

TD1

Fonctions Holomorphes

Exercice 1

Calculer la dérivée de $w = f(z) = z^3 - 2z$ aux points

1. $z = z_0$.
2. $z = -1$.

Exercice 2

Montrer que l'application $(x; y) \rightarrow \bar{z} = x - iy$, est différentiable mais n'est pas dérivable.

Exercice 3

Soit $w = f(z) = \frac{1+z}{1-z}$.

Trouver $\frac{\partial}{\partial z} f(z_0)$ et déterminer en quels points f n'est pas dérivable.

Exercice 4

1. Montrer que si f est dérivable en z_0 , alors f est continue en z_0 .
2. Montrer par un contre-exemple que la réciproque est fautive.

Exercice 5

Montrer que $u = e^{-x} (x \sin y - y \cos y)$ est harmonique c'est-à-dire que

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

Exercice 6

Soit $w = f(z) = z^3 - 2z^2$

1. Calculer Δw .
2. Calculer dw .

Exercice 7

Etudier et calculer les dérivées de fonctions suivantes :

1. f définie par $f(z) = e^z$.
2. g définie par $g(z) = e^{az}$.
3. h définie par $h(z) = \sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$.
4. k définie par $k(z) = \cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$.
5. l définie par $l(z) = \tan z$.
6. m définie par $m(z) = z^{1/2}$.
7. L définie par $L(z) = \text{Log } z$.