

الفصل الخامس

مسألة القيمة الواضحة

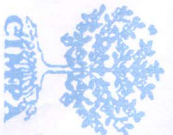
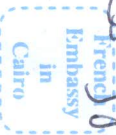
المسألة الواضحة $\Delta u = f$ في Ω و $u = g$ على $\partial\Omega$

ولكن $\Delta u = f$ في Ω و $u = g$ على $\partial\Omega$ هو $\Delta u = f$ في Ω و $u = g$ على $\partial\Omega$

نلاحظ ان $\Delta u = f$ في Ω و $u = g$ على $\partial\Omega$ هو $\Delta u = f$ في Ω و $u = g$ على $\partial\Omega$

نلاحظ ان $\Delta u = f$ في Ω و $u = g$ على $\partial\Omega$ هو $\Delta u = f$ في Ω و $u = g$ على $\partial\Omega$

نلاحظ ان $\Delta u = f$ في Ω و $u = g$ على $\partial\Omega$ هو $\Delta u = f$ في Ω و $u = g$ على $\partial\Omega$



المسألة الواضحة $\Delta u = f$ في Ω و $u = g$ على $\partial\Omega$

ولكن $\Delta u = f$ في Ω و $u = g$ على $\partial\Omega$ هو $\Delta u = f$ في Ω و $u = g$ على $\partial\Omega$

نلاحظ ان $\Delta u = f$ في Ω و $u = g$ على $\partial\Omega$ هو $\Delta u = f$ في Ω و $u = g$ على $\partial\Omega$

نلاحظ ان $\Delta u = f$ في Ω و $u = g$ على $\partial\Omega$ هو $\Delta u = f$ في Ω و $u = g$ على $\partial\Omega$

نلاحظ ان $\Delta u = f$ في Ω و $u = g$ على $\partial\Omega$ هو $\Delta u = f$ في Ω و $u = g$ على $\partial\Omega$

نلاحظ ان $\Delta u = f$ في Ω و $u = g$ على $\partial\Omega$ هو $\Delta u = f$ في Ω و $u = g$ على $\partial\Omega$





$\int \frac{x^2}{(1+x^3)^3} dx$ حل بواسطة التبديل

$dt = 3x^2 dx$ حيث $t = 1+x^3$ عندئذ

$\int \frac{x^2}{(1+x^3)^3} dx = \int \frac{1}{3} \frac{1}{t^3} dt = \frac{1}{3} \int t^{-3} dt$

$= \frac{1}{3} \int t^{-3} dt = \frac{1}{3} \frac{t^{-2}}{(-2)}$

$= -\frac{1}{6t^2} + C$

حيث $t = 1+x^3$ عندئذ

$\int \frac{x^2}{(1+x^3)^3} dx = -\frac{1}{6(1+x^3)^2} + C$

W



حل بواسطة التكامل بالجزء

$\int \cos x \sin x dx \rightarrow \mathbb{R}$ حيث

$u = \cos x$ $v = \sin x$

$du = -\sin x dx$ $dv = \cos x dx$

$\int u dv = uv - \int v du$

التبديل

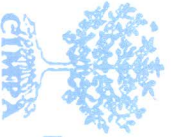
$\int \cos x \sin x dx = \int u dv = uv - \int v du = \cos x \sin x - \int \sin x (-\cos x) dx$

$= \cos x \sin x + \int \cos x \sin x dx$

$= \cos x \sin x + \int \cos x \sin x dx$

$= -\cos x \sin x + \cos x \sin x + C$





طريقة كوكس، دالة كوكس، P
 $P(x) = \frac{P_1(x)}{Q_1(x)}$ من الشكل $\frac{P_1(x)}{Q_1(x)}$

$Q_1(x)$ و $Q_2(x)$ غير مشتركين

$P_1(x)$ و $P_2(x)$ و $Q_1(x)$ و $Q_2(x)$ غير مشتركين
 درجة $P_1(x)$ و $P_2(x)$ و $Q_1(x)$ و $Q_2(x)$

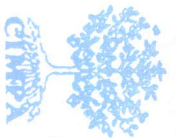
$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{P_1(x)}{Q_1(x)} + \frac{P_2(x)}{Q_2(x)}$$

حيث $P_1(x)$ و $P_2(x)$ و $Q_1(x)$ و $Q_2(x)$ غير مشتركين
 و $Q_1(x)$ و $Q_2(x)$ غير مشتركين

من الشكل $\frac{P_1(x)}{Q_1(x)} + \frac{P_2(x)}{Q_2(x)}$

$$(ax+by)^n \text{ و } (ax^2+bx+\gamma)^m$$

و $\frac{P_1(x)}{Q_1(x)}$ و $\frac{P_2(x)}{Q_2(x)}$



$$\frac{P_1(x)}{(ax+by)^n (ax^2+bx+\gamma)^m}$$

$$= \frac{A_1}{ax+by} + \frac{A_2}{(ax+by)^2} + \dots + \frac{A_n}{(ax+by)^n}$$

$$+ \frac{C_1x+D_1}{ax^2+bx+\gamma} + \dots + \frac{C_mx+D_m}{ax^2+bx+\gamma}$$

الجزء $\frac{A_1}{ax+by} + \dots + \frac{A_n}{(ax+by)^n}$ هو الجزء الكسري
 و $\frac{C_1x+D_1}{ax^2+bx+\gamma} + \dots + \frac{C_mx+D_m}{ax^2+bx+\gamma}$ هو الجزء الكسري
 الكسري $\frac{P_1(x)}{Q_1(x)}$ و $\frac{P_2(x)}{Q_2(x)}$

$$\frac{P_1(x)}{Q_1(x)} = \frac{C_1x+D_1}{ax^2+bx+\gamma} + \dots + \frac{C_mx+D_m}{ax^2+bx+\gamma}$$

$$\frac{x^4 - x^2 + 1}{x^2 - 1} = x^2 + \frac{1}{x^2 - 1} = x^2 + \frac{1}{(x-1)(x+1)}$$

$$= x^2 + \frac{A_1}{x-1} + \frac{A_2}{x+1}$$





بعض الحالات هي $A_1 = \frac{1}{2}$ و $A_2 = \frac{1}{2}$

في هذه الحالة يكون الحل هو

$$S_n = \int_{x^2-3x+2}^{x+1} dx = \ln|x+2| + \frac{1}{2} \ln|x-1|$$

في هذه الحالة $A_1 = 1$ و $A_2 = 0$ يكون الحل هو

$$S_n = \int_{x^2-3x+2}^{3x+1} dx = \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + x + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

$$\frac{x+1}{x^2-3x+2} = \frac{x+1}{(x-2)(x-1)} = \frac{A_1}{x-1} + \frac{A_2}{x-2}$$

في هذه الحالة يكون الحل هو

$$L = \int \frac{dx}{x^2-3x+2} = \frac{1}{2} \ln|x-1| - \frac{1}{2} \ln|x-2|$$

في هذه الحالة $A_1 = 1$ و $A_2 = -1$ يكون الحل هو



French
Embassy
in
Cairo



في هذه الحالة يكون الحل هو $x^2 + 9x + 1 = (x + \frac{9}{2})^2 + \frac{3}{4}$

$$x^2 + 9x + 1 = (x + \frac{9}{2})^2 + \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow L = \int \frac{1}{(x + \frac{9}{2})^2 + \frac{3}{4}} dx$$

$$L = \int \frac{1}{(x + \frac{9}{2})^2 + \frac{3}{4}} dx = \frac{1}{\sqrt{3}} \arctan \frac{x + \frac{9}{2}}{\sqrt{3}} + C$$

$$(x + \frac{1}{2})^2 = \frac{3}{4} t^2$$

$$dx = \frac{\sqrt{3}}{2} dt$$

في هذه الحالة يكون الحل هو



French
Embassy
in
Cairo





$$I_n = \frac{2c}{2(n-1)(2c^2-1)^{n-1}} + \frac{2(n-3)}{2(n-1)} I_{n-1}$$

$n \geq 2$ using

$$I_1 = \int \frac{2chc}{2c^2-1} = \text{arctan } 2c$$

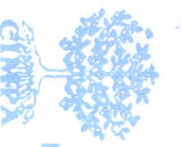
$$I_0 = \int \frac{2chc}{(2c^2-1)^0} = \int 2chc = 2$$

$$n=2 \Rightarrow I_2 = \frac{2c}{2(2c^2-1)} + \frac{1}{2} I_1$$

$$n=3 \Rightarrow I_3 = \frac{2c}{4(2c^2-1)^2} + \frac{3}{4} I_2$$



French Embassy
in
Cairo



$I = \int \frac{2chc}{(2c^2-1)^n} = \frac{1}{2(n-1)} \frac{2chc}{(2c^2-1)^{n-1}} + \frac{1}{2(n-1)} I_{n-1}$

هذا هو الشكل العام للنتيجة
التي نصل اليها بعد التكامل
بالتكرار n مرات

النتيجة النهائية هي $\frac{1}{2(n-1)!} \frac{2chc}{(2c^2-1)^{n-1}} + \frac{1}{2(n-1)!} I_1$

هذا هو الشكل النهائي



French Embassy
in
Cairo

