

## 2. TRANSMISSION SUR UNE LIGNE A DEUX CONDUCTEURS METALLIQUES : REGIME HARMONIQUE

### 2.1 Réalisations matérielles :

Les lignes de transmission se présentent sous les formes suivantes :

- ligne à deux conducteurs parallèles (ligne bifilaire) : deux conducteurs de cuivre séparés par un isolant ; le câble électrique ordinaire en est un exemple.

- ligne à deux conducteurs torsadés (ligne torsadée) [UTP, *unshielded twisted pair*] : idem mais structure torsadée de manière à réduire de rayonnement produit ainsi que l'effet des perturbations extérieures ; ces lignes existent commercialement sous différentes « catégories » (1 à 5, suivant leur fréquence limite d'utilisation), elles sont largement utilisées dans les câblages téléphoniques et informatiques des bâtiments.

- ligne torsadée à écran (« ligne blindée\* ») [STP, *shielded twisted pair*] : idem mais l'ensemble est à l'intérieur d'un écran de manière à annuler quasiment le rayonnement produit ainsi que l'effet des perturbations extérieures (attention : cet écran est efficace dès lors que son épaisseur atteint ou dépasse « l'épaisseur de peau » pour la fréquence minimale considérée)

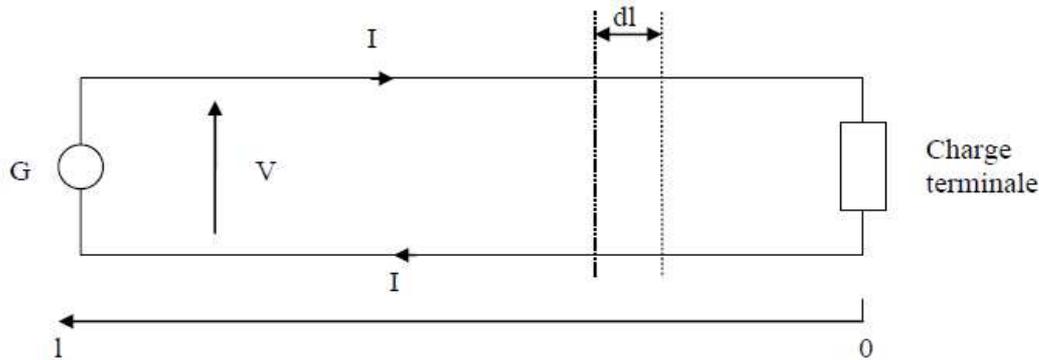
\* le mot blindage est plutôt réservé pour l'aspect de la protection mécanique (blindage en feuillard d'acier par exemple)

- câble coaxial : un conducteur central et un conducteur périphérique séparés par un isolant, le conducteur périphérique faisant office d'écran ; ce câble est généralement utilisé pour les liaisons « RF »

A ces lignes, il convient d'ajouter les structures de câblage des équipements. En effet, le processus de transmission de source à utilisation se retrouve à chaque étape du traitement de l'information, même au niveau interne d'un équipement. Les liaisons entre éléments se font à l'aide de conducteurs câblés (câblage « traditionnel »), de conducteurs imprimés (circuits imprimés) ou encore de conducteurs intégrés (circuits intégrés monolithiques). Au niveau des circuits imprimés en particulier, des géométries particulières sont alors utilisées : ligne imprimée « micro-ruban » (« *microstrip* », « *stripline* ») et ligne « triplaque » :

## 2.2 Modélisation des lignes de transmission, constantes primaires

Quelque soit la réalisation matérielle de la ligne de transmission constituée de deux conducteurs électriques séparés par un isolant, le modèle électrique suivant sera adopté :



La propagation du courant électrique n'est pas instantanée, mais se fait à la vitesse  $v$  qui est fonction des caractéristiques des matériaux utilisés :

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$$

où  $c$  est la vitesse de propagation électromagnétique dans le vide (« vitesse de la lumière »), soit  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s.

Afin de prendre en compte cette vitesse finie, on va étudier les tensions et courants sur cette ligne, pour une abscisse  $l$  déterminée. Pour cela, chaque endroit de la ligne sera repéré à l'aide d'un axe des longueurs, prenant origine sur la charge terminale de la ligne et orienté vers la source (usage généralement adopté).

Les grandeurs tensions et courants sont alors des fonctions de deux variables : le temps et l'abscisse sur la ligne :  $V(l,t)$  et  $I(l,t)$

Pour chaque tronçon  $dl$  de la ligne (pour lequel on peut donc négliger la propagation, donc adopter un raisonnement de circuit électrique traditionnel), il est nécessaire de prendre en compte les effets suivants, dès lors que l'on se trouve en régime variable (source délivrant une fonction quelconque, mais variable dans le temps) :

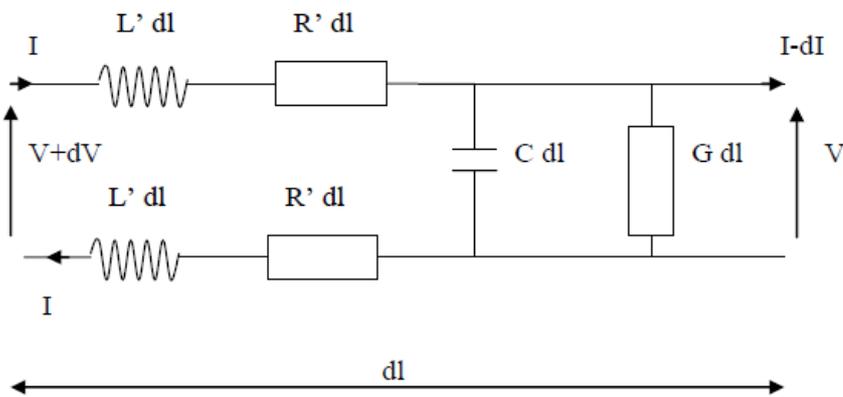
- effet résistif de chacun des deux conducteurs, car les conducteurs ne sont pas parfaits (résistivité non nulle) et il faut prendre en compte l'effet de peau (densité de courant décroissante au fur et à mesure de l'enfoncement dans le conducteur) : cet effet se traduit par un effet Joule consommateur d'énergie, modélisable par une résistance électrique de valeur  $R \cdot dl$

- effet conductif de l'isolant séparant les deux conducteurs, car l'isolant n'est pas parfait (conductivité non nulle) et entraîne également une consommation d'énergie par effet Joule, modélisable par une conductance électrique de valeur  $G \cdot dl$

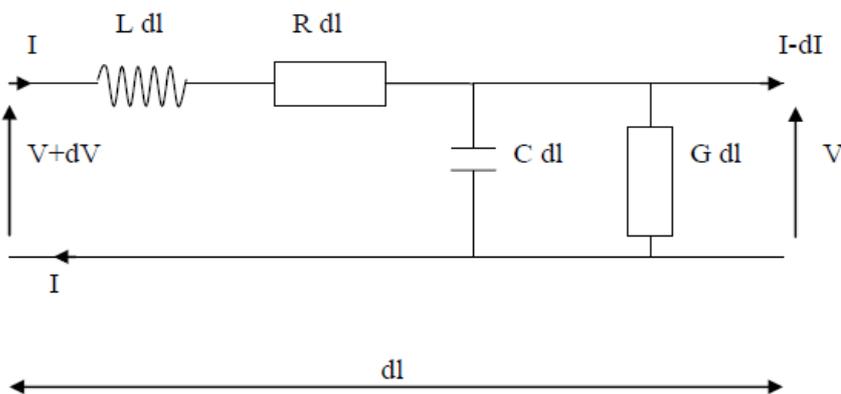
- effet inductif de chacun des conducteurs, traduisant l'effet d'auto-induction du segment de conducteur sur lui-même, tendant à freiner les variations du courant (loi de Lenz), cet effet est modélisable par une inductance valeur  $L'dl$

- effet capacitif mis en évidence par le système composé des deux conducteurs séparés par l'isolant, traduisant la dépendance mutuelle de variation de charge sur chacun des deux conducteurs tendant à freiner les variations de la tension, cet effet est modélisable par un condensateur de valeur  $Cdl$

D'où le modèle local suivant :



Il est possible de simplifier le modèle précédent en regroupant les résistances et les inductances, dès lors qu'elles sont parcourues par les mêmes valeurs de courant, soit en notant  $R = 2 R'$  et  $L = 2L'$  :



Il faut bien noter que R, L, C, G sont des grandeurs linéiques (exprimées par unité de longueur) : respectivement ohm/m, henry/m, farad/m, siemens/m.

Ces grandeurs **RLCG** sont nommées : **constantes primaires** de la ligne.

Les ordres de grandeurs pour L et C sont variables suivant la géométrie de la ligne, toutefois, des valeurs courantes sont :

- pour L : de 50 à 500 nH / m
- pour C : de 20 à 100 pF / m

### 2.3 Equation des télégraphistes, constantes secondaires

Le modèle précédemment adopté conduit aux relations générales suivantes :

$$dV(l, t) = R \cdot dl I(l, t) + L \cdot dl \frac{\partial I(l, t)}{\partial t}$$

$$dI(l, t) = G \cdot dl V(l, t) + C \cdot dl \frac{\partial V(l, t)}{\partial t}$$

On se place à présent en régime sinusoïdal établi de pulsation  $\omega$ . Il faut bien noter qu'il ne s'agit pas d'un cas particulier, mais au contraire du cas général de l'ensemble des transmissions utilisant le procédé du « porteur sinusoïdal » (signal « modulé » en amplitude, en fréquence ou en phase). Ce procédé est universellement employé pour les transmissions « sans fil », mais est également utilisé pour les transmissions sur lignes (ne serait-ce que pour faire la liaison avec les antennes et les équipements parcourus par de tels signaux).

Sous cette condition, il est avantageux d'adopter la « notation complexe abrégée » qui consiste à définir :

$$\underline{V}(l) \quad \text{par} \quad V(l, t) = \text{Re}[\underline{V}(l) \cdot e^{j\omega t}]$$

$$\underline{I}(l) \quad \text{par} \quad I(l, t) = \text{Re}[\underline{I}(l) \cdot e^{j\omega t}]$$

Cependant, par la suite, pour l'aisance de notation et sauf confusion, les tensions et courants complexes seront simplement notés :  $V(l)$  et  $I(l)$  (sans soulignement).

Les dérivées partielles se traduisent alors par :  $\frac{\partial V}{\partial t} = j\omega V$  et  $\frac{\partial I}{\partial t} = j\omega I$

D'où l'écriture complexe des relations générales :

$$dV(l) = (Rdl + jLdl\omega) I(l)$$

$$dI(l) = (Gdl + jCdl\omega) V(l)$$

qui s'écrit aussi :

$$\frac{dV(l)}{dl} = (R + jL\omega)I(l) \quad \text{et} \quad \frac{dI(l)}{dl} = (G + jC\omega)V(l)$$

$$\frac{d^2V(l)}{dl^2} = (R + jL\omega)(G + jC\omega)V(l)$$

La solution générale de cette équation différentielle du second ordre s'écrit alors :

$V(l) = A.e^{\gamma l} + B.e^{-\gamma l} \quad (\text{équation des télégraphistes})$
--

en notant :  $\gamma^2 = (R + jL\omega)(G + jC\omega) = (\alpha + j\beta)^2$

$$V(l) = A.e^{(\alpha + j\beta)l} + B.e^{-(\alpha + j\beta)l}$$

ce qui définit ainsi trois grandeurs :

- $\alpha$ , **constante d'atténuation** (terme  $e^{\alpha l}$ )
- $\beta$ , **constante de phase** (terme  $e^{j\beta l}$  de module 1)
- $\gamma$ , **constante de propagation**

ainsi que les deux constantes d'intégration A et B qui dépendent des conditions aux limites (les deux extrémités de la ligne, pour lesquelles il y aura deux relations tension/courant)

On a les relations :

$$RG - LC\omega^2 = \alpha^2 - \beta^2 \quad \text{et} \quad (LG + RC)\omega = 2\alpha\beta$$

ainsi,  $\alpha$  et  $\beta$  sont forcément de même signe, que l'on prend positif par convention, sinon cela reviendrait à remplacer  $\gamma$  par  $-\gamma$ , ce qui ne changerait rien à l'expression de  $V(l)$ .

Remarquons que dans le cas de lignes « sans pertes » (c'est-à-dire ayant des pertes Joule négligeables), cela conduit à  $R = 0$  et  $G = 0$  ce qui amène à :  $\alpha = 0$  et  $\beta^2 = LC\omega^2$

>>> Le terme  $\alpha$  est ainsi bien significatif de l'atténuation par effet Joule dans la ligne.

De même, la résolution en courant  $I(l)$  amène à :

$$I(l) = \frac{1}{Z_c} (A.e^{\gamma l} - B.e^{-\gamma l})$$

en notant :

$Z_c = \sqrt{\frac{R + jL\omega}{G + jC\omega}}$
--

ce qui définit une quatrième grandeur :

**-  $Z_c$ , impédance caractéristique**

Les quatre grandeurs  $\alpha$   $\beta$   $\gamma$   $Z_c$  ne dépendent que des constantes primaires RLCG de la ligne et de la pulsation  $\omega$  : ce sont les **constantes secondaires**.

Dans le cas d'une ligne sans pertes (pertes négligeables),  $Z_c$  est réelle et sa valeur ne dépend plus de  $\omega$ .

L'ordre de grandeur de  $Z_c$  dépend de la géométrie de la ligne, les valeurs courantes vont de 30  $\Omega$  à 600  $\Omega$ .

Il y a deux valeurs remarquables pour les câbles coaxiaux : 50  $\Omega$  et 75  $\Omega$ . La première correspond à un choix de dimensions (rayons des conducteurs) tels que l'on ait des pertes minimales avec des conducteurs cuivre et un isolant polyéthylène (effet de peau des conducteurs et conductivité de l'isolant), la deuxième correspond à l'impédance d'une antenne  $\lambda/2$  dans le cas d'une transmission radioélectrique.

Il y a également une valeur remarquable en ligne torsadée : 600  $\Omega$ , impédance normalisée de référence en téléphonie.

**2.4 Interprétation physique, propagation et réflexion :**

Les expressions de  $V$  et de  $I$  montrent clairement deux termes essentiellement différenciés par le signe de l'argument de l'exponentielle.

$$V(l) = A.e^{(\alpha+j\beta)l} + B.e^{-(\alpha+j\beta)l} = A.e^{\alpha l} . e^{j\beta l} + B.e^{-\alpha l} . e^{-j\beta l}$$

terme «  $V_A$  »      terme «  $V_B$  »

Le terme  $V_A$  a pour module  $|A|.e^{\alpha l}$ , donc croissant avec l'abscisse  $l$ . Compte tenu du choix de l'orientation de l'axe des abscisses, cela conduit à un terme dont le module décroît quand on se déplace vers l'origine, c'est-à-dire vers la terminaison. Il en va de même pour le courant. Cela est tout à fait cohérent, car la puissance (produit  $VI$ ) décroît naturellement de la source vers la terminaison, la différence passant en effet Joule.

Par contre, le terme  $V_B$  a pour module  $|B|.e^{-\alpha l}$ , donc décroissant avec l'abscisse  $l$ . Le même raisonnement conduit alors à une puissance associée à ce terme qui croît de la source vers la terminaison, ce qui correspondrait à un gain de puissance ! Le système étant isolé de toute autre source d'énergie autre que la source électrique branchée au bord de la ligne, il est inconcevable qu'il y ait un tel gain. Ce terme ne peut donc pas correspondre à une propagation de la source vers la terminaison. Il y a donc deux possibilités : ou bien ce terme est nul ( $B=0$ ), ou bien ce terme correspond en fait à une propagation rétrograde (c'est-à-dire de la terminaison vers la source).

La première hypothèse ( $B=0$ ) impose une condition particulière au niveau des extrémités de la ligne (on rappelle que  $A$  et  $B$  sont les constantes d'intégration de l'équation différentielle) et ne peut donc pas être générale en ce sens où source et terminaison peuvent être choisies de valeurs quelconques, entraînant alors des valeurs diverses pour  $A$  et  $B$ , pas nécessairement nulle pour  $B$ .

La deuxième hypothèse révèle une propagation d'énergie depuis la terminaison vers la source et peut être interprétée comme un processus de **réflexion** d'énergie sur la terminaison, cette énergie provenant bien entendu de la source (terme  $V_A$ ). Ce processus est tout à fait

comparable à la réflexion de la lumière sur un objet réfléchissant (totalement comme un miroir ou partiellement comme tout objet qui n'est pas noir mat, pour ce qui concerne l'optique visible).

**Le terme  $V_A$  est donc nommé : onde incidente (propagation source vers terminaison)**

**Le terme  $V_B$  est donc nommé : onde réfléchie (propagation terminaison vers source)**

**On note :  $V(l) = V_i(l) + V_r(l)$  et  $I(l) = I_i(l) + I_r(l)$**

## 2.5 Vitesse de propagation et longueur d'onde

Par souci de simplification, on se place ici dans le cas où l'on peut négliger les pertes ( $\alpha = 0$ ), et on supposera aussi que A et B sont réels. (Ces hypothèses ne changent en rien les conséquences pour la détermination de la vitesse de propagation, mais simplifient les expressions)

On alors :  $V(l) = V_i(l) + V_r(l) = A \cdot e^{j\beta l} + B \cdot e^{-j\beta l}$

Donc :  $V_i(l,t) = \text{Re} [V_i(l) e^{j\omega t}] = A \cos(\omega t + \beta l)$

Et :  $V_r(l,t) = \text{Re} [V_r(l) e^{j\omega t}] = B \cos(\omega t - \beta l)$

Relativement au terme incident d'abord, on peut définir la vitesse de propagation comme étant la vitesse que devrait avoir un observateur de manière à ce que celui-ci puisse observer un état de phase constante de ce terme :

ceci sera réalisé si, partant d'une abscisse  $l_0$  à un instant  $t_0$ , la phase  $\varphi_0$  est conservée quand l'observateur se déplace de  $\Delta l$  en un temps  $\Delta t$ , c'est-à-dire :

$$\varphi_0 = \omega t_0 + \beta l_0 = \omega(t_0 + \Delta t) + \beta(l_0 + \Delta l) \quad \text{ce qui conduit à : } \omega \Delta t + \beta \Delta l = 0$$

La vitesse de propagation est donc égale à  $\Delta l / \Delta t = -\omega / \beta$ , le signe négatif indique que la propagation s'effectue suivant le sens des abscisses décroissantes, ce qui est bien le cas (on rappelle encore que l'axe des abscisses est orienté vers la source).

La vitesse de propagation vaut donc : 
$$v = \frac{\omega}{\beta}$$

Pour une ligne sans pertes ( $\alpha = 0$ ), nous avons vu que  $\beta = \omega\sqrt{LC}$ , donc : 
$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

On montre que, pour une ligne à deux conducteurs, isolée et non rayonnante (pas d'influence électrostatique ou électromagnétique extérieure), la valeur du produit LC est indépendante de la géométrie de la ligne et vaut :  $LC = \varepsilon\mu = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r = (1/c^2) \varepsilon_r \mu_r$  avec  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s,  $\varepsilon_r$  étant la permittivité diélectrique de l'isolant séparant les conducteurs et  $\mu_r$  la perméabilité magnétique des conducteurs.

On a ainsi : 
$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}}$$
, relation que l'on retrouve dans le cas de la propagation en espace libre.

On appelle parfois « k » le coefficient de vélocité de la ligne :  $k = v / c$  (valeur inférieure à 1)  
 En principe,  $\mu_r = 1$  et  $\epsilon_r$  vaut entre 1 (air) et 10 environ, suivant le matériau employé pour l'isolant de la ligne. De ce fait, les coefficients de vélocité valent de 1 à 1/3 environ.

La **longueur d'onde**  $\lambda$  est, par définition, la distance parcourue par l'onde (propagation) durant une période T de la fonction sinusoïdale produite par la source.

On a ainsi :  $\lambda = v \cdot T = (\omega / \beta) \cdot (2\pi / \omega) = 2\pi / \beta$

Remarquons que l'on a aussi :  $\lambda = v \cdot T = v / f$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2\pi}{\beta}$$

## 2.6 Lignes sans pertes

Dans la réalité des réalisations des lignes, on peut souvent considérer que celles-ci ont des pertes par effet Joule négligeables, ce qui conduit à annuler les valeurs de R et de G.

On a alors :  $\gamma^2 = jL\omega \cdot jC\omega = -LC\omega^2$  d'où :  $\alpha = 0$  et  $\beta^2 = LC\omega^2$

Puis :  $Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} = R_c$ , valeur réelle appelée « **résistance caractéristique** »

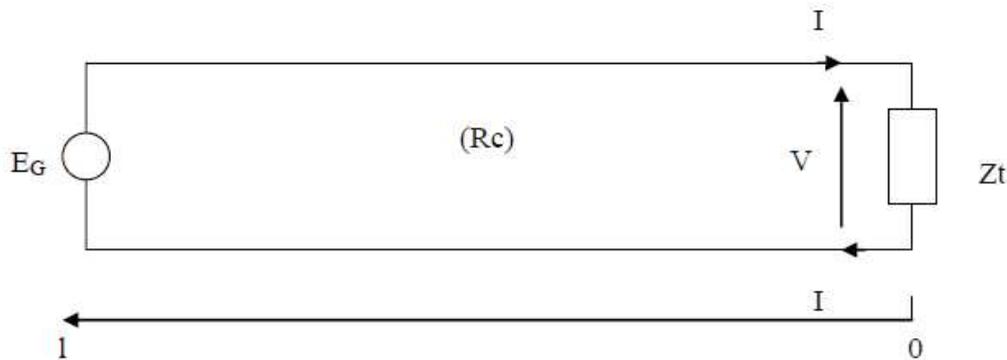
Avec les notations précédentes, les relations deviennent les suivantes :

$$V(l) = A \cdot e^{j\beta l} + B \cdot e^{-j\beta l} \text{ et } I(l) = \frac{1}{R_c} (A \cdot e^{j\beta l} - B \cdot e^{-j\beta l})$$

*Pour toute la suite, nous utiliserons ces expressions*

## 2.7 Coefficient de réflexion

La ligne est terminée par une impédance  $Z_t$  :



$$V(l) = A.e^{j\beta l} + B.e^{-j\beta l}$$

$$I(l) = \frac{1}{R_c} (A.e^{j\beta l} - B.e^{-j\beta l})$$

Au niveau de la charge ( $l = 0$ ), la loi d'Ohm s'applique :

$$V(0) = A + B \quad I(0) = \frac{1}{R_c} (A - B) \quad V(0) = Z_t I(0)$$

$$\frac{V(0)}{I(0)} = Z_t = R_c \frac{A + B}{A - B}$$

Le **coefficient de réflexion**, noté  $\Gamma$ , exprime le rapport des amplitudes complexes B par rapport à A : c'est un nombre complexe qui exprime donc l'effet de réflexion, en module (intensité de la réflexion, nulle à totale) et en phase (déphasage de la tension réfléchie par rapport à la tension incidente, au point de réflexion).

On note :  $\Gamma = \rho e^{j\varphi} = \frac{B}{A}$

D'où :  $Z_t = R_c \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma}$  équivalent à :  $\Gamma = \frac{Z_t - R_c}{Z_t + R_c}$

## 2.8 Abaque de Smith

On appelle **impédance réduite** (par rapport à  $R_c$ ), la grandeur sans dimension :  $z = Z / R_c$

On obtient alors : 
$$\boxed{Z_t = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma}}$$
 équivalent à : 
$$\boxed{\Gamma = \frac{Z_t - 1}{Z_t + 1}}$$

Ces deux relations précédentes expriment des transformations homographiques, que l'on peut représenter graphiquement en coordonnées polaires, compte tenu du fait que le nombre complexe  $\Gamma$  est toujours de module inférieur ou égal à 1. En effet, en aucun cas, l'amplitude de la tension réfléchie ne peut être supérieure à celle de la tension incidente ; si c'était le cas, l'application du calcul de la puissance par  $V^2/\text{Re}(Z_t)$  montrerait un gain de puissance alors que la terminaison  $Z_t$ , de quelque nature qu'elle soit ne peut que dissiper de la puissance ou, à la limite, ne pas en consommer (charge réactive, nulle ou infinie), mais jamais en produire !

Cette assertion basée sur un raisonnement physique peut être aussi être prouvée grâce à la relation qui lie le coefficient de réflexion à  $Z_t$ , dès lors que l'on sait que  $\text{Re}(Z_t)$  est positive ou nulle (une partie réelle négative introduisant le concept de « résistance négative », inexistante physiquement ou résultat d'une modélisation d'un apport extérieur d'énergie, contraire à noter hypothèse).

Le diagramme en coordonnées polaires représentant  $\Gamma$  est donc tracé dans le plan complexe. Il reçoit un triple repérage :

- en module et phase :  $\Gamma = \rho e^{j\varphi}$
- en coordonnées cartésiennes :  $\Gamma = a + jb$
- en valeurs de  $z = r + jx$ , grâce à la relation qui lie  $\Gamma$  à  $z$

Un tel diagramme, muni principalement de son repérage en valeurs de  $z$  se nomme :

### ABAQUE DE SMITH

$$\boxed{\Gamma = \frac{z - 1}{z + 1}}$$

Il est aisé de montrer que les lieux à  $r$  constant constituent une famille de cercles tous tangents au point ( $a=1, b=0$ ), le rayon de ces cercles valant :  $R_r = 1/(1+r)$ . Les deux cercles limites sont alors le cercle centré sur l'origine et de rayon 1 (correspondant à  $r = 0$  : charge à partie réelle nulle) et le cercle réduit au point de tangence donc de rayon nul (correspondant à  $r = \infty$  : charge à partie réelle infinie, donc circuit ouvert).

De même, les lieux à  $x$  constant constituent également une famille de cercles, orthogonaux aux précédents, tous tangents au même point ( $a=1, b=0$ ), le rayon de ces cercles valant :  $R_x = 1/x$ . Les trois cercles limites sont alors la droite  $b = 0$  donc de rayon infini (correspondant à  $x = 0$  : charge réelle pure) et les deux cercles réduits au point de tangence (correspondant à  $x = +\infty$  et  $x = -\infty$ ).

Tous les points représentatifs d'une impédance réduite  $z = r + j x$  sont contenus dans le disque centré sur l'origine du plan complexe et de rayon 1.

Autres points remarquables :

Le cercle correspondant à  $r = 1$  (ce qui signifie que  $R = R_c$ ) passe par l'origine (c'est le seul de sa famille à la faire).

L'origine correspond à  $r = 1$  et  $x = 0$ , soit en valeurs non réduites :  $R = R_c$  et  $X = 0$ , soit encore :  $Z = R_c$ .

Une impédance terminale  $Z_t$  qui aurait la valeur  $R_c$  conduit à un coefficient de réflexion  $\Gamma$  nul, donc à une absence de réflexion, ce qui signifie que la puissance émise par la source est intégralement dissipée par la terminaison : on dit qu'il y a **adaptation**.

Sur la figure représentant l'abaque de Smith, les points suivants ont été repérés :

- point A :  $z = 0$      $\Gamma = -1$     représente le court circuit ( $Z = 0$ )
- point B :  $z = \infty$      $\Gamma = +1$     représente le circuit ouvert
- point C :  $z = 1$      $\Gamma = 0$     représente une terminaison adaptée ( $Z_t = R_c$ )
- point D :  $z = 0,40 + j 0,60$  représente une impédance quelconque
- point E :  $z = 1,40 - j 0,40$  représente une impédance quelconque

Cet abaque de Smith permet de localiser graphiquement une valeur de terminaison, en évaluant son coefficient de réflexion (en module et phase, par lecture sur le plan complexe). Plus une impédance correspond à un point représentatif proche de l'origine (point C), meilleure sera l'adaptation, correspondant à une meilleure dissipation de la puissance émise par la source (et plus faible sera donc la réflexion).

L'utilisation de cet abaque est plus large, en particulier pour visualiser les variations de tensions et courant le long de la ligne et pour guider à des méthodes d'adaptation de la terminaison à la ligne.

Enfin, cet abaque a été construit sur la relation : coefficient de réflexion - impédance réduite ( $\Gamma - z$ ).

Il est possible de faire la même chose sur la relation : coefficient de réflexion - admittance réduite ( $\Gamma - y$ ), l'admittance réduite valant :  $y = Y / (1/R_c) = Y \cdot R_c$  avec  $Y = 1/Z$ .

Le calcul de  $\Gamma$  avec  $y$  fait apparaître une expression similaire à celle obtenue avec  $z$ , au signe de  $\Gamma$  près :

$$\Gamma = \frac{z-1}{z+1} \quad \text{ou} \quad \Gamma = \frac{1-y}{1+y} = -\frac{y-1}{y+1}$$

Cette relation implique que le passage «  $z$  » vers «  $y$  » ou inversement se ramène à un changement  $\Gamma$  vers  $-\Gamma$ .

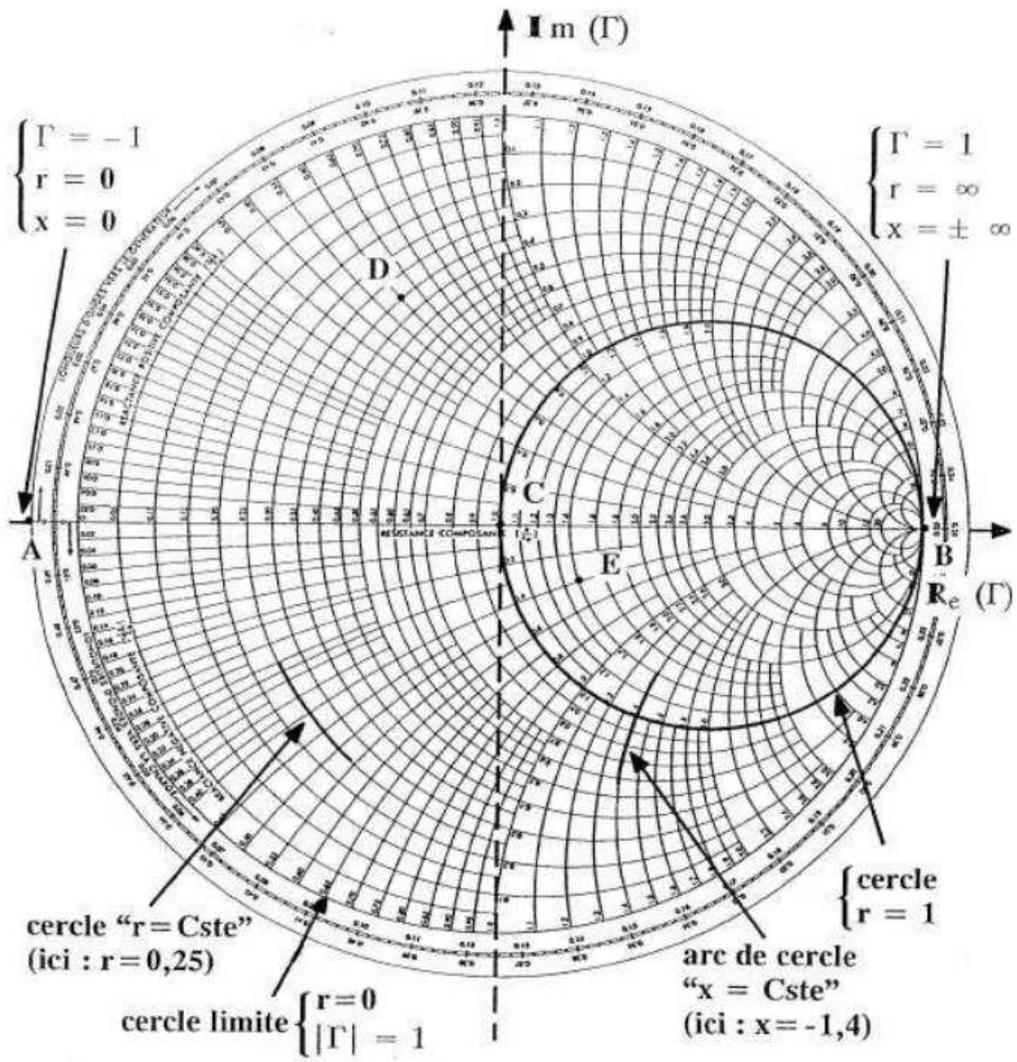
Dans la pratique, un passage impédance – admittance se fera sur l'abaque de Smith par une symétrie par rapport au centre du plan complexe.

On convient de nommer « abaque Z » ou « abaque Y » suivant le cas. Le repère se fait (par exemple) en opérant la légende des points remarquables :

$\Gamma = +1$  : circuit ouvert en abaque Z car  $z$  est infinie, mais court-circuit en abaque Y car  $y$  est infinie.

$\Gamma = -1$  : court-circuit en abaque Z car  $z$  est nulle, mais circuit ouvert en abaque Y car  $y$  est nulle.

Abaque de Smith



## 2.9 Variations de la tension le long de la ligne, rapport d'ondes stationnaires

Reprenons l'expression de  $V(l)$  et faisons apparaître  $\Gamma$  dans cette expression :

$$V(l) = A.e^{j\beta l} + B.e^{-j\beta l} = A.e^{j\beta l} \left( 1 + \frac{B}{A}.e^{-2j\beta l} \right) = A.e^{j\beta l} (1 + \Gamma.e^{-2j\beta l}) = A.e^{j\beta l} (1 + \rho.e^{j(\varphi-2\beta l)})$$

$$|V(l)| = |A| \left| 1 + \rho.e^{j(\varphi-2\beta l)} \right|$$

Le module de l'exponentielle complexe étant égal à 1, on peut en déduire des bornes pour le module de  $V(l)$  :

$$\boxed{|A| |1 - \rho| \leq |V(l)| \leq |A| |1 + \rho|}$$

$$\boxed{V_{\min} \leq |V(l)| \leq V_{\max}}$$

L'abscisse  $l_n$  pour laquelle  $V(l)$  passe par un minimum est nommée **nœud de tension** et correspond à :  $\varphi - 2\beta l_n = \pi$  (modulo  $2\pi$ ).

L'abscisse  $l_v$  pour laquelle  $V(l)$  passe par un maximum est nommée **ventre de tension** et correspond à :  $\varphi - 2\beta l_v = 0$  (modulo  $2\pi$ ).

Ces abscisses particulières ne dépendent que de  $\varphi$  (donc du coefficient de réflexion, donc de la terminaison) et que de  $\beta$  (donc de la ligne et de la pulsation  $\omega$ ). Ainsi, pour une ligne donnée, alimentée par une source de pulsation fixée, les abscisses  $l_n$  et  $l_v$ , respectivement des nœuds et des ventres de tensions sont invariables et parfaitement localisées sur la ligne. On dit que l'on se trouve en régime d'**ondes stationnaires**.

On appelle **rapport d'ondes stationnaires (ROS ou S)** (ou parfois, improprement taux d'ondes stationnaires TOS, ou encore *VSWR voltage standing waves ratio*), le rapport suivant :

$$\boxed{\text{ROS} = S = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{1 + \rho}{1 - \rho} \quad 1 \leq S \leq \infty}$$

La fonction  $|V(l)|$  est périodique de période  $L$  telle que :  $\varphi - 2\beta (l+L) = \varphi - 2\beta l + 2\pi$  ce qui conduit à :  $L = \pi/\beta = \lambda/2$

**Le module de la tension  $V(l)$  passe périodiquement par des maxima et des minima, la distance séparant deux maxima ou deux minima vaut  $\lambda/2$ , la distance séparant un maximum d'un minimum vaut  $\lambda/4$ .**

## 2.10 Notion d'impédance ramenée

On se positionne en une abscisse  $l$  quelconque, différente de 0 (un endroit courant sur la ligne entre la source et la terminaison). La ligne possède une résistance caractéristique  $R_c$ .

A cette abscisse, il y a une certaine tension  $V(l)$  et un certain courant  $I(l)$ . Ces deux grandeurs sont le résultat des superpositions des flux incidents et réfléchis.

$$\text{On peut définir : } Z(l) = \frac{V(l)}{I(l)} \text{ ainsi que : } \Gamma(l) = \frac{Z(l) - R_c}{Z(l) + R_c}$$

Les expressions de  $V(l)$  et de  $I(l)$  permettent alors d'écrire  $Z(l)$  et  $\Gamma(l)$  en fonction de  $Z_t$  et  $R_c$  :

$$Z(l) = R_c \frac{Z_t + jR_c \operatorname{tg}\beta l}{R_c + jZ_t \operatorname{tg}\beta l}$$

### **$Z(l)$ est nommée impédance ramenée à l'abscisse $l$**

Cette relation est fondamentale pour résoudre les problèmes d'adaptation en particulier, mais aussi pour « fabriquer » des éléments réactifs (procédés très utilisés en électronique micro ondes).

En outre, l'impédance ramenée  $Z(l)$  est l'impédance équivalente à l'ensemble constitué par l'aval de la ligne et sa terminaison (c'est en quelque sorte l'impédance d'entrée du tronçon de ligne de longueur  $l$  terminé par  $Z_t$ ). Du point de vue de l'amont et donc de la source, il n'y a aucune différence entre la ligne initiale (réalité) et la ligne équivalente terminée par  $Z(l)$ . Ce concept est fondamental pour l'adaptation de la ligne.

On trouve également :

$$\Gamma(l) = \Gamma e^{-2j\beta l} \quad \text{avec : } \Gamma = \frac{Z_t - R_c}{Z_t + R_c} \quad \text{qui ne dépend que de la}$$

terminaison et de la ligne.

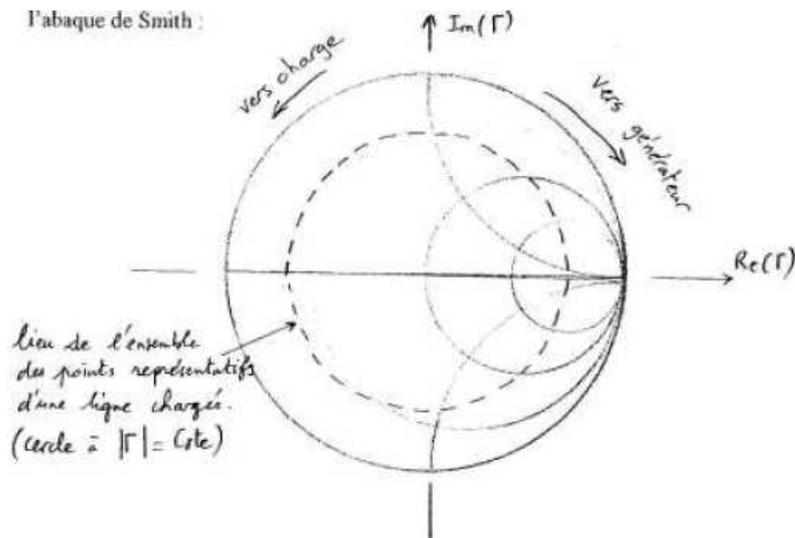
On arrive ainsi à la conclusion fondamentale suivante :

- le module de  $\Gamma(l)$  est constant le long de la ligne :  $|\Gamma(l)| = |\Gamma| = \rho$
- l'argument de  $\Gamma(l)$  est périodique de période spatiale  $\lambda/2$  (la même que celle de  $|V(l)|$ )
- l'argument de  $|\Gamma(l)|$  croît quand  $l$  décroît

Ces propriétés peuvent être énoncées de la façon suivante : quand un observateur se déplace sur la ligne en allant de la source vers la terminaison ( $l$  décroissante), le module de  $\Gamma$  est invariable et sa phase croît.

Traduit en termes graphiques sur l'abaque de Smith : quand un observateur se déplace sur la ligne en allant de la source vers la terminaison, le point représentatif de  $Z(l)$  tourne sur un cercle centré sur l'origine (cercle à  $|\Gamma|$  constant, ou cercle à ROS constant), dans le sens trigonométrique, un tour correspondant à une demi longueur d'onde.

D'où les expressions de repérage « vers la charge » et « vers le générateur » indiquées sur l'abaque de Smith :



Par commodité, on définit un **angle électrique** noté  $\eta = l/\lambda$ , cette valeur variant alors entre 0 et 1/2 (un tour d'abaque de Smith correspond à un angle électrique 1/2 puisqu'il correspond à un déplacement sur la ligne de  $\lambda/2$ ). Les abaques de Smith intègrent ce repérage en angle électrique, en différenciant les sens de parcours.

## 2.11 Adaptation d'une ligne de transmission

Le concept d'adaptation d'une ligne de transmission réside en l'optimisation du transfert d'énergie de la source vers la terminaison (rentabilisation de la liaison).

Il faut pour cela considérer deux étapes :

- le transfert de puissance de la source à la ligne
- le transfert de puissance de la ligne à sa terminaison

### 2.11.1 Adaptation de la terminaison

La terminaison est adaptée s'il n'y a aucune puissance réfléchi sur la terminaison. Ceci amène naturellement à un coefficient de réflexion  $\Gamma$  nul, donc à une égalité entre l'impédance de charge  $Z_t$  et la résistance caractéristique de la ligne  $R_c$ .

Dans la mesure où ce n'est pas le cas, il y a réflexion et apparition d'ondes stationnaires (qui sont le résultat de la réflexion).

L'impédance de charge  $Z_t$  est constituée d'une partie réelle (résistive) et d'une partie imaginaire (réactive). Il n'y a aucune raison que  $Z_t$  soit égale à  $R_c$ . (En effet,  $Z_t$  peut représenter l'impédance d'entrée d'une antenne d'émission, d'un système amplificateur ou plus généralement celle de l'étage suivant du traitement du signal)

Il est donc nécessaire d'envisager un procédé permettant de réaliser cette adaptation.

Au préalable, il est nécessaire de proscrire totalement une solution qui consisterait à insérer autour de  $Z_t$  des éléments en série ou en parallèle dès lors que ceux-ci seraient à partie résistive non nulle. En effet, si l'on opérât de la sorte, une partie de la puissance délivrée par la source se dissiperait dans cette partie résistive additionnelle au détriment de la charge utile, ce qui serait contraire au transfert optimal d'énergie de la source vers la terminaison.

Par contre, il faut remarquer que, contrairement aux circuits électriques traditionnels (pour lesquels on néglige les longueurs, ce qui revient à dire que l'on considère que la vitesse de propagation est infinie), la valeur de l'impédance terminale ne se conserve pas tout au long de la ligne : c'est le concept précédemment défini d'impédance ramenée à une abscisse  $l$ . Ainsi, la valeur de  $Z_t$  importe peu, dans la mesure où un déplacement le long de la ligne permet de considérer une valeur d'impédance différente.

Cette remarque est utile dans le sens où il est facile de montrer qu'à part le cas où  $Z_t$  serait nulle, infinie ou imaginaire pure, il existe toujours une distance  $l_0$  pour laquelle l'impédance ramenée  $Z(l_0)$  possède une des propriétés particulières suivantes :

- $Z(l_0)$  a une partie réelle égale à  $R_c$  :  $Z(l_0) = R_c + jX(l_0)$
- $Z(l_0)$  a une partie imaginaire nulle :  $Z(l_0) = R(l_0) + j0$

Ces deux cas sont très intéressants car ils constituent pour chacun une première étape vers l'adaptation en ce sens où, en  $l_0$ , l'une des deux parties (réelle ou imaginaire) satisfait à la condition d'adaptation :  $Z(l_0) = R_c + j0$ .

Le premier cas où  $Z(l_0) = R_c + jX(l_0)$  permet facilement d'arriver à la solution dans la mesure où il suffit d'annuler la partie imaginaire en insérant un élément additionnel réactif de valeur  $-jX(l_0)$ .

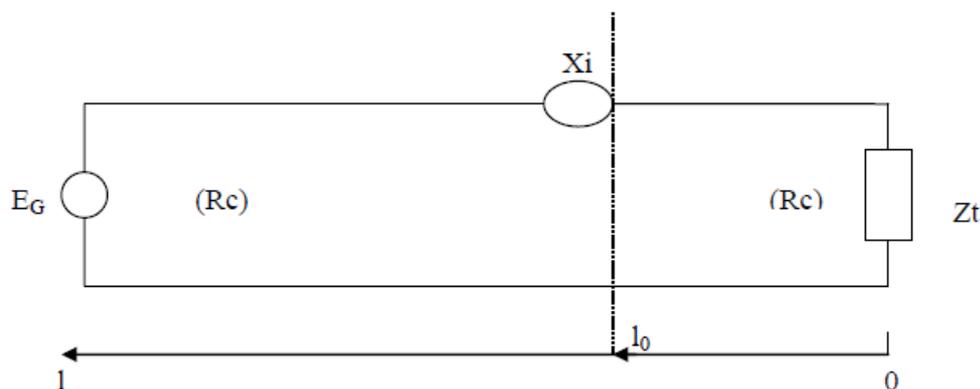
Il faut remarquer que si l'adaptation est réalisée en un point de la ligne, elle est forcément réalisée en tout autre point en amont (car il n'y a pas de réflexion). Ce n'est pas le cas en aval, toutefois, le fait de ne pas avoir de réflexion en  $l_0$  implique que toute l'énergie transmise sur la ligne passe bien cette abscisse  $l_0$  (car l'élément additionnel est réactif donc ne consomme aucune énergie, il ne fait qu'en stocker durant le période transitoire d'établissement des tensions et courants) et donc se retrouve sur la terminaison. De même, celle-ci ne retourne pas d'énergie car, dans le cas contraire, et pour la même raison, cette énergie réfléchie se retrouverait en amont de la ligne, ce qui est contraire au fait que  $Z(l_0) = R_c$  qui garanti l'absence de réflexion en amont de  $l_0$ .

#### A) Adaptation à un seul élément réactif, adaptation « simple stub »

Il s'agit de la mise en pratique du premier cas précédent qui consiste d'abord à rechercher l'abscisse  $l_0$  pour laquelle  $\text{Re}[Z(l_0)] = R_c$ , puis d'insérer un élément réactif en  $l_0$  de manière à annuler (on dit aussi compenser) la partie imaginaire. Ce problème a toujours une solution (il y a en même une infinité, séparées de  $\lambda/2$ ). On choisi en principe la première (au plus près de la terminaison)

$Z_t \rightarrow$  déplacement de  $l_0 \rightarrow Z(l_0) = R_c + j X(l_0) \rightarrow$  insertion en série d'un élément de valeur  $X_i = - X(l_0) \rightarrow Z = R_c$

Ce raisonnement pourrait bien sûr être conduit avec un élément additionnel branché en parallèle.



La valeur  $X_i$  représente la réactance de cet élément additionnel. Selon le signe de  $X_i$ , il s'agira d'une inductance ( $X_i > 0$ ) ou d'un condensateur ( $X_i < 0$ ). La valeur de ce composant sera donc, selon le signe :  $L_i = X_i / \omega$  ou  $C_i = 1 / X_i \omega$ .

Pour des fréquences de source assez grandes (donc pour  $\omega$  assez grand), on peut être confronté à des difficultés de réalisation de ces composants ainsi qu'à des difficultés de câblage de ceux-ci. Il ne faut en effet jamais négliger la capacité parasite d'une inductance ni l'inductance parasite d'un condensateur, pas plus d'ailleurs que leurs résistances parasites dues aux conducteurs dont ils sont constitués !

Si ces imperfections peuvent être masquées aux fréquences « faibles », ce n'est plus le cas aux fréquences « élevées » (la « frontière » se situant dans la pratique aux environs de 100 MHz). Il faut proscrire en particulier les « fils de connexion » (qui constituent des inductances), d'où l'emploi de composants de type « CMS » (composants montés en surface, dénués de fils de connexion).

Il peut arriver que les valeurs de L et de C soient tellement petites (ordres de grandeur respectifs 10 nH et 1 pF ou moins) que leur réalisation matérielle soit impossible sous forme de composant discret !

Ces difficultés ont amené à « fabriquer » de telles valeurs à l'aide de tronçons de ligne, en utilisant leurs propriétés et, en particulier, une fois de plus, celle de la variation de l'impédance ramenée.

Considérons pour cela un tronçon de ligne indépendant de la ligne de transmission, de résistance caractéristique  $R_o$  (qui peut être égal ou différent de  $R_c$ ), de longueur d et terminé soit par un court-circuit ( $V = 0$ ), soit par un circuit ouvert ( $I = 0$ ).

L'expression de l'impédance réduite s'applique (dans la mesure où ce tronçon de ligne sera siège d'une propagation de tension sinusoïdale) :

$$Z(d) = R_o \frac{Z_t + jR_o \operatorname{tg} \beta d}{R_o + jZ_t \operatorname{tg} \beta d}$$

- dans le cas d'une terminaison court-circuit ( $Z_t = 0$ ) :

$$Z_{cc}(d) = jR_o \operatorname{tg} \beta d = jR_o \operatorname{tg}(2\pi d / \lambda)$$

- dans le cas d'une terminaison circuit ouvert ( $Z_t = \infty$ ) :

$$Z_{co}(d) = -jR_o \operatorname{cot} \beta d = -jR_o \operatorname{cot}(2\pi d / \lambda)$$

Chacune de ces deux expressions représente une impédance purement réactive (partie réelle nulle), donc pouvant être celle d'un élément réactif, dont la valeur serait fonction de d (plus précisément de  $d/\lambda$ ). Ce sera une inductance ou un condensateur suivant le signe de la fonction tangente ou de la fonction cotangente :

Pour le tronçon de ligne terminé par un court-circuit, le comportement sera celui de :

- une inductance si  $0 < d < \lambda/4$  :  $L\omega = R_o \operatorname{tg}(2\pi d/\lambda)$
- un condensateur si  $\lambda/4 < d < \lambda/2$  :  $1/C\omega = -R_o \operatorname{tg}(2\pi d/\lambda)$
- un circuit ouvert si  $d = \lambda/4$  (car  $Z_{cc}(\lambda/4) = \text{infini}$ )

il faut noter, pour ce dernier cas, l'apparente absurdité du dispositif tel qu'il serait vu en électricité traditionnelle où un court-circuit se transformerait en un circuit ouvert !

Pour le tronçon de ligne terminé par un circuit ouvert, le comportement sera celui de :

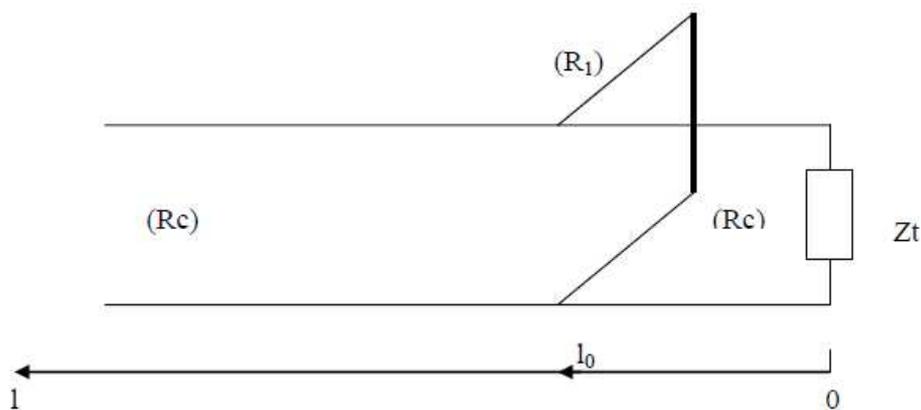
- un condensateur si  $0 < d < \lambda/4$  :  $1/C\omega = R_o \cot(2\pi d/\lambda)$
- une inductance si  $\lambda/4 < d < \lambda/2$  :  $L\omega = -R_o \cot(2\pi d/\lambda)$
- un court-circuit si  $d = \lambda/4$  (car  $Z_{co}(\lambda/4) = \text{zéro}$ )

il faut noter de même ici qu'un circuit ouvert se transforme en court-circuit !

La technique des tronçons de ligne est très largement utilisée du fait qu'elle permet de réaliser une valeur quelconque d'inductance ou de capacité en ajustant simplement une longueur de ligne.

Ce dispositif est nommé « STUB », mot anglais signifiant « piston » compte tenu de la ressemblance de ce dispositif en réalisation coaxiale réglable court-circuité en bout avec le piston d'une trompette musicale.

Le branchement à la ligne de transmission à l'abscisse  $l_0$  est, en règle générale, réalisé en parallèle pour des raisons pratiques : en réalisation paire torsadée, ce branchement pourrait être série, par contre, en réalisation coaxiale ou imprimée, il ne peut être que parallèle. En réalisation coaxiale, on utilise l'accessoire « té » pour élément de branchement.



### *B) Adaptation à plusieurs éléments réactifs, adaptation « double ou triple stub »*

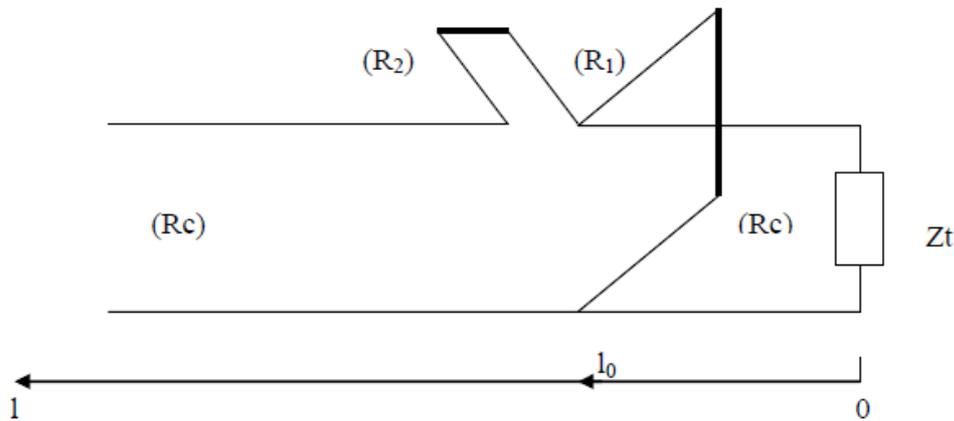
Le procédé décrit auparavant (« simple stub ») impose un branchement de cet élément additionnel à une abscisse bien précise ( $l_0$ ) de la ligne de transmission, ce qui empêche toute notion de réglage ou d'ajustement ultérieur.

Pour s'affranchir de cette contrainte, d'autres solutions ont été imaginées.

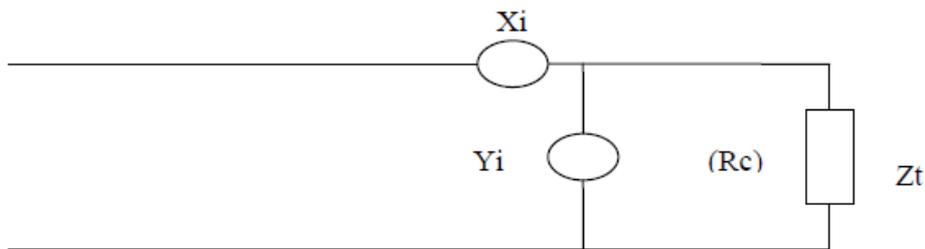
#### **- adaptation « double stub coplanaires »**

A une distance quelconque de la terminaison, on réalise un branchement hybride consistant à faire à la fois un branchement série et un branchement parallèle à la même abscisse. A ces deux points de branchement sont connectés deux stubs court-circuités ou ouverts en bout (ou si cela est possible deux éléments réactifs sous forme de composants).

Ce dispositif permet l'adaptation de toute valeur de terminaison. La réalisation pratique est aisée en ligne torsadée, délicate en coaxial, impossible en ligne imprimée.



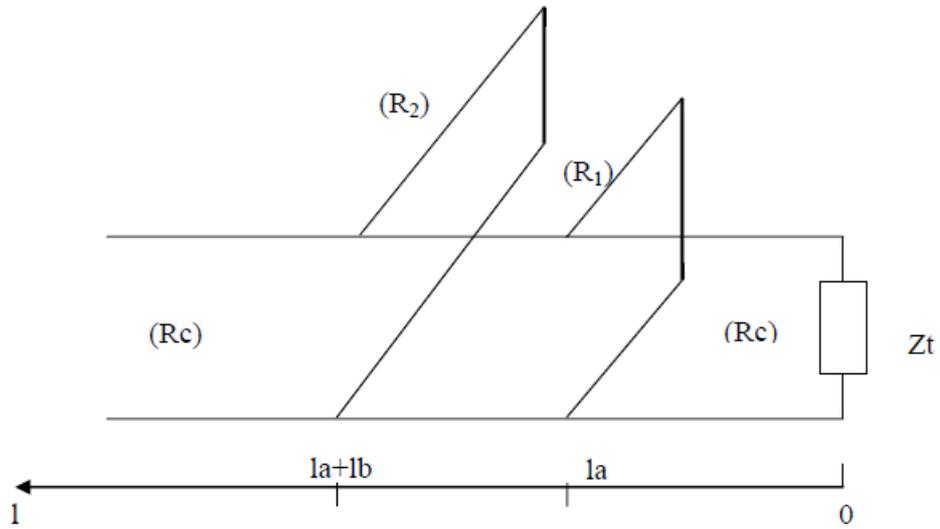
On a inséré un élément en série et un élément en parallèle comme l'indique le schéma suivant.



#### - adaptation « double stub »

A une distance quelconque  $l_a$  de la terminaison, on réalise un premier branchement, puis un autre à une autre distance  $l_b$  du premier. A ces deux branchements correspondent deux stubs.

Ce dispositif ne permet pas l'adaptation de toute valeur de terminaison. L'adaptation est fonction du choix des distances  $l_a$  et  $l_b$ . Pour un choix donné, il existe au niveau de l'abaque de Smith, un disque à l'intérieur duquel les valeurs de  $Z_t$  ne sont pas adaptables par ce dispositif. La réalisation pratique est aisée en ligne torsadée, très facile en coaxial comme en ligne imprimée.



**- adaptation « triple stub »**

A une distance quelconque  $l_a$  de la terminaison, on réalise un premier branchement, puis un autre à une autre distance  $l_b$  du premier, puis un troisième à une distance encore  $l_c$  du deuxième. A ces trois branchements correspondent trois stubs.

Ce dispositif permet l'adaptation de toute valeur de terminaison, ce qui est l'intérêt de ce dispositif par rapport au précédent. La réalisation pratique est aisée en ligne torsadée, très facile en coaxial comme en ligne imprimée.

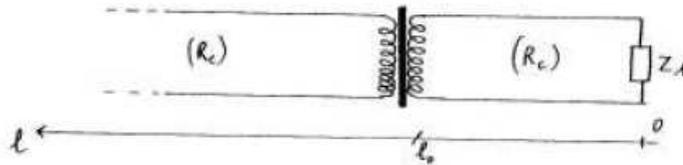
*C) Adaptation à l'aide d'un transformateur d'impédance, transformateur « quart d'onde »*

Contrairement aux méthodes précédentes, on recherche ici une abscisse  $l_0$  pour laquelle la partie imaginaire de  $Z(l_0)$  s'annule :

$$Z(l_0) = R(l_0) + j 0$$

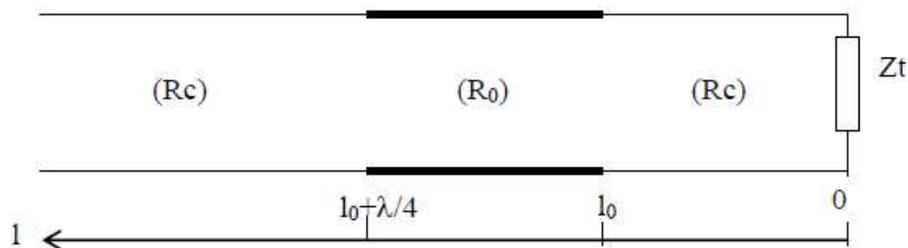
Ce problème a toujours une solution (il y en a même une infinité séparées de  $\lambda/2$ ).

Comme il s'agit d'amener cette impédance réelle à une valeur  $R_c$  réelle également, la solution du transformateur électrique est la meilleure (rappelons à ce niveau qu'il est inconcevable d'ajouter en série ou en parallèle une résistance à  $R(l_0)$  car celle-ci consommerait de l'énergie au détriment de la terminaison, ce qui est contraire au but recherché).



Cette solution fonctionne dès lors où le transformateur est réalisable (au niveau principalement des pertes qu'il entraîne, croissantes avec la fréquence).

Dès lors que cette solution est écartée, il est possible de réaliser une transformation d'impédances réelles grâce de nouveau à un tronçon de ligne de résistance caractéristique  $R_0$  obligatoirement différente de  $R_c$ , de longueur égale à  $\lambda/4$  et placé en insertion (en cascade) sur la ligne.



Pour prouver cela, reprenons une fois de plus l'expression de l'impédance ramenée :

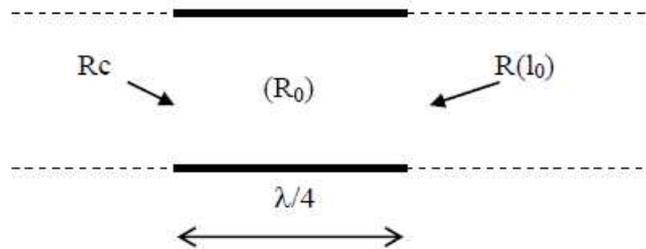
$$Z(d) = R_0 \frac{Z_t + jR_0 \operatorname{tg} \beta d}{R_0 + jZ_t \operatorname{tg} \beta d}$$

expression dans laquelle  $Z_t$  est à présent  $R(l_0)$  et  $d = \lambda/4$  ce qui conduit à  $\beta d$  infini :

$$Z(l_0 + \lambda/4) = \frac{R_0^2}{R(l_0)}$$

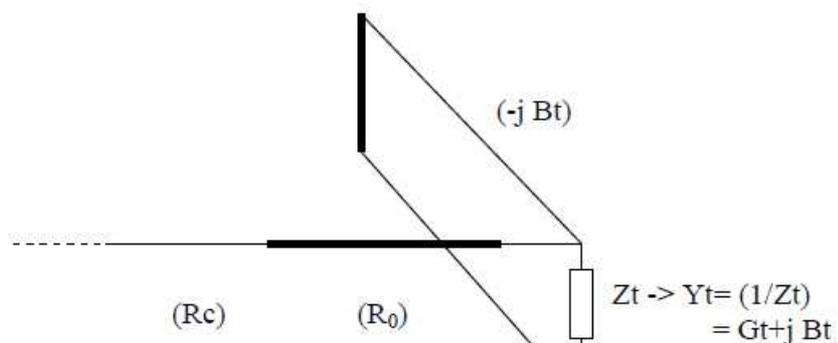
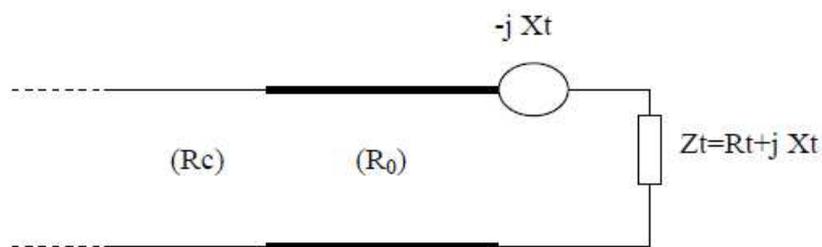
L'adaptation est réalisée lorsque  $Z(l_0 + \lambda/4)$  est égale à  $R_c$ , impédance caractéristique de la ligne de transmission.

D'où la condition :  $R_o^2 = R(l_0) \cdot R_c$



Une variante (plus utilisée) à ce dispositif consiste d'abord à compenser la partie imaginaire de la terminaison (grâce à un stub par exemple, placé directement au niveau de la charge), puis de brancher en cascade ce même transformateur, avec la même condition (sauf que  $l_0$  est

ici nulle) :  $R_o^2 = R_t \cdot R_c$  où  $R_t$  correspond à la valeur de l'impédance équivalente après la compensation ( $R_t$  est la partie réelle de  $Z_t$  seulement si la compensation se fait par un branchement série).



Ce dispositif permet l'adaptation de toute valeur de terminaison. La réalisation pratique est délicate en ligne torsadée comme en coaxial du fait que ces lignes sont fabriquées avec des valeurs normalisées par les constructeurs. Par contre, cette réalisation est très simple (et

largement employée) en technique imprimée pour laquelle toute valeur de  $R_o$  est facilement réalisable dès lors qu'elle est fonction du rapport : largeur de la piste cuivrée / épaisseur du substrat diélectrique (donc en pratique de la largeur de la piste)

### 2.11.2 Adaptation de la source :

Il s'agit enfin de s'assurer que la source délivre bien toute sa puissance disponible à la ligne (autrement dit qu'il n'y a pas de réflexion locale au niveau de la source).

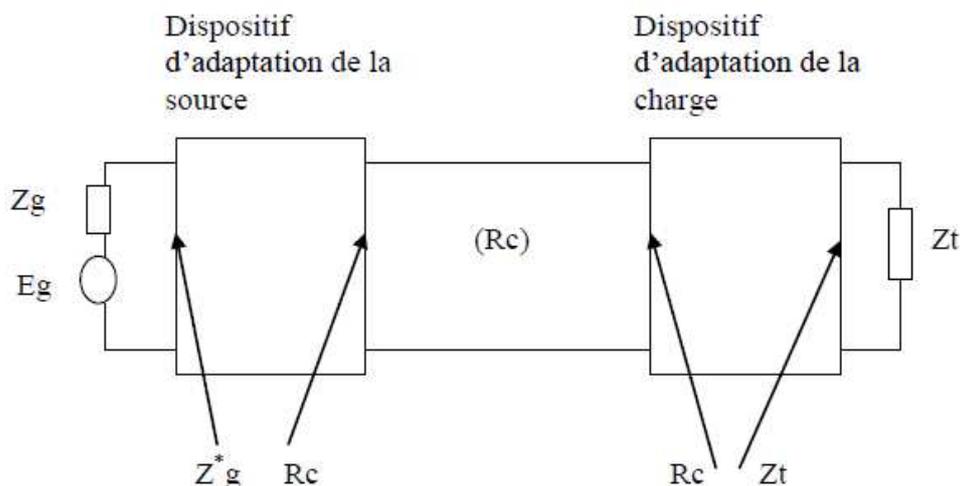
Le raisonnement est plus simple dans la mesure où il est local et donc ne fait pas intervenir la propagation.

On supposera d'abord que la ligne est adaptée au niveau de la terminaison (sinon l'adaptation de la source n'a aucun intérêt !). Sous cette condition, l'impédance ramenée au niveau du branchement de la source vaut naturellement  $R_c$  (résistance caractéristique de la ligne).

Par contre, la source possède sa propre impédance interne  $Z_g$ , différente a priori de  $R_c$ .

Il est aisé de montrer que la source délivrera sa puissance maximale (dite puissance disponible) dès lors que l'impédance de charge de cette source vaut  $Z_g^*$  (valeur complexe conjuguée à  $Z_g$ ).

Le problème est donc ici inverse à celui de l'adaptation, puisqu'il faut modifier  $R_c$  de manière à présenter une valeur  $Z_g^*$  à la source. Toutefois, les procédés sont exactement identiques, par raison de symétrie de raisonnement adaptation de source à simple, double ou triple stub, à transformateur quart d'onde.



## 3 FIBRES OPTIQUES

### 3.1 Présentation générale

Les premières expériences de transmission optique d'informations datent du 19<sup>ème</sup> siècle mais il a fallu attendre la découverte du laser (1960) et la maîtrise des diodes laser à semi-conducteurs pour envisager son application. Les premières liaisons de télécommunication commerciales datent de 1980. La maîtrise de l'amplification optique puis du multiplexage en longueur d'onde a permis en 1990 de répondre aux besoins de capacité due aux développements de l'Internet.

Les fibres optiques sont aujourd'hui une technologie à maturité, environ 100 millions de kilomètres sont fabriqués par an.

Les avantages des fibres optiques sont nombreux :

#### Au niveau de la transmission

Les fibres optiques ont une très faible atténuation et une très grande bande passante. De nombreux signaux peuvent circuler sur la même fibre grâce au multiplexage en longueur d'onde. Les systèmes de portée et de capacité sont très supérieurs à celles des câbles conducteurs ou de la radio.

#### Au niveau de la mise en œuvre

Les fibres optiques sont de très petites tailles, elles ont un poids très faible et sont très souples. Elles sont insensibles aux parasites électromagnétiques et sont très sûres électriquement (l'isolation totale entre les terminaux). Les puissances optiques utilisées sont faibles donc non dangereuses.

#### Au niveau économique

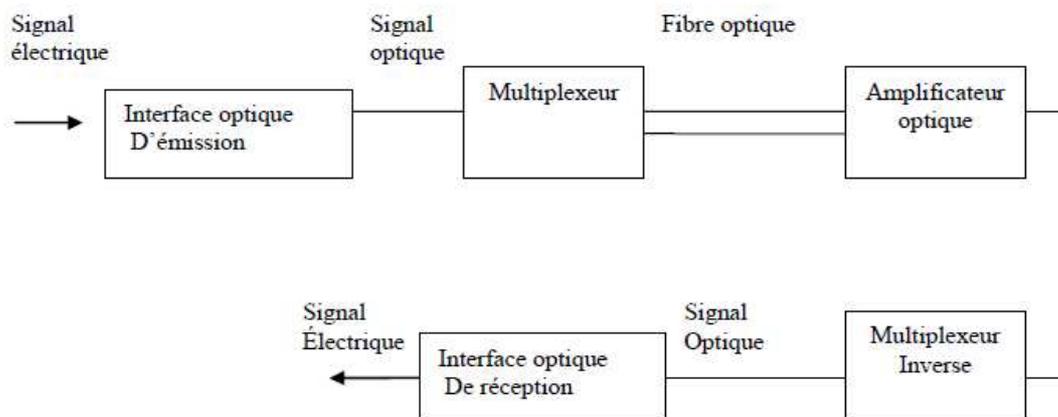
Le coût global d'un système sur fibres optiques est, dans de nombreux cas, inférieur à celui sur câbles conducteurs.

Les différents domaines d'utilisation sont nombreux en télécommunication mais aussi dans un grand nombre d'applications industrielles.

En télécommunication, les fibres optiques sont utilisées pour les liaisons terrestres (urbaines, régionales, nationales et internationales) mais aussi pour les liaisons sous-marines comme les liaisons transatlantiques.

Ces applications industrielles sont variées, on distingue les télécommandes, les télémessures, la surveillance vidéo, les bus de terrain ou même pour interconnecter différentes cartes d'un système informatique. Les fibres optiques sont de plus en plus présentes dans l'instrumentation optique.

Un système de transmission sur fibre optique est présenté sur la figure suivante :



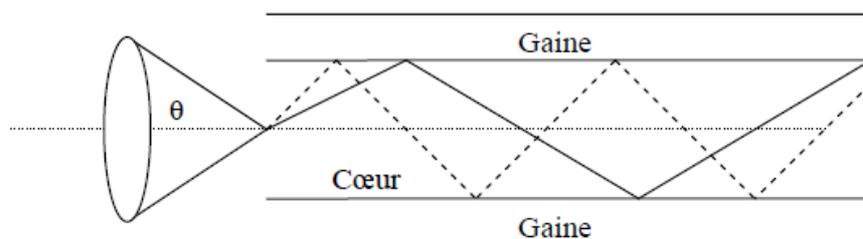
En émission, l'interface optique constituée d'une diode électroluminescente (DEL) ou diode laser (DL), permet de transformer le signal électrique en un signal optique. Celui ci peut être multiplexé en longueur d'onde pour permettre à plusieurs signaux d'être envoyés dans la fibre optique.

A la réception, le signal optique est amplifié, démultiplexé et transformé par une photodiode en signal électrique.

Le cœur, fil de verre très fin, d'un seul tenant, peut être parfois très long (quelques centaines de kilomètres). Lorsque la longueur de l'émission le nécessite, on doit insérer des répéteurs. La plupart des transmissions sont en numériques mais il y a quelques applications analogiques dans les domaines de la vidéo ou des télémesures. La durée de vie d'une fibre optique est estimée à au moins 20 ans.

### 3.2 Principe de fonctionnement

Une fibre optique, minces cheveux de matériaux très transparents (verres ou lastique), est constituée d'un cylindre de verre très mince appelé cœur (quelques microns) d'indice  $n_1$  entouré d'une gaine également de verre d'indice  $n_2$ . Le tout est entouré d'une gaine extérieure de protection et d'un renfort pour rigidifier qui peut réunir plusieurs dizaines à plusieurs centaines de fibres. L'indice de la gaine  $n_2$  est très inférieur à l'indice du cœur  $n_1$ .



La lumière doit rester confinée par une succession de réflexions totales. Il ne doit pas y avoir de rayon diffracté. Ce principe découle de la loi de Descartes sur la réfraction et la réflexion. Chaque matériau transparent possède un indice de réfraction qui permet d'évaluer la propagation de la lumière dans le matériau considéré.

$$n = c/v$$

$c$  est la célérité de la lumière,  $v$  est la vitesse dans le milieu considéré. Bien évidemment  $n$  est toujours supérieur à 1.

#### Loi de la réfraction

La loi de Descartes dit que le rayon incident issu d'un milieu d'indice de réfraction  $n_1$  qui arrive avec un angle  $\theta_1$  engendre un rayon diffracté d'angle  $\theta_2$  sur une surface d'indice de réfraction  $n_2$ , tel que  $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$ .

#### Loi de la réflexion

Quand il y a réflexion le faisceau réfléchi à un angle  $\theta'_1$  qui est de même valeur que l'angle d'incidence  $\theta_1$ .

L'angle critique  $\theta_c$  est calculé pour qu'il n'ait pas de rayon réfracté. Les rayons lumineux qui pénètrent dans la fibre optique seront complètement réfléchis si leur angle d'incidence est inférieur à  $\theta_c$ .

On appelle ouverture numérique noté  $ON$  la quantité  $\sin \theta_c$  tel que  $ON = \sin \theta_c = (n_1^2 - n_2^2)^{-1/2}$ .

On définit la différence d'indice relative  $\Delta$  par

$$\Delta \approx \frac{n_1 - n_2}{n_1}$$

$\Delta$  varie typiquement de 0,1% à quelque %. Une fibre optique 50/125 possède un diamètre de cœur de 50  $\mu\text{m}$  et un diamètre de gaine de 125  $\mu\text{m}$ .

### **3.3 Les types de fibres optiques**

La fibre optique est un guide d'onde diélectrique, la propagation de la lumière se fait suivant des modes de propagation. On distingue les fibres monomodes et les fibres multimodes.

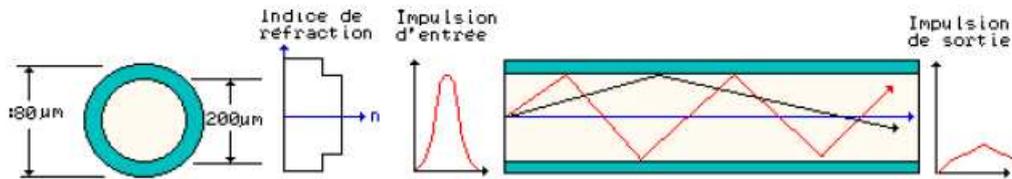
#### **3.3.1 Les fibres multimodes**

La fibre optique est multimode, pour une longueur d'onde donnée, plusieurs rayons lumineux peuvent s'y propager ; la lumière se répartit sur un certain nombre de trajectoires.

On rencontre principalement deux structures de fibres optiques suivant le type de profil d'indice. La fibre à saut d'indice et la fibre à gradient d'indice (le cœur possède un indice qui dépend de la position).

##### **- Fibre optique multimode à saut d'indice**

C'est le type de fibre le plus simple. L'indice du cœur  $n_1$  est constant, il est légèrement supérieur à  $n_2$ , indice de la gaine (différence de l'ordre de 1,5). Le diamètre du cœur est grand par rapport à la longueur d'onde, il permet à des rayons d'angles différents de se propager. L'angle maximum permis est donné par l'ouverture numérique  $ON = \sin \theta = (n_1^2 - n_2^2)^{-1/2}$ .



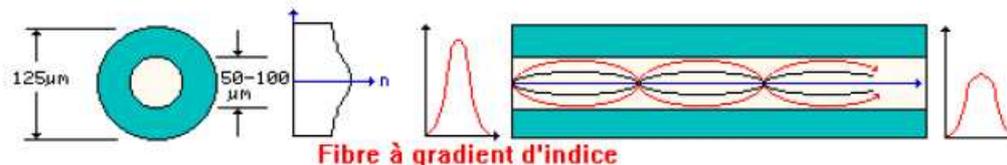
L'inconvénient de ce type de fibre résulte de l'écart important des temps de parcours des différents rayons lumineux, il existe donc un l'élargissement important de l'impulsion de départ.

On peut utiliser une source assez divergente comme une DEL, diode électroluminescente car une forte ouverture numérique permet de coupler une grande quantité de lumière.

Ces fibres conviennent bien aux transmissions à courte distance (réseaux locaux). La capacité de transmission de ce type de fibre est d'environ 100Mbits/s. Cette capacité est assez faible car chaque rayon doit parcourir une distance différente, il faut donc « attendre » que tous les faisceaux soient arrivés.

### - Fibre optique multimode à gradient d'indice

Elles sont caractérisées par une variation progressive (forme parabolique) de l'indice du cœur  $n_1$ . L'indice du cœur est donc variable,  $n(r)$  est appelée le profil d'indice du cœur.



La loi d'indice est de la forme :

$$n(r) = n_{10} \sqrt{1 - 2\Delta \left(\frac{r}{a}\right)^\alpha}$$

$r$  est la position de la fibre par rapport à l'axe,  $n_{10}$  est l'indice au centre du cœur,  $a$  le rayon du cœur. La différence d'indice relative  $\Delta$  est définie par rapport à  $n_{10}$ .

$\alpha$  est le paramètre de profil d'indice,  $\alpha = 2$  pour un profil parabolique (le cas le plus fréquent),  $\alpha = 1$  pour un profil triangulaire et si  $\alpha$  tend vers  $\infty$ , le profil est à saut d'indice.

Le nombre de modes dans une fibre à gradient d'indice, caractérisé par le paramètre de profil  $\alpha$  est obtenu par la formule approchée :

$$M = \frac{\alpha}{\alpha + 2} \frac{V^2}{2}$$

Pour une fréquence réduite  $V$  le nombre de modes est plus faible dans une fibre à gradient d'indice que dans une fibre à saut d'indice ou  $M \approx \frac{V^2}{2}$  puisque  $\alpha$  tend vers  $\infty$ .

$V$  la fréquence réduite se déduit de la formule suivante :

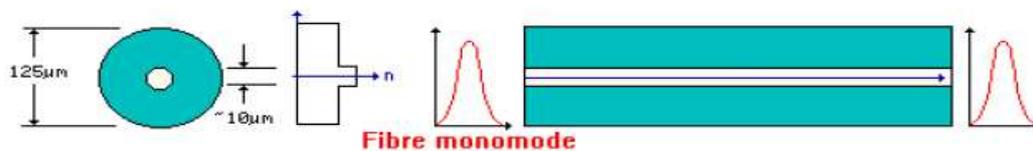
$$V = \frac{2\pi a}{\lambda} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

L'indice du cœur suit une loi d'allure parabolique donc les rayons suivent une trajectoire d'allure sinusoïdale.

Ces fibres conviennent bien aux transmissions à moyenne distance (réseaux locaux informatiques). La bande passante de ce mode de fonctionnement est de 500Mbits/s. Cette capacité est plus élevée que celle du saut d'indice car la distance à parcourir des rayons est plus faible, donc il est possible d'augmenter la fréquence.

### 3.3.2 Les fibres monomodes

La fibre optique est monomode, un seul mode peut se propager, il s'agit de la fibre la plus performante pour les télécommunications.



Le chemin de propagation est unique, direct et parallèle à la fibre. Le diamètre du cœur est faible (inférieur à 10  $\mu\text{m}$ ) ainsi que la différence d'indice (moins de 0,5%). Les dimensions typiques sont pour le diamètre du cœur 9 $\mu\text{m}$  et pour le diamètre de la gaine 50 $\mu\text{m}$ .

Un seul mode peut se propager pour une longueur d'onde donnée supérieure à  $\lambda_c$ , longueur de coupure du mode. La technique de multiplexage en longueur d'onde peut être utilisée pour transmettre plusieurs signaux sur une même fibre optique.

On ne peut utiliser comme source d'émission que des diodes lasers (plus chères).

Les avantages de ce type de fibre sont sa grande bande passante 1000Mbits/s qui permet la transmission à grande distance, une dispersion et une atténuation très faible. On retrouve l'impulsion en sortie non déformée car la dispersion modale est quasi nulle.

Le principal inconvénient est qu'elles reviennent plus chères car elles doivent être raccordées avec une grande précision.

### 3.4 Dispersion dans les fibres optiques

Tout signal injecté dans une fibre optique subit une déformation : c'est le phénomène de dispersion. La dispersion se traduit par un étalement temporel caractérisé par un temps de montée qui sera d'autant plus grand que la longueur est grande. Le temps de montée causé par la dispersion doit, bien sur, rester inférieur à la période  $T_b$  des signaux (débit de transmission  $R=1/T_b$ ).

Les fibres précédemment décrites présentent des comportements dispersifs très différents.

Les fibres multimodes possèdent une **dispersion intermodale**, qui a comme origine les différentes vitesses de propagation des modes. Les fibres à saut d'indice ont une dispersion nettement supérieure aux fibres à gradient d'indice.

La **dispersion intramodale chromatique** subsiste aussi dans les fibres monomodes. Elle crée un élargissement  $\Delta\tau_c$  au bout d'une longueur d'onde. Elle dépend de la dispersion du matériau et de la dispersion de mode de guide ( $D_c = D_{\text{matériau}} + D_{\text{guide}}$ ). Dans la silice, on obtient le minimum de dispersion (zéro de dispersion) pour  $\lambda=1310\text{nm}$ .

La dispersion crée un élargissement  $\Delta\tau_c$  au bout d'une longueur  $L$  de fibre

$$\Delta\tau_c = D_c \cdot L \cdot \Delta\lambda \quad \text{avec } D_c = \frac{d\tau_g}{d\lambda}$$

$\Delta\lambda$  largeur spectrale de la source,  $D_c$  coefficient de dispersion chromatique qui dépend des paramètres de la fibre et de la longueur d'onde.

Sur des très longues distances, il existe une **dispersion de polarisation** (changement d'état de polarisation du mode électromagnétique lors de la propagation), son effet est plus faible que la dispersion chromatique.

### 3.4 Atténuation dans les fibres optiques

Si on injecte une puissance  $P(0)$  (en  $z=0$ ) dans une fibre optique, la puissance à une distance  $z$  sera

$$P(z) = \exp(-\alpha z)P(0)$$

$\alpha$  est le coefficient d'absorption. En exprimant la distance  $L$  en km et l'atténuation  $A$  en dB.  $\text{Km}^{-1}$ , on obtient

$$A(\text{dB.km}^{-1}) = -\frac{1}{L} 10 \log_{10} \left( \frac{P(L)}{P(0)} \right) = 10 \log_{10} (\exp(\alpha))$$

Pour les fibres optiques en Silice, les principales causes d'affaiblissement sont

L'absorption dans le matériau

Il y a deux bandes d'absorption, dans l'infra rouge à cause des vibrations moléculaires, dans l'ultra violet à cause des transitions électroniques et moléculaires.

### La diffusion de Rayleigh

Elle est causée par la nature désordonnée des molécules dans le verre. Elle diminue rapidement quand la longueur d'onde augmente suivant une loi en  $1/\lambda^4$ .

### L'absorption intrinsèque

Sous forme de pics, principalement due aux ions OH<sup>-</sup>. Cette absorption est dure à éliminer. Il faut éviter le contact avec l'eau.

Pour les fibres optiques en plastique, l'atténuation est beaucoup plus grande, c'est pourquoi ces fibres travaillent dans le visible.

## 3.6 Fenêtres de transmission

Compte tenu de l'atténuation et de la dispersion des fibres optiques, mais aussi des composants optoélectroniques disponibles, on définit plusieurs fenêtres de transmission.

Sur les fibres en plastique, on utilise la fenêtre à  $0,67\mu\text{m}$  pour les liaisons à très courte distance (moins de 100m) pour bénéficier du bon rendement des composants.

Sur les fibres en silice, on distingue traditionnellement 3 fenêtres :

**La première fenêtre de  $0,8$  à  $0,9\mu\text{m}$ .** Ce n'est pas un minimum d'atténuation ni de dispersion mais un optimum d'utilisation des matériaux les plus économiques mais performant. Cette fenêtre permet des liaisons peu coûteuses à courtes distances ou en réseaux locaux sur fibres multimodes, à des débits modestes. Elle est aussi utilisée pour les interconnexions haut débit (Gigabits/s) sur courtes distances.

**La deuxième fenêtre, dite parfois « bande 0 », autour de  $1,3\mu\text{m}$ .** est un minimum relatif d'atténuation (vers  $0,5\text{dB/Km}$ ) et le minimum de dispersion chromatique. Les composants sont plus coûteux que pour la fenêtre précédente. Elle est couramment utilisée en transmission à moyenne distance (quelques kilomètres) sur fibres monomodes ainsi qu'à haut débit en réseaux local sur fibres généralement multimodes.

**La troisième fenêtre, autour de  $1,55\mu\text{m}$ ,** correspond au minimum absolu d'atténuation (moins de  $0,2\text{dB/Km}$ ) mais demande des composants plus coûteux. D'utilisation plus récente, elle est surtout utilisée en liaison à très longue distance sur fibres monomodes (terrestres ou sous-marines)

Le tableau suivant résume les différentes caractéristiques des principales fenêtres de transmission pour une fibre en silice

fenêtre	première	deuxième	troisième
Longueur d'ondes	0,78 à 0,9 $\mu$ m	1,3 $\mu$ m	1,5 à 1,6 $\mu$ m
Type de fibres utilisée	Multimode	Multimode Et monomode	Monomode
Atténuation	Forte (2 à 4 dB/Km)	Faible (0,4 à 1 dB/Km)	Très faible (0,2 dB/Km)
Dispersion chromatique	Forte	Quasi nulle	Faible
Emetteurs type	DEL ; diode laser VCSEL (très hauts débits)	DEL (multimodes) Diodes lasers standard (monomodes)	Diode laser DFB (monochromatique)
Coût des composants	faible	moyen	élevé
Applications	Transmissions Courte distance ; Réseaux locaux, Gigabit à très courte distance	Transmissions moyennes et longue distance, réseaux locaux et métropolitains haut débit	Transmission très longue distance et à amplification optique
Multiplexage	Entre deux fenêtres	Entre deux fenêtres	Dense ; nombreux canaux dans la même fenêtre