

# مُحاضراتٌ في مِقياسِ الإحصاءِ الرِّياضيِّ.

المحور الثالث: مفاهيم أساسية في نظرية الاحتمال (تابع).  
الجزء الثاني: قوانين الاحتمالات. (الجمع والضرب).

إعداد الدكتور هاشمي عبابسة.

[h.ababsa@univ-biskra.dz](mailto:h.ababsa@univ-biskra.dz)

## المحور الثالث: مفاهيم أساسية في نظرية الاحتمال. (تابع)

### الجزء الثاني: قوانين الاحتمالات. (الجمع والضرب)

#### 3- قوانين الاحتمالات:

➤ **قانون الجمع:** إذ يكون المطلوب هنا: ما هو احتمال تحقق أحد الأحداث المعنية على الأقل، حيث

نميز الحالتين الآتيتين:

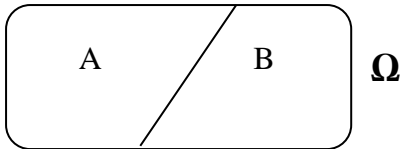
- **حالة الأحداث المتنافية:** إذا كان  $A$  و  $B$  حدثان متنافيان، فإن احتمال تحقق  $A$  أو  $B$  هو:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad \text{et} \quad P(A \cap B) = P(\emptyset) = 0$$

وفي الحال العامة، إذا كان لدينا مجموعة من الأحداث المتنافية (3 مثلاً)، فإن احتمال تحقق أيٍّ منها يساوي:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) \quad \text{et} \quad P(A \cap B \cap C) = P(\emptyset) = 0$$

الشكل رقم 04: جمع الاحتمالات في حالة الأحداث المتنافية.



مثال 9: رمينا قطعة نرد مرة واحدة. نفرض أن  $A$  يتحقق بحصولنا على الرقم 3،

و  $B$  يتحقق بحصولنا على رقم زوجي. أحسب احتمال تحقق  $A$  أو  $B$ .

الجواب:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

المصدر: محاضرات الأستاذ بو عبد الله صالح

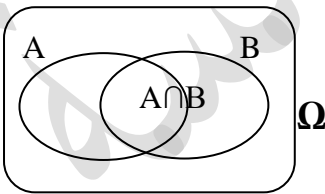
- **حالة الأحداث المتلازمة:** إذا كان  $A$  و  $B$  حدثان متلائمان، فإن احتمال تحقق  $A$  أو  $B$  هو:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad \text{et} \quad (A \cap B) \neq (\emptyset)$$

وفي الحال العامة، إذا كان لدينا مجموعة من الأحداث المتلازمة (3 مثلاً)، فإن احتمال تحقق أيٍّ منها يساوي:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

الشكل رقم 05: جمع الاحتمالات في حالة الأحداث المتلازمة.



مثال 10: رمينا قطعة نرد مرة واحدة. نفرض أن  $A$  يتحقق بحصولنا على الرقم 2، و  $B$

يتحقق بحصولنا على رقم زوجي. أحسب احتمال تحقق  $A$  أو  $B$ .

الجواب:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

المصدر: محاضرات الأستاذ بو عبد الله صالح

➤ **قانون الضرب:** (جداء الاحتمالات) أين يكون المطلوب هنا: ما هو احتمال تحقق جميع هذه

الأحداث، حيث نميز الحالتين الآتيتين:

- **حالة الأحداث المستقلة:** إذا كان  $A$  و  $B$  حدثان مستقلان، فإن احتمال تحقق  $A$  و  $B$  معا هو:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

وفي الحال العامة، إذا كان لدينا مجموعة من الأحداث المستقلة (3 مثلاً)، فإن احتمال تحققها معا يساوي:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C)$$

**مثال 11:** نرمي حجر نرد وقطعة نقدية معا. ما هو احتمال الحصول على الصورة والرقم 6؟

**الجواب:** نلاحظ أن نتيجة مكعب النرد مستقلة عن نتيجة القطعة النقدية، نسمي حدث الحصول على الصورة  $A$  وحدث الحصول على الرقم 6 الحدث  $B$ . نحسب الاحتمال الآن كما يلي:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

**مثال 12:** نلقي قطعة نقدية مرتين. أحسب احتمال الحصول على صورة في الرمية الأولى وفي الرمية الثانية.

**الجواب:** نلاحظ أن نتيجتي الرمييتين مستقلتان، نسمي حدث الحصول على الصورة في الرمية الأولى الحدث  $A$  وحدث الحصول على الصورة في الرمية الثانية الحدث  $B$ . نحسب الاحتمال الآن كما يلي:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

• حالة الأحداث غير المستقلة: إذا كان  $A$  و  $B$  حدثان غير مستقلين، فإن احتمال تحقق  $A$  و  $B$  معا هو:

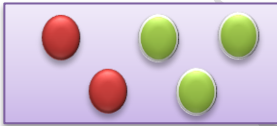
$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B/A) = P(B) \times P(A/B)$$

يسمى  $P(B/A)$  الاحتمال الشرطي للحدث  $B$  علما أن  $A$  محقق.

وفي الحال العامة، إذا كان لدينا مجموعة من الأحداث غير المستقلة (3 مثلا)، فإن احتمال تحققها معا يساوي:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B/A) \times P(C/A \cap B)$$

**مثال 13:** صندوق به 5 كريات: 2 حمراء و 3 خضراء. نسحب كرتين متتاليتين دون إرجاع.



○ أحسب احتمال الحصول على كرتين حمراوين.

○ أحسب احتمال الحصول على كرية حمراء وأخرى خضراء.

**الجواب:** نفرض أن  $A$  حدث يتحقق بالحصول على كرة حمراء في السحبة الأولى، و  $B$  حدث يتحقق بالحصول على

كرة حمراء في السحبة الثانية، و  $C$  حدث يتحقق بالحصول على كرة خضراء في السحبة الثانية.

- حساب احتمال الحصول على كرتين حمراوين:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B/A) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} = 0.1$$

- حساب احتمال الحصول على كرية حمراء وأخرى خضراء:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(C/A) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} = 0.3$$