Exercices de révision *Le 19 Janvier 2021*

Exercice 1

1- Donner la forme algébrique de Z' définit par : $Z' = \frac{1+i\,m}{2\,m+i\,(m^2-1)}$ ou m € IR

Solution Exercice 1

$$z = \frac{1+im}{2m+i(m^2-1)} = \frac{(1+im)\big(2m-i(m^2-1)\big)}{4m^2+(m^2-1)^2} = \frac{2m-i(m^2-1)+2im^2+m(m^2-1)}{4m^2+m^4-2m^2+1}$$

$$= \frac{2m-im^2+i+2im^2+m^3-m}{m^4+2m^2+1} = \frac{m(m^2+1)+i(m^2+1)}{(m^2+1)^2} = \frac{m+i}{m^2+1}$$

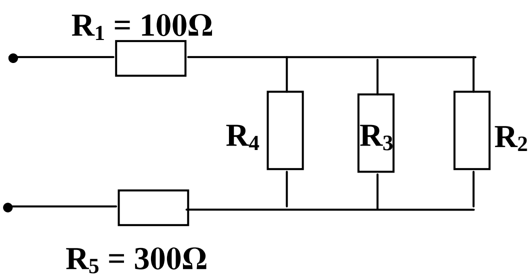
$$= \frac{m}{m^2+1} + i\,\frac{1}{m^2+1}$$

Donc $Re(z) = \frac{m}{m^2+1}$ et $Im(z) = \frac{1}{m^2+1}$

Exercice 2

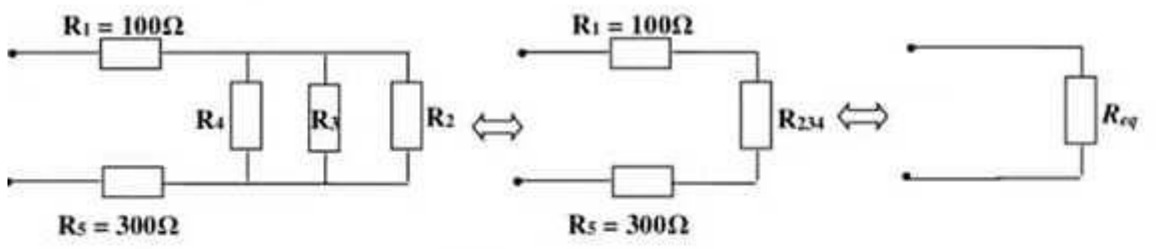
1-Déterminer la résistance équivalente du dipôle de la figure 1 suivante:

Figure 1



On donne :
R_2= 100Ω
R_3= 200Ω
R_4= 400Ω

Solution Exercice 2



Les trois resistances R_2 , R_3 et R_4 sont montées en parallele. La résistance résistance équivalente de ces resistance se calcule comme suit :

$$\frac{1}{R_{234}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{400} + \frac{1}{200} + \frac{1}{100} = 0.0175$$ (4 points)

3 points

$$R_{234} = \frac{1}{0.0175} = \mathbf{57.14\Omega}$$ 1 point

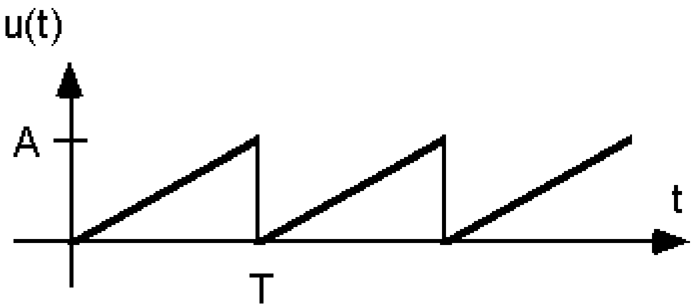
R_1, R_{234}, et R_5 sont montées en série, la resistance équivalente de ce dipole est donc :

$$R_{eq} = R_1 + R_{234} + R_5$$ 1 point (2 points)

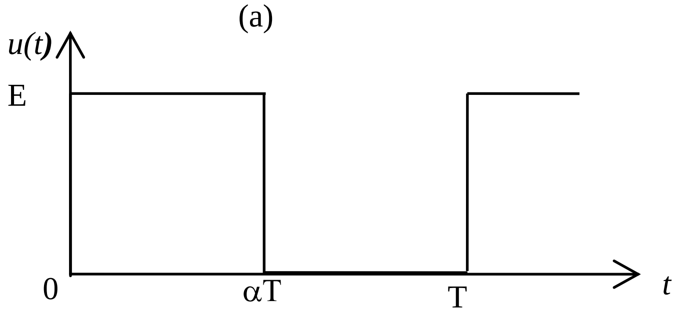
$$R_{eq} = 100 + 57.14 + 300 = \mathbf{457.14\Omega}$$ 1 point

Exercice 3

Soitn la tension u(t) dans les figures ci-dessous :



(a)



(b)

T est la période du signal ; α est un nombre réel compris entre *0* et *1*

Pour chacune de ces tensions :

1. Déterminer la valeur moyenne de u(t) ?
2. Déterminer la valeur efficace de u(t) ?

Solution Exercice 3

Pour determiner la tension moyenne et la tension efficace il suffit de determiner les expression de u(t) dans une periode T

Calculer la valeur moyenne et efficace selon les formules suivantes :

$$U_{moy} = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)dt$$

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u(t)^2 dt}$$

Pour la première tension $u(t) = \alpha\, t$ (c'est une fonction lineaire y= ax)

$u(t) = \frac{A}{T}\, t$ dans l'interval $[0\ \ T]$ ainsi sa **valeur moyenne** est donc :

$$U_{moy} = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{A}{T} t\, dt = \frac{A}{T^2}\int_0^T t\, dt = \frac{A}{T^2}\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^T = \frac{A}{T^2}\left[\frac{T^2}{2} - 0\right] = \boldsymbol{\frac{A}{2}}$$

La **valeur efficace** de cette tension est :

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left(\frac{A}{T}\, t\right)^2 dt} = \frac{A}{T}\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (\,t)^2 dt} = \frac{A}{T}\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (\,t)^2 dt}$$

$$U_{eff} = \frac{A}{T}\sqrt{\frac{1}{T}\left[\frac{t^2}{3}\right]_0^T} = \frac{A}{T}\sqrt{\frac{1}{T}\frac{T^2}{3}} = \boldsymbol{\frac{A}{\sqrt{3}}}$$

Pour la deuxieme tension

D'apres le deuxieme graphe on peut definir $u(t) = \begin{cases} E & pour\ t \in\ [0\ \ \alpha T] \\ 0 & pour\ t \in\ ]\alpha T\ \ T] \end{cases}$

ainsi sa **valeur moyenne** est determiner en utilisant la formule indiquer ci dessus :

$$U_{moy} = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)dt = \frac{1}{T}\left[\int_0^{\alpha T} E\, dt + \int_{\alpha T}^{T} 0\, dt\right] = \frac{1}{T}\int_0^{\alpha T} E\, dt = \boldsymbol{\alpha\, E}$$

De meme pour la **valeur efficace** de cette tension est :

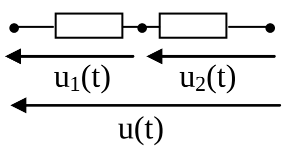
$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u(t)^2 dt} = U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{\alpha T} E^2 dt} = \boldsymbol{\sqrt{\alpha}\ E}$$

Exercice 4

Soit le dipôle de la figure 2 :

Où les valeurs instantanées de $u_1(t)$ et $u_2(t)$ sont :

Fig 2



$u_1(t) = 12\sqrt{2}\ \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$
$u_2(t) = 8.49\ \ \sin\left(\omega - \frac{\pi}{4}\right)$

Déterminer u(t) par la méthode des vecteurs de Fresnel et par la méthode des nombres complexes ?

Solution Exercice 4

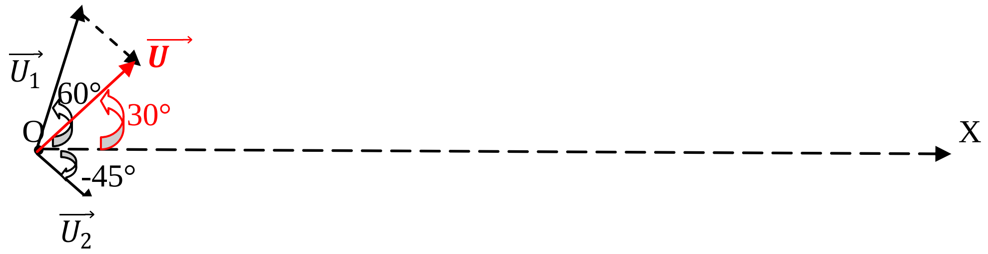
u(t) par la méthode des vecteurs de Fresnel :

Les valeurs instantanées de $u_1(t)$ et $u_2(t)$ sont représentés par des vecteurs $\overrightarrow{U_1}$ et $\overrightarrow{U_2}$:
le module de $\overrightarrow{U_1}$ est $|\overrightarrow{U_1}| = 12$ est son décalage par rapport à l'axe ox est de $\frac{\pi}{3}$

Le module de $\overrightarrow{U_2}$ est $|\overrightarrow{U_1}| = \frac{8.49}{\sqrt{2}} = 6v$ est son décalage par rapport à l'axe ox est de $-\frac{\pi}{4}$

Donc : $\overrightarrow{U} = \overrightarrow{U_1} + \overrightarrow{U_2}$

On premier lieu on définit un échelle : 1cm correspond à 4v



A partir de la représentation de Fresnel Le module de $\overrightarrow{U}$ est $|\overrightarrow{U_1}| = 13v$ est son décalage par rapport à l'axe ox est de $\frac{\pi}{6}$

u(t) par la méthode des nombres complexes

Les valeurs instantanées de $u_1(t)$ et $u_2(t)$ sont représentés par des nombres complexes $\overline{U_1}$ et $\overline{U_2}$:
Le module de $\overline{U_1}$ est $|\overline{U_1}| = 12$ et son argument est de $\frac{\pi}{3}$
$\overline{U_1} = 12(\cos(60°) + j\ \sin(60°)) = 6 + j\ 10.39\ V$
Le module de $\overline{U_2}$ est $|\overline{U_2}| = \frac{8.49}{\sqrt{2}} = 6v$ et son argument est de $-\frac{\pi}{4}$
$\overline{U_1} = 6(\cos(-45°) + j\ \sin(-45°)) = 4.24 - j\ 4.24\ V$

D'où on obtient :
$$\overline{U} = \overline{U_1} + \overline{U_2} = (6 + 4.24) + j\ (10.39\ - 4.24)\ V = \ 10.24 + j\ 6.15\ V$$

Le module de $\bar{U}$ est $|U| = \sqrt{10.24^2 + 6.15^2} = 13.4\,V$ et son argument est de $arctg\,\frac{6.15}{10.24} = 31°$

En peut déduire la valeur instantanée de u(t)

$\boldsymbol{u(t) = 13.4\sqrt{2}\ \sin(\omega t + 31°) = 18.95\ \ \sin(\omega t + 31°)}$

Exercice 5

On considère la charge monophasée représentée sur la figure 3, alimentée sous une tension sinusoïdale de fréquence 50 Hz

On donne : C=6.36 µF, L= 127.32 mH

R_1= 10 Ω R_2= 4 Ω

La valeur du courant absorbée I= 2.5A

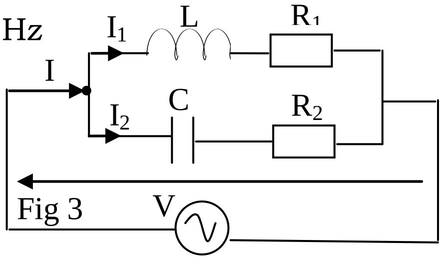


Fig 3

1- Calculer l'impédance équivalente de ce circuiit ?
2- Calculer la valeur de la tension efficace V appliquée à cette charge ?
3- Représenter l'intégralité des grandeurs sur un diagramme de Fresnel.
4- Calculer la puissance active consommées par cette charge ?
5- Calculer la puissance réactive consommées par cette charge ?

Solution Exercice 5

1- L'impédance équivalente de ce circuit Z_{eq} :

D'apres la fig 3 les deux impedances sont montées en derivation (en //)

$$Z_{eq} = \frac{Z_1\,Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

Ou $Z_1 = R_1 + j\,L\omega = 10 + j\,127.32\,10^{-3}\,(2\pi\,f)$=10 + j 40 Ω = $41.24\ e^{j75.96}$

$Z_2 = R_2 - j\,\frac{1}{C\omega} = 4 - j\ \frac{1}{6.36\,10^{-6}\,(2\pi\,f)} = 4 - j\,500.48$ Ω =$500.496\ e^{-j89.54}$

On pose $Z_3 = Z_1 + Z_2 = 14 - j460.48 = 460.69e^{-j88.26}$

$$|Z_{eq}| = \frac{|Z_1|\,|Z_2|}{|Z_1 + Z_2|} = \frac{41.24 * 500.496}{460.96} = 44.77\Omega$$

$$\varphi_{eq} = \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_3 = 75.96 - 89.54 + 88.26 = 74.68¤$$

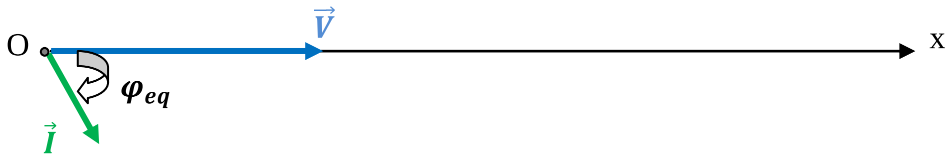
$$Z_{eq} = |Z_{eq}|\,e^{j\,\varphi_{eq}} = 44.77\,e^{j\,74.68} = \boldsymbol{11.83 + j43.18}$$

2-La valeur de la tension efficace V appliquée à cette charge

$$V = Z_{eq}\,I = 44.77 * 2.5 = \boldsymbol{111.92\ v}$$

3-Diagramme de Fresnel.

On définit un échelle et on trace le vecteur tension (pris comme reference) et le vecteur courant déphasé en arrière par rapport à la tension d'un angle φ_{eq} (courant i(t) est en retard par rapport à la tension v(t))



4-La puissance active consommées par cette charge

$$P = V\ I\ \cos\varphi_{eq} = 111.92 * 2.5 * \cos 74.68 = \mathbf{73.92\ W}$$

5-La puissance réactive consommées par cette charge

$$Q = V\ I\ \sin\varphi_{eq} = 111.92 * 2.5 * \sin 74.68 = \mathbf{269.85\ var}$$