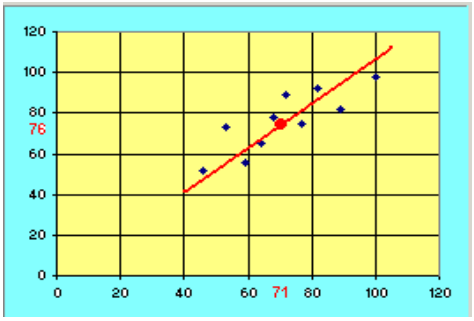
محاضرة رقم 04

الانحدار الخطي البسيط(**Regression**)

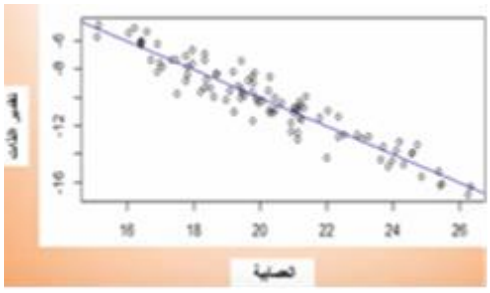
يعد معامل الانحدار الخطي البسيط والمتعدد من بين الأساليب الاحصائية التي تختبر الفرضيات التنبئية. ويقصد بالانحدار توضيح العلاقة بين التغير في ظاهرة إذا علم مقدار التغير في الظاهرة المقابلة لها. أي ان الانحدار هو تقدير للعلاقة في صورة جبرية بين متغيرين، هذا بالنسبة للانحدار الخطي البسيط وبين اكثر من متغير في حالة الانحدار المتعدد.

- **الانحدار البسيط:** كلمة البسيط تعني أن المتغير التابع Y يعتمد على متغير مستقل واحد وهو X وتعني كلمة خطي: أن العلاقة بين المتغيرين(X ,Y) علاقة خطية.

يطلق عليه انحدار خطي لأنّه يمكن إيجاد خط مستقيم بحيث تكون بعض النقاط التي تمثل البيانات أصغر ما يمكن عن هذا الخط. بمعنى انه عند القيام برسم بياني(Scater plot) للبيانات المتحصل عليها ليس بالضرورة ان تقع النقاط كلها على خط مستقيم، وإذا قمت برسم خط مستقيم بحيث تكون المسافة بين هذه النقاط وهذا الخط المستقيم أصغر ما يمكن، ففي هذه الحالة يمكن ان نستخدم الانحدار الخطي البسيط. وتعد معادلة الخط المستقيم أبسط شكل هندسي. ولذلك سمي بالانحدار الخطي البسيط.



شكل(أ)يوضح يمثل شكل الانتشار الموجب بين درجات الذكاء والتحصيل



شكل(ب)يوضح يمثل شكل الانتشار السالب بين درجات الذكاء والتحصيل

من خلال الشكل(أ) اعلاه الذي يمثل العلاقة بين درجات الذكاء الممثلة على الخط الافقي ودرجات التحصيل الدراسي الممثلة على الشكل العمودي، والتيّ تدل على وجود علاقة ارتباطية موجبة بين المتغيرين، حيث ان شكل الانتشار يأخذ الشكل الخطي نحو الموجب. بينما يمثل الشكل (ب) العلاقة الارتباطية السالبة بين العصابية وتقدير الذات، حيث أن الانتشار يأخذ الشكل الخطي نحو السالب. وسميت علاقة خطية لأنّ هناك نقاط تقع على الخط المستقيم

واخرى منتشرة حول الخط المستقيم وبعيدة عنه ولكن بمسافة اقل ما يمكن. وهنا يطرح التساؤل التالي: هل يمكن ان تقع جميع النقاط على الخط المستقيم سواء في الاتجاه الموجب او الاتجاه السالب؟ إن وقوع جميع النقاط على خط واحد بحيث تمثل خطا مستقيما التذي يدل على علاقة موجبة طردية تامة، أو في الاتجاه السالب الذي يدل على علاقة عكسية تامة بمعنى أن قيمة معامل الارتباط تساوي +1 و −1 على التوالي، وهذا معناه ان المتغير التابع يعتمد في تفسيره على متغير واحد ووحيد هو المتغير المستقل فحسب، وهذا بطبيعة الحال لا يمكن انطباقه في مجال الدراسات الاجتماعية والانسانية بصفة عامة.

– الانحدار المتعدد: يعني ان المتغير Y يعتمد على أكثر من متغير مستقل.

ويمكن تلخيص مفهوم الانحدار من خلال وظائفه التالية:

– يستخدم للتنبؤ(**Prediction**): بمعنى تقدير قيمة مستقبلية لمتغير واحد بناء على معرفة قيم متغير آخر.

– تحديد شكل العلاقة بين متغيرين رياضيا وبيانيا(خط الانحدار).

– توضيح اتجاه العلاقة بين متغيرين.

– التنبؤ بقيمة أحد المتغيرين بمعلومية قيم المتغير الآخر.

خطوات حساب معامل الانحدار الخطي البسيط:

بعد تمثيل الازواج المرتبة للمتغيرين بيانيا ونرسم شكل الانتشار، فإذا تبين أن شكل الانتشار يأخذ الشكل الخطي نقوم بحساب الانحدار بواسطة المعادلة التالية:(http://www.pitt.edu)

$$\hat{y} = a + bx$$

حيث a : ثابت الانحدار أو الجزء المقطوع من محور y

b : ميل الخط المستقيم أو معامل انحدار Y على X (أو Y/X)

- وتحسب القيمتان a و b من العلاقتين التاليتين :

حيث:

$$a = \frac{\sum y - b\sum x}{n}$$

$$b = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{n\sum x^2 - (\sum x)^2} =$$

مثال توضيحي: أوجد معادلة الانحدار الخطي البسيط من خلال البيانات التالية والمتعلقة الطموح الاكاديمي في علاقته بالتحصيل الدراسي، وتوقع درجة التحصيل إذا كانت درجة الطموح 16

$$b=\frac{n\sum xy-(\sum x)(\sum y)}{n\sum x^2-(\sum x)^2}=\frac{6320-(90)(65)}{9420-90^2}=\frac{6320-5850}{9420-8100}=\frac{470}{1320}=0.36$$

$$a=\frac{\sum y-b\sum x}{n}=\frac{65-(0.36\times 90)}{10}=3.26$$

	x	y	xy	x^2
	10	6	60	100
	13	8	104	169
	15	9	135	225
	14	8	112	196
	9	7	63	81
	7	6	42	49
	6	5	30	36
	6	6	36	36
	5	5	25	25
	5	5	25	25
$\sum$	90	65	632	942
	$=\sum x$	$=\sum y$	$=\sum xy$	$=\sum x^2$

∴معادلة خط الانحدار البسيط في هذه الحالة :

$$\hat{y}=3.26+0.36\,x$$

ولتوقع درجة التحصيل الدراسي عندما تساوي درجة الطموح الاكاديمي 16 نقوم بتعويض في x

$$\hat{y}_h = a + bx_h$$
$$= 3.26 + 0.36(16) = 9.02$$

أي أن درجة التحصيل الدراسي تساوي 9.02 تقريبا إذا كانت دافعية الفرد تساوي أو تعادل 16.