

**Chapitre II: Optique géométrique****II.1. Introduction**

La lumière est une onde électromagnétique et sa propagation est régie par les équations de Maxwell, ces grandeurs caractéristiques sont sa longueur d'onde et sa fréquence. Dans le cadre de l'optique géométrique, les longueurs d'onde de la lumière sont supposées petites comparées aux dimensions caractéristiques des instruments optiques. On considère alors que le chemin suivi par la lumière est décrit par un rayon lumineux. Cette notion de rayon lumineux est essentielle car elle constitue la base de l'optique géométrique.

**II.2. Caractéristiques d'un milieu optique**

➤ Un milieu optique est dit:

- *transparent* s'il laisse passer la lumière (par opposition à un milieu opaque) ;
- *homogène* si ses caractéristiques optiques sont indépendantes de l'espace ;
- *isotrope* si ses caractéristiques optiques sont indépendantes de la direction selon laquelle se propage le rayon lumineux.

➤ l'indice optique :

On définit l'indice optique  $n$  d'un milieu par le rapport de la vitesse de propagation d'une onde dans le vide,  $c$ , à celle,  $v$ , de la même onde dans le milieu considéré:  $n = \frac{c}{v} > 1$ .

Plus l'indice d'un milieu est élevé, plus le milieu est *réfringent*. Dans un milieu transparent inhomogène, l'indice optique  $n$  dépend du point de l'espace considéré dans ce milieu.

**II.3. Hypothèses fondamentale**

Afin de déterminer la trajectoire des rayons lumineux lors de la traversée d'une succession de milieux transparents et homogènes, *Fermat et Snell-Descartes* ont proposé les principales lois qui décrivent le comportement d'un rayon lumineux lors du passage entre deux milieux.

Le principe de Fermat prévoit que le trajet suivi par la lumière du point A au point A' est celui pour lequel le chemin optique est extrémal.

**II.3.1. Lois de Snell-Descartes**

La loi de *Snell-Descartes* qui décrit le comportement de la lumière à l'interface de deux milieux peut être représentée par une équation mathématique permettant de calculer les angles incidents et réfractés ainsi que les indices de réfraction absolus des milieux en présence.

**II.3.2. Réflexion et réfraction**

Un rayon lumineux et la normale au point d'incidence sur la surface d'un dioptre ou d'un miroir définissent un plan appelé plan d'incidence. Si  $i_1$  désigne l'angle d'incidence,  $i'$  l'angle réfléchi et  $i_2$  l'angle réfracté par rapport à la normale les lois de Descartes s'énoncent :

**a- Pour la réflexion,** on a:  $i' = i_1$ .

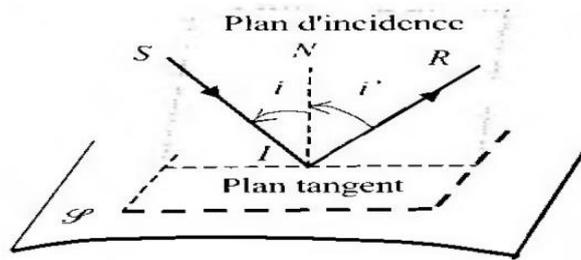


Fig. II-1

b- Pour la réfraction, on a :  $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ .

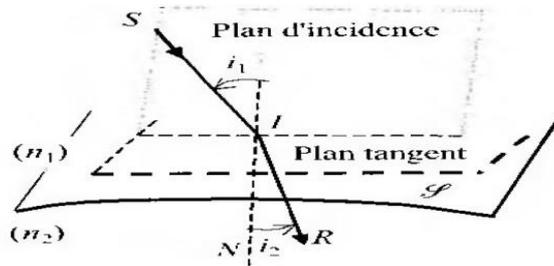


Fig. II-2

Où  $n_1$  représente l'indice de réfraction du rayon incident et  $n_2$  représente l'indice de réfraction du rayon réfracté.

On note que le rayon réfléchi et le rayon réfracté appartiennent au plan d'incidence.

• **Incidence critique et réflexion totale**

Le rayon réfléchi existe toujours ; en revanche, si le rayon se propage d'un milieu vers un autre milieu moins réfringent, il existe un angle d'incidence critique  $i_c$  tel que :

$$\sin i_c = \frac{n_2}{n_1}$$

**II.4. Notion d'objet, d'image et de système optique**

• **Système optique**

Un système optique est constitué d'un ensemble de surfaces, en général de révolution, qui séparent des milieux transparents le plus souvent homogènes et isotropes d'indices de réfraction variés. Ce système permet d'obtenir un objet lumineux, par lui même ou convenablement éclairé, une image pouvant être réelle ou virtuelle .

• **Images données par un système optique**

Soit un système optique (S). On dit qu'un point A' est l'image d'un point A à travers (S) (ou bien on dit que A et A' sont conjugués à travers (S)) si à tous les rayons incidents dont les supports passent par A, correspondent des rayons émergents dont les supports passent tous par A'.

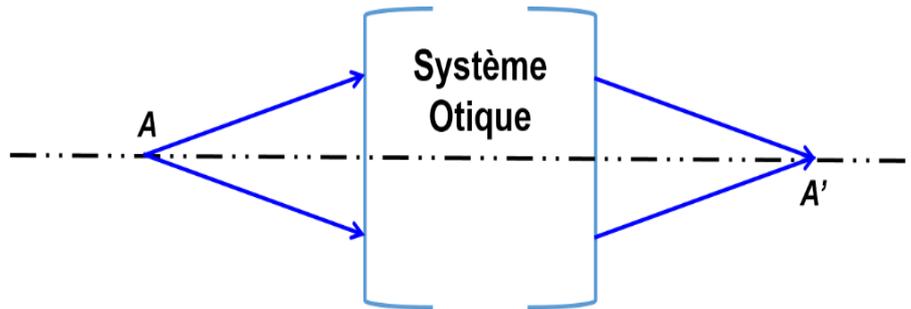


Fig. II-3

• Objets, images et espaces réels

Lorsque les rayons incidents passent effectivement par  $A$ , on dit que  $A$  est un objet réel. On remarque que, dans le cas d'un point objet réel  $A$ , les chemins optiques  $[AI]$ ,  $[AJ]$  et  $[AK]$  ont des valeurs algébriques positives puisque les sens de parcours de  $A$  vers les différents points d'incidence ( $I, J, K$ ) sur la face d'entrée du système optique ( $S$ ) s'effectuent dans le sens de la lumière. Lorsque les rayons émergents passent effectivement par  $A'$ , on dit que  $A'$  est une image réelle. Dans ce cas également, les chemins optiques  $[I'A']$ ,  $[J'A']$  et  $[K'A']$  ont des valeurs algébriques positives. On dit donc que les points objet ou image sont réels si les chemins optiques qui partent ou aboutissent à ces points ont des valeurs algébriques positives.

L'espace objet réel comprend tous les points situés en avant de la face d'entrée du système ( $S$ ): un objet se trouvant dans cet espace est donc réel. L'espace image réel est la région de l'espace située après la face de sortie de ( $S$ ): une image se formant dans cet espace est donc réelle.

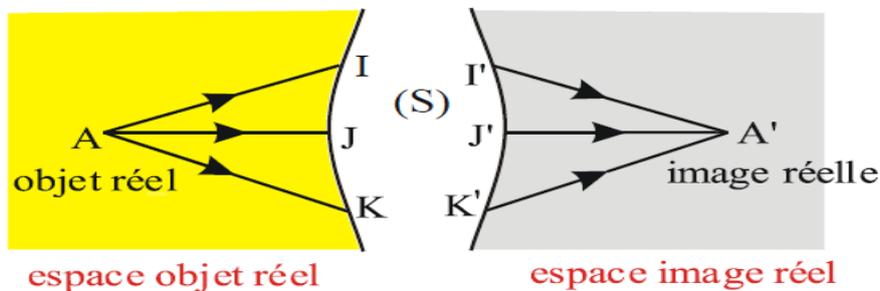


Fig. II-4

• Objets, images et espaces virtuels

On dit que  $A$  est un objet virtuel pour le système ( $S$ ) si ce sont les *prolongements des rayons incidents* qui passent par  $A$ .

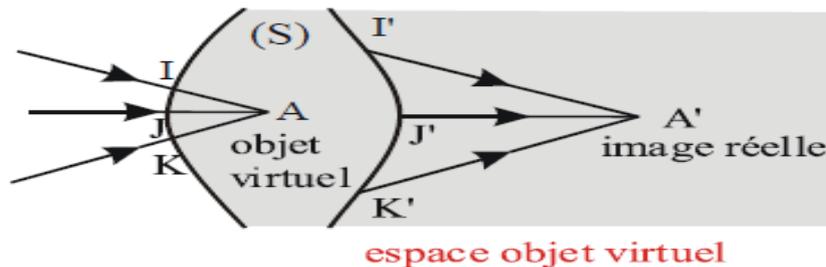


Fig. II-5

On note que les chemins optiques  $[AI]$ ,  $[AJ]$  et  $[AK]$  ont des valeurs algébriques négatives puisque les sens de parcours de A vers les différents points d'incidence (I, J, K) sur la face d'entrée du système optique (S) s'effectuent dans le *sens inverse de la lumière*. Tous les points situés après la face d'entrée de (S) appartiennent à *l'espace objet virtuel* : un objet se trouvant dans cet espace est donc virtuel.

Si seuls les *prolongements des rayons émergents se coupent en A'*, alors A' est une *image virtuelle* donnée par (S). Les chemins optiques  $[I'A']$ ,  $[J'A']$  et  $[K'A']$  ont des valeurs algébriques négatives. On dira donc que des points objet ou image sont *virtuels* si les *valeurs algébriques chemins optiques* qui partent ou aboutissent à ces points ont des *négatives*. *L'espace image virtuelle* contient tous les points situés avant la face de sortie de (S) une image se trouvant dans cet espace est donc virtuelle.

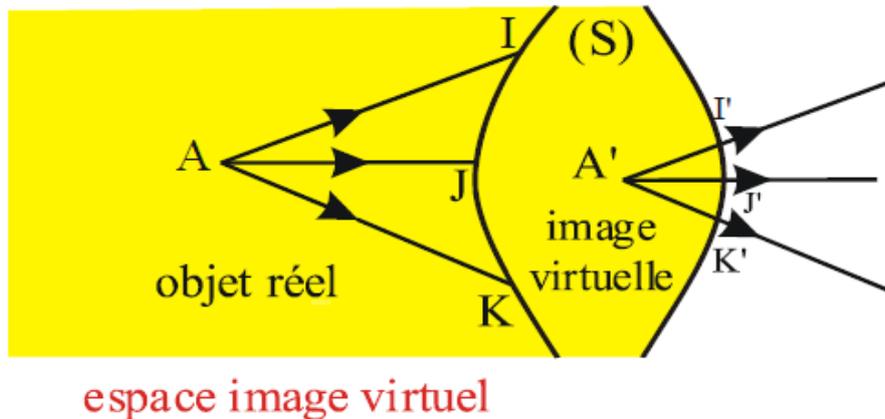


Fig. II-6

### II.5. Conditions de stigmatisme approché (Approximation de Gauss)

• *Points sur l'axe*

Un système centré est approximativement stigmatique pour les points de l'axe :

- si l'on ne considère que des rayons faisant un petit angle avec l'axe c'est à-dire des rayons para axiaux.
- si les angles d'incidence des rayons sur les différents dioptrés du système sont faibles de sorte que l'on puisse écrire la loi de la réfraction sous la forme:

$$n_1 i_1 = n_2 i_2$$

Ces conditions sont appelées "conditions de stigmatisme approché de Gauss". Ceci suppose que la partie utile des dioptrés ou des miroirs est restreinte à la région voisine de l'axe optique.

• *Points en dehors de l'axe (Aplanétisme)*

Considérons un système centré stigmatique pour un couple de points A et A' de l'axe. Le chemin optique  $[AA']$  est constant et indépendant de la direction u du rayon incident et de la direction de u' du rayon émergent, donc de tout déplacement des points d'incidence et d'émergence I et I' des rayons sur le système. On a :  $[AA'] = \text{constante}$  pour  $\forall I, I'$ .

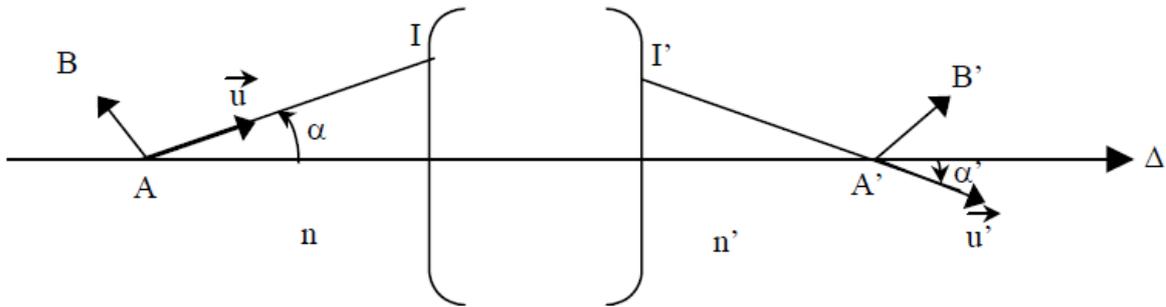


Fig. II-7

Le système sera également stigmatique pour le couple de points  $B$  et  $B'$ , proches de  $A$  et  $A'$ , s'il en est de même pour le chemin optique  $[BB']$  :

$[BB'] = \text{constante}$  quel que soit  $I, I'$

$B$  et  $B'$  étant proches de  $A$  et  $A'$ , on peut écrire :

$$[BB'] = [AA'] + d [AA']$$

$$[BB'] = [AA'] + d (n\vec{u} \cdot \vec{AI}) + d (n'\vec{u}' \cdot \vec{I'A'})$$

Or :  $d\vec{u} \perp \vec{u}, d\vec{u}' \perp \vec{u}'$

et  $d\vec{AI} = d\vec{AO} + d\vec{OI} = -d\vec{OA} = -\vec{AB}$

$$d\vec{I'A'} = d\vec{I'O} + d\vec{OA'} = d\vec{OA'} = \vec{A'B'}$$

Donc,  $[BB'] = \text{constante}$  si l'on a :

$$-n\vec{u} \cdot d\vec{OA} + n'\vec{u}' \cdot d\vec{OA'} = \text{constante}$$

Le système sera donc stigmatique pour le couple de points  $B$  et  $B'$  si l'on a la relation :

$$-n\vec{u} \cdot \vec{AB} + n'\vec{u}' \cdot \vec{A'B'} = \text{constante}$$

En particulier, cette relation est vraie pour un objet  $\vec{AB}$  et une image  $\vec{A'B'}$  situées dans des plans de front perpendiculaires à l'axe optique [2].

Évaluons alors la constante pour le rayon particulier confondu avec l'axe optique :

$$\text{On a : } \vec{u} \perp \vec{AB} \text{ et } \vec{u}' \perp \vec{A'B'} \Rightarrow \text{constante} = 0$$

La relation exprimant le stigmatisme du système pour le couple de points  $B$  et  $B'$  s'écrit alors, en fonction des angles  $\alpha, \alpha'$  des rayons incident  $AI$  et émergent  $I'A'$  avec l'axe optique :

$$-n\vec{AB} \sin \alpha + n'\vec{A'B'} \sin \alpha' = 0 \quad \text{Pour tout } \alpha \text{ ou encore:}$$

$$n\vec{AB} \sin \alpha = n'\vec{A'B'} \sin \alpha'$$

Cette relation est appelée "**relation d'Abbe**".

Tout système qui vérifie cette relation pour des objets situés dans un plan de front perpendiculaire à l'axe est dit "aplanétique". Pour des rayons para axiaux, les angles  $\alpha$  et  $\alpha'$  sont faibles et la relation précédente s'écrit:

$$n\vec{AB}\alpha = n'\vec{A'B'}\alpha'$$

qui représente la "relation de Lagrange-Helmholtz". Le système est approximativement stigmatique pour les points voisins de l'axe et qui donnent donc des rayons des rayons peu inclinés sur l'axe. Finalement, au lieu de parler de points conjugués, on peut parler de petites portions de plans conjugués perpendiculaires à l'axe, en se limitant aux points de ces plans proches de l'axe. On dit qu'on a alors correspondance de plan à plan.

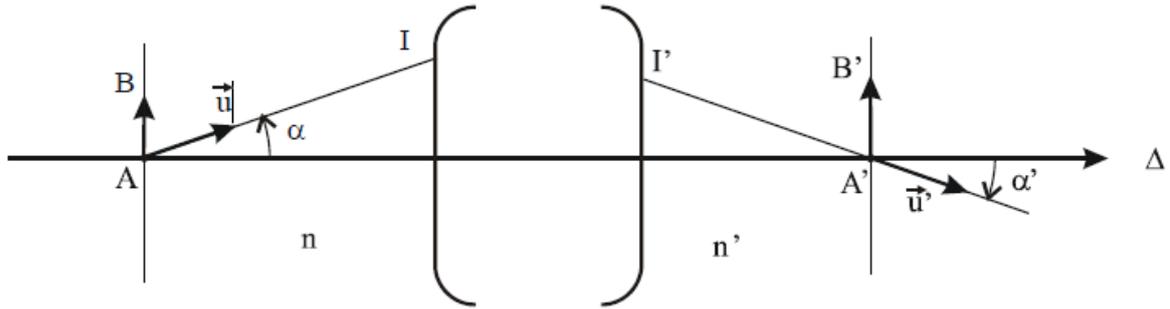


Fig. II-8

**II.6. Réfraction**

**II.6.1. Dioptré plan**

Un dioptré plan est une surface plane (P) séparant deux milieux d'indices  $n_1$  et  $n_2$  (Fig. II-9). Considérons un Objet réel  $A_1B_1$  dans le milieu (1). Un rayon lumineux  $A_1I$ , issu du point  $A_1$  et incident sur (P) au point  $I$  sous un angle  $i_1$ , est réfracté dans le milieu (2) sous un angle  $i_2$ , tel que:

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \dots\dots\dots (1)$$

En particulier, le rayon  $A_1H$  normal à (P) n'est pas dévié. Les deux rayons réfractés semblent venir de  $A_2$  qui est donc une image virtuelle. Définissons les positions de l'objet et de l'image par les distances algébriques mesurées à partir de H, sur l'axe normal:

$$P_1 = \overline{HA_1}, P_2 = \overline{HA_2} \dots\dots\dots (2)$$

Nous trouvons:

$$HA_1 = \frac{\overline{HI}}{\text{tgi}_1}, HA_2 = \frac{\overline{HI}}{\text{tgi}_2} \dots\dots\dots (3)$$

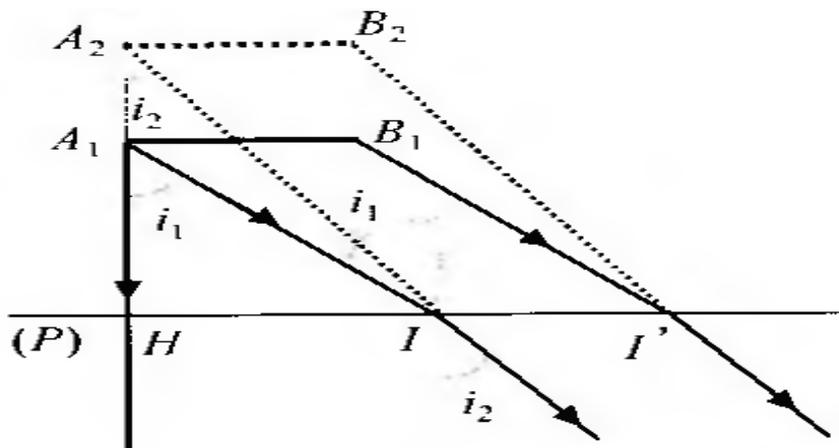


Fig. II-9

Ce qui permet d'écrire, en utilisant l'Eq. (1):

$$P_2 = P_1 \frac{\operatorname{tgi}_1}{\operatorname{tgi}_2} = P_1 \frac{n_2 \sqrt{1-(n_1/n_2)^2 \sin^2 i_1}}{\sqrt{1-\sin^2 i_1}} \dots\dots\dots (4)$$

La position de  $A_2$  dépend donc de l'angle d'incidence  $i_1$ . Tous les rayons issus de  $A_1$  ne semblent pas diverger du même point, après la réfraction sur le dioptre (sauf si  $P_1 = 0$  alors  $P_2 = 0$ ). Le dioptre plan n'est pas donc parfaitement stigmatique. Cependant, si l'angle  $i_1$  est suffisamment faible, pour pouvoir négliger  $\sin^2 i_1$ , nous pouvons écrire au second ordre près en  $i_1$ :

$$\frac{n_2}{P_2} = \frac{n_1}{P_1} \dots\dots\dots (5)$$

Nous avons donc un stigmatisme approche dans le cas de faibles angles d'incidence. Les rayons ne doivent pas être très inclinés sur la normale. C'est la condition de Gauss pour les dioptrés plans.

Notons que le dioptre est parfaitement stigmatique dans le cas particulier d'un objet situé à l'infini (c'est-à-dire à grande distance comparée aux dimensions du dioptre); car les rayons lumineux, issus d'un point  $A$  de cet objet, tombent sur le dioptre sous le même angle d'incidence  $i_1$ . L'image est alors à l'infini dans la direction  $i_2$  du rayon réfracté. En orientant l'axe dans le sens de la lumière,  $P_1$  est négative ou positive selon que l'objet est réel ou virtuel et  $P_2$  est négative ou positive selon que l'image est virtuelle ou réelle. La relation (5) montre que  $P_1$  et  $P_2$  sont de même signe ; l'image est donc virtuelle si l'objet est réel et vice versa. Si la lumière se propage en sens opposé, un rayon du milieu (2), qui est incident en  $I$  en semblant aller vers  $A_2$ , est dévié par le dioptre pour aller former  $A_1$ .  $A_2$  est dans ce cas un objet virtuel du milieu (2), bien qu'il soit géométriquement dans le milieu (1) ; son image  $A_1$  est réelle. La relation de conjugaison (5) est valable dans tous les cas.

**a- Grandissement d'un dioptre plan**

Si la condition de Gauss est respectée pour tous les points d'un objet  $A_1B_2$  étendu, rectiligne et parallèle au dioptre plan (P), son image  $A_2B_2$  est virtuelle, égale à l'objet et a une distance donnée par l'Eq. (5) (voir Fig. II.9). Le grandissement transversal du dioptre plan est donc égal à l'unité:

$$G_t = 1 \dots\dots\dots(6)$$

Notons qu'un objet rectiligne et de faible longueur  $\gamma P_1$  perpendiculaire au plan (P) a une image virtuelle, perpendiculaire à P et de longueur  $\gamma P_2$ . Ces longueurs peuvent être considérées comme des variations infinitésimales de  $P_1$  et  $P_2$ ; elles sont donc liées par la relation de grandissement longitudinal:

$$G_l = \frac{\gamma P_2}{\gamma P_1} = \frac{n_2}{n_1} \dots\dots\dots (7)$$

En général, si l'objet étendu occupe un volume, ses deux dimensions parallèles au dioptre ne sont pas modifiées tandis que sa dimension perpendiculaire au dioptre subit un grandissement  $G_l$ , indépendant de la position de l'objet dans l'approximation de Gauss. L'image de l'objet est donc déformée.

**b- Formule de Lagrange-Helmholtz**

Le rayon incident  $A_1I$  et le rayon conjugué  $A_2I$  de la Fig. II.9 forment respectivement les angles  $u_1 = i_1$  et  $u_2 = i_2$  avec l'axe  $A_1H$ , tels que  $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ . Les angles étant faibles, nous pouvons écrire la relation de Lagrange-Helmholtz pour le dioptre plan:

$$n_1 u_1 \overline{A_1 B_1} = n_2 u_2 \overline{A_2 B_2} \dots\dots\dots(8)$$

**II.6.2. lame à faces parallèles**

Une lame à faces parallèles est constituée de deux dioptres plans parallèles entre eux.

• **Marche d'un rayon lumineux**

Dans ce qui suit, nous nous limiterons au cas :  $n_2 > n_1$  et  $n_2 > n_3$

Rappelons les relations de *Snell-Descartes* pour les deux dioptres considérés

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

$$n_2 \sin i_2 = n_3 \sin i_3$$

$$n_1 \sin i_1 = n_3 \sin i_3$$

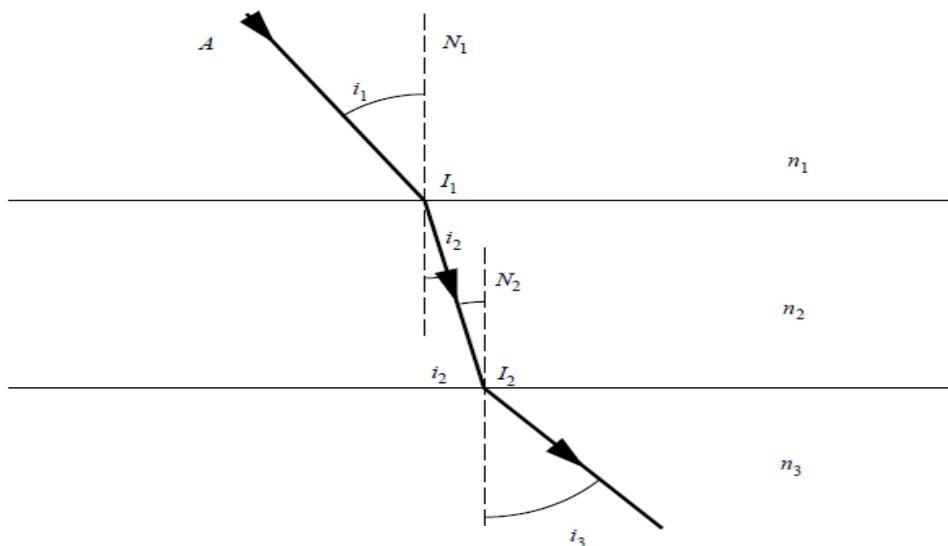


Fig. II-10

• **Conséquences**

1. L'angle  $i_3$  est indépendant de  $n_2$  : pour un angle d'incidence donné, l'angle de réfraction du rayon émergent est indépendant de l'indice  $n_2$  de la lame intermédiaire.
2. Lorsque  $n_1 = n_3$  alors  $i_1 = i_3$ , le rayon émergent est parallèle au rayon incident. En pratique, cela veut dire que les rayons d'un faisceau incident de rayons parallèles restent parallèles et ressortent parallèlement à la direction des rayons incidents.

• **Déplacement latéral dans le cas  $n_1 = n_3$ :**

Soit une lame à faces parallèles d'indice  $n$ , d'épaisseur  $e$ , placée dans le vide. Un rayon incident  $AI_1$  ressort parallèlement à lui-même. Calculons le déplacement latéral  $I_1H$  qu'il subit lors de la traversée de la lame.

Le triangle  $I_1HI_2$  est rectangle et

$$j = i_1 - i_2$$

$$I_1H = I_1I_2 \sin(I_1 - I_2)$$

D'autre part, dans le triangle  $I_1I'_1I_2$  on a

$$I_1I'_1 = I_1I_2 \cos i_2 = e$$

$$\text{d'où } I_1I_2 = \frac{e}{\cos i_2}$$

Finalement, le déplacement latéral du rayon émergent  $\Delta = I_1H$  vaut:

$$\Delta = e \frac{\sin(i_1 - i_2)}{\cos i_2}$$

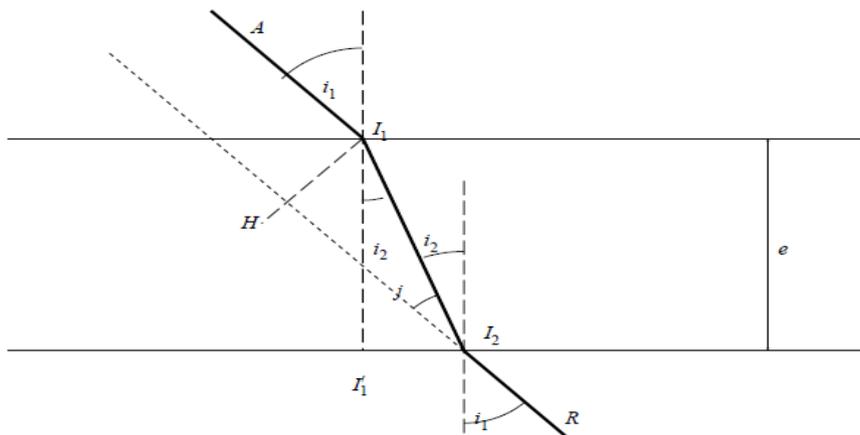


Fig. II-11

• **Image (approchée) d'un point lumineux ( $n_1 = n_3$ )**

Le dioptre plan étant astigmatique, il en est de même pour la lame à faces parallèles. On montre cependant qu'il y a stigmatisme approché lorsqu'on ne reçoit du point A qu'un faisceau de rayons étroit et proche de la normale à la lame.

Pour calculer la position de A'O, image approchée du point A, nous considérons deux rayons particuliers issus de A, comme il est indiqué sur la figure II-11. Le rayon  $AH_1$  n'est pas dévié. Le rayon  $AI_1$  est déplacé et donne  $I_2R$ .

Soit  $A_0$  le point d'intersection de  $I_2R$  avec  $AH_1$ . Calculons  $AA_0$ . On a:

$$AA' = I_1J = KI_1 - KJ$$

Or J n'est autre que l'image du point  $I_1$  dans le dioptre supérieur, et on sait que:

$$KJ = \frac{1}{n} KI_1$$

d'où

$$AA' = KI_1 - \frac{1}{n} KI_1$$

Et finalement la distance objet image:

$$AA' = e\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

• **Conclusions**

Dans les conditions de stigmatisme approché on a:

- a. La distance objet-image est indépendante de la distance du point *A* à la lame.
- b. 'A un objet réel correspond une image virtuelle et réciproquement.

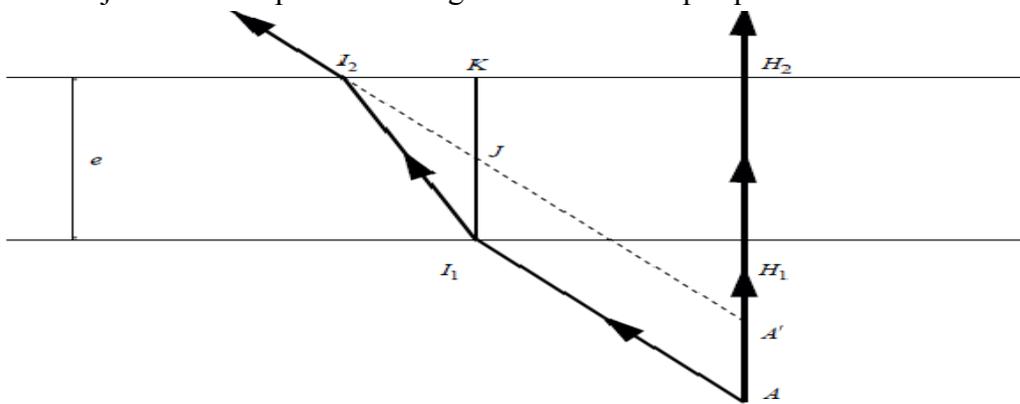


Fig. II-12

**II.6.3. Le prisme**

**1. Étude de la marche du rayon**

Le chemin suivi par un rayon incident à travers un prisme est parfaitement décrit à partir des lois de Snell-Descartes appliquées à chaque changement de milieu, c'est-à-dire à chacune des deux faces rencontrées. L'indice absolu du prisme *n*, plus grand que 1, est supposé constant. Le prisme de verre est plongé dans un milieu extérieur d'indice *n*<sub>0</sub> et l'on pose *n*<sub>r</sub> = *n*/*n*<sub>0</sub>. Généralement, *n* > *n*<sub>0</sub> (*n*<sub>r</sub> > 1). Par exemple, si le milieu extérieur est de l'air, on a *n*<sub>0</sub> = 1 et *n*<sub>r</sub> = *n*.

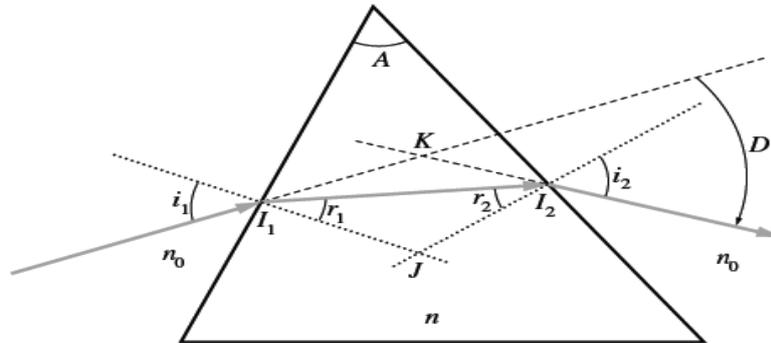
Considérons un rayon incident issu d'une source monochromatique (émettant une seule longueur d'onde *λ*) placé dans le plan principal. Il arrive sur le prisme en *I*<sub>1</sub> avec un angle d'incidence *i*<sub>1</sub> (figure 3.3), puis se réfracte. Le rayon réfracté *I*<sub>1</sub> *I*<sub>2</sub> fait un angle *r*<sub>1</sub> avec la normale en *I*<sub>1</sub>, donné par  $\sin i_1 = n_r \sin r_1$ . Il existe toujours si *n*<sub>r</sub> > 1 et se rapproche de la normale, ne pouvant pas dépasser une valeur limite *r*<sub>1lim</sub> donnée par  $\sin r_{1lim} = 1/n_r$  et correspondant à *i*<sub>1</sub> = 90.

Le rayon *I*<sub>1</sub> *I*<sub>2</sub> rencontre la face de sortie du prisme en *I*<sub>2</sub> avec un nouvel angle d'incidence *r*<sub>2</sub> par rapport à la normale. Il ne peut être réfracté que si et seulement si l'angle d'incidence sur la face de sortie *r*<sub>2</sub> est inférieur à l'angle limite *r*<sub>2lim</sub>, donné par  $\sin r_{2lim} = 1/n_r$ . Le

rayon sort alors du prisme en  $I_2$  avec un angle  $i_2$  par rapport à la normale, donné par  $n_r \sin r_2 = \sin i_2$ . Dans le cas contraire, le rayon  $I_1 I_2$  est totalement réfléchi vers la base. Enfin, notons que, dans les triangles  $I_1 I_2 A$  ou  $I_1 I_2 J$ , on trouve simplement  $r_1 + r_2 = A$  (l'angle  $I_1 I_2 J$  étant égal à  $\pi - A$ ).

Finalement, la théorie du prisme est contenue dans les trois formules suivantes :

Formules d'un prisme d'angle  $A$ :



**Fig. II-13**

$$\begin{aligned} \sin i_1 &= n_r \sin r_1 \\ \sin i_2 &= n_r \sin r_2 \\ r_1 + r_2 &= A \end{aligned}$$

Avec:  $n_r = n/n_0$ ,  $i_1$ ,  $r_2$  et  $r_1$ ,  $i_2$  sont respectivement les angles d'incidence et de réfraction sur les faces d'entrée et de sortie du prisme (figure 3.3). Ces formules permettent de déterminer complètement le trajet d'un rayon à travers un prisme, si l'angle du prisme  $A$ , l'indice de réfraction  $n_r$  et l'un des quatre angles sont connus.

**2. Déviation du prisme**

Le trajet du rayon, représenté sur la figure (II-13), montre qu'il existe, de manière générale, une déviation d'angle  $D$  entre les rayons incident et sortant du prisme. Comme au chapitre 2,  $D$  est l'angle dont il faut tourner le rayon incident pour l'amener sur le rayon sortant (on dit aussi émergent). Il peut être déterminé analytiquement en examinant le triangle  $I_1 I_2 K$ , où l'on a la relation :  $(i_1 - r_1) + (i_2 - r_2) + \pi - D = \pi$  soit  $D = i_1 + i_2 - A$  (car  $r_1 + r_2 = A$ ).

La déviation d'un rayon lumineux à travers un prisme, après réfraction sur deux faces, est :

$$D = i_1 + i_2 - A$$

Elle constitue la quatrième formule du prisme.

**TD N° 02 - Optique géométrique (propagation de la lumière, dioptrés plans et prisme)**

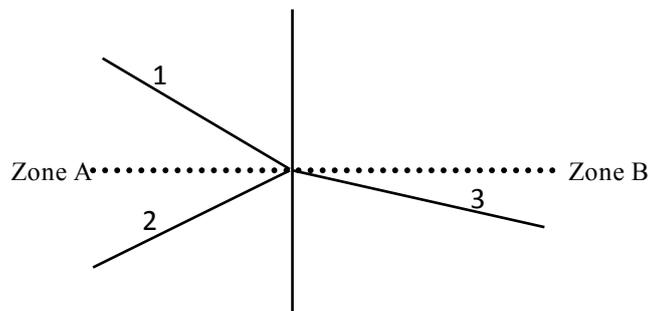
**Exercice 1: QCM**

Choisir une seule réponse parmi celles proposées pour chaque question:

- 1-La lumière blanche est: **a-** monochromatique. **b-** Polychromatique.
- 2-L'indice de réfraction d'un milieu transparent: **a-** est sans unité. **b-** a pour unité le m/s. **c-** est < 1.
- 3-Le changement de direction d'un faisceau lumineux passant d'un milieu transparent dans un autre milieu transparent est appelé: **a-** Réfraction. **b-** Réflexion. **c-** Diffraction.
- 4-La loi de Snell-Descartes pour la réfraction peut s'écrire: **a-**  $n_1 \sin i_2 = n_2 \sin i_1$ . **b-**  $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$
- 5-Il est possible de disperser la lumière à l'aide: **a-** D'un réseau. **b-** D'un miroir. **c-** D'un prisme.
- 6-: Lorsqu'un rayon de lumière arrive avec un angle de  $30^\circ$  sur la surface de séparation entre l'air et l'eau: **a-** il est dévié. **b-** il n'est pas dévié.
- 7- Lorsqu'un rayon de lumière arrive avec un angle de  $0^\circ$  sur la surface de séparation entre l'air et l'eau: **a-** il est dévié. **b-** il n'est pas dévié.

**Exercice 2: Propagation de la lumière**

Un fin pinceau lumineux arrive sur un dioptré plan séparant l'eau de l'air. On donne  $n_{eau} = 1.33$ . On représente les rayons observés sur la figure ci-dessous :



En justifiant vos réponses :

1. Identifier les différents rayons
2. Indiquer le sens de propagation de la lumière
3. Dans quelle zone l'eau se trouve-t-elle ?
4. Calculer l'angle limite de réfraction
5. Généraliser le résultat en précisant la zone où se trouve l'angle limite en fonction de la différence de réfringence des milieux en présence et les conséquences sur la propagation de la lumière d'un milieu vers l'autre.

**Exercice 3: Propagation de la lumière**

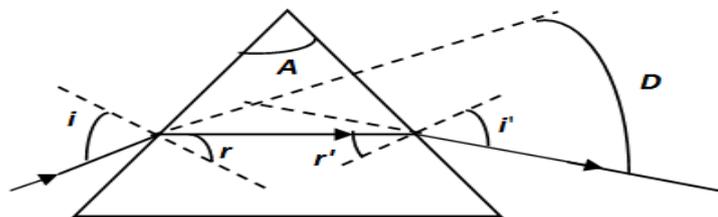
L'un des rayons d'un faisceau de lumière se propageant dans l'air pénètre dans un diamant d'indice de réfraction 2,43.

- Schématiser la situation.
- Écrire la seconde loi de Descartes.
- Calculer l'angle d'incidence permettant d'obtenir un angle de réfraction de  $20^\circ$ .

**Exercice 4: Prisme**

L'angle d'incidence  $i$  dans la figure est choisi de telle sorte que la lumière passe symétriquement à travers le prisme d'indice de réfraction  $n$  et d'angle au sommet  $A$

- Montrer que l'angle de déviation  $D$  (Angle entre la direction finale et initiale du rayon lumineux) est donnée par:  $\sin \frac{A+D}{2} = n \sin \frac{A}{2}$
- Utiliser le résultat de la question a pour déterminer l'angle de déviation  $D$  dans le cas où le prisme admet un indice de réfraction  $n=1,6$  et trois angles égaux.
- Déterminez l'angle de déviation dans le cas de la lumière rouge ( $n=1,5$  et  $A=60^\circ$ ) et la lumière violet ( $n=1,52$  et  $A=60^\circ$ )

**Exercice 5: Dioptré plan**

Un pêcheur aperçoit un poisson situé à 1 m sous la surface de l'eau, sur la même verticale. En considérant que ces yeux sont à 1,40 m au dessus de l'eau :

- A quelle distance le pêcheur voit-il le poisson ?
- A quelle distance de l'œil du poisson se trouve l'image du pêcheur ?
- A quelle profondeur doit se trouver le poisson pour que l'image vue par le pêcheur soit décalée de 15 cm par rapport à sa position réelle ?

On donne l'indice de l'eau  $n=1,33$ .

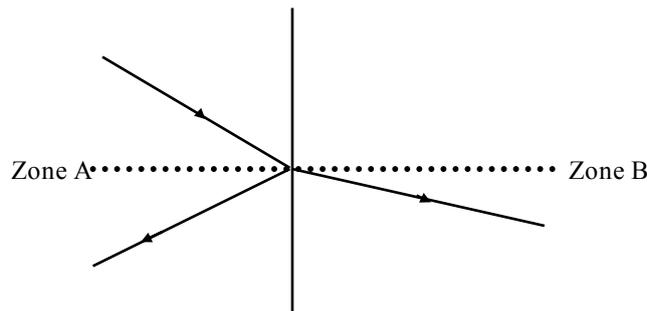
TD N° 02 - Réponses des exercices:

Exercice 01:

1: b; 2: a; 3: a; 4: b; 5: c; 6: a; 7: b

Exercice 02:

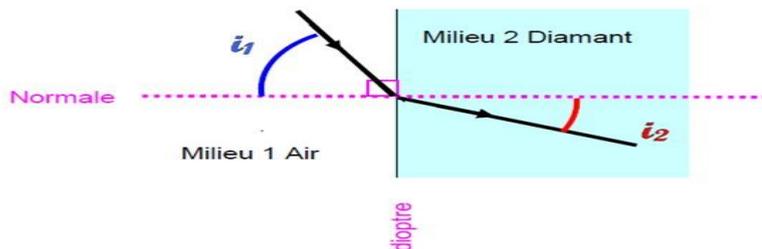
A - A tout rayon incident, correspond un rayon réfléchi du même côté du dioptre, et dans l'autre milieu, un rayon réfracté. Le rayon réfléchi et le rayon réfracté sont du même côté de la normale au dioptre.



1. Il en résulte que le rayon (1) est le rayon incident, le (2) est le rayon réfléchi et le (3) est le rayon réfracté.
2. D'après ce qui précède, le sens de la lumière est celui indiqué sur la figure.
3. L'indice de l'eau  $n_{\text{eau}} = 1.33$  est supérieur à celui de l'air qui est égal à 1. Le rayon (3) se rapproche de la normale, il se propage donc dans le milieu le plus réfringent: l'eau qui se trouve donc en zone B.
4.  $\sin i_{B1} = 1/1.33$  donc  $i_{B1} = 48.75^\circ$
5. L'angle limite de réfraction se trouve toujours dans le milieu le plus réfringent.

Exercice 3:

a) Schématisation



b) Seconde loi de la réfraction de Descartes:

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

c) calcul de l'angle d'incidence permettant d'obtenir un angle de réfraction  $i_2 = 20^\circ$

$$\sin i_1 = \frac{n_2 \sin i_2}{n_1}$$

D'après la loi de Descartes précédente

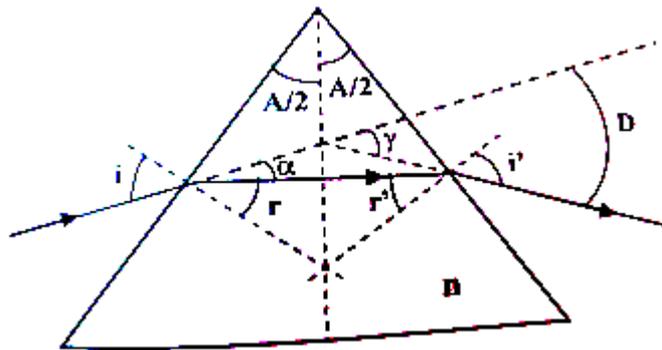
A.N:  $n_1 = 1.00$  (Milieu 1 = air);  $n_2 = 2.43$  (Milieu 2 = diamant)

$$i_2 = 20^\circ$$

$$\sin i_1 = \frac{2.43 \sin(20)}{1} \rightarrow \sin i_1 = 0.83$$

On recherche ensuite à l'aide de la calculette l'angle qui a pour sinus 0.83. On trouve:  $i_1 = 56^\circ$ .

**Exercice 4:**



a- La loi de Snell-Descartes donne:  $\sin i = n \sin r$  ;  $r = A/2$  (Angle à cotés perpendiculaire)

D'autre part:  $i = r + \alpha = A/2 + \alpha$

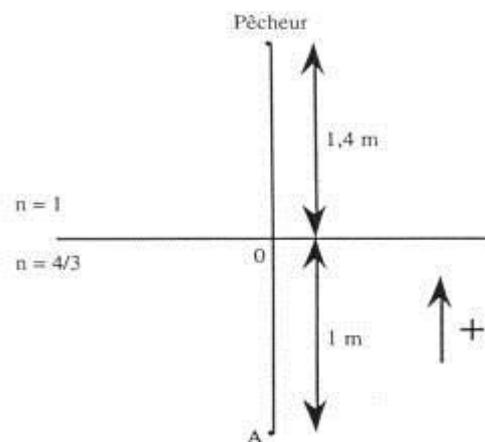
On remarque par ailleurs que:  $\alpha = D/2$  (Angle complémentaire)  $\rightarrow \sin[(A + D)/2] = n \sin(A/2)$

b-  $A = 60^\circ$  et  $n = 1,6 \rightarrow D = 46,46^\circ$

c- Lumière rouge:  $n = 1,5$  et  $A = 60^\circ \rightarrow D = 37,18^\circ$

Lumière rouge:  $n = 1,52$  et  $A = 60^\circ \rightarrow D = 38,93^\circ$

**Exercice 5:**



1. Soit  $\overline{OA'}$  la distance observée:  $\frac{n}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OA'}}$  donc  $\overline{OA'} = \frac{3\overline{OA}}{4}$  soit  $\overline{OA} = -0,75 \text{ m}$

Où  $\overline{P_e A'} = -1,4 - 0,75 = -2,15 \text{ m}$

Le pêcheur voit donc le poisson à 2,15 m en dessous de lui.

2. Cette fois, on choisit le sens positif vers le bas.

$\frac{1}{\overline{op_e}} = \frac{1}{\overline{op'_e}}$  Donc  $\overline{OP'_e} = -1,86 \text{ m}$  et  $\overline{OP'_e} = -2,86 \text{ m}$

Le Poisson voit donc le pêcheur à 2,86 m au dessus de lui.

3.  $\frac{n}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OA'}}$  . Donc,  $n \overline{OA'} = \overline{OA}$ , et  $\overline{OA} = n(\overline{OA} + \overline{OA'})$  d'où  $(1 - n)\overline{OA} = n \overline{AA'}$

Or  $\overline{AA'} = 0,15 \text{ m}$ . Donc  $h = \overline{OA} = -0,6 \text{ m}$ .

II.6.4. Dioptrés sphériques

1. Définition

Un dioptré sphérique est une surface sphérique de centre C séparant deux milieux d'indices de réfractifs différents.

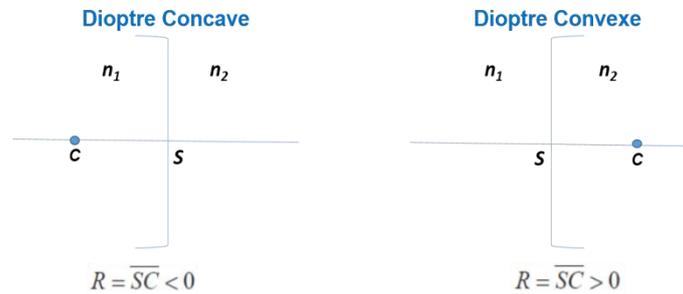


Fig. II-14

2. Relations de conjugaison

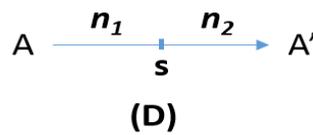


Fig. II-15

Avec le même raisonnement que le miroir sphérique, on trouve la relation de conjugaison du dioptré sphérique :

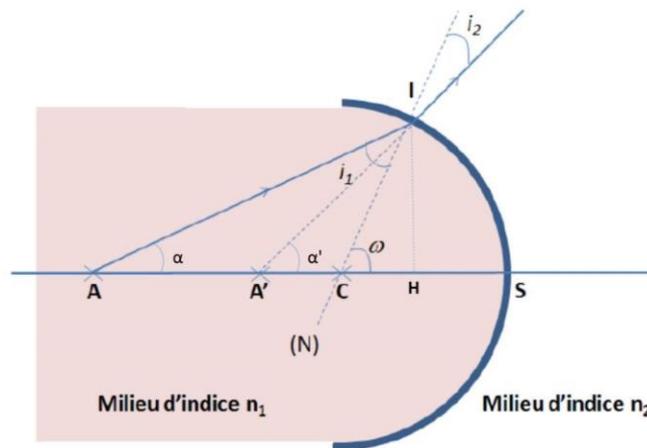


Fig. II-16

Considérons un point objet réel A situé sur l'axe optique d'un dioptré concave. L'image A' de A est située au point d'intersection de deux rayons lumineux quelconques issus de A. Considérons le rayon émis depuis A et qui se réfracte au point I en accord avec les lois de la réfraction. A' se trouve au point d'intersection du prolongement du rayon réfracté et de l'axe optique. Dans les triangles AIC et A'IC la somme des angles intérieurs doit être égale à  $\pi$ , soit:

$$i_1 + \alpha + (\pi - \omega) = \pi \text{ donc } i_1 = \omega - \alpha$$

$$i_2 + \alpha' + (\pi - \omega) = \pi \text{ donc } i_2 = \omega - \alpha'$$

D'après la loi de Snell-Descartes et de la condition de Gauss, on a:

$$n_1 i_1 = n_2 i_2$$

Et donc : 
$$n_1(\omega - \alpha) = n_2(\omega - \alpha') \dots \dots \dots (1)$$

On a aussi :

$$\alpha = \tan \alpha = \frac{SI}{SA} \dots \dots \dots (2)$$

$$\alpha' = \tan \alpha' = \frac{SI}{SA'} \dots \dots \dots (3)$$

$$\omega = \tan \omega = \frac{SI}{SC} \dots \dots \dots (4)$$

En remplaçant les équations (2), (3) et (4) dans l'équation (1), on trouve finalement la relation de conjugaison du dioptre sphérique :

$$\frac{n_2}{SA'} - \frac{n_1}{SA} = \frac{n_2 - n_1}{SC} = V$$

Avec : V est la vergence ou la puissance du dioptre (unité : Dioptrie = m<sup>-1</sup>).

**Remarque :**

Si V > 0 : Dioptre convergent

Si V < 0 : Dioptre divergent

**3. Grandissement**

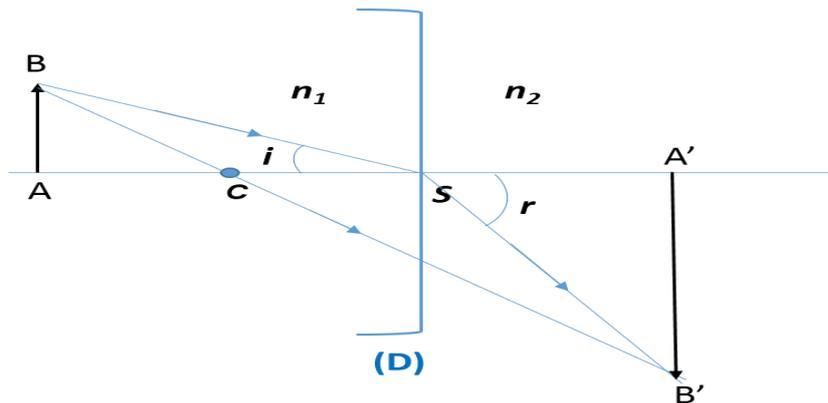


Fig. II-17

On a : 
$$\tan i \approx i = \frac{AB}{SA}$$

et 
$$\tan r \approx r = \frac{A'B'}{SA'}$$

D'après la loi de *Snell-Descartes* de la réfraction :

$$n_1 i = n_2 r$$

Et finalement on trouve l'expression du grandissement :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n_1}{n_2} \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

#### 4. Foyer Image $F'$ :

$$\overline{SF'} = \frac{n_2 \overline{SC}}{n_2 - n_1} = \frac{n_2}{V}$$

#### 5. Foyer Objet $F$ :

$$\overline{SF} = -\frac{n_1 \overline{SC}}{n_2 - n_1} = -\frac{n_1}{V}$$

Nous remarquons que :

$$\frac{\overline{SF'}}{\overline{SF}} = -\frac{n_2}{n_1} < 0$$

$\overline{SF'}$  et  $\overline{SF}$  sont de signes contraires,  $F$  et  $F'$  appartiennent à deux milieux différents.

Et donc :

$$\overline{SF'} + \overline{SF} = \overline{SC}$$

## II.7. Lentilles minces

### II.7.1. Définition:

Une lentille est un milieu transparent limité par deux dioptries, les deux peuvent être sphériques ou l'un d'eux est sphérique et l'autre est plan. Le plus souvent, on les nomme lentilles sphériques. Dans notre cours, nous nous limiterons à l'étude des lentilles dites minces. C'est le cas des lentilles dont le rayon de courbure est (très) grand par rapport à l'épaisseur.

Si l'on note  $R_1$ ;  $R_2$  les rayons de courbure des deux dioptries,  $C_1$ ;  $C_2$  leurs centres respectifs et  $e$  l'épaisseur de la lentille, alors:  $e \ll R_1$ ,  $e \ll R_2$  et  $e \ll C_1 C_2$

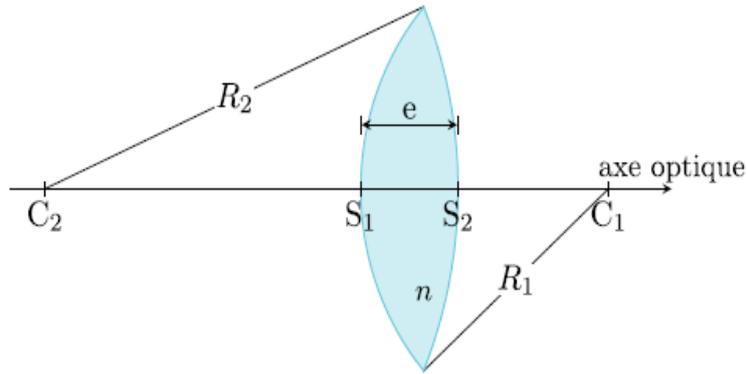


Fig. II-18

**II.7. 2. Types de lentilles**

On distingue deux types de lentilles :

1. Les lentilles à bords minces, elles sont convergentes.
2. Les lentilles à bords épais, elles sont divergentes.

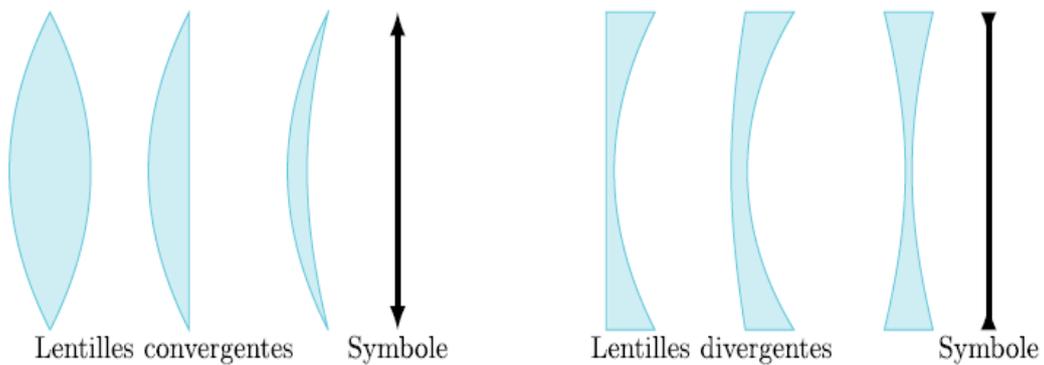


Fig. II-19

**II.7. 3. Notion de foyers**

Dans le cadre de l'approximation de Gauss, l'image d'un point est un point. Deux points jouent un rôle particulier dans les lentilles : il s'agit des foyers objet et image.

***a-Foyer image***

Par définition, l'image d'un point à l'infini sur l'axe est le foyer image  $F'$ . Dans le cas d'une lentille convergente, le foyer image est réel alors qu'il a le statut d'image virtuelle pour une lentille divergente.

On définit la distance focale image:  $f' = \overline{OF'}$

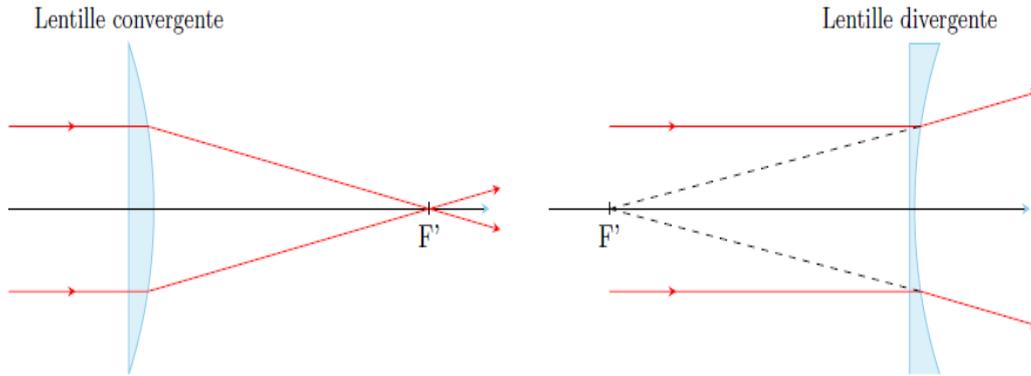


Fig. II-20

**b-Foyer objet**

Par définition, un objet lumineux placé au foyer objet F aura pour image un point à l’infini sur l’axe.

Dans le cas d’une lentille convergente, le foyer objet est réel alors qu’il a le statut d’objet virtuel pour une lentille divergente.

De façon analogue, on définit la distance focale objet:

$$f = \overline{OF}$$

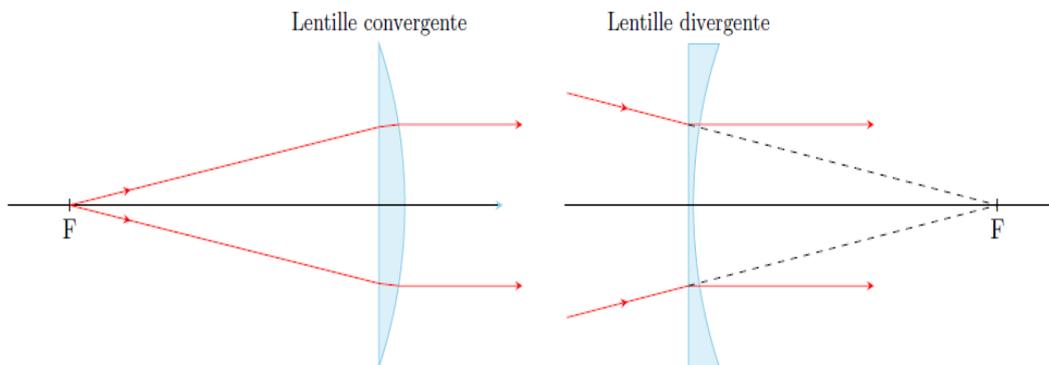


Fig. II-21

On montre que dans le cas des lentilles minces dont les milieux extrêmes sont identiques, on a

$$f = \overline{OF} = -\overline{OF'} = -f'$$

Cette relation est évidente pour les lentilles symétriques (principe du retour inverse de la lumière) ; dans ce cas O est le centre de symétrie de la lentille. Elle est valable pour les lentilles asymétriques parce que l’on se place dans l’approximation des lentilles infiniment minces. Pour une lentille convergente,  $f' > 0$ ; pour une lentille divergente  $f' < 0$ .

On définit la vergence V d’une lentille par:

$$V = \frac{n'}{f'} = \frac{1}{f'} \text{ si } n' = 1$$

Il s’agit donc d’une quantité algébrique qui a la dimension de l’inverse d’une longueur.

Dans le SI, on l'exprime en dioptrie ( $\delta$ ) :  $\delta = 1m^{-1}$ . Plus V est grand plus la lentille est convergente.

**II.7. 4. Plans focaux**

On appelle *plan focal image*, le plan perpendiculaire à l'axe optique passant par  $F'$ . De même, on appelle *plan focal objet*, celui perpendiculaire à l'axe optique et passant par  $F$ . Du fait de l'aplanétisme supposé des lentilles minces, on peut affirmer que l'image d'un point à l'infini se situe dans le plan focal image. Il découle de la même façon que tout objet situé dans le plan focal objet a son image située à l'infini (pas nécessairement sur l'axe optique).

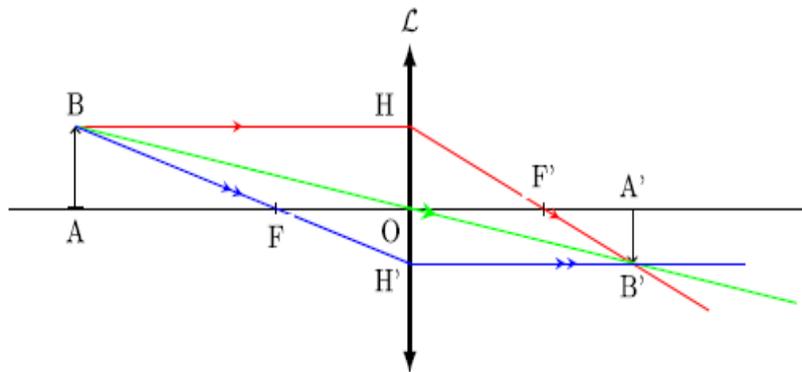
**a- Relations de conjugaison**

Construisons l'image d'un objet transverse  $AB$  situé au delà du foyer de la lentille convergente:  $|\overline{OA}| > |\overline{OF}|$ .

Notons que la démonstration qui suivra reste valable quelle que soit la position de l'objet et quelle que soit la nature de la lentille (mince).

À cette fin, on choisit de tracer trois rayons dont les directions de propagation sont connues :

- Le rayon qui passe par le centre optique n'est pas dévié.
- Le rayon qui arrive parallèlement à l'axe optique sur la lentille émerge en passant par  $F'$ .
- Le rayon qui passe par  $F$  avant d'intercepter la lentille émerge parallèlement à l'axe optique.



**Fig. II-22**

**b- Relations de Newton: origine aux foyers**

Soit  $\gamma$  le grandissement de la lentille. Appliquons le théorème de Thalès dans les triangles  $ABF$  et  $OHF'$  :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OH'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$$

Appliquons le théorème de Thalès dans les triangles  $HOF'$  et  $F'A'B'$  :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OH}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$$

En combinant les deux relations ci-dessus, on obtient :

$$\overline{F'A'} \overline{FA} = \overline{F'O} \overline{FO} = -f'^2 = f'f$$

**c- Relations de Descartes: origine au centre**

On applique le théorème de Thalès aux triangles  $OAB$  et  $OA'B'$ :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Transformons la relation de conjugaison de Newton :

$$(\overline{F'O} + \overline{OA'}) (\overline{FO} + \overline{OA}) = -f'^2$$

On remplace  $\overline{F'O}$  par  $-f'$  et  $\overline{FO}$  par  $f'$ , et on obtient:

$$f' \cdot \overline{OA'} - f' \cdot \overline{OA} + \overline{OA} \cdot \overline{OA'} = 0$$

En divisant le dernier résultat par:  $f' \cdot \overline{OA} \cdot \overline{OA'}$ , on a :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

**II.7. 5. Lentilles accolées**

Considérons deux lentilles  $L_1$  et  $L_2$  de vergences  $V_1$  et  $V_2$ .

Soit A un point lumineux sur l'axe optique. La lentille  $L_1$  en donne une image  $A_1$  qui devient objet pour  $L_2$ , laquelle en donne une image finale  $A'$ .

Relions la position de  $A'$  avec celle de A par rapport au centre optique commun O:

$$\begin{cases} \frac{1}{\overline{OA_1}} - \frac{1}{\overline{OA}} = V_1 \\ \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA_1}} = V_2 \end{cases}$$

D'où

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = V_1 + V_2$$

Ainsi, deux lentilles minces accolées se comportent comme une lentille mince de centre optique le centre des deux lentilles et de vergence équivalente:  $V_{\text{éq}} = V_1 + V_2$

**II.7. 6. Construction des images**

La construction de l'image d'un objet étendu obéit aux règles suivantes :

- On se placera dans l'approximation de Gauss : stigmatisme et aplanétisme approchés.
- Pour trouver l'image d'un point, il suffit de considérer deux rayons issus de ce point.
- L'image d'un point sur l'axe optique est aussi sur l'axe optique.
- Si l'objet est réel, il est forcément à gauche de la lentille.
- Si l'objet est virtuel, il se situe à droite de la lentille.
- Un rayon horizontal arrivant sur une lentille convergera en  $F_0$  si elle est convergente et divergera en semblant venir de  $F_0$  si la lentille est divergente.
- Un rayon passant ou se prolongeant en  $F$  ressortira horizontalement.
- Un rayon passant par  $O$  n'est pas dévié.
- Une fois les rayons tracés, on détermine si l'image est réelle ou virtuelle.

*a- Lentille convergente*

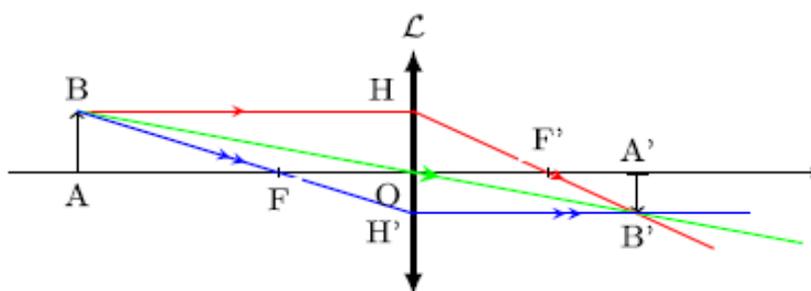


Fig. II-23

Lentille convergente : image et objet réels

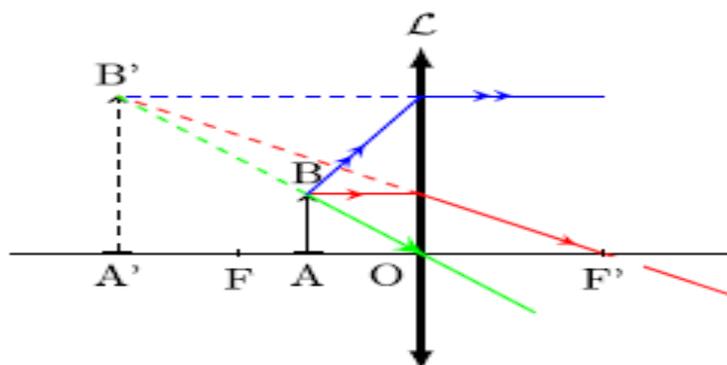


Fig. II-24

Lentille convergente: objet réel, image virtuelle

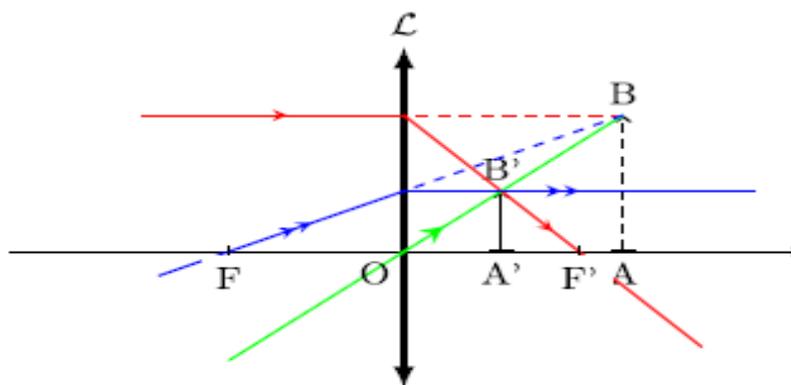


Fig. II-25

Lentille convergente : objet virtuel, image réel

*b- Lentille divergente*

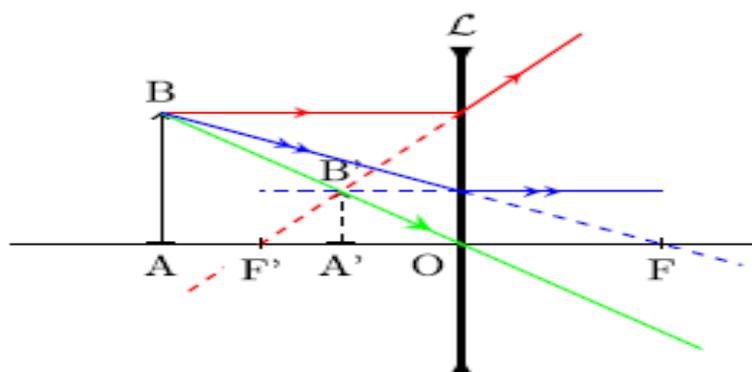


Fig. II-26

Lentille divergente : objet réel, image virtuelle

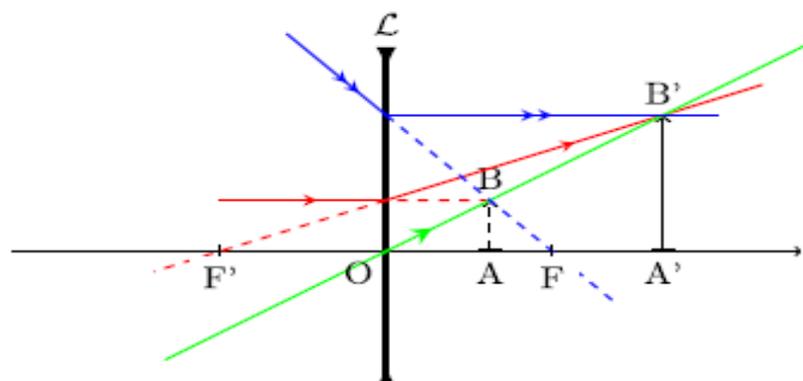


Fig. II-27

Lentille divergente : objet virtuel, image réelle

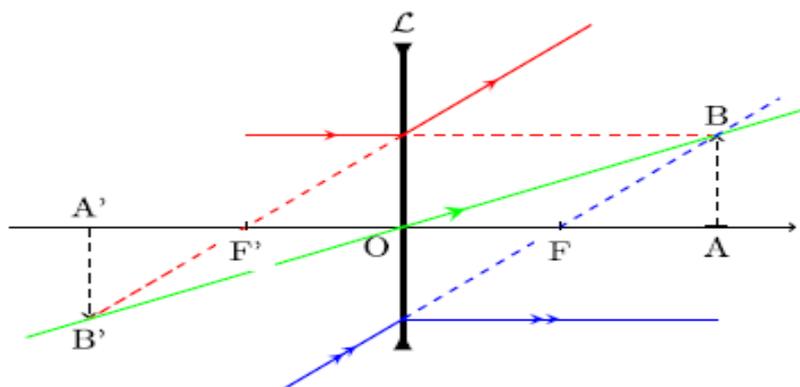


Fig. II-28

Lentille divergente : objet et image virtuels

**TD N° 03 - Optique géométrique (Dioptres sphériques et lentilles minces)-****Exercice 1: QCM**

Choisir une seule réponse parmi celles proposées pour chaque question:

- 1-Un rayon lumineux passant par le foyer objet F de la lentille et qui traverse la lentille mince convergente : **a-** passe par le foyer image F'. **b-** coupe l'axe optique en un autre point que le foyer image F'. **c-** sort de la lentille parallèle à l'axe optique.
- 2-La distance focale f est la distance entre : **a-** le foyer objet F et le foyer image F'. **b-** le centre optique O et le foyer image F'. **c-** le centre optique O et le point image A'.
- 3-Des rayons passant par le centre optique d'une lentille convergente: **a-** ressortent parallèle. **b-** ne sont pas déviés. **c-** passent tous par le foyer image F'.
- 4-La distance focale s'exprime: **a-** en dioptrie ( $m^{-1}$ ). **b-** en m.
- 5-Les deux foyers principaux objet (F) et image (F') de la lentille sont symétriques par rapport au centre optique de la lentille: **a-** Vrai. **b-** Faux.
- 6-Un dioptre sphérique est une surface sphérique de centre C séparant deux milieux d'indices de réfractifs différents: **a-** Vrai. **b-** Faux.
- 7-Un rayon lumineux qui passe par le centre C du dioptre n'est pas dévié: **a-** Vrai. **b-** Faux.

**Exercice 2: Dioptre sphérique convergent**

Un dioptre sphérique de centre C, de sommet S et de rayon de courbure  $r = 10$  cm sépare un milieu d'air d'indice  $n = 1$  (espace objet) et un milieu d'indice  $n' = 4/3$  (espace image). Sa face convexe est tournée du côté de l'air.

- 1- Le dioptre est-il convergent ou divergent ?
- 2- Calculer les distances focales f et f'.
- 3- Trouver la position de l'image d'un objet AB réel, placé à 60cm du sommet de ce dioptre.
- 4- Calculer le grandissement  $\gamma$
- 5- Si l'objet a une taille de 2 cm, quelle est la taille de l'image de ce dioptre ?
- 6- Faire le schéma (Échelle 1/10).

**Exercice 3: Dioptre sphérique divergent**

Un dioptre sphérique de centre C, de sommet S et de rayon de courbure  $SC = -10$  cm sépare un milieu d'air d'indice  $n = 1$  (espace objet) et un milieu d'indice  $n' = 4/3$  (espace image). Sa face concave est tournée du côté de l'air.

- 1- Le dioptre est-il convergent ou divergent ?
- 2- Calculer les distances focales f et f'.
- 3- Trouver la position de l'image d'un objet AB réel placé à 15 cm du sommet de ce dioptre.
- 4- Calculer le grandissement  $\gamma$
- 5- Si l'objet a une taille de 2 cm, quelle est la taille de l'image de ce dioptre ?
- 6- Faire le schéma (Échelle 1/10).
- 7- Quelle est la nature et le sens de l'image?

**Exercice 4: Lentille convergente**

Soit une lentille convergente de distance focale  $f' = + 3$  cm. On considère un objet réel perpendiculaire à l'axe optique de taille 2 cm situé à 2 cm du centre optique.

- a) Déterminer graphiquement l'image de l'objet (échelle 1/1).
- b) Déterminer la position, la nature, le sens et la taille de l'image (Relation de Descartes).
- c) Mêmes questions avec un objet virtuel situé à 4 cm du centre optique.

**Exercice 5: Lentille divergente**

Un objet AB virtuel de 2 cm de hauteur situé à 15 cm de la lentille, le point A sur l'axe optique et AB est perpendiculaire à l'axe optique. Cette lentille est de distance focale -10 cm.

- a) Calculer la vergence et donner la nature de la lentille.
- b) Calculer la position de l'image.
- c) Calculer le grandissement  $\gamma$ .
- d) Calculer la taille de l'image.
- e) Faire le schéma.
- f) Quelle est la nature et le sens de l'image?

**TD N° 03- Réponses des exercices:**

**Exercice 1:**

1: c; 2: b; 3: b; 4: b; 5: a; 6: a; 7: a.

**Exercice 2:**

1. Convergence  $C = \frac{n' - n}{r} = 0,03 > 0 \Rightarrow$  Dioptre Convergent

2. \* Distance focale image :  $f' = \frac{n'r}{n' - n} = \frac{\frac{4}{3}r}{\frac{4}{3} - 1} = 4r = 40 \text{ cm}$

\* Distance focale objet :  $f = -\frac{nr}{n' - n} = -3r = -30 \text{ cm}$

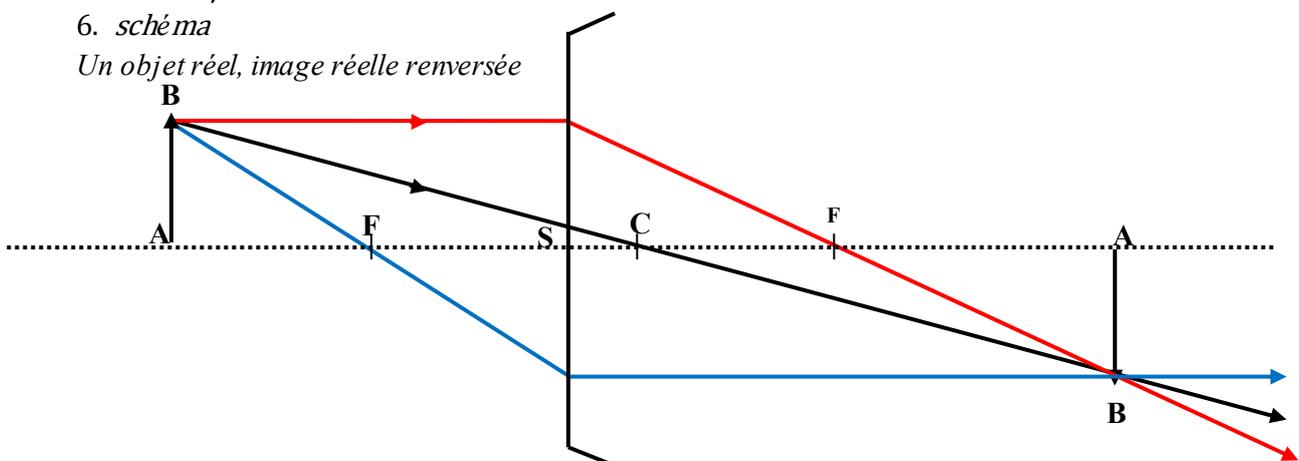
3. Relation de conjugaison :  $\frac{n'}{p'} - \frac{n}{p} = \frac{n' - n}{r} \Rightarrow p' = \frac{n'pr}{nr + (n' - n)p} = 80 \text{ cm}$

4. Grandissement transversal :  $\gamma = \frac{np'}{n'p} = \frac{80}{\frac{4}{3}(-60)} = -1$

5.  $\overline{A'B'} = \gamma \cdot \overline{AB} = -1 * 2 = -2 \text{ cm}$

6. schéma

Un objet réel, image réelle renversée



Exercice 3:

1. Convergence  $C = \frac{n' - n}{r} = -3,33 < 0 \Rightarrow$  Dioptre divergent

2. \* Distance focale image:  $f' = \frac{n'r}{n' - n} = \frac{\frac{4}{3}r}{\frac{4}{3} - 1} = 4r = -40 \text{ cm}$

\* Distance focale objet:  $f = -\frac{nr}{n' - n} = -3r = 30 \text{ cm}$

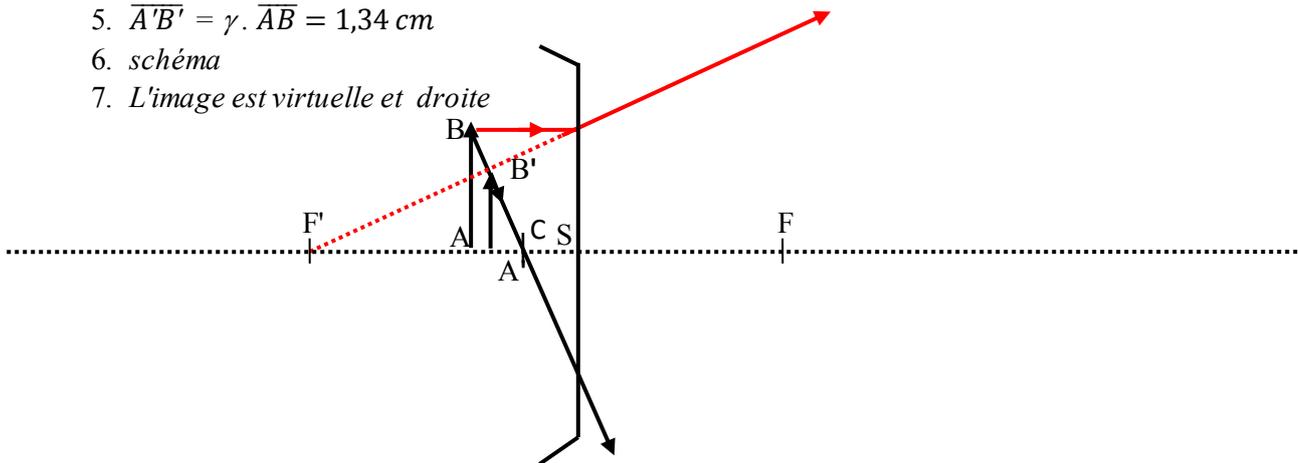
3. Relation de conjugaison:  $\frac{n'}{p'} - \frac{n}{p} = \frac{n' - n}{r} \Rightarrow p' = \frac{n'pr}{nr + (n' - n)p} = -13,33 \text{ cm}$

4. Grandissement transversal:  $\gamma = \frac{np'}{n'p} = \frac{50}{\frac{4}{3}(-25)} = 0,67$

5.  $\overline{A'B'} = \gamma \cdot \overline{AB} = 1,34 \text{ cm}$

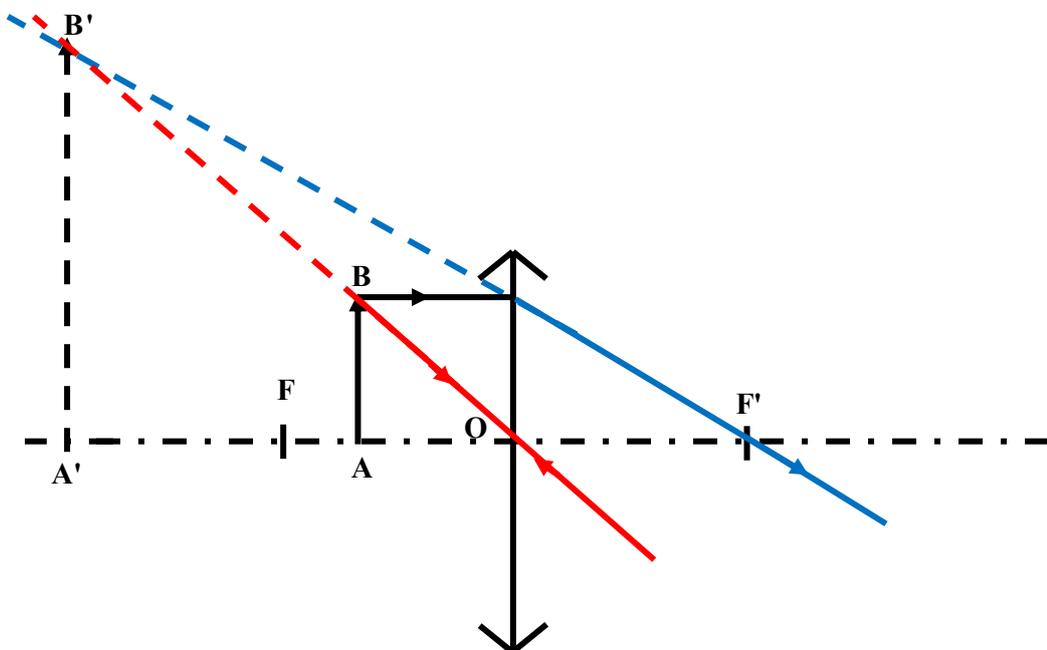
6. schéma

7. L'image est virtuelle et droite



Exercice 4:

a)

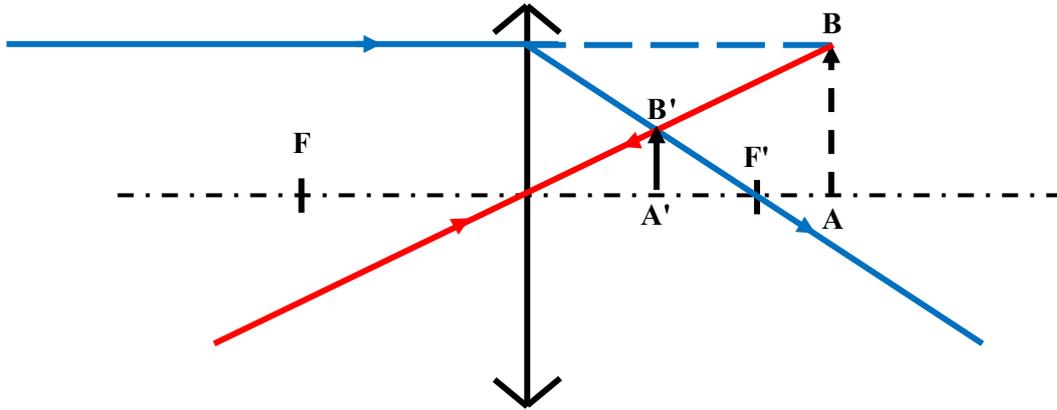


b)  $AB$ : Objet réel  $\rightarrow \overline{OA} = -2 \text{ cm}$ ; Relation de Descartes:  $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'} \rightarrow \overline{OA'} = -6 \text{ cm} \rightarrow$

Image virtuelle et droite (de même sens);  $\delta = \frac{OA'}{OA} = +3$ ;  $\overline{A'B'} = 6 \text{ cm}$

c) objet virtuel situé à 4 cm

a)



b)  $AB$ : Objet virtuel  $\rightarrow \overline{OA} = +4 \text{ cm}$ ; Relation de Descartes:  $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$   $\rightarrow \overline{OA'} = 1.71 \text{ cm}$   $\rightarrow$   
 Image réelle et droite (de même sens);  $\delta = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = +0.42$ ;  $\overline{A'B'} = 0.85 \text{ cm}$

**Exercice 5:**

a) Vergence  $C = \frac{1}{f'} = \frac{1}{-0,10} = -10 \text{ } \delta \Rightarrow$  lentille divergente

b) Relation de conjugaison :

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{p} + \frac{1}{f'} \Rightarrow p' = \frac{p f'}{f' + p} = -30 \text{ cm}$$

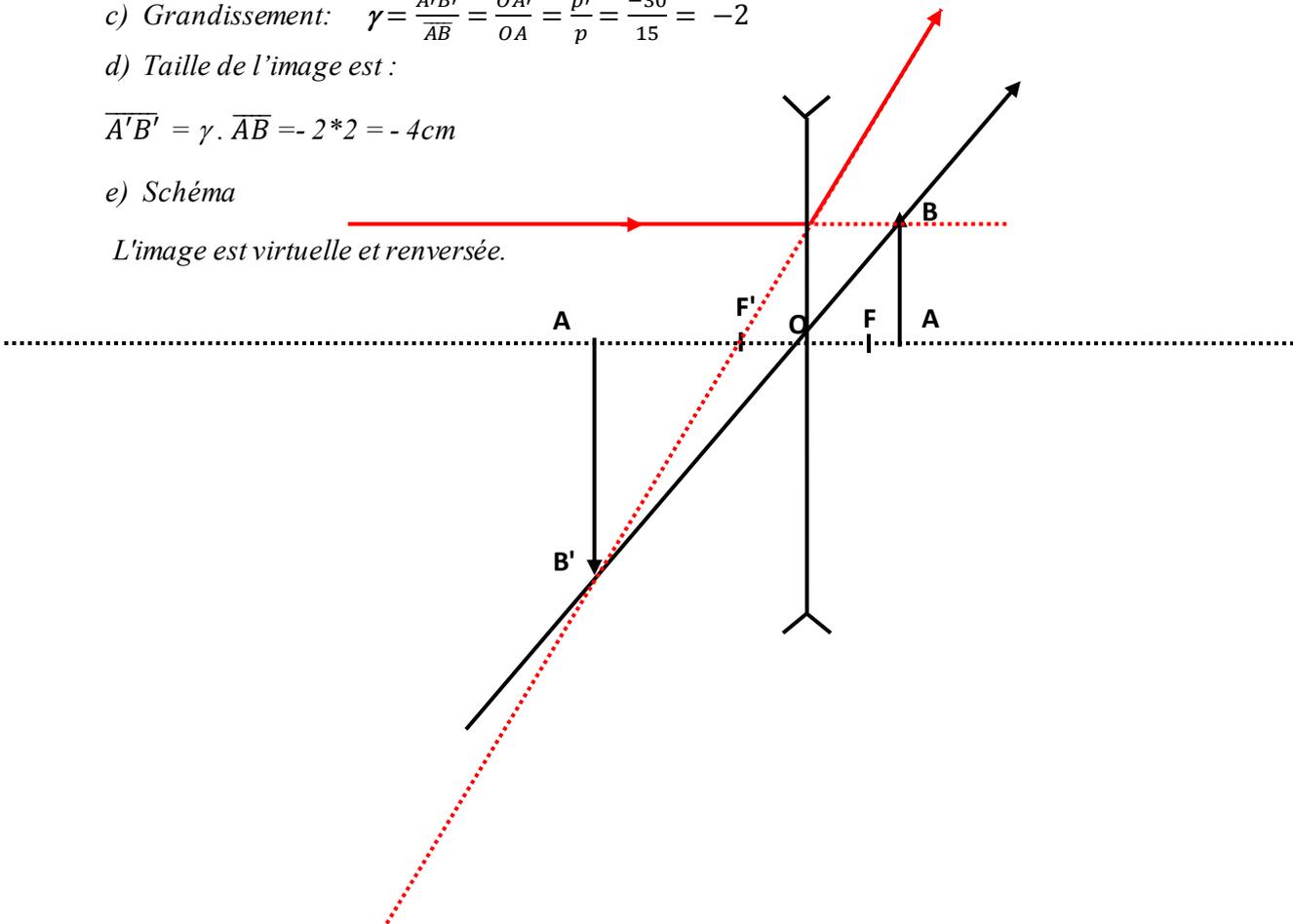
c) Grandissement:  $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{p'}{p} = \frac{-30}{15} = -2$

d) Taille de l'image est :

$$\overline{A'B'} = \gamma \cdot \overline{AB} = -2 \cdot 2 = -4 \text{ cm}$$

e) Schéma

L'image est virtuelle et renversée.



II.8. Réflexion

II.8.1. Miroir plan

Un miroir est une surface capable de réfléchir presque en totalité la lumière incidente. On obtient des miroirs de bonne qualité en taillant une surface de verre à la forme souhaitée (plane, sphérique, paraboloidique, ...) et en déposant sur cette surface une pellicule métallique soit par voie chimique soit par évaporation sous vide. L'argent est le métal idéal pour la réalisation de miroirs car il possède un pouvoir réflecteur élevé.

Soit une surface plane parfaitement réfléchissante ou un dioptré plan pour lequel on ne s'intéressera qu'au rayon réfléchi. Tous les rayons issus de la source réelle A se réfléchissent en suivant la 2<sup>ième</sup> loi de Snell- Descartes et semblent provenir de A', symétrique de A par rapport au miroir. (Le triangle AIA' est isocèle, car les angles en A et en A' sont égaux, donc HI est la médiatrice de AA'). A' est situé derrière le miroir, c'est une image virtuelle.

Remarques:

- Si A était virtuelle, l'image A' serait réelle. ( $\Leftrightarrow$  A et A' sont de nature différente).
- A' est symétrique de A par rapport au miroir quel que soit I  $\Rightarrow$  le miroir plan est *rigoureusement stigmatique*.
- Si l'objet non ponctuel AB est parallèle au miroir, A' et B' sont respectivement symétriques de A et de B par rapport au miroir.  $\Rightarrow$  A'B' = AB et l'image est 'droite' (même sens que l'objet).

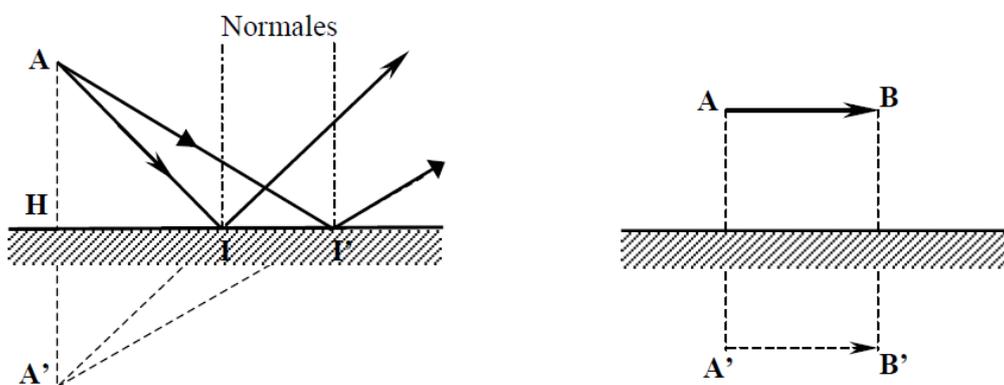


Fig. II-29

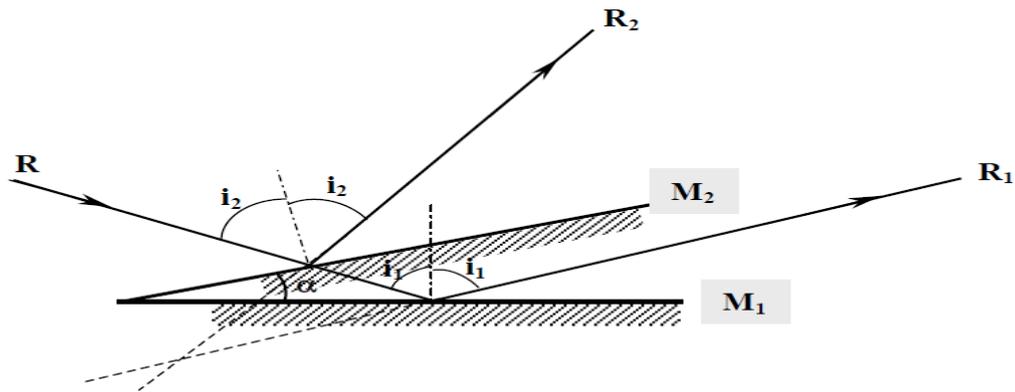


Fig. II-30

- **Grandissement transversal (algébrique)**  $\gamma = \frac{A'B'}{AB} = 1$

- **Application:** Rotation d'un miroir

Le miroir dans sa position initiale  $M_1$  réfléchit le rayon incident  $R$  dans la direction  $R_1$ .

Après rotation du miroir d'un angle  $\alpha$ , le miroir dans la position  $M_2$  réfléchit le même rayon incident dans la direction  $R_2$ .

L'angle entre  $R_2$  et  $R_1$  est  $2i_1 - 2i_2 = 2(i_1 - i_2)$ .  $i_1 - i_2$  est l'angle entre les deux normales aux miroirs, donc  $i_1 - i_2 = \alpha$  et le rayon réfléchi a tourné dans le même sens que le miroir d'un angle égal à  $2\alpha$  [3].

## II.8.2. Miroir sphérique

### II.8.2.1. Définition:

On appelle miroir sphérique une calotte sphérique réfléchissante. Le centre  $C$  de la sphère dans laquelle a été découpée la calotte est le centre du miroir, le sommet  $S$  de la calotte est le sommet du miroir.

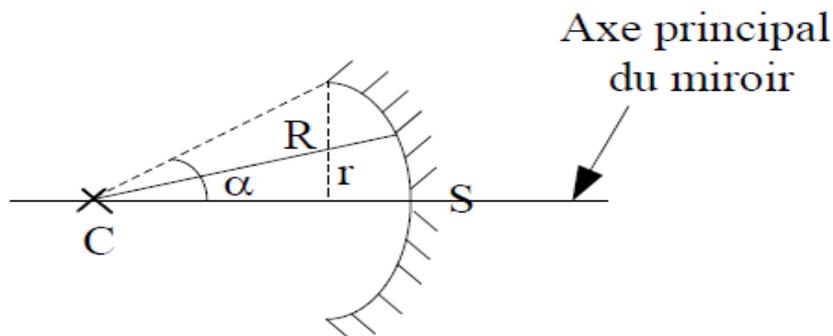


Fig. II-31

Où  $r$  est appelé rayon d'ouverture,  $CS$  le rayon du miroir et  $\alpha$  l'angle d'ouverture.

L'axe de symétrie passant par  $C$  et par  $S$  est l'axe principal du miroir, tout autre axe passant par  $C$  est un axe secondaire.

On peut distinguer deux types de miroir sphérique :

Miroir concave : la face réfléchissante est du côté du centre C.

Miroir convexe : la face réfléchissante est du côté opposé au centre C.

**II.8.2.2. Formule de conjugaison et grandissement avec origine au sommet**

On considère un miroir sphérique de centre C et de sommet S.

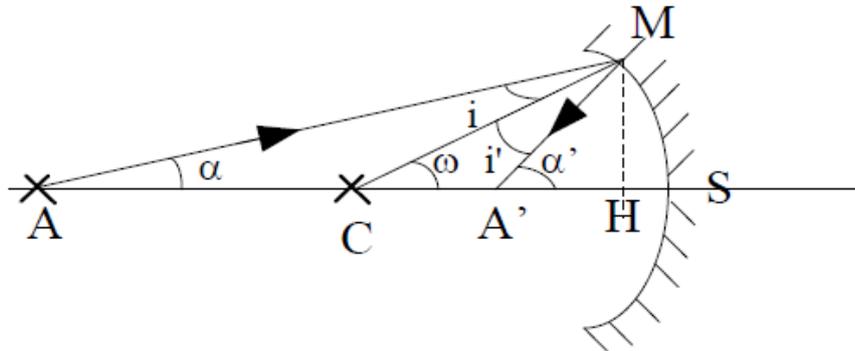


Fig. II-32

Un rayon lumineux issu d'un point A, frappe le miroir en M, se réfléchit et recoupe l'axe en A'.

H étant la projection orthogonale de M sur l'axe principal.

Dans l'approximation de Gauss, H et S sont pratiquement confondus. On a :

$$i = i' \text{ (Loi de la réflexion)}$$

$$\alpha + i = \omega \text{ et } \alpha' = i' + \omega$$

Par conséquent :  $\omega - \alpha = \alpha' - \omega$

Les points H et S sont pratiquement confondus et les angles sont très petits :

$$\tan(\omega) \approx \omega = \frac{HM}{CH} = \frac{HM}{CS} ; \tan(\alpha) \approx \alpha = \frac{HM}{AH} = \frac{HM}{AS} ; \tan(\alpha') \approx \alpha' = \frac{HM}{A'H} = \frac{HM}{A'S}$$

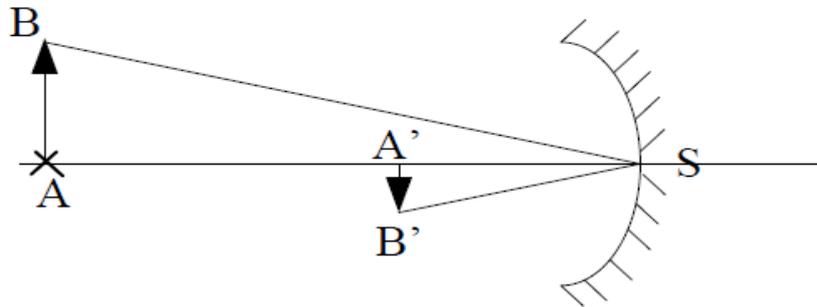
En reportant dans l'expression précédente :

$$HM = \left( \frac{1}{CS} - \frac{1}{AS} \right) = HM = \left( \frac{1}{A'S} - \frac{1}{CS} \right)$$

$$\text{Ou encore : } \left( \frac{1}{SA} - \frac{1}{SC} \right) = \left( -\frac{1}{SA'} + \frac{1}{SC} \right) \Leftrightarrow \frac{1}{SA} + \frac{1}{SA'} = \frac{2}{SC}$$

Cette relation fixe la position de A' indépendamment du choix du rayon AM: c'est la relation de conjugaison avec origine au sommet.

a- Grandissement:



On considère le rayon passant par le sommet S. La loi de la réflexion,  $i = i'$  montre que les triangles  $SAB$  et  $SA'B'$  sont semblables, ce qui donne :

$$v = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = - \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

**Remarque:**

Les deux formules que nous venons d'obtenir, peuvent se déduire de celles du dioptre sphérique en posant  $n' = -n$ . Ceci vient du fait que la loi de la réflexion peut s'écrire, avec des angles orientés,  $i = -i'$ , et qu'elle a alors la même forme que la loi de la réfraction pour des rayons par axiaux :  $ni = n'i'$ , à condition de poser  $n' = -n$ .

Pour obtenir les formules du miroir sphérique, il suffit de poser  $n' = -n$  dans celles du dioptre sphérique, en se rappelant que, du fait de la réflexion, l'espace image est « replié » sur l'espace objet.

b- Position des foyers:

On obtient la position du foyer image  $F'$  en faisant tendre  $SA$  vers l'infini dans la relation de conjugaison :

$$\frac{1}{\overline{SF'}} = \frac{2}{\overline{SC}} \quad \Leftrightarrow \quad \overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2}$$

Le même raisonnement conduit à la position du foyer objet  $F$  ( $SA' \rightarrow 0$ ) conduit à :

$$\overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{2}$$

Les foyers image et objet sont confondus. On appelle distance focale  $f$  du miroir la quantité algébrique :

$$f = \overline{SF} = \overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2}$$

Le foyer est situé au milieu du segment  $SC$ . La distance focale est égale, en valeur absolue, à la moitié du rayon de courbure.

c- Construction d'une image:

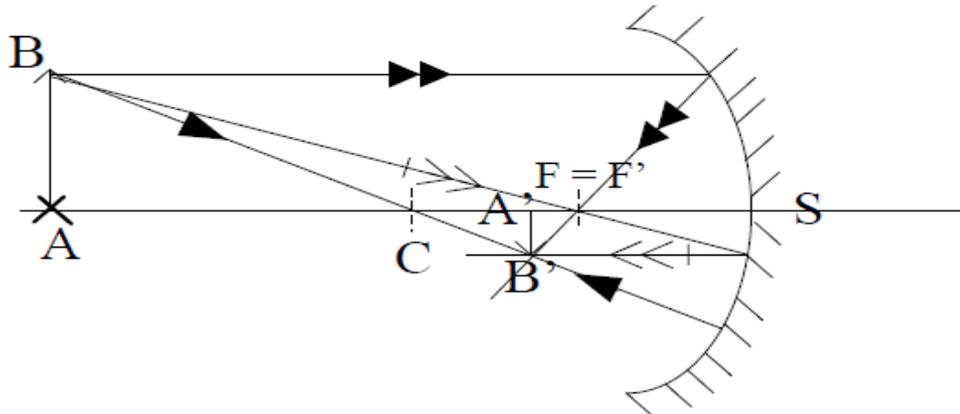


Fig. II-33

Le rayon passant par le centre n'est pas dévié (il est 'replié' sur lui-même), un rayon incident parallèle à l'axe repasse par le foyer, un rayon incident passant par le foyer est réfléchi parallèlement à l'axe.

II.8.2.3. Formule de conjugaison et grandissement avec origine aux foyers: formules de Newton

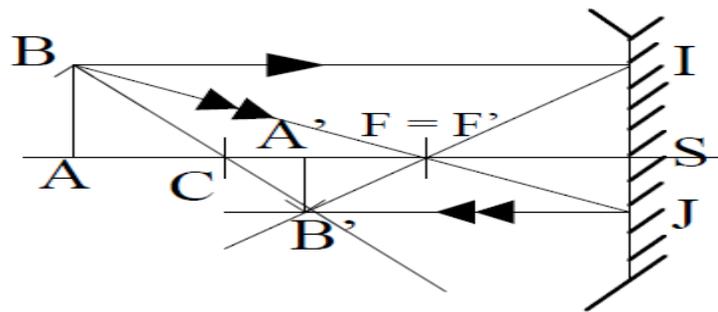


Fig. II-34

Miroir concave dans l'approximation de Gauss

Les triangles  $FAB$  et  $FSJ$  sont semblables  $\implies \frac{SJ}{AB} = \frac{FS}{FA}$

Les triangles  $FA'B'$  et  $FSI$  sont semblables  $\implies \frac{SI}{A'B'} = \frac{FS}{FA'}$

De plus,  $SI = \overline{AB}$  et  $SJ = \overline{A'B'}$

D'où les formules de Newton:

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{FS}{FA} = \frac{FA'}{FS} \implies \overline{FA} \cdot \overline{FA'} = \overline{FS}^2$$

La distance focale du miroir :  $f = \overline{SF} = \frac{SC}{2}$

Les formules de Newton s'écrivent :  $\gamma = -\frac{f}{FA} = \frac{FA'}{-f} \implies \overline{FA} \cdot \overline{FA'} = f^2$

**Remarque:** Les mêmes calculs peuvent être faits avec le miroir convexe.

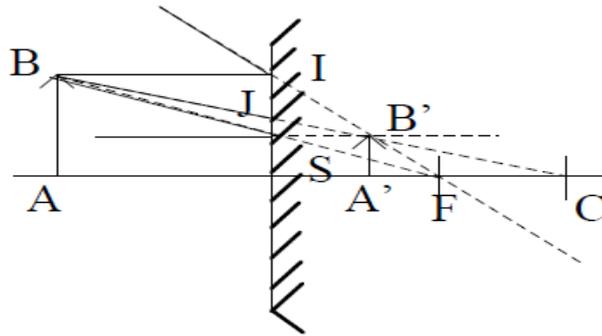


Fig. II-35

Miroir convexe dans l'approximation de Gauss

**II.8.2.4. Formule de conjugaison et grandissement avec origine au centre**

Soit  $AB$  un petit objet perpendiculaire à l'axe principal, dont l'image est  $A'B'$ . Le rayon  $BCB'$  n'est pas dévié, on a:

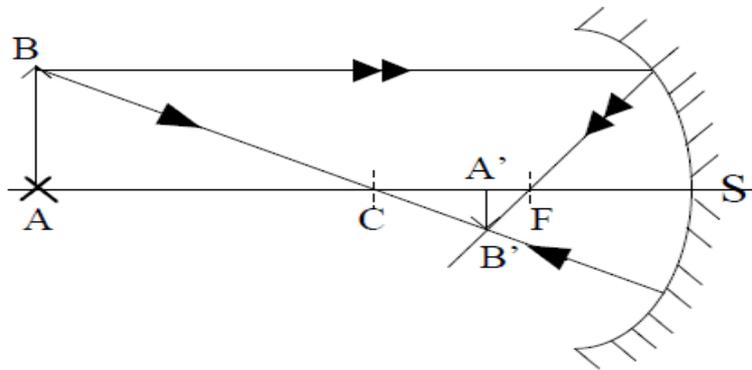


Fig. II-36

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$$

La relation de conjugaison avec origine au centre s'écrit :

$$\frac{1}{\overline{CA}} + \frac{1}{\overline{CA'}} = \frac{2}{\overline{CS}}$$

**II-9. Instruments optiques :**

Un instrument optique est un instrument composé de plusieurs systèmes optiques (ex: objectif et oculaire) pour former l'image d'un objet. Plus généralement, le terme «instrument optique» désigne tout instrument utilisant l'optique dans son fonctionnement.

**II-9-1. L'Œil**

L'œil est un système optique convergent permettant de former sur une membrane photosensible (la rétine) une image réelle renversée des objets vus par l'observateur. La rétine est tapissée de cellules sensibles à la lumière (les cônes et les bâtonnets) qui transmettent les informations au cerveau via le nerf optique.

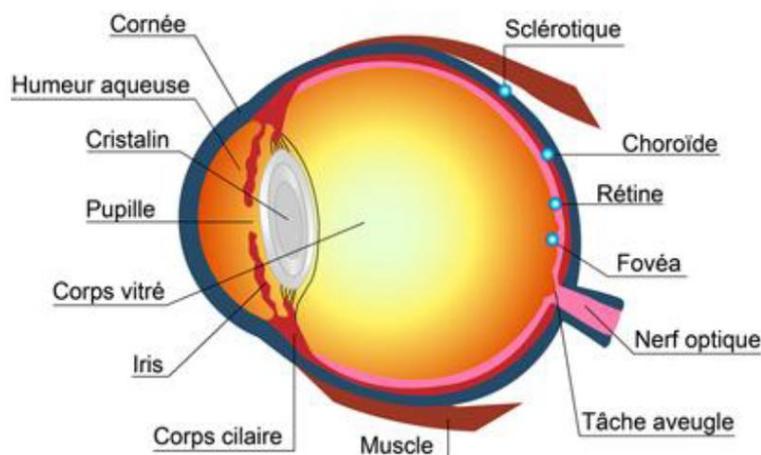


Fig. II-37

Les rayons lumineux pénétrant dans l'œil humain traversent quatre dioptries: face antérieure et face postérieure de la cornée, face antérieure et face postérieure du cristallin. Lors de la traversée de chaque dioptrie, ils subissent une réfraction parfaitement définie par les lois de Descartes.

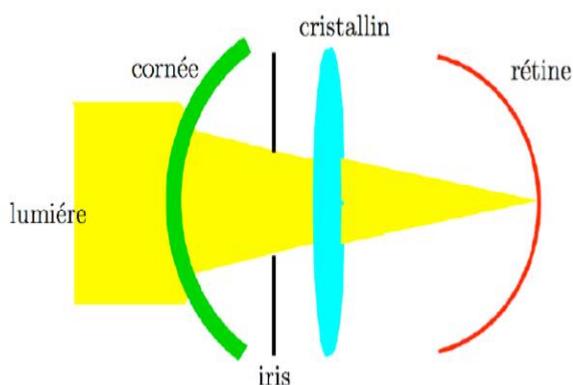


Fig. II-38

- **La cornée**: est une membrane solide et transparente de 11 mm de diamètre au travers de laquelle la lumière entre à l'intérieur de l'œil. Elle est nourrie par un liquide fluide comme l'eau : l'humeur aqueuse ( $n=1.336$ ). La cornée est la principale lentille de l'œil, elle assure environ 80% de la réfraction.

- **L'iris**: Il s'agit du diaphragme de l'œil percé en son centre par la pupille. C'est un muscle qui fait varier l'ouverture de la pupille (entre 2,5 et 7 mm) afin de modifier la quantité de lumière qui pénètre dans l'œil pour éviter l'aveuglement en plein soleil ou capter le peu de rayons la nuit.

- **Le cristallin**: c'est une lentille auxiliaire molle et composée de fines couches superposées. Il se comporte comme une lentille biconvexe de Vergence variable grâce à l'action de muscle ciliaire.

- **La rétine**: c'est la couche sensible à la lumière grâce aux photorécepteurs.

1. L'indice optique

- Indice de la cornée  $n_c = 1,377$
- Indice de l'humeur aqueuse  $n_a = 1,337$
- Indice du cristallin théorique  $n_{cr} = 1,41$
- Indice du corps vitré  $n_v = 1,336$

L'image se forme sur la rétine, qui contient les cellules réceptrices de la lumière (cônes et bâtonnets).

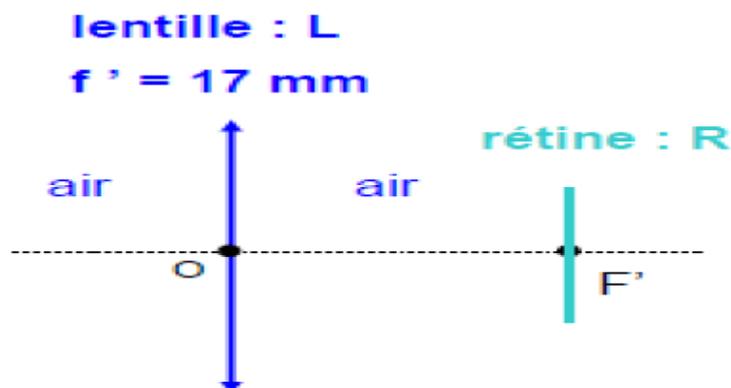


Fig. II-39

L'œil normal au repos :  $F' = R$

-La distance cristallin-rétine est constante (voisine de 1,5 cm). Pour former l'image d'un objet, dont la position varie, à distance constante d'une lentille, il faut que la vergence de celle-ci varie: c'est le phénomène **d'accommodation**. L'augmentation de la vergence de l'œil se fait par déformation du **cristallin** à l'aide des muscles qui l'entourent.

On appelle **accommodation** les modifications oculaires adaptatives permettant d'assurer la netteté des images pour des distances différentes de vision.

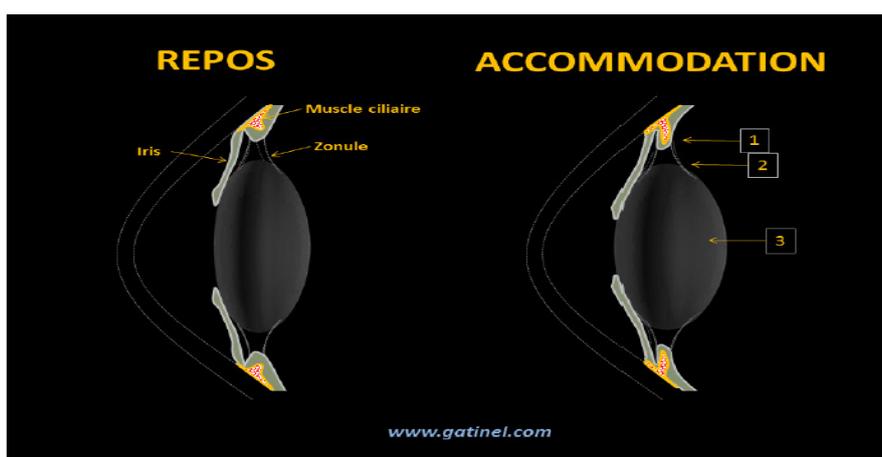


Fig. II-40

2. *Punctum Proximum*

C'est la distance la plus proche correspondant à une image nette. L'œil à ce moment accommode et la vergence du cristallin est maximum.

Œil normal dit emmétrope: P.P.= quelques cm (25 cm).

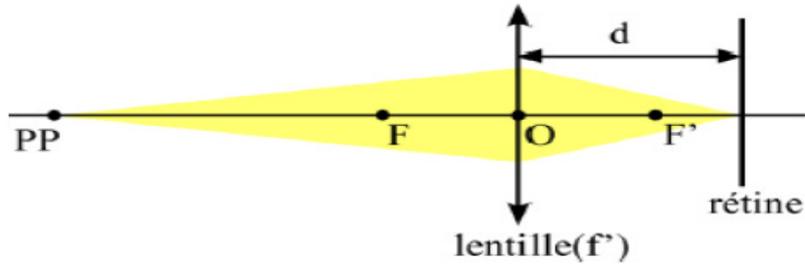


Fig. II-42

3. Ponctum Remotum

C'est la distance la plus éloignée correspondant à une image nette sans accommodation.

Œil normal : P.R. = ∞

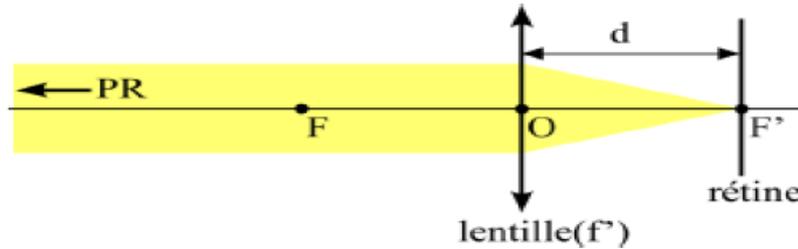


Fig. II-43

Le P. R et le P. P varient avec l'œil de chaque observateur.



Fig. II-44

4. Formation de l'image par l'œil

Les mécanismes de la vision permettent la formation d'une image nette sur la rétine puis une transmission nerveuse jusqu'au cortex.

On distingue : la réfraction, l'accommodation et la constriction des pupilles.

Avant d'atteindre la rétine, les rayons lumineux traversent les milieux transparents de l'œil : la cornée, l'humeur aqueuse, le cristallin et le vitré.

II.9.2. Les défauts de l'œil

a- Myopie:

L'œil myope est un œil dont le cristallin est trop convergent (distance focale au repos trop courte), ce qui fait que l'image d'un objet à l'infini se forme avant la rétine.

$P.R < \infty$  et  $P.P < P.P$  œil normal

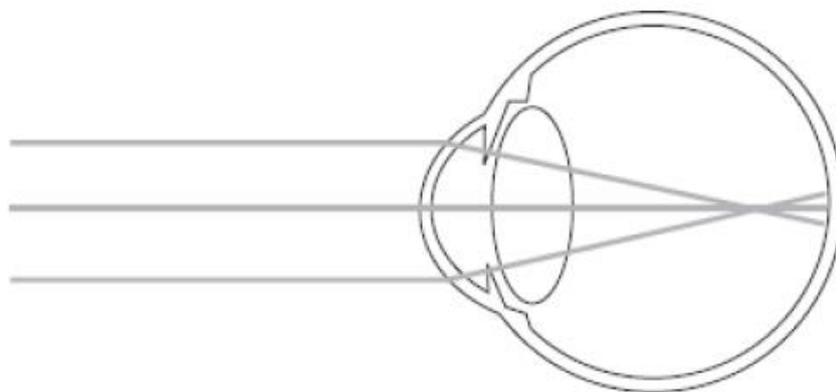


Fig. II-45

**b- Hypermétropie:**

L'œil hypermétrope est un œil dont le cristallin est trop peu convergent (distance focale au repos trop grande), ce qui fait que l'image d'un objet à l'infini, lorsque l'œil n'accommode pas, se forme après la rétine.

$P.R = \infty$  et  $P.P > P.P$  œil normal.

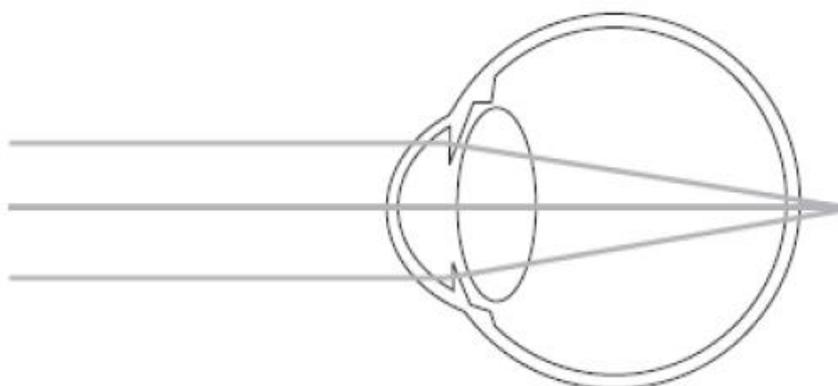


Fig. II-46

**c- L'astigmat:**

Un œil astigmat est un œil qui a perdu sa symétrie de révolution : la cornée est en forme d'ellipsoïde et possède deux axes principaux : le cristallin possédera donc des foyers images différents pour chaque angle. Cela entraîne une vision brouillée, déformée.

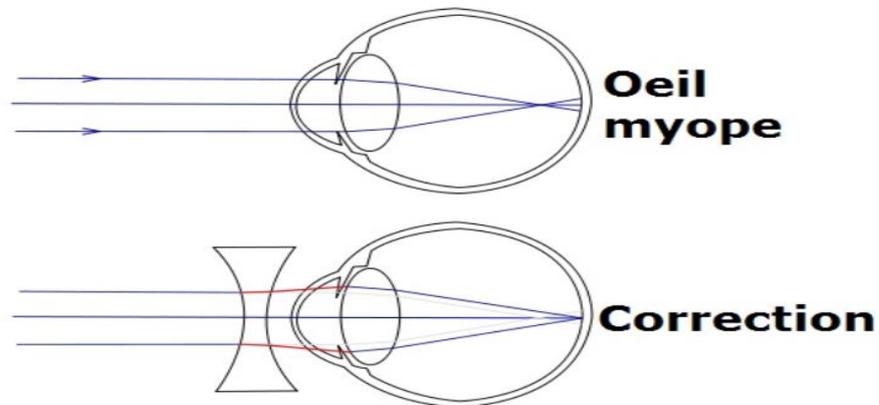
**d- La presbytie :**

La presbytie est un trouble de la vision qui rend difficile l'adaptation de la focale image du cristallin pour voir de près. Ce phénomène touche en général les gens de plus de quarante-cinq ans, car le cristallin commence alors à perdre de sa souplesse.

**II.9.3. Correction des défauts de l'œil**

**a- Correction de la myopie**

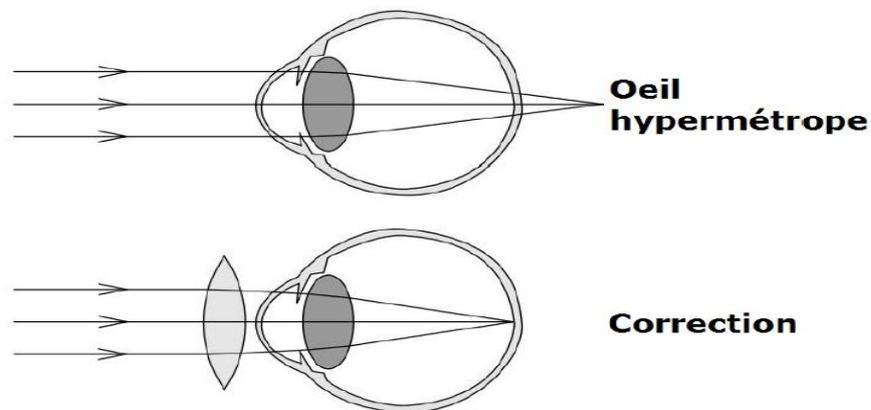
La myopie se corrige en insérant avant l'œil une lentille divergente.



**Fig. II-47**

**b- Correction de l'Hypermétropie**

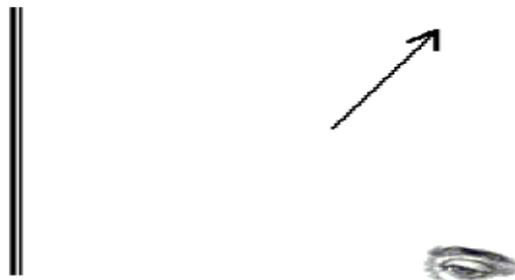
L'Hypermétropie se corrige en insérant avant l'œil une lentille convergente.



**Fig. II-48**

**TD N°04 - Optique géométrique (miroirs plans et sphériques et l'œil réduit) -****Exercice 1: Miroir Plan**

1-Détermine, sur le schéma suivant, le lieu de formation de l'image de la flèche pour un observateur situé en face d'un miroir plan, du même côté que la flèche.



2- À la question précédente, l'image est-elle dépendante de la position de l'observateur?

**Exercice 2: Miroir sphérique concave**

On considère un miroir sphérique concave, de centre C, de sommet S de rayon de courbure  $R = SC = -30 \text{ cm}$  et un objet AB de hauteur 1 cm.

1. Donner la position du foyer F.
2. Déterminer l'image A'B' de AB en précisant sa position, sa nature, son sens et sa taille dans les différents cas suivants : a-  $\overline{SA} = -60 \text{ cm}$ , b-  $\overline{SA} = -20 \text{ cm}$ , c-  $\overline{SA} = 10 \text{ cm}$ . Préciser dans chaque cas la nature de l'objet. Faire la construction de l'image dans les trois cas.

**Exercice 3: Miroir sphérique convexe**

On considère un miroir sphérique convexe, de centre C, de sommet S de rayon de courbure  $R = SC = 30 \text{ cm}$  et un objet AB de hauteur 1 cm.

1. Donner la position du foyer F.
2. Déterminer l'image A'B' de AB en précisant sa position, sa nature, son sens et sa taille dans les différents cas suivants: a-  $\overline{SA} = -30 \text{ cm}$  et b-  $\overline{SA} = 20 \text{ cm}$ . Préciser dans chaque cas la nature de l'objet. Faire la construction de l'image.

**Exercice 4: œil réduit(QCM)**

Choisir une seule réponse parmi celles proposées pour chaque question:

- 1- Les rayons de lumière qui pénètrent dans l'œil sont déviés par: **a-** la rétine. **b-** l'iris. **c-** la pupille. **d-** le cristallin.
- 2- L'endroit où se forme l'image dans un œil est: **a-** la rétine. **b-** l'iris. **c-** la pupille. **d-** le cristallin
- 3- La quantité de lumière qui rentre dans l'œil est contrôlée par: **a-** la rétine. **b-** l'iris. **c-** la pupille. **d-** le cristallin. **e-** l'iris et la pupille.
- 4- Dans le modèle de l'œil réduit, la lentille convergente joue le rôle: **a-** de la rétine. **b-** de la pupille. **c-** du cristallin.
- 5- Un œil peut être modélisé par : **a-** Une lentille convergente, une source de lumière et un écran.

**b**-une lentille convergente, un diaphragme et un écran. **c**- Une lentille convergente, une source de lumière et un diaphragme.

6- Dans le modèle de l'œil réduit, l'écran joue le rôle : **a**- de la rétine. **b**- de la pupille. **c**- du cristallin.

7- Quand l'œil accommode: a-la pupille s'agrandit. b- le cristallin se déforme. c-la rétine se rapproche du cristallin. d- la rétine s'éloigne du cristallin.

### Exercice 5: œil réduit

A- Un œil myope est assimilable, quand il n'accommode pas, à une lentille de 15mm de distance focale. La rétine est alors située à 1 mm au delà du foyer image  $F'_O$ .

Déterminer:

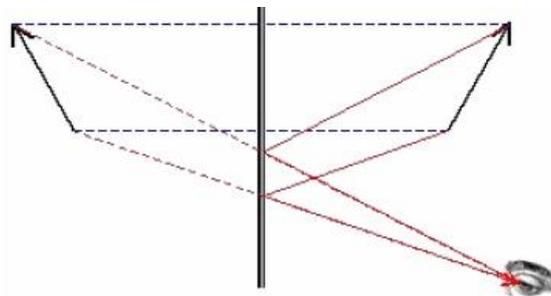
1. La distance de l'œil au punctum remotum
2. Le numéro de la lentille correctrice à utiliser

B- Mêmes questions que la partie A pour un œil hypermétrope dont la distance focale est de 15 mm quand il n'accommode pas et dont la rétine est alors située à 1 mm en deçà du foyer image  $F'_H$ .

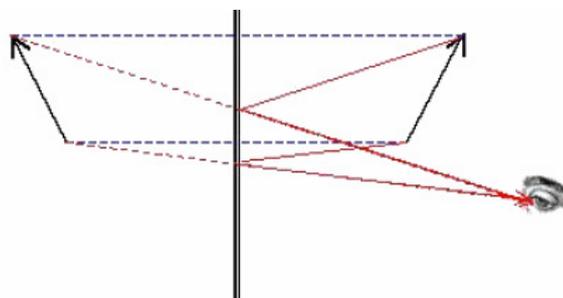
### TD N°04 - Réponses des exercices:

#### Exercice 1:

1- Voir schéma ci-dessous.



2- La position de l'image n'est pas dépendante de la position de l'observateur. La flèche n'ayant pas changé de position devant le miroir, son image restera à la même place même si l'observateur change de position comme le montre le schéma suivant.



**Exercice 2:**

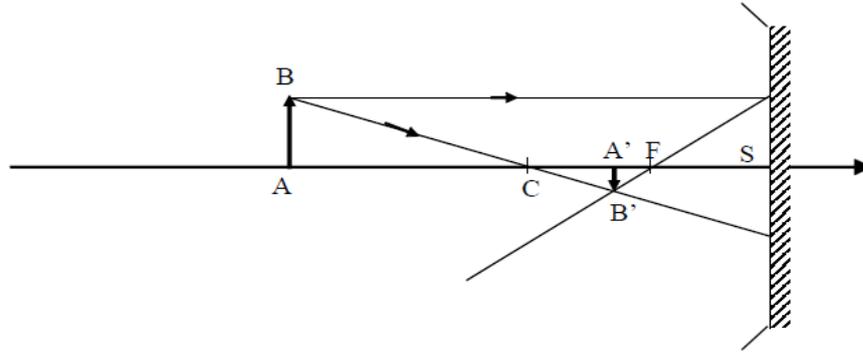
1. Le foyer  $F$  du miroir se trouve au milieu du segment  $[SC]$  et  $\overline{SF} = -15 \text{ cm}$ .

2. la formule de conjugaison :  $\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{1}{\overline{SF}} = \frac{2}{\overline{SC}}$ .

D'où  $\overline{SA'} = \frac{\overline{SF} \cdot \overline{SA}}{\overline{SA} - \overline{SF}}$  et  $\delta = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$

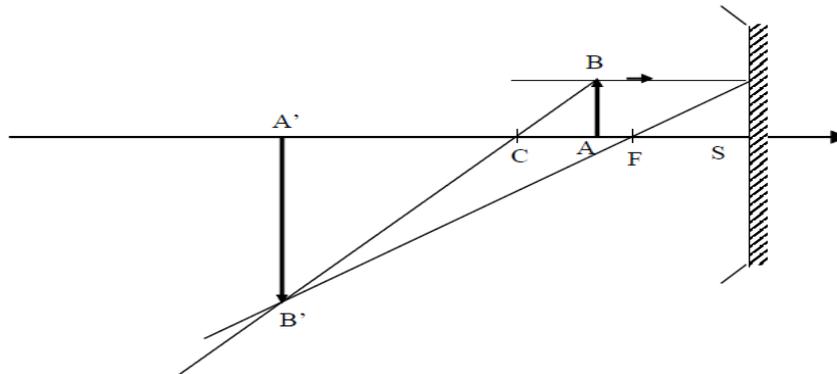
a-  $\overline{SA} = -60 \text{ cm}$ ;  $\overline{SA'} = -20 \text{ cm}$ ;  $\gamma = \frac{1}{3}$  et  $\overline{A'B'} = 0.33 \text{ cm}$

L'image et l'objet sont réels. L'image est renversée et trois fois plus petite que l'objet.



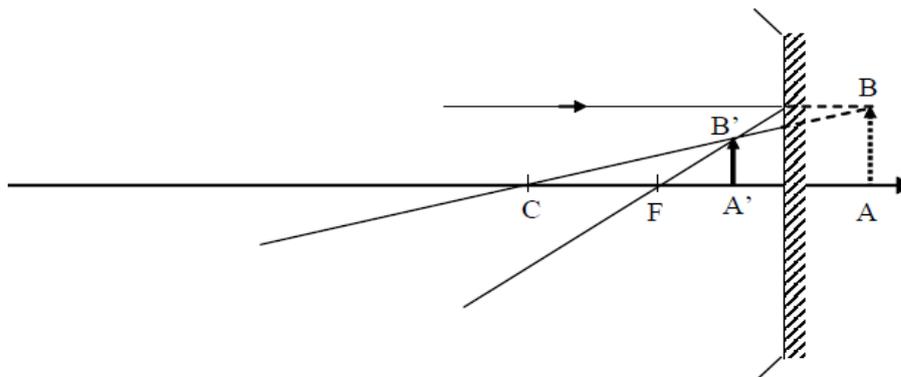
b-  $\overline{SA} = -20 \text{ cm}$ ;  $\overline{SA'} = -60 \text{ cm}$ ;  $\gamma = 3$  et  $\overline{A'B'} = 3 \text{ cm}$

L'image et l'objet sont réels. L'image est renversée et trois fois plus grande que l'objet.



c-  $\overline{SA} = 10 \text{ cm}$ ;  $\overline{SA'} = -60 \text{ cm}$ ;  $\overline{SA'} = -6 \text{ cm}$ ;  $\gamma = 0.6$  et  $\overline{A'B'} = 0.6 \text{ cm}$

L'image est donc réelle et de même sens que l'objet.



**Exercice 3:**

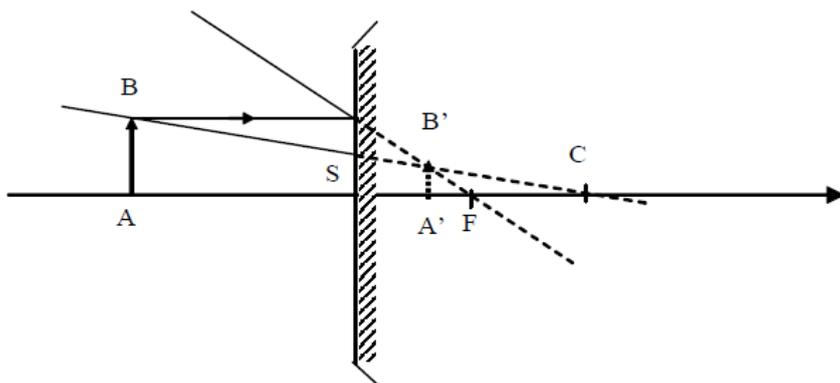
1. Le foyer  $F$  du miroir se trouve au milieu du segment  $[SC]$  et  $\overline{SF} = 15 \text{ cm}$ .

2. la formule de conjugaison:  $\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{1}{\overline{SF}} = \frac{2}{\overline{SC}}$ .

D'où  $\overline{SA'} = \frac{\overline{SF} \cdot \overline{SA}}{\overline{SA} - \overline{SF}}$  et  $\delta = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$

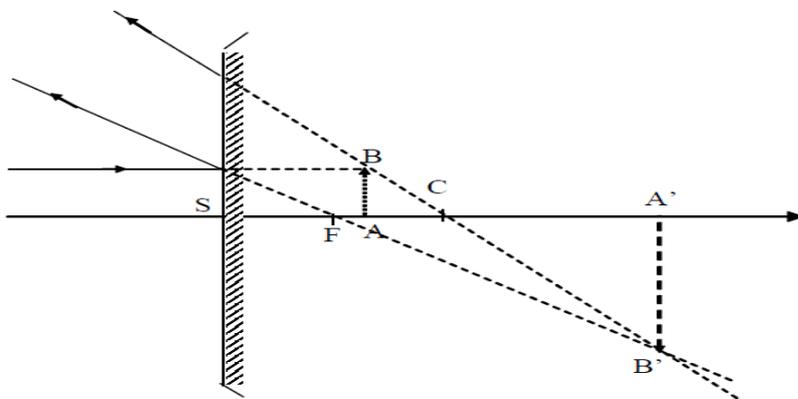
a-  $\overline{SA} = -30 \text{ cm}$ ;  $\overline{SA'} = 10 \text{ cm}$ ;  $\gamma = \frac{1}{3}$  et  $\overline{A'B'} = 0.33 \text{ cm}$

L'image est virtuelle, droite et plus petite que l'objet.



b-  $\overline{SA} = 20 \text{ cm}$ ;  $\overline{SA'} = 60 \text{ cm}$ ;  $\gamma = -3$  et  $\overline{A'B'} = -3 \text{ cm}$

L'objet et l'image sont virtuels. L'image est renversée et trois fois plus grande que l'objet.



**Exercice 4:**

1: d; 2: a; 3: e; 4: c; 5: b; 6: a; 7: b.

**Exercice 5:**

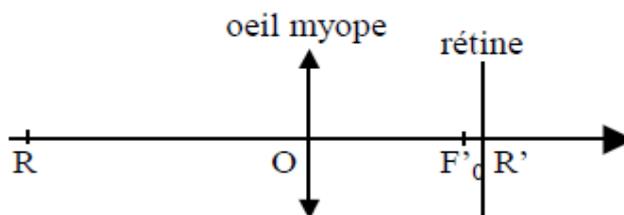
A- 1. Distance OR:  $\frac{1}{\overline{OR'}} - \frac{1}{\overline{OR}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$  avec  $\overline{OF'}$  = 15 mm et  $\overline{OR'} = 15 + 1 = 16 \text{ mm}$ ;

Soit:  $\overline{OR'} = -240 \text{ mm} = -0.24 \text{ m}$ .

2. Lentille correctrice: Le verre correcteur est une lentille divergente dont le foyer image est en R.

Sa distance focale est donc  $\overline{F'_c} = -0.24 \text{ m}$  et sa vergence est:  $C = -\frac{1}{0.24} =$

$-4.2$  dioptrie, c'est le numéro demandé.



B- 1. Distance OR:  $\frac{1}{OR'} - \frac{1}{OR} = \frac{1}{OF'_H}$  avec  $\overline{OF'_H} = 15 \text{ mm}$  et  $\overline{OR'} = 15 - 1 = 14 \text{ mm}$ ;

Soit:  $\overline{OR'} = 210 \text{ mm} = 0.21 \text{ m}$ .

2. Lentille correctrice: Le verre correcteur est une lentille convergente dont le foyer image est en R.

Sa distance focale est donc  $\overline{F'_c} = 0.21 \text{ m}$  et sa vergence est:  $C = \frac{1}{0.21} =$

$+4.8$  dioptrie, c'est le numéro demandé.

