$$\frac{-\hbar^2}{2m}\psi''(x) + \frac{1}{2}kx^2\psi(x) = E\psi(x)$$

$$\begin{cases} \alpha^2 = \dfrac{mk}{\hbar^2} \\ \lambda = \dfrac{2mE}{\hbar^2} \\ w = \sqrt{\dfrac{k}{m}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha x^2}\,dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

$$\psi(x) = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} e^{-\alpha x^2/2}$$

$$E_0 = \frac{1}{2}\hbar w$$

$$\psi_1(x) = N.\,x\,e^{-\alpha\frac{x^2}{2}} \Rightarrow E_1 = \frac{3}{2}\hbar w \qquad \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\psi_2(x) = N.(x^2-\alpha)\,e^{-\alpha\frac{x^2}{2}} \Rightarrow E_2 = \frac{5}{2}\hbar w \text{ et}$$

De façon générale

$$\psi_n(x) = \left(\frac{\sqrt{\alpha}}{2^n\, n!\,\sqrt{\pi}}\right)^{\frac{1}{2}} H_n(\sqrt{\alpha}\,x)\,e^{-\alpha\frac{x^2}{2}}$$

$H_n(\xi)$ = représente le Hermite polynomiale de dégrée n.

$$\begin{cases} H_0(\xi) = 1 \\ H_1(\xi) = 2\xi \\ H_2(\xi) = 4\xi^2 - 2 \\ H_3(\xi) = 8\xi^3 - 12\xi \\ H_4 \end{cases}$$

$$\text{et } E_n = \left(\frac{1}{2} + n\right)\hbar w$$

La résolution de l'éq. de schrödinger d'un oscillateur harmonique.