
TD N° 01 : Equations Différentielles Ordinaires

Exercice 1 :

Faire trois itérations avec $h = 0.1$ des méthodes d'Euler, d'Euler modifiée, du point milieu et de Runge-Kutta d'ordre 4 pour les équations différentielles suivantes :

$$\begin{array}{ll} \text{a) } y'(t) = t \sin(y(t)) & (y(0) = 2) \\ \text{b) } y'(t) = t^2 + (y(t))^2 + 1 & (y(1) = 0) \\ \text{c) } y'(t) = y(t)e^t & (y(0) = 2) \end{array}$$

Exercice 2 :

L'équation différentielle :

$$y'(t) = y(t) + e^{2t} \quad (y(0) = 2)$$

possède la solution analytique :

$$y(t) = e^t + e^{2t}$$

- En prenant $h = 0.1$, faire 3 itérations de la méthode d'Euler modifiée et calculer l'erreur commise sur y_3 en comparant les résultats avec la solution analytique $y(0.3)$.
- En prenant $h = 0.05$, faire 6 itérations de la méthode d'Euler modifiée et calculer l'erreur commise sur y_6 en comparant les résultats avec la solution analytique $y(0.3)$.

Exercice 3 :

Refaire l'exercice précédent, mais cette fois à l'aide de la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4.

Exercice 4 :

Faire deux itérations de la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 (en prenant $h = 0.1$) pour le système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{array}{ll} y_1'(t) = y_2(t) + y_1(t) & (y_1(1) = 2) \\ y_2'(t) = y_1(t) + t & (y_2(1) = 1) \end{array}$$

Exercice 5 :

Transformer les équations différentielles d'ordre supérieur suivantes en systèmes d'équations différentielles d'ordre 1.

a) $y^{(3)}(t) = y^{(2)}(t) + y^{(1)}(t) - y(t) + 1$
 $y(0) = 2, y^{(1)}(0) = 2$ et $y^{(2)}(0) = 1$

b) $y^{(2)}(t) = t^2 + (y(t))^2 + 1$
 $y(1) = 0$ et $y^{(1)}(1) = 2$

c) $y^{(4)}(t) = y^{(2)}(t)e^t + (y^{(3)}(t))^3$
 $y(0) = 2, y^{(1)}(0) = 1, y^{(2)}(0) = 0$ et $y^{(3)}(0) = 4$

Exercice 6 :

Résoudre l'équation différentielle :

$$y'(t) = t \sin(y(t)) \quad (y(0) = 2)$$

à l'aide des méthodes de Prédiction-corrrection d'ordre 2 et 4 prendre $h = 0.1$ et utiliser les valeur calculées à l'exercice (1.a) à l'aide de la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 pour obtenir les premières valeurs des y_i . Effectuer 3 itérations.