مراجعة أسبوع الإنتاج.

1- **الفترة القصيرة:** يستعمل المنظم عامل إنتاجي واحد متغير بينما العوامل الأخرى (رأس المال، الأرض، التكنولوجيا.....) تبقى ثابتة. وعادة في تحليل سلوك المنتج يعتبر العامل المتغير هو عنصر العمل (L).. $Q=f(L)$.

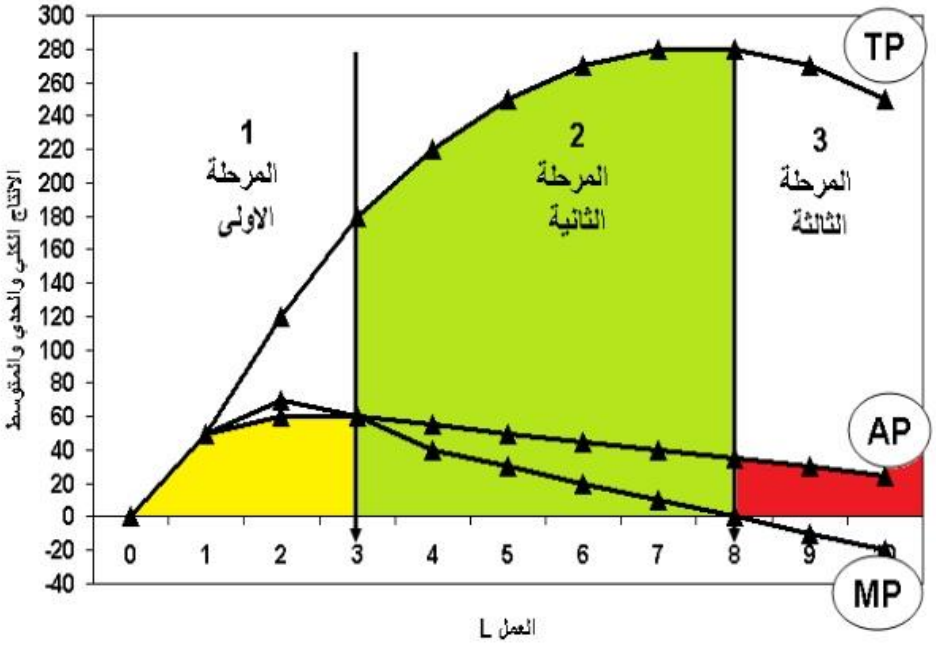
1-1- الإنتاج الكلي TP: يمكن تعريف الإنتاج الكلي TP أو PT أو Q على أنه مجموع الكميات المنتجة عند استخدام عامل الإنتاج المتغير (العمل).

1-2- الإنتاج المتوسطَ للعمل AP_L: الإنتاج المتوسط للعمل هو عبارة عن مدى مساهمة كل عامل في الإنتاج الكلي، أي هو الإنتاج الكلي مقسوم على الكمية المستخدمة من عامل الإنتاج المتغير (العمل). ويحسب كما يلي:

$$AP_L = \frac{TP}{L}$$

1-3- الإنتاج الحدي للعمل MP_L: الإنتاج الحدي هو اسعير في الإنتاج الكلي الناشئ عند زيادة استخدام العامل المتغير العمل بوحدة واحدة. ويحسب بالطريقة التالية:

$$MP_L = \frac{\Delta TP}{\Delta L} = \frac{\delta TP}{\delta L}$$



4-1- العلاقة بين منحنى TP و منحنى MP_L: -عندما يكون منحنى الإنتاج الحدي متزايدا تماما يكون منحنى الإنتاج الكلي متزايدا بمعدل متزايد.

- عندما يصل منحنى الإنتاج الحدي إلى أعظم قيمة له يكون منحنى الإنتاج الكلي عند نقطة انعطاف (نقطة التحول من التزايد بمعدل متزايد الى التزايد بمعدل متناقص).
- عندما يكون منحنى الإنتاج الحدي متناقصا في المجال الموجب يكون منحنى الإنتاج الكلي متزايدا بمعدل متناقص.
- عندما يقطع منحنى الإنتاج الحدي محور العمل (الإنتاج الحدي معدوم) يكون منحنى الإنتاج الكلي عند أعظم قيمة له (أعظم إنتاج).
- عندما يكون منحنى الإنتاج الحدي متناقصا في المجال السالب يكون منحنى الإنتاج الكلي متناقصا تماما.

5-1- العلاقة بين منحنى AP_L و منحنى MP_L:

- عندما يكون منحنى الإنتاج المتوسط متزايدا تماما يكون منحنى الإنتاج الحدي فوقه دوما.
- عندما يتقاطع منحنيا الإنتاج المتوسط و الإنتاج الحدي يكون منحنى الإنتاج المتوسط عند نهايته العظمى.
- عندما يكون منحنى الإنتاج المتوسط متناقصا تماما يكون منحنى الإنتاج الحدي تحته دوما.

6-1- مراحل الإنتاج:

أ- المرحلة الأولى: $(MP_L = AP_L)$ ⟵ L=0

L=0 ⟵ $L = 3$

ب- المرحلة الثانية: $(MP_L = 0)$ ⟵ $(MP_L = AP_L)$

L=3 ⟵ $L = 8$

ج- المرحلة الثالثة: ∞ ⟵ $(MP_L = 0)$

L=8 ⟵ $L = \infty$

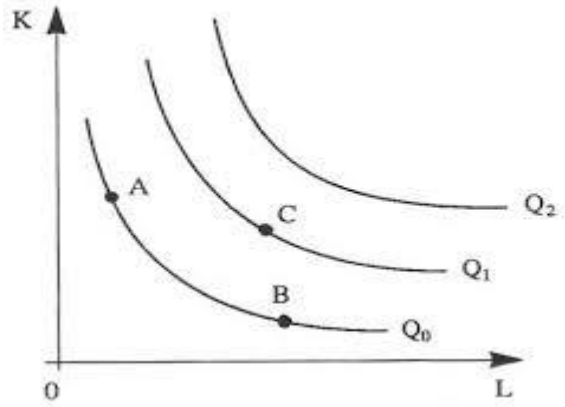
1-7-المنطقة الاقتصادية (القرار الرشيد للمنتج عند المرحلة الثانية):

هي المرحلة الثانية من الإنتاج التي تكون فيها إنتاجية رأس المال وإنتاجية العمل موجبتان رغم تناقصهما.

1-8- قانون الغلة المتناقصة: يبدأ قانون الغلة المتناقصة في العمل انطلاقا من النقطة التي يبلغ فيها الإنتاج الحدي مستواه الأعظمي حيث يبدأ فيها بالتناقص في المجال الموجب دون توقف إلى أن ينعدم. $L=8 \longrightarrow L=2$

2-الفترة الطويلة:(دالة الإنتاج في الفترة القصيرة). دالة الإنتاج في هاته الفترة عبارة على : $Q=f(L,K)$ **ويمكن التعبير بيانيا على هذه الدالة بما يسمى بمنحنى الناتج المتساوي.**

2-1- منحنى السواء: التوليفات المختلفة من عوامل الإنتاج (العمل، رأس المال) التي تنتج نفس المقادير من الإنتاج (أو لها نفس حجم الإنتاج). والمنتج له مجموعة من منحنيات الناتج المتساوي والتي تسمى خريطة أو شبكة منحنيات الناتج المتساوي.



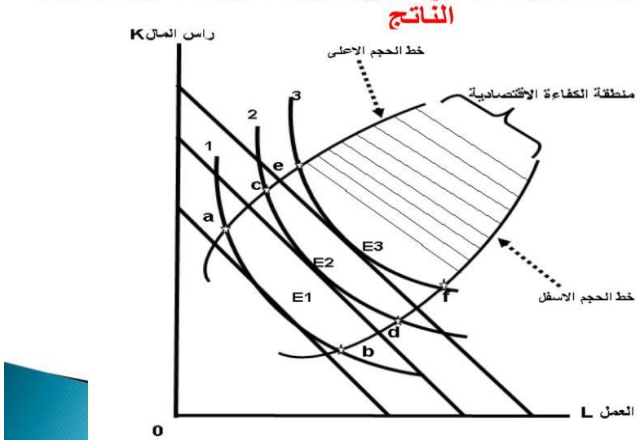
✓ **ومن خصائصها: - ميل منحنيات الناتج المتساوي سالب.**

- **محدبة باتجاه نقطة الأصل. - منحنيات الناتج المتساوي لا تتقاطع أبدا.**

2-2- المنطقة الاقتصادية للإنتاج: المنطقة الاقتصادية الإنتاج هي تلك المنطقة التي يكون فيها المعدل الحدي للإحلال التقني بين عوامل الإنتاج سالبا، أي تكون هناك إمكانية الإحلال بين عوامل الإنتاج. تتميز المنطقة الاقتصادية للإنتاج في الفترة الطويلة بالخصائص التالية- :-داخل هذه المنطقة يكون المعدل الإحلال التقني سالبا.

- **قابلية الإحلال بين عوامل الإنتاج. - الإنتاجية الحدية موجبة داخل هذه المنطقة.**

منطقة الكفاءة الاقتصادية للانتاج على ضوء تحليل منحنيات سواء الناتج



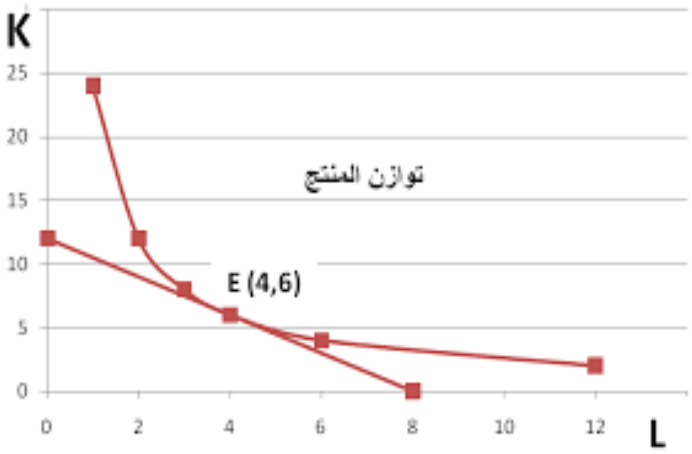
2-3- المعدل الحدي للإحلال التقني أو الفني: مقدار الكمية التي ينبغي أن يتخلى عليها المنتج من K لزيادة استخدام العامل L بوحدة واحدة، مع البقاء على نفس مستوى الإنتاج (نفس منحنى الناتج المتساوي).

$$TMS_{T_{(L,K)}} = \frac{-MP_L}{MP_K} = \frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{\delta K}{\delta L}$$

2-4- منحنى التكلفة المتساوي: عبارة محل هندسي يصور مختلف إمكانيات الإنفاق على عوامل الإنتاج لدى منتج معين، وهو بصفة عامة عبارة عن خط مستقيم ميله سالب وثابت.

أو التمثيل البياني و الهندسي لمعادلة التكلفة: $CT = L.P_L + K.P_K$

2-5- توازن المنتج: **أ- هندسيا:** نقطة التماس بين خط التكلفة المتساوية وأعلى منحنى ناتج متساوي يمكن أن يصله هذا الخط. النقطة: **E (4 ,5).**



ب- جبريا: 1- طريقة شرط التوازن:

$$\frac{MP_L}{P_L} = \frac{MP_K}{P_K}$$

أو:

$$\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{P_L}{P_K}$$

2- طريقة مضاعف لاغرانج: 1) وضع دالة الهدف:

- **دالة الهدف في حالة تعظيم الإنتاج:** $Z = \max Q + \lambda(CT - P_L \cdot L - P_K \cdot K)$

- **دالة الهدف في حالة تقليل التكلفة:** $W = P_L \cdot L + P_K . K + \lambda(Q_0 - Q)$

2) وضع نموذج الحل:- نموذج الحل في حالة التعظيم:

$$\frac{\delta Z}{\delta L} = 0 \Leftrightarrow MP_L - P_L . \lambda = 0 \quad \rightarrow 1 \Leftrightarrow \lambda = \frac{MP_L}{P_L} \Leftrightarrow \lambda = \lambda$$

$$\frac{\delta Z}{\delta K} = 0 \Leftrightarrow MP_K - P_K . \lambda = 0 \quad \rightarrow 2 \Leftrightarrow \lambda = \frac{MP_K}{P_K} \Leftrightarrow \frac{MP_L}{P_L} = \frac{MP_K}{P_K}$$

$$\frac{\delta Z}{\delta \lambda} = 0 \Leftrightarrow CT - L.P_L - K.P_K = 0 \quad \rightarrow 3$$

- **نموذج الحل في حالة التقليل:**

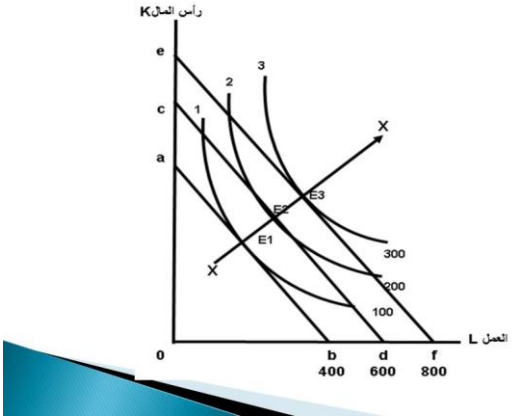
$$\frac{\delta W}{\delta L} = 0 \Leftrightarrow P_L - MP_L . \lambda = 0 \quad \rightarrow 1 \Leftrightarrow \lambda = \frac{P_L}{MP_L} \Leftrightarrow \lambda = \lambda$$

$$\frac{\delta W}{\delta K} = 0 \Leftrightarrow P_K - MP_K . \lambda = 0 \quad \rightarrow 2 \Leftrightarrow \lambda = \frac{P_K}{MP_K} \Leftrightarrow \frac{P_L}{MP_L} = \frac{P_K}{MP_K}$$

$$\frac{\delta W}{\delta \lambda} = 0 \Leftrightarrow Q_0 - Q = 0 \quad \rightarrow 3$$

6-2- مسار التوسع هندسيا ورياضيا: أ- هندسيا: هو ذلك المنحنى الذي يصل ما بين نقاط توازن المنتج عندما يتغير الإنفاق الكلي مع ثبات أسعار عوامل الإنتاج.

خط توسع المشروع بموجب تحليل منحنيات سواء المنتج



ب- جبريا: إن إيجاد معادلة مسار التوسع رياضيا يتم بعد حل نموذج التعظيم الخاص بالمنتج حيث نحصل على علاقة بين رأس المال والعمل. $K = f(L)$.

حيث تمثل كل ثنائية من هاذين العاملين توليفة توازنية عند مستويات مختلفة للإنفاق الكلي.