

T.D. N°2

Exo. n°1:

• L'entropie échangée : $S_e = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\delta Q_e}{T_e} = \int_{T_1}^{T_2} m c_e \frac{dT}{T_e}$

où $T_e = T_2 = T_1$ du thermostat = $18^\circ\text{C} = 291\text{K}$.

Donc : $S_e = m \frac{c_e}{T_e} (T_2 - T_1)$

A.N: $S_e = 3,164 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

• La variation d'entropie de l'eau :

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} m \cdot c_e \frac{dT}{T} = m c_e \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

$$\Rightarrow \Delta S = 20 \cdot 10^{-3} \cdot 4185 \cdot \ln\left(\frac{291}{280}\right) = 3,225 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

• L'entropie créée :

$$S_c = \Delta S - S_e = 6,1 \cdot 10^{-2} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} > 0$$

→ Evolution irréversible par transfert thermique.

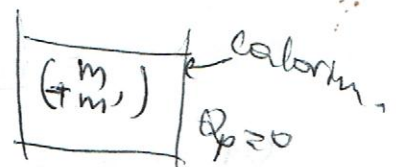
Exo. n°2:

10/ Supposons que toute la glace fonde et que $t_f > 0$

Principe de conservation de l'énergie :

$$\Delta H = Q + Q' = 0$$

$$= \underbrace{m c (t_f - t)}_{\text{pour l'eau (m)}} + \underbrace{m' L_f}_{\text{chaleur latente de fusion}} + \underbrace{m' c (t_f - 0)}_{\text{pour la glace (m')}} = 0$$



$$\Rightarrow t_f = \frac{m c t - m' L}{(m + m') c} \Rightarrow t_f = 5,7^\circ\text{C}$$

(les c en $^\circ\text{C}$)

20/ L'entropie créée = ?

On calcule tout d'abord ΔS :

$$\text{On a : } \Delta S = \Delta S_{\text{eau}} + \Delta S'_{\text{glace}}$$

$$\Delta S_{\text{eau}} = \int_T^{T_f} m c \frac{dT}{T} = m c \ln \frac{T_f}{T} = -242,6 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

Pour la glace :

m' glace à 0°C $\xrightarrow{\Delta S_1}$ m' eau à 0°C $\xrightarrow{\Delta S_2}$ m' eau à T_f

$$\Delta S_1 = \frac{m' L}{T} = 244,6 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \quad (T = 0^\circ\text{C} = 273 \text{ K})$$

$$\Delta S_2 = m' c \ln \left(\frac{T_f}{T} \right) = 17,3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\text{Ainsi } \Delta S'_{\text{glace}} = 261,9 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\text{et } \Delta S = \Delta S_{\text{eau}} + \Delta S'_{\text{gl}} = S_c \quad \text{car } S_e = 0$$

$$\Delta S = 19,3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} = S_c > 0 \quad (S_e = 0)$$

Exo. n° 3 :

$$\begin{array}{ccc} \text{Etat 1} & \xrightarrow{\text{adiab. irrév.}} & \text{Etat 2} \\ \begin{pmatrix} P_1 \\ V_1 \\ T_1 \end{pmatrix} & & \begin{pmatrix} P_2 \\ V_2 \\ T_2 \end{pmatrix} \end{array}$$

Pour le gaz parfait - (Voir Cours).

$$\Delta S = C_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + n R \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

$$= \frac{n R}{\gamma - 1} \left[\ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + (\gamma - 1) \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) \right]$$

$$= \frac{n R}{\gamma - 1} \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{V_2^{\gamma-1}}{V_1^{\gamma-1}} \right)$$

$$\text{or : gaz parfait : } T_1 = \frac{P_1 V_1}{n R} \quad T_2 = \frac{P_2 V_2}{n R}$$

$$\text{et } \Delta S = \frac{n R}{\gamma - 1} \ln \left(\frac{P_2 V_2^\gamma}{P_1 V_1^\gamma} \right)$$

$$\text{transf. adiab. : } \Delta S = S_c > 0.$$

$$\Delta S > 0 \text{ donc } P_2 V_2^\gamma > P_1 V_1^\gamma \quad (S_e = 0) \text{ (irrévers.)}$$

Ainsi, le long d'un transf. adiab. révers. la fonction $P V^\gamma$ est une fct. strictement croissante.

Exo. n°4:

Variation d'entropie.

1°) évolution (AB) isotherme: $T_A = T_B$: $n=1$.

pour le gaz parfait: $\Delta S_A^B = c_v \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) + nR \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta S_A^B = nR \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)} \Leftrightarrow \underline{\Delta S_A^B = -11,5 \text{ J.K}^{-1}}$$

2°) Evol. (BC) isochore: $V_B = V_C$.

$$\Delta S_B^C = c_v \ln\left(\frac{T_C}{T_B}\right) = \frac{nR}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_C}{T_B}\right) = \underline{-28,82 \text{ J.K}^{-1}}$$

3°) Transf. (CA) isobare:

$$\Delta S_C^A = \frac{nR}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_A}{T_C}\right) + nR \ln\left(\frac{V_A}{V_C}\right)$$

$$\underline{\Delta S_C^A = +40,33 \text{ J.K}^{-1}}$$

on vérifie que $\Delta S_{\text{cycle}} = \Delta S_A^B + \Delta S_B^C + \Delta S_C^A = \underline{0 \text{ J.K}^{-1}}$

Exo. n°5:

1°) Variation d'entropie en variable T et V

$$dS = \frac{dU - \delta w}{T} = c_v \frac{dT}{T} + \frac{P}{T} dV$$

$$= c_v \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V}$$

$$\Leftrightarrow dS = nR \left[\frac{1}{\gamma-1} \frac{dT}{T} + \frac{dV}{V} \right] \quad \text{--- (1)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta S_A^B = nR \left[\frac{1}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) + \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) \right]}$$

Variable d'entropie en P et V. :

$$\text{On a : } PV = nRT \Rightarrow \ln p + \ln V = \ln(nR) + \ln T.$$

En différenciant : $\frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} = \frac{dT}{T}$ en rapportant ds (1) :

$$(1) \Leftrightarrow dS = nR \left[\frac{1}{\gamma-1} \left(\frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} \right) + \frac{dV}{V} \right].$$

$$\Rightarrow dS = \frac{nR}{\gamma-1} \left[\frac{dp}{p} + \gamma \frac{dV}{V} \right] \quad (2)$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta S_{A \rightarrow B}^B = \frac{nR}{\gamma-1} \left[\ln \left(\frac{P_B}{P_A} \right) + \gamma \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right) \right]}$$

30/ Variable d'entropie en T et P :

$$\text{On a : } \frac{dV}{V} = \frac{dT}{T} - \frac{dp}{p}$$

$$(1) \Leftrightarrow dS = nR \left[\frac{1}{\gamma-1} \frac{dT}{T} + \frac{dT}{T} - \frac{dp}{p} \right].$$

$$\Rightarrow dS = nR \left[\frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{dT}{T} - \frac{dp}{p} \right].$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta S_{A \rightarrow B}^B = nR \left[\frac{\gamma}{\gamma-1} \ln \left(\frac{T_B}{T_A} \right) - \ln \left(\frac{P_B}{P_A} \right) \right]}$$

Exo. n° 61 variable d'entropie d'un gaz parfait monoatomique à P = cste

$$\text{On a : } dS = \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T} = \frac{dH}{T} = c_p \frac{dT}{T} = \frac{nR\gamma}{\gamma-1} \frac{dT}{T}$$

(à p = cste).

$$\Rightarrow \Delta S_A^B = \frac{nR\gamma}{\gamma-1} \ln \left(\frac{T_B}{T_A} \right)$$

$$n = ? \\ T_B = ?$$

$$\text{on a : } nR = \frac{P_A V_A}{T_A} = 0,34$$

$$\text{et } \frac{P_A V_A}{T_A} = \frac{P_B V_B}{T_B} \Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \frac{V_B}{V_A} = 2.$$

D'où

$$\Delta S_A^B = 0,95 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

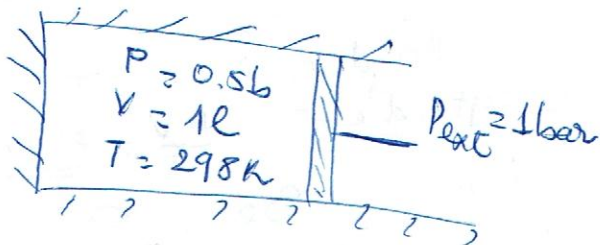
Exo 7: Evolutions adiab.

Exo 7

Un cylindre parfaitement calorifugé, muni d'un piston mobile sans frottement, également calorifugé, contient un gaz parfait diatomique ($\gamma = 1,4$).

Initialement, la pression du gaz à l'intérieur du cylindre est

$P = 0,5 \text{ bar}$, la pression extérieure est $P_{ext} = 2P = 1 \text{ bar}$.



1°/ On amène le gaz de façon réversible à la pression $P' = P_{ext} = 2P = 1 \text{ bar}$.

a) calculer le volume V' et la T' à l'état final.

b°/ Calculer la création d'entropie

2°/ En partant du m. état initial que précédemment, on abandonne le piston et on laisse l'équilibre s'établir.

a) Calculer le vol. V'' et T'' à l'état final.

b°/ Calculer la création d'entropie.

Solⁿ:

1°/ La Compres. est révers. \Rightarrow lois de Laplace?

$$P V^\gamma = (2P) \cdot (V')^\gamma \Rightarrow V' = \frac{V}{2^{1/\gamma}} \Rightarrow \boxed{V' = 0,61 \text{ L}}$$

Lois de gaz parfait: $\frac{P V}{T} = (2P) \frac{V'}{T'} \Rightarrow \boxed{T' = \frac{(2P)V'}{PV} \cdot T}$

b°/ Evol. adiab. rev \Rightarrow Isentropique: $\Delta S = 0$.
pas de transfert therm. $Q = 0 \Rightarrow S_e = 0$.
 $\left. \begin{array}{l} \Delta S = 0 \\ S_e = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow S_c = 0$ pour cette Evolu.

2] L'évoluo. est irréversible: les lois de Laplace ne sont pas applicables ici.

Evol. adiab. : $\Delta U = W = \int_{V}^{V''} p_{ext} dV = 2p(V - V'')$
 (Q=0)

et : $\Delta U = n \Delta T = \frac{nR \Delta T}{\gamma - 1} = \frac{2p V'' - pV}{\gamma - 1}$

P' égalité : $2p(V - V'') = \frac{2p V'' - pV}{\gamma - 1}$

$\Rightarrow V'' = \left(\frac{2\gamma - 1}{2\gamma} \right) V \Leftrightarrow \boxed{V'' = 0,64V}$

An déduit : $T'' = T \frac{V''}{V} \frac{p''}{p} = \boxed{381 \text{ K} \approx T''}$ (P''=1b)
 (sept. d'état : $\frac{\Delta V}{T} = \frac{V''}{T''}$)

$S_e = 0$ (adiab.)
 $\Delta S = S_c = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln \frac{T''}{T} + nR \ln \frac{V''}{V}$

(nR = $\frac{pV}{T}$)
 $\Rightarrow S_c = \frac{pV}{T} \left[\frac{1}{\gamma - 1} \ln \left(\frac{T''}{T} \right) + \ln \left(\frac{V''}{V} \right) \right]$ (ds = $\frac{dU}{T} + nR \frac{dV}{V}$)

$S_c = \Delta S_{gen} = 0,054 \text{ J.K}^{-1}$

Evol. irrévers.