Chapitre II : ELECTROSTATIQUE

1. INTRODUCTION.

La notion de champ a été introduite par les physiciens pour tenter d'expliquer comment deux objets peuvent interagir à distance, sans que rien ne les relie. A la fois la loi de la gravitation universelle de Newton et la loi de Coulomb en électrostatique, impliquent une telle interaction à distance.

L'électrostatique est la branche de la physique qui étudie les phénomènes (champ et potentiel électrostatique) créés par des charges électriques statiques pour l'observateur. Les forces électrostatiques sont décrites par la loi de Coulomb qui présente une certaine analogie avec l'interaction gravitationnelle

1.1 La charge électrique.

Le concept de charge électrique : Les résultats des expériences précédentes ont amené les savants à introduire le concept de *charge électrique*. La charge électrique, qui caractérise le phénomène d'électrisation, ne peut être dissociée de la matière. Elle existe sous deux formes, qualifiées de *positive* et de *négative*.

Deux charges électriques de même signe positif ou négatif, se repoussent; par contre elles s'attirent si elles sont de signes contraires.

Le concept de charge ponctuelle : Comme pour la masse, on introduit le concept de charge ponctuelle. C'est une charge dont les dimensions sont suffisamment petites par rapport aux distances d'observation pour être assimilée à un point géométrique.

1.2 Quantification de la charge électrique.

Le physicien américain Robert A. Millikan a montré en 1913, à partir d'une expérience mettant en jeu des gouttes d'huile électrisées, le fait que toute charge électrique q est quantifiée, c'est à dire qu'elle n'existe que sous forme de multiples d'une charge élémentaire indivisible e :

$$q = Ne$$

où : $e = 1{,}602\ 10^{-19}$ coulomb

C'est la charge électrique portée par l'électron et le proton.

Particule	Charge électrique	Masse
Electron	$-1{,}602.\ 10^{-19}$ C	$9{,}109.\ 10^{-31}$ kg
Proton	$+1{,}602.\ 10^{-19}$ C	$1{,}672.\ 10^{-27}$ kg
Neutron	0	$1{,}674.\ 10^{-27}$ kg

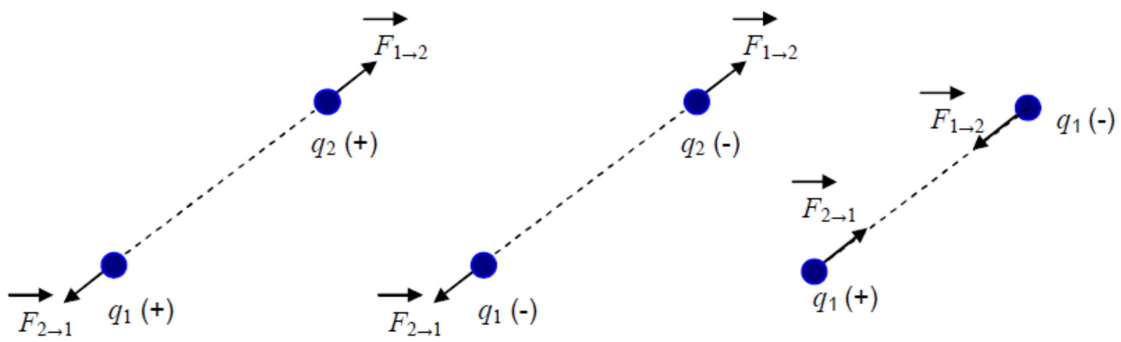
Tableau. Constituants de l'atome

Dans un système isolé la somme algébrique des charges électriques reste constante.

2. LA FORCE ELECTROSTATIQUE.

2.1 Loi de Coulomb.

Coulomb a effectué, en 1785, une série de mesures, à l'aide d'une balance de torsion, qui lui ont permis de déterminer les caractéristiques de la force d'interaction électrostatique entre deux charges ponctuelles q_1 et q_2 séparées par une distance r.



Ces expériences ont mis en évidence une analogie avec la loi de la gravitation universelle de Newton, Coulomb a alors proposé l'expression mathématique :

$$\vec{F}_{1\to 2} = K \, \frac{q_1 \, q_2}{r^2} \, \vec{u}_{1\to 2}$$

$\vec{F}_{1\to 2}$ Désigne la force exercée par la charge q_1 sur la charge q_2

$\vec{u}_{1\to 2}$ un vecteur Unitaire porté par la droite qui joint les deux charges et orienté de q_1 vers q_2. K une constante.

Lorsque le système MKSA rationnalisé fut approuvé en 1946, on attribua à cette constante la valeur :

$$K = \frac{1}{4\pi \, \varepsilon_o}$$

Où :

$$\varepsilon_o = \frac{1}{36 \, \pi \, 10^9}$$

est la permittivité électrique du vide. Elle est mesurée, dans ce système,

en farad par mètre : F/m.

La force électrostatique est *répulsive* si les charges sont *de même signe*, et *attractive* si elles sont de *signes opposés*, alors que la force de gravitation est purement attractive.

La loi de Coulomb est une loi empirique, elle est à la base de l'électrostatique.

Remarque : La loi de Coulomb obéit au modèle newtonien. Dans ce modèle, la force d'interaction, présente les caractéristiques suivantes :

1°) Elle s'exerce sur des objets de *même nature*, ici des charges électriques.

2°) Elle agit *suivant la droite qui* joint les deux objets.

3°) Elle est *proportionnelle* au produit des grandeurs liées aux objets considérés : q_1 et q_2.

4°) Elle varie comme l'inverse du carré de la distance entre les deux objets.

5°) Elle obéit au principe de l'action et de la réaction. $\vec{F}_{1\to 2} = -\vec{F}_{2\to 1}$

6°) Enfin, elle est instantanée.

3. LE CHAMP ELECTRIQUE.

Une charge électrique Q, appelée "*charge source* ", crée, dans l'espace environnant, appelé "*champ*", un "état" qui est mis en évidence par son action sur toute autre charge q placée en un point M de cet espace. Cet "état" existe *même en l'absence* de la charge q. Les charges Q et q ne jouent plus ici le même rôle : Q est la charge source du *champ* qu'elle crée et q la charge dont le comportement, dans ce champ, sera étudiée.

3.1 Champ électrique.

En électrostatique:

On appelle champ électrique une région de l'espace où, en tout point, une charge q, maintenue immobile, est soumise à l'action d'une force électrique.

On introduit alors une grandeur vectorielle $\vec{E}$ telle que

$$\vec{F} = q\,\vec{E}$$

Cette grandeur E est également appelée *champ électrique*.

De la même manière en mécanique, si au voisinage de la terre, où règne le champ de la pesanteur g, on place une masse m, elle sera soumise à la force de gravitation qui, dans ce cas, n'est autre que son poids.

$$\vec{P} = m\,\vec{g}$$

On peut noter l'analogie entre le champ électrique E et le champ de gravitation g créé par la terre. Seulement g est toujours dirigé vers le centre de la terre alors que le sens du champ électrique dépend du signe des charges qui le créent.

Dans le cas général:

On appelle champ une région de l'espace où, en tout point, une particule *est soumise à l'action d'une force.*

3.2 Champ électrostatique créé par une charge ponctuelle isolée.

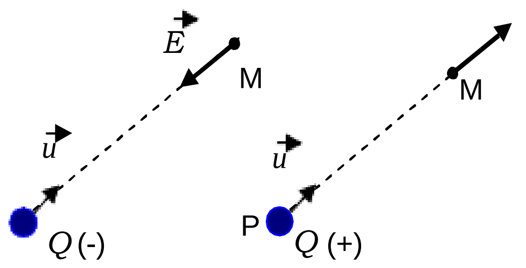
Dans le cas d'une seule charge source Q, la force qui s'exerce sur la charge test q est donnée par la loi de Coulomb :

$$\vec{F} = K \frac{Q\,q}{r^2}\vec{u}$$

Et on obtient l'expression du champ électrostatique :

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}\vec{u}$$

C'est l'expression mathématique du champ électrostatique créé, au point M, par la charge source Q placée en P.



Les figures montrent que le champ est

Orienté vers la charge lorsqu'elle est Négative et en sens inverse lorsqu'elle est Positive.

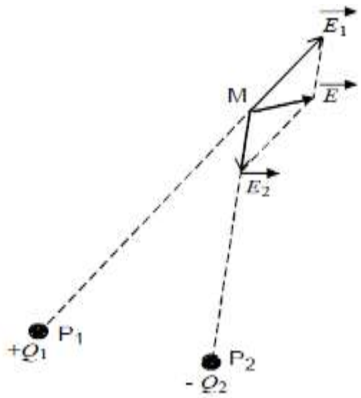
3.3. Champ créé par un ensemble de charges ponctuelles : Principe de superposition.

On considère maintenant n particules de charges électriques Q_i , situées en des points P_i . On se propose de déterminer le champ électrostatique créé par cet ensemble de charges en un point M distant de r_i des points P_i.

Ce champ est obtenu par la superposition des champs créés par chaque charge Qi. Chacun de ces champs est calculé comme si la charge source était seule.

Ce principe de superposition résulte des propriétés d'additivité vectorielle des forces et des champs électrostatiques.

La figure suivante représente le champ créé par deux charges électriques en un point M de l'espace : c'est la somme vectorielle E des deux champs E_1 et E_2 créés respectivement par ($+Q_1$) et ($-Q_2$).



Dans le cas de n charges sources Q_i , le champ électrique résultant est :

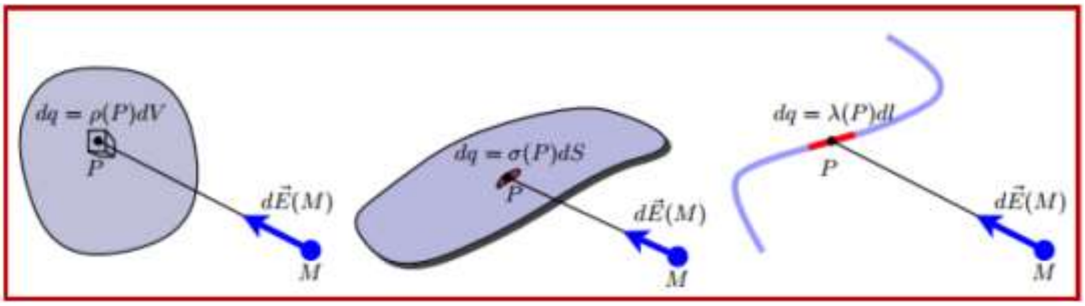
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_o}\sum_i \frac{Q_i}{r_i^2}\,\vec{u}_i$$

Le champ électrostatique est la valeur du champ électrique en régime indépendant du temps (électrostatique).

3.4Champ créé par une distribution continue de charges

La distribution continue de charges, définies par la densité de charge, qui peut être :

- linéique, $\lambda = dq/dl$
- surfacique, $\sigma = dq/dS$
- volumique, $\rho = dq/d\tau$



Distribution continue de charge linéique, surfacique et volumique.

3.5. Champ uniforme.

Un champ uniforme est une région de l'espace où le vecteur champ reste constant en tous les points de cette région.

4. POTENTIEL ELECTRIQUE

Le potentiel électrostatique V(M) associé au champ électrostatique $\vec{E}(M)$ est une fonction scalaire contrairement à $\vec{E}$. Nous verrons, que le potentiel sera un intermédiaire commode dans le calcul du champ vectoriel $\vec{E}(M)$. Le potentiel se rattache physiquement à la notion d'énergie potentielle, d'où son appellation.

le potentiel électrostatique V(x,y,z)

4.1. · Potentiel créé par une charge *q*

Le potentiel en un point M, situé à la distance r de la charge q est :

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

4.2. · Potentiel créé par un système de *n* charges

Le potentiel en un point M créé par ensemble de charges q_1, q_2, q_3, ...,q_n, placées en des points M_1, M_2, ...,M_n est :

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_1^n \frac{q_i}{r_i}$$

Avec :

$$r_i = \overline{M_i M}$$

4.3. Relation entre potentiel et champ électrique

Champ électrique = variation du potentiel dans l'espace

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$$

5. ENERGIE ELECTROSTATIQUE

5.1 Définition

L’énergie électrostatique W d’un système de charges électriques, supposées initialement éloignées les unes des autres correspond au travail qu’il faut fournir pour amener ces charges à leurs positions finales.

5.2. Cas d’une charge ponctuelle placée dans un champ Electrique

L’énergie potentielle électrostatique d’une charge q située en un point P dans un champ électrostatique E(M) dont le potentiel V est définie comme suit :

$$W_{exp} = q\ V(P)$$

5.3. Cas de plusieurs distributions ponctuelles

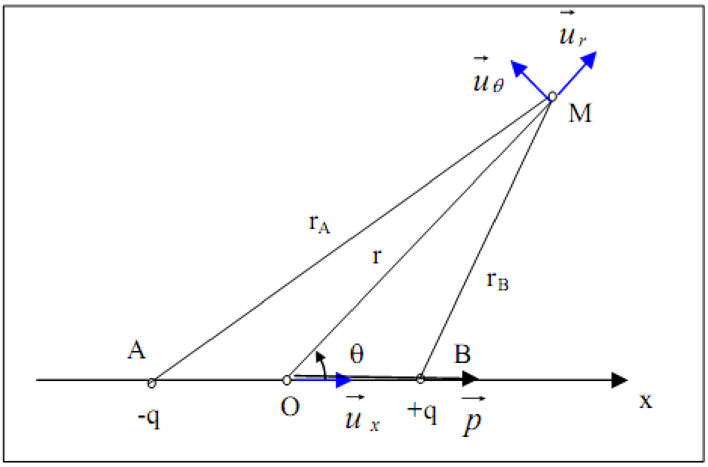
Dans ce cas, chacune des charges est soumise à l’action du champ électrostatique créé par les autres charges. Initialement toutes les charges étaient éloignées les unes des autres et se trouvent toutes à l’infini, Pour toutes les charges, l’énergie totale est donc :

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i\neq j}\sum_{j}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i\, q_j}{r_{ij}} = \frac{1}{2}\sum_i q_i\ V_i$$

6. LE DIPOLE ÉLECTROSTATIQUE

6.1 Introduction

Le dipôle électrostatique est l'ensemble de deux charges électriques égales et de signes contraires (-q) et (+q) (q > 0). Ces deux charges sont fixées respectivement en deux points A et B séparées d'une distance $(a = \|\overrightarrow{AB}\|)$. On se propose d'étudier les caractéristiques du champ et du potentiel électrostatique crées par ces deux charges en un point M très éloignés des charges : $a \ll r = \|\overrightarrow{OM}\|$: approximation dipolaire.



6.2 - Moment dipolaires électriques

Soient deux charges ponctuelles –q, +q fixées respectivement en A et B (q > 0). Le moment dipolaire électrique (ou moment du dipôle) est une grandeur vectorielle définie par:

$$\vec{p} = -q\overrightarrow{OA} + q\overrightarrow{OB} = q\,\overrightarrow{AB}$$

En désignant par a la distance séparant A et B, la norme du moment dipolaire vaut :

$$p = \|\vec{p}\| = qa$$

Le moment dipolaire décrit la charge et sa géométrie. Il permet de caractériser le dipôle. Son unité dans le système International (SI) est le Coulomb-mètre (C m).

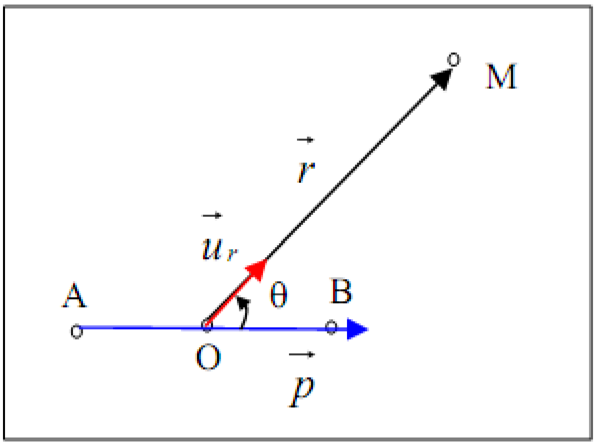
Le moment électrique est orienté de la charge négative vers la charge positive.

6.3 - Calcul du potentiel électrostatique

Le potentiel V(M) créé par le dipôle en un point M :

$$V(M)=\frac{\vec{p}.\vec{r}}{4\Pi\varepsilon_0 r^3}=\frac{\vec{p}.\vec{u}_r}{4\Pi\varepsilon_0 r^2}$$

Cette expression qui fait intervenir un produit scalaire est indépendante de tout système de coordonnées Il faut remarquer que la décroissance du potentiel en créer par un dipôle ($1/r^2$) est plus rapide que dans le cas d'une charge ponctuelle qui est en ($1/r$).



6.4 - Calcul du champ électrostatique

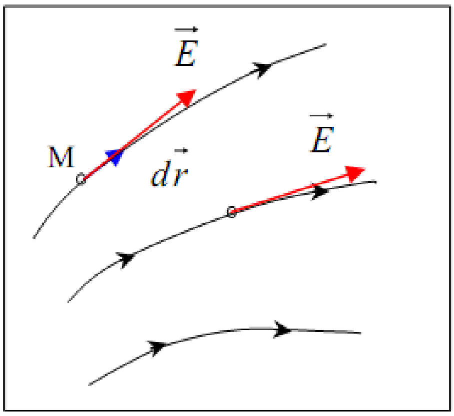
L'expression intrinsèque de E en fonction de $\vec{p}$ et de r :

$$\vec{E}(M)=\frac{1}{4\Pi\varepsilon_0}\left(\frac{3(\vec{p}.\vec{r})\vec{r}}{r^5}-\frac{\vec{p}}{r^3}\right)$$

7. TOPOGRAPHIE D'UN CHAMP ELECTRIQUE

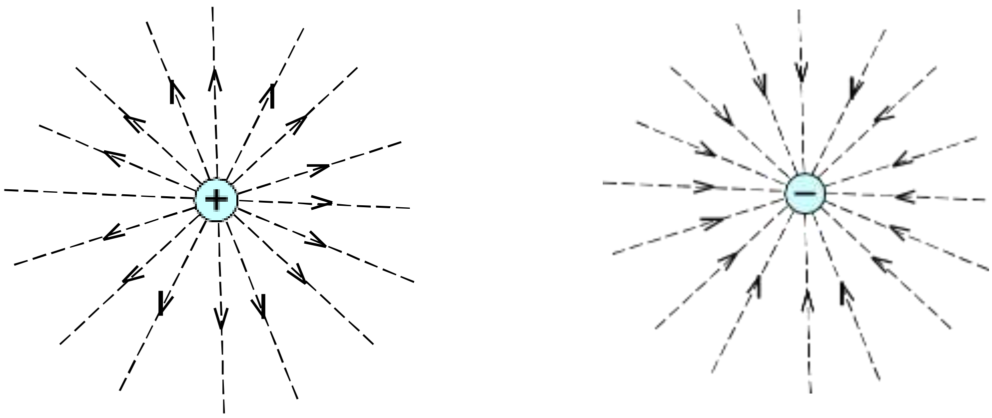
a) Lignes de champ

Pour avoir une idée sur l'allure du champ $\vec{E}$, on trace les lignes de champ, c'est à dire les courbes tangentes en chaque point au vecteur E défini en ce point. Ces courbes sont orientées par convention dans le sens du vecteur $\vec{E}$.

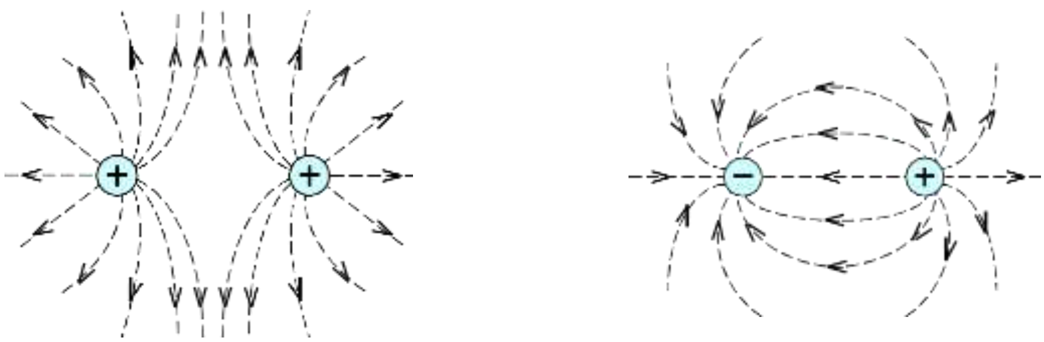


Exemple de lignes de champ

Les si dessous représentent les lignes de champ dues à une seule charge source Q. Si celle-ci est positive (+) le champ est dirigé de la charge vers l'extérieur. Si la charge est négative (-), le champ est dirigé de l'extérieur vers la charge.



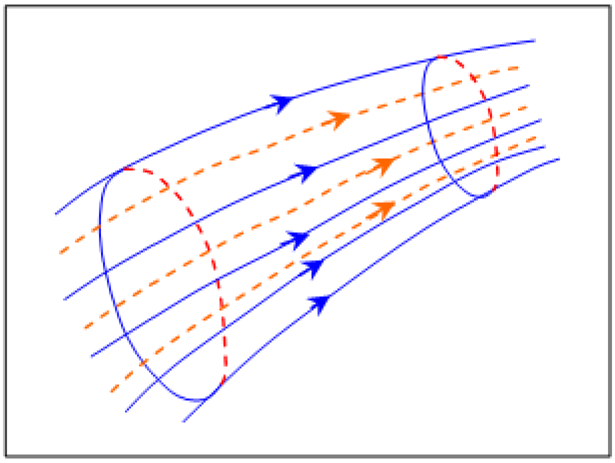
La mise en présence de deux charges, d'égale valeur, entraîne une déformation des lignes de champ et on obtient une nouvelle topographie. En chaque point, la ligne de champ est tangente au champ résultant.



- Notons que dans une région où le champ $\vec{E}$ est un vecteur bien défini et non nul, on peut suivre de façon continue une ligne de champ.
- Deux lignes de champ ne peuvent se croiser : les lignes de champ commencent ou s'arrêtent sur les charges qui sont des points singuliers.

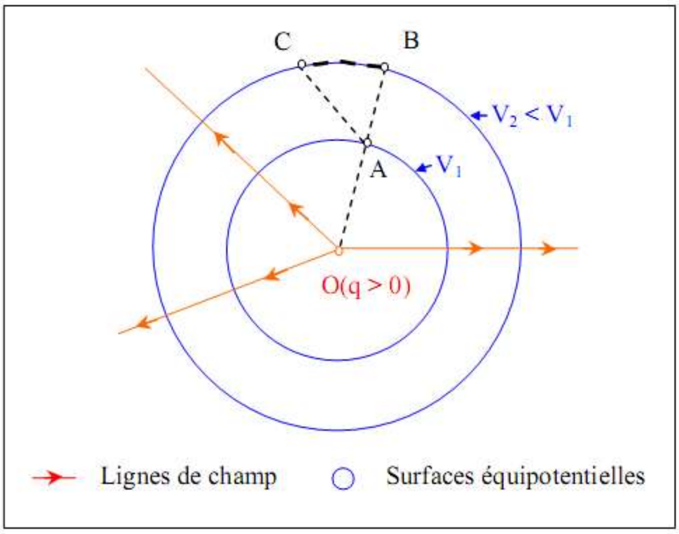
b) Tube de champ

L'ensemble des lignes de champ s'appuyant sur un contour fermé constitue un tube de champ.



c) Surface équipotentielles

Ce sont des surfaces d'équation V = cste, c'est à dire d'égal potentiel.

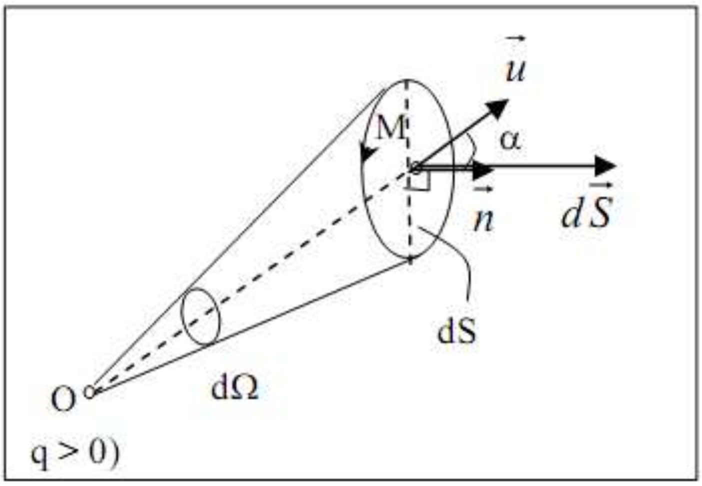


8 . FLUX DU CHAMP ELECTROSTATIQUE

8-1 - Cas d'une charge ponctuelle

a) Flux élémentaire

Soit une charge ponctuelle q>0 placée en O et M un point de l'espace.



Théorème de Gauss : le flux du champ électrique à travers une surface fermée orientée quelconque est égal, dans le vide, à (**1/ε_0**) fois la charge électrique contenue à l'intérieur de cette surface :

$$\Phi = \oiint_S \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

9. CONDUCTEURS EN EQUILIBRE

9.1. Définition:

Les corps électriquement neutres contiennent en grand nombre des charges électriques positives et négatives en quantité égale.

Dans un isolant, ces charges ne peuvent pas se déplacer : ni celles qui y sont au départ, ni celles que l'on y apporte.

Dans un conducteur, elles peuvent se déplacer. Elles le feront si elles sont soumises à des forces, en particulier sous l'effet d'un champ électrique.

9.2 Propriétés d'un conducteur en équilibre :

1) Puisque les charges à l'intérieur du conducteur en équilibre sont au repos, la force s'exerçant sur les charges doit être nulle, ce qui entraine que le champ électrique à l'intérieur du conducteur est nul aussi.

$$\vec{F} = q\,\vec{E} = \vec{0} \rightarrow \vec{E} = \vec{0}$$

2) Le potentiel à l'intérieur du conducteur est constant, c'est un volume équipotentiel parce que le champ est nul et le potentiel se déduit de la relation :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\ V = 0 \Rightarrow V = Cte$$

3) La surface du conducteur est une équipotentielle. Puisque les lignes de champ électrostatique sont perpendiculaires aux surfaces équipotentielles. Dans ce cas, le champ crée à l'extérieur près de la surface est perpendiculaire à celle-ci.

4) Le flux du champ sur la surface équipotentielle est nul ; car les charges en excès ne peuvent pas se repartir dans le volume.

9.3 Capacité d'un conducteur en équilibre électrique

Pour un conducteur en équilibre électrique, le potentiel auquel ce conducteur se trouve est lié à la charge repartie sur sa surface par une relation. En effet, le potentiel en tout point M à l'intérieur du conducteur peut s´écrire :

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \oiint_{S_{Gauss}} \frac{\sigma dS}{r}$$

Où S est la surface du conducteur, σ est la densité superficielle de charge et r la distance entre point M considéré et l'élément de surface dS. Or, la charge totale Q est la somme des charges élémentaires :

Si on multiplie σ par un coefficient quelconque β, les grandeurs V et Q doivent être aussi multipliés par β du fait que l'intégrale est une opération linéaire, ce qui en résulte que le rapport Q/V est une constante. Cette constante est appelée capacité propre du conducteur isolé.

$$Q = CV$$

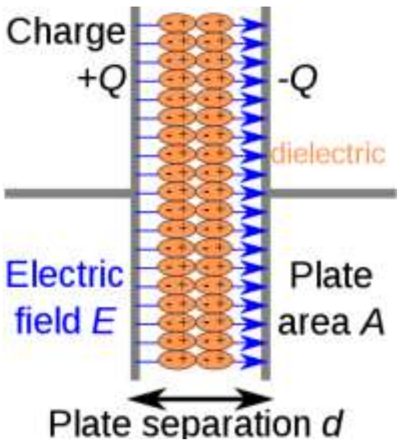
L'unité de capacité est le Farad de symbole F. On a 1μF = 10^{-6} F et 1pF = 10^{-12} F, 1nF = 10^{-9} F.

10. CONDENSATEURS

10.1. Introduction:

Le condensateur est un composant en électronique qui à la particularité de pouvoir stocker de l'énergie lorsqu'il est soumis à une tension. Ce composant est primordial dans le domaine de l'électricité, il est presque aussi fréquent que la résistance.

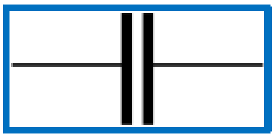
Le condensateur se charge d'une quantité d'électricité (Q) lorsqu'il est soumis à une tension. Cette charge Q dépend de la tension et de la durée auquel il a été soumis à cette tension. L'énergie emmagasinée sera restituée lors de la décharge du condensateur.



Ce composant est un dipôle (constitué de 2 pôles) composé de 2 armatures conductrices séparées par un isolant dit "diélectrique". Il existe plusieurs sortes de condensateurs qui diffèrent selon la nature des plaques conductrices et de l'isolant (air, céramique, mica ...).

10.2. Schéma électrique

Sur un schéma électrique, le symbole du condensateur est reconnaissable par 2 traits parallèles qui représentent les 2 armatures conductrices:



10.3. Capacité d'un condensateur

La charge d'un conducteur unique est proportionnelle au potentiel V. Le coefficient de proportionnalité entre la charge et le potentiel est la capacité :

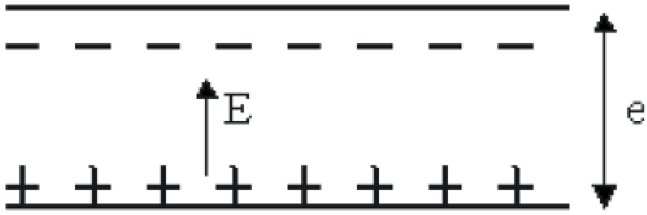
$$C = \frac{q}{V}$$

La capacité se mesure en *farad* (F) :

$$Farad = \frac{Coulomb}{Volt} = \frac{Coumomb^2}{Joule}$$

a. Capacité d'un condensateur plan:

Considérons deux portions de plans parallèles distants de e et de surface S, en regard l'une de l'autre. Ce système constitue un condensateur plan.



Nous pouvons supposer que la charge Q est uniformément répartie sur chaque armature avec la densité superficielle.

$$\sigma = \frac{Q}{S}.$$

Dans la pratique, on interpose souvent un diélectrique entre les armatures; dans le cas fréquent d'un diélectrique linéaire homogène et isotrope, la capacité C du condensateur est :

$$C = \frac{\varepsilon S}{e} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 S}{e}$$

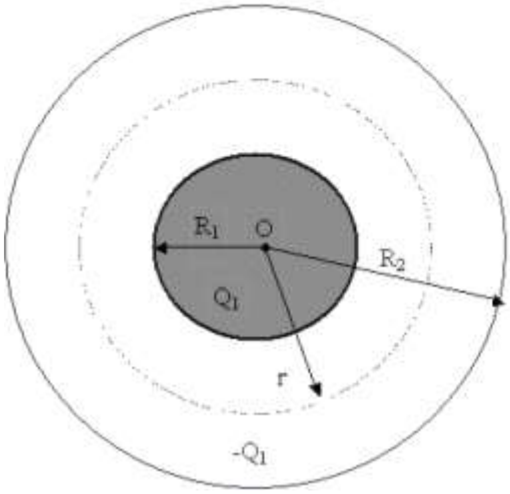
$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$: Permittivité absolue du diélectrique, avec:

ε_r: Permittivité relative du diélectrique.

ε_0: Permittivité du vide.

b. Capacité d'un condensateur sphérique:

On considère un condensateur formé par deux sphères concentriques minces de rayons R_1 et R_2 avec $R_1 < R_2$. Soit Q1 la charge de l'armature interne. L'expression du champ électrostatique qui est radial à une distance r ($R_1 < r < R_2$) du centre est déterminée à partir du théorème de Gauss.



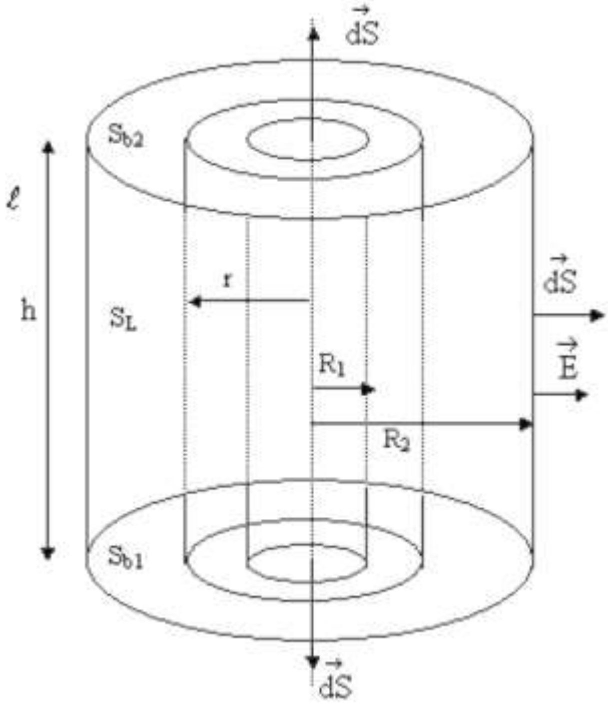
L'expression de la capacité :

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

c. Capacité d'un condensateur cylindrique:

On considère deux cylindres « infinis » coaxiaux, de rayon R_1 et R_2 avec $R_1 < R_2$, on veut calculer la capacité d'une tranche de longueur h de ce système; on désigne par Q_1 la charge portée par l'armature interne sur la longueur h. Le calcul de E (qui est radial) à une distance r ($R_1 < r < R_2$) de l'axe, se fait par application immédiate du théorème de Gauss à un cylindre de rayon r fermé à ses deux extrémités.

$$(\Sigma = S_L + S_{b1} + S_{b2})$$

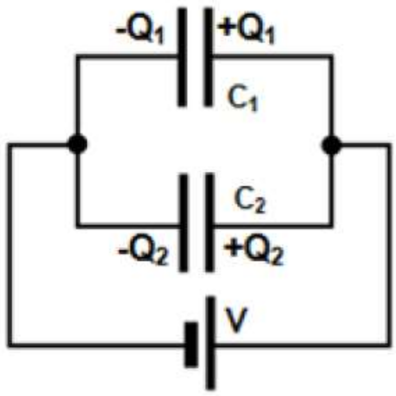


L'expression de C est :

$$C = \frac{\varepsilon_0 \, S}{e}$$

10.4. Associations de condensateurs

Deux condensateurs connectés en parallèle



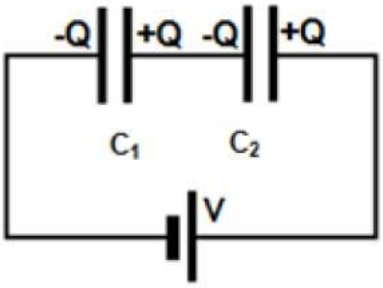
La capacité équivalente Ceq De la paire de condensateurs est simplement le rapport Q/ V;

où Q = Q1 +Q2 Est la charge totale mémorisée. Il s'ensuit que:

$$C_{eq} = \frac{Q}{V} = \frac{Q_1 + Q_2}{V} = \frac{Q_1}{V} + \frac{Q_2}{V}$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

Deux condensateurs connectés en série



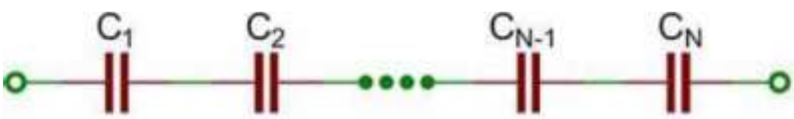
La capacité équivalente de la paire de condensateurs est à nouveau

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{V}{Q} = \frac{V_1 + V_2}{Q} = \frac{V_1}{Q} + \frac{V_2}{Q}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

En général:

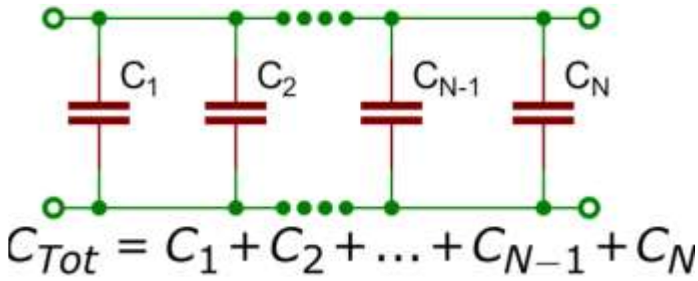
Condensateurs en série :



$$\frac{1}{C_{Tot}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_{N-1}} + \frac{1}{C_N}$$

Groupement de condensateur en série.

Condensateurs en parallèle :



Groupement de condensateur en parallèle.

10.5. Energie électrique emmagasinée par un condensateur

Un condensateur chargée à emmagasiné de l'énergie électrique. Cette énergie exprimée en fonction de la tension appliquée aux bornes du condensateur et de sa capacité. Elle vaut:

$$W = \frac{1}{2} C U^2$$

De même :

$$\begin{cases} W = \frac{1}{2} Q V \\ W = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \end{cases}$$