تصحيح الامتحان

التمرين الأول

1) ندرس الاستمرار من اليمين ومن اليسار للدالة g.

نلاحظ بسهولة أن الدالة g مستمرة على المجال $]-\infty, 0[$ ، $]0,1[$ و $]1,+\infty[$. (1)

ولدينا:

$\lim_{x \to 0^-} g(x) = e^2/2$ (0,5) ، $\lim_{x \to 0^+} g(x) = \alpha e^2$ (0,5)

من جهة أخرى:

$\lim_{x \to 1^-} g(x) = \alpha e - \beta e$ (0,5) ، $\lim_{x \to 1^+} g(x) = e$ (0,5)

ومنه الدالة مستمرة إذا تحقق ما يلي:

$$\begin{cases} \alpha e^2 = e^2/2 \\ \alpha e - \beta e = e \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = 1/2 \\ \alpha - \beta = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = 1/2 \\ \beta = -1/2 \end{cases}$$

(0,5) (0,5) (0,5)

2) مستق الدالة g:

$$g'(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \quad (1) \\ -\alpha e^{2-x} - \beta e^x (1+x) & \text{si } 0 < x < 1 \quad (3) \\ -e^{2-x} & \text{si } x \geq 1 \quad (1) \end{cases}$$

التمرين الثاني صد نقاط

1.1) * تبديلي:

$$\forall x, y \in G : \quad x * y = y * x$$

$$x * y = \frac{x+y}{1+xy} = \frac{y+x}{1+yx} \quad (2)$$

لأن الجمع والضرب تبديليات في $\mathbb{R}$.