i_{dq0}]_s + [A]_s \cdot [M_{sr}] [A^{-1}]_r [i_{dq0}]_r$$

$$[\Psi_{dq0}]_r = [A]_r [M_{rs}] [A^{-1}]_s [i_{dq0}]_s + [A]_r \cdot [L_r] [A^{-1}]_r [i_{dq0}]_r$$

Après un calcul judicieux :

$$[A]_s [L_s] [i_{abc}] = \begin{bmatrix} L_1 - M_1 & 0 & 0 \\ 0 & L_1 - M_1 & 0 \\ 0 & 0 & L_1 - M_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{os} \end{bmatrix}$$

de même :

$$[A]_s [M_{sr}] [i_{ABC}] = \frac{3}{2} M_0 \begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \\ i_{or} \end{bmatrix}.$$

On pose :

$L_s = L_1 - M_1$: inductance cyclique propre du Stator.

$L_r = L_2 - M_2$: inductance cyclique propre du Rotor.

$M_{sr} = \frac{3}{2} M_0$: inductance mutuelle cyclique entre stator et rotor.

$L_{os} = L_1 + 2M_1$: inductance homopolaire statorique.

$L_{or} = L_2 + 2M_2$: " " rotorique

$$\Rightarrow \begin{cases} \Psi_{ds} = L_s \cdot i_{ds} + M_{sr} \cdot i_{dr} \\ \Psi_{qs} = L_s \cdot i_{qs} + M_{sr} \cdot i_{qr} \\ \Psi_{os} = L_{os} \cdot i_{os} \\ \Psi_{dr} = L_r \cdot i_{dr} + M_{sr} \cdot i_{ds} \\ \Psi_{qr} = L_r \cdot i_{qr} + M_{sr} \cdot i_{qs} \\ \Psi_{or} = L_{or} \cdot i_{or} \end{cases}$$

Quand le système triphasé primitif est équilibré, l'équat° homopolaire devient inutile.

- **Equations de Puissances :**
- la puissance électrique selon PARK est fournie par :

$P_e = V_a . i_a + V_b . i_b + V_c . i_c = \frac{3}{2} (V_{ds} . i_{ds} + V_{qs} . i_{qs}) + 3 V_{os} . i_{os}$.

$$P_e = \Big[\underbrace{\frac{3}{2} (R_s . i_{ds}^2 + R_s . i_{qs}^2) + 3 R_s . i_{os}^2}_{1}\Big] + \Big[\underbrace{\frac{3}{2} (i_{ds} . \frac{d\Psi_{ds}}{dt} + i_{qs} . \frac{d\Psi_{qs}}{dt}) + 3 . i_{os} . \frac{d\Psi_{os}}{dt}}_{2}\Big] + \Big[\underbrace{\frac{3}{2} \omega_{coor} (\Psi_{ds} . i_{qs} - \Psi_{qs} . i_{ds})}_{3}\Big]$$

1 : pertes Joules statoriques.
2 : variat° de la puissance magnétique statorique.
3 : Puissance transmise au rotor

- Pour un référentiel lié au champ tournant : $\omega_{coor} = \omega_s$.

$$\Rightarrow \quad C_e = \frac{P_{em}}{\Omega_s} = \frac{3}{2} p (\Psi_{ds} . i_{qs} - \Psi_{qs} . i_{ds})$$

ou :

$$C_e = \frac{3}{2} p M_{sr} (i_{qs} . i_{dr} - i_{ds} . i_{qr})$$

*** Régime Permanent d'1 machine asynchrone :**

- Equations Electriques :

$i_a = \sqrt{2} I_s \cos (\omega_s t + \alpha)$.

$i_b = \sqrt{2} I_s \cos (\omega_s t + \alpha - \frac{2\pi}{3})$

$i_c = \sqrt{2} I_s \cos (\omega_s t + \alpha - \frac{4\pi}{3})$.

- le référentiel est lié au champ tournant : $\theta_s = \omega_s t$.

$i_{ds} = \sqrt{2} I_s \cos \alpha$.

$i_{qs} = \sqrt{2} I_s \sin \alpha$.

donc, les grandeurs i_{ds}, i_{qs} sont constantes. De même pour les tensions et flux.