# حلول السلسلة الثانية

**حل التمرين الأول:**

**1- تحديد متغيرات القرار:**

تمثل $x_1$ عدد الوحدات المنتجة من **الكراسي** و التي تحقق للمؤسسة أعظم ربح؛

تمثل $x_2$ عدد الوحدات المنتجة من **الطاولات** و التي تحقق للمؤسسة أعظم ربح؛

تمثل $x_3$ عدد الوحدات المنتجة من **الخزائن** و التي تحقق للمؤسسة أعظم ربح.

**2- صياغة دالة الهدف:**

الربح الإجمالي للمؤسسة = الربح المترتب عن بيع الكراسي + الربح المترتب عن بيع الطاولات + الربح المترتب عن بيع الخزائن

الربح الإجمالي للمؤسسة = (450-400=50 $x_1$) + (1000-900=100 $x_2$) + (1500-100=500 $x_3$)

و عليه تصبح دالة الهدف كالتالي:

$$Max\ Z = 50\ x_1 + 100\ x_2 + 500\ x_3$$

**3- صياغة القيود:**

إنتاج المنتجات الثلاث يجب أن لا يتجاوز المتاح من المادة الأولية (الخشب) و المقدر بـ 125 صفيحة خشبية.

الوقت المستغرق في كل ورشة = الوقت المستغرق لإنتاج الكراسي + الوقت المستغرق لإنتاج الطاولات + الوقت المستغرق لإنتاج الخزائن

**مثلا:** الوقت المستغرق في الورشة 01 = الوقت المستغرق لإنتاج الكراسي (**14** $x_1$) + الوقت المستغرق لإنتاج الطاولات (**18** $x_2$+ الوقت المستغرق لإنتاج الخزائن (**25** $x_3$)

**و عليه تصبح القيود كالتالي:**

$$\begin{cases} 14\ x_1 + 18\ x_2 + 25\ x_3 \leq 130 & \text{قيد الورشة الأولى} \\ 14\ x_1 + 20\ x_2 + 20\ x_3 \leq 90 & \text{قيد الورشة الثانية} \\ 10\ x_1 + 5\ x_2 + 10\ x_3 \leq 80 & \text{قيد الورشة الثالثة} \\ 1\ x_1 + 2\ x_2 + 4\ x_3 \leq 125 & \text{قيد المادة الأولية} \\ x_1 \geq 0 & \text{قيد عدم سلبية المتغيرة الأولى} \\ x_2 \geq 0 & \text{قيد عدم سلبية المتغيرة الثانية} \\ x_3 \geq 0 & \text{قيد عدم سلبية المتغيرة الثالثة} \end{cases}$$

و عند إضافة قيد التخزين تتم إضافة القيد التالي:

$$1\ x_1 + 1\ x_2 + 1\ x_3 \leq 500$$

**حل التمرين الثاني :----------**

**1- تحديد متغيرات القرار:**

تمثل $x_1$ عدد الوحدات المنتجة من **المياه المعدنية** و التي تحقق للمؤسسة أعظم ربح؛

تمثل $x_2$ عدد الوحدات المنتجة من **العصائر** و التي تحقق للمؤسسة أعظم ربح.

**2- صياغة دالة الهدف:**

الربح الإجمالي للمؤسسة = الربح المترتب عن بيع المياه المعدنية + الربح المترتب عن بيع العصائر

الربح الإجمالي للمؤسسة = $(14 - 10 = 4\ x_1) + (11 - 8 = 3\ x_2)$

و عليه تصبح دالة الهدف كالتالي:

$$Max\ Z = 3\ x_1 + 4\ x_2$$

**3- صياغة القيود:**

إنتاج المنتجتين يجب أن لا يتجاوز المبلغ المتاح و المقدر بـ 30.000دج.

الوقت المستغرق في كل قسم = الوقت المستغرق لإنتاج المياه المعدنية + الوقت المستغرق لإنتاج العصائر

**مثلا:** الوقت المستغرق في القسم أ = الوقت المستغرق لإنتاج المياه المعدنية $(0.5\ x_1)$ + الوقت المستغرق لإنتاج العصائر $(0.3\ x_2)$

**و عليه تصبح القيود كالتالي:**

| | |
|---|---|
| قيد القسم الأول | $0.5\ x_1 + 0.3\ x_2 \leq 500$ |
| قيد القسم الثاني | $0.3\ x_1 + 0.4\ x_2 \leq 400$ |
| قيد القسم الثالث | $0.2\ x_1 + 0.1\ x_2 \leq 200$ |
| قيد المبلغ المتاح | $10\ x_1 + 8\ x_2 \leq 30.000$ |
| قيد التخزين | $1\ x_1 2 + x_2 \leq 300$ |
| قيد عدم سلبية المتغيرة الأولى | $x_1 \geq 0$ |
| قيد عدم سلبية المتغيرة الثانية | $x_2 \geq 0$ |

**حل التمرين الثالث :----------**

**1- تحديد متغيرات القرار:**

تمثل $x_1$ عدد الوحدات المنتجة من **المنتج الأول $P_1$**؛

تمثل $x_2$ عدد الوحدات المنتجة من **المنتج الثاني $P_2$**؛

تمثل $x_3$ عدد الوحدات المنتجة من **المنتج الثالث $P_3$**.

**2- صياغة دالة الهدف:**

$$Max\ Z = 4\ x_1 + 1\ x_2 + 3\ x_3$$

**3- صياغة القيود:**

$$\begin{cases} 1x_1 + 2x_2 + 1x_3 \le 100 & \text{قيد الآلة الأولى} \\ 2x_1 + 2x_2 \le 150 & \text{قيد الآلة الثانية} \\ 1x_1 + 1x_2 + 1x_3 \le 500 & \text{قيد التخزين} \\ x_1 \ge 0 & \text{قيد عدم سلبية المتغيرة الأولى} \\ x_2 \ge 0 & \text{قيد عدم سلبية المتغيرة الثانية} \\ x_3 \ge 0 & \text{قيد عدم سلبية المتغيرة الثالثة} \end{cases}$$

**حل التمرين الرابع :----------**

**1- تحديد الكميات الواجب إنتاجها:**

**1-1- صياغة نموذج البرمجة الخطية:**

$$Max\ Z = 300x_1 + 200x_2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 400 & \text{المادة الأولية 01} \\ 2x_1 + x_2 \le 600 & \text{الآلة 01} \\ 3x_2 \le 900 & \text{الآلة 02} \\ x_1 \ge 150 & \text{المنتج 01} \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 & \end{cases}$$

**1-2- التمثيل البياني للقيود:**

**أ- القيد الأول:** $x_1 + x_2 = 400$

$x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 400 \Rightarrow$ A (0 , 400)

$x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = 400 \Rightarrow$ B (400 , 0)

**ب- القيد الثاني:** $2x_1 + x_2 = 600$

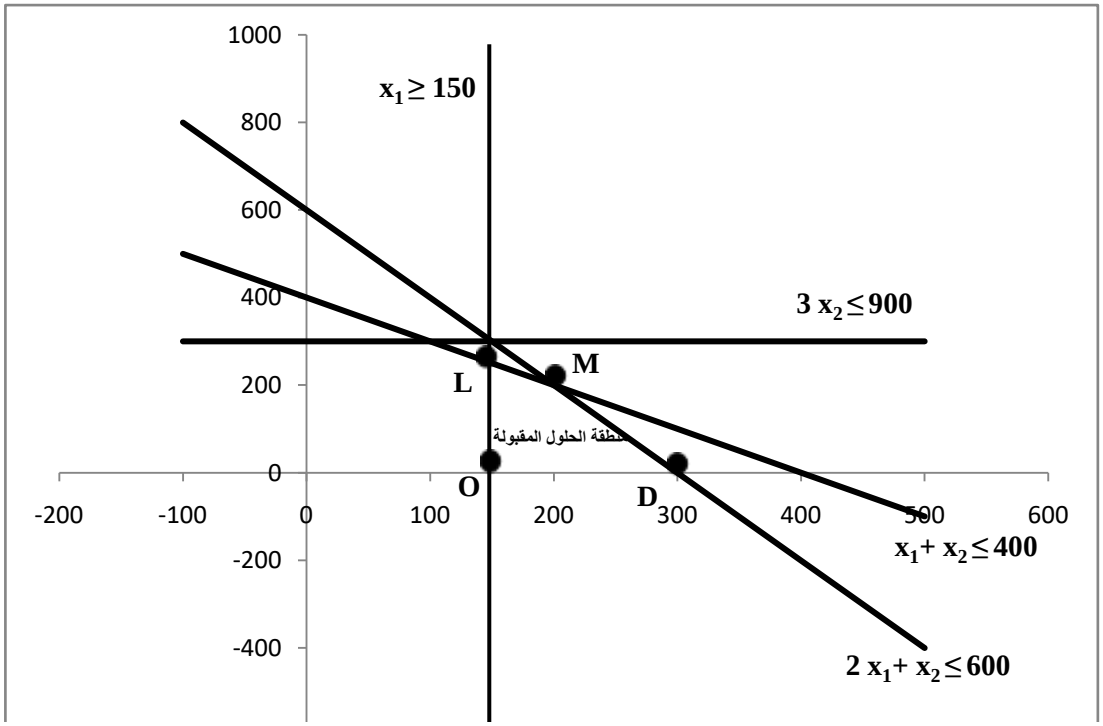
$x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 600 \Rightarrow$ C ( 0 , 600)

$x_2 = 0 \Rightarrow 2x_1 = 600 \Rightarrow x_1 = 300$ D (300 , 0)

**جـ- القيد الثالث:** $3x_2 = 900$

$3x_2 = 900 \Rightarrow x_2 = 300$

**د- القيد الرابع:** $x_1 = 150$




**1-3- تحديد إحداثيات النقط الرأسية و قيمة دالة الهدف عندها:**

***O*** *(150 , 0)* $\Rightarrow$ *Z = 300* ***(150)*** *+ 200* ***(0)*** $\Rightarrow$ ***Z = 45000***

***D*** *(300 , 0)* $\Rightarrow$ *Z = 300* ***(300)*** *+ 200* ***(0)*** $\Rightarrow$ ***Z = 90000***

$$L \begin{cases} x_1 = 150 \\ x_1 + x_2 = 400 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 150 + x_2 = 400 \\ x_2 = 250 \end{cases}$$

***L*** *(150, 250)* $\Rightarrow$ ***Z = 95000***

$$M \begin{cases} x_1 + x_2 = 400 \\ 2x_1 + x_2 = 600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2\,x_1 + -2x_2 = -800 \\ 2x_1 + x_2 = 600 \end{cases}$$

***M*** *(200, 200)* $\Rightarrow$ ***Z = 100000***

و عليه فإنه على المؤسسة إنتاج 200 وحدة من المنتج الأول و من 200 وحدة من المنتج الثاني.

**2- تحديد كمية المادتين الخام المستخدمتين لإنتاج المنتج الأول ثم المنتج الثاني:**

**2-1- المادة الأولى المستخدمة في إنتاج $P_1$ و $P_2$:**

$x_1 + x_2 \leq 400 \quad \Rightarrow \quad 200 + 200 = 400$

و عليه فإن المادة الخام الأولى مستخدمة بشكل تام (المستخدم = المتاح)

**2-2- المادة الثانية المستخدمة في إنتاج $P_1$ و $P_2$:**

$5\,x_1 + 6\,x_2 \quad \Rightarrow 5\,(200) + 6\,(200) = 2200$

**3– تحديد الوقت المستخدم لإنتاج $P_1$ على مستوى الآلتين:**

**الآلة الأولى:** 02 سا × 200 وحدة = 400 سا **الآلة الثانية:** 00 سا

**4– تحديد الوقت المستخدم لإنتاج $P_2$ على مستوى الآلتين:**

**الآلة الأولى:** 01 سا × 200 وحدة = 200 سا **الآلة الثانية:** 03 سا × 200 وحدة = 600 سا

**5– تحديد الوقت المستخدم و غير المستخدم على مستوى الآلتين:**

**5–1– الوقت المستخدم في الآلة الأولى:** 400 سا + 200 سا = 600 سا

**5–2– الوقت غير المستخدم في الآلة الأولى (المتاح – المستخدم):** 600 سا + 600 سا = 00 سا

**5–3– الوقت المستخدم في الآلة الثانية:** 600 سا + 00 سا = 600 سا

**5–4– الوقت غير المستخدم في الآلة الثانية (المتاح – المستخدم):** 900 سا + 600 سا = 300 سا

**حل التمرين الخامس :** ----------

**1– التمثيل البياني للقيود:**

**1–1– القيد الأول:** $x_1 + x_2 = 9$

نضع:

$x_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_2 = 9 \qquad A\,(0\,,\,9)$

نضع:

$x_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 9 \qquad B\,(9\,,\,0)$

**1–2– القيد الثاني:** $x_1 - x_2 = 9$

نضع:

$x_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_2 = -9 \qquad C\,(0\,,\,-9)$

نضع:

$x_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 9 \qquad D\,(9\,,\,0)$

**1–3– القيد الثالث:** $x_1 + 3\,x_2 = 17$

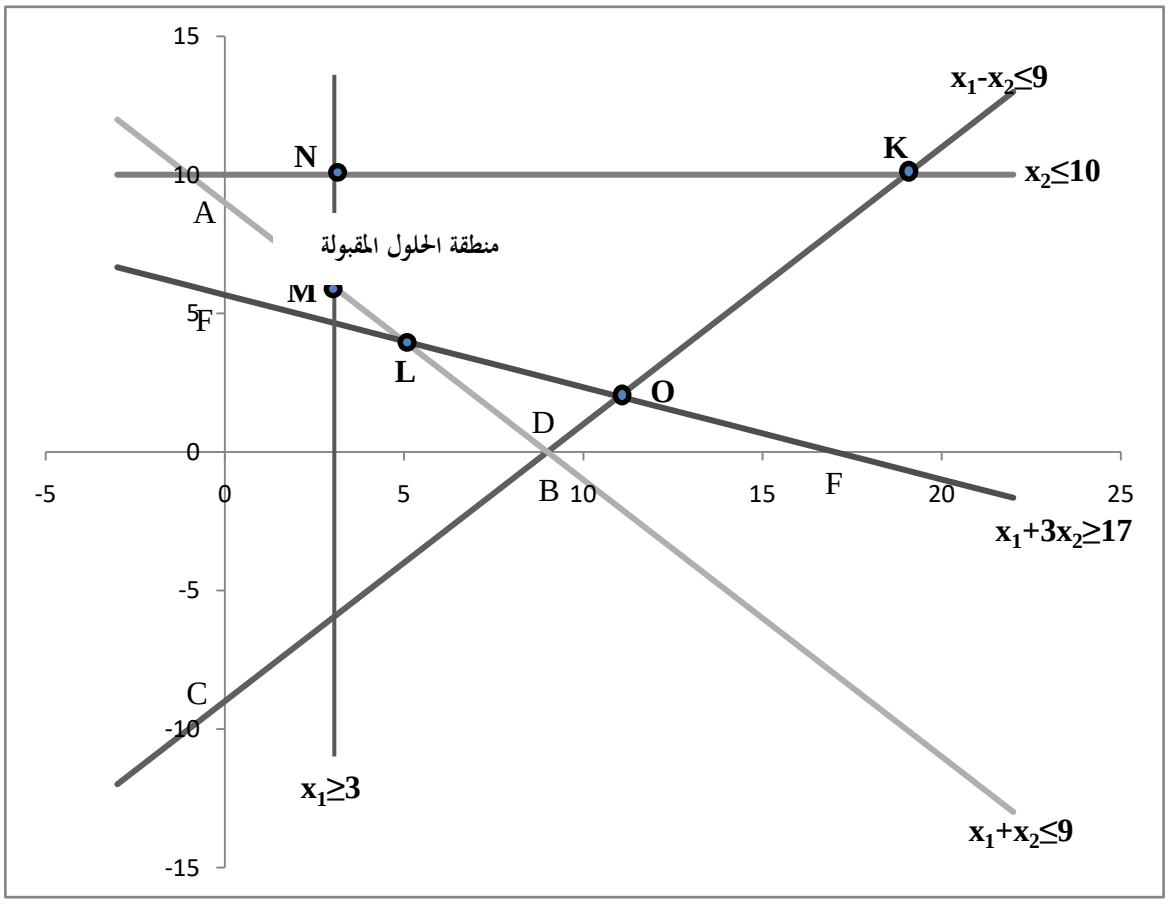
نضع:

$x_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_2 = 3/17 \qquad E\,(0\,,\,3/17)$

نضع:

$x_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 17$ F ( 17 , 0)

هذا إضافة إلى تحويل القيدين الأخيرين إلى معادلات: $x_1 = 3$ و $x_2 = 10$ ، ثم تمثيلها جميعا على معلم متعامد و متجانس.




و عليه فإن المنطقة OLMNK هي منطقة الحلول المقبولة.

## 2– تحديد إحداثيات النقاط الرأسية و تقييم Z:

❖ **النقطة O**: هي عبارة عن تقاطع المستقيمين:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 9 \ \ldots\ldots\ldots\ldots \times(3) \\ x_1 + 3x_2 = 17 \end{cases}$$

بضرب المعادلة الأولى في (3)، و جمع المعادلتين نحصل على:

$3x_1 - 3x_2 + x_1 + 3x_2 = 27 + 17$

$4x_1 = 44 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{x_1 = 11}$

بتعويض قيمة $x_1$ في إحدى المعادلتين (و لتكن المعادلة الأولى)، نحصل على:

$$11 - x_2 = 9 \Rightarrow -x_2 = 9 - 11 \Rightarrow x_2 = 2$$

و منه:

$$O\ (11\ ,\ 2) \Rightarrow Z = 3\ (11) + 3\ (2) \Rightarrow Z = 39$$

❖ **النقطة L**: هي عبارة عن تقاطع المستقيمين:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 9 \ \ldots\ldots\ldots\ldots \times (-3) \\ x_1 + 3x_2 = 17 \end{cases}$$

بضرب المعادلة الأولى في (-3)، و جمع المعادلتين نحصل على:

$$-3x_1 - 3x_2 + x_1 + 3x_2 = -27 + 17$$
$$-2x_1 = -10 \Rightarrow x_1 = 5$$

بتعويض قيمة $x_1$ في إحدى المعادلتين (و لتكن المعادلة الأولى)، نحصل على:

$$5 + x_2 = 9 \Rightarrow x_2 = 9 - 5 \Rightarrow x_2 = 4$$

و منه:

$$L\ (5\ ,\ 4) \Rightarrow Z = 3\ (5) + 3\ (4) \Rightarrow Z = 27$$

❖ **النقطة M**: هي عبارة عن تقاطع المستقيمين:

$$\begin{cases} x_1 = 3 \\ x_1 + x_2 = 9 \end{cases}$$

بتعويض قيمة $x_1$ في المعادلة الثانية، نحصل على:

$$3 + x_2 = 9 \Rightarrow x_2 = 9 - 3 \Rightarrow x_2 = 6$$

و منه:

$$M\ (3\ ,\ 6) \Rightarrow Z = 3\ (3) + 3\ (6) \Rightarrow Z = 27$$

❖ **النقطة N**: هي عبارة عن تقاطع المستقيمين:

$$\begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 10 \end{cases}$$

و منه:

$$N\ (3\ ,\ 10) \Rightarrow Z = 3\ (3) + 3\ (10) \Rightarrow Z = 39$$

❖ **النقطة K**: هي عبارة عن تقاطع المستقيمين:

$$\begin{cases} x_2 = 10 \\ x_1 - x_2 = 9 \end{cases}$$

بتعويض قيمة $x_2$ في المعادلة الثانية، نحصل على:

$$x_1 - 10 = 9 \Rightarrow x_1 = 9 + 10 \Rightarrow \mathbf{x_1 = 19}$$

و منه:

$$\mathbf{K}\ (19 , 10) \Rightarrow Z = 3\ (\mathbf{19}) + 3\ (\mathbf{10}) \Rightarrow \mathbf{Z = 87}$$

| $Z = 3x_1 + 3x_2$ | الإحداثيات | النقاط الرأسية |
|---|---|---|
| $Z = 3(\mathbf{11}) + 3(\mathbf{2}) = \mathbf{39}$ | (11 , 2) | O |
| $Z = 3(\mathbf{5}) + 3(\mathbf{4}) = \mathbf{27}$ | (5 , 4) | L |
| $Z = 3(\mathbf{3}) + 3(\mathbf{6}) = \mathbf{27}$ | (3 , 6) | M |
| $Z = 3(\mathbf{3}) + 3(\mathbf{10}) = \mathbf{39}$ | (3 , 10) | N |
| $Z = 3(\mathbf{19}) + 3(\mathbf{10}) = \mathbf{87}$ | (19 , 10) | K |

و عليه نلاحظ أن كلا من النقطتين M و L تمثلان حلا أمثلا للنموذج أعلاه (تدنية *Min*)، فيصبح البرنامج الإنتاجي للمؤسسة كالتالي:

**الحل الأمثل الأول (النقطة L)**:

$x_1 = 5$ أي على المؤسسة إنتاج 5 وحدة من المنتج الأول؛

$x_2 = 4$ أي على المؤسسة إنتاج 4 وحدات من المنتج الثاني.

**الحل الأمثل الثاني (النقطة M)**:

$x_1 = 3$ أي على المؤسسة إنتاج 3 وحدة من المنتج الأول؛

$x_2 = 6$ أي على المؤسسة إنتاج 6 وحدات من المنتج الثاني.

حيث أن كلا الحلين يحققان المستوى الأدنى من التكاليف للمؤسسة و المقدرة بـ 27 وحدة نقدية.