Les Machines thermiques Dithermes.

1/ Généralités:

1) Déf. : Une machine thermique est un dispositif dans lequel un fluide décrit un cycle de transformations.

2°/ Déf. : Une machine thermique ditherme échange de l'énergie par transfert thermique avec deux sources de chaleur (source froide (T_f) et source chaude (T_c)).

2°/ L'inégalité de Clausius:

Lorsque les deux sources de chaleur froide et chaude sont des thermostats, de t^{re} respectives T_f et T_c ($T_f < T_c$), les échanges d'énergie sont tels que :

$$\boxed{\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0.}$$

Démonstration : $\Delta U_{cycle} = W + Q_f + Q_c = 0.$

et $\Delta S_{cycle} = 0.$

or : $\Delta S_{cy} = S_e + S_c$ où $S_e = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f}$

avec $S_c \geq 0$. et donc : $S_e \leq 0$ càd : $\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0.$

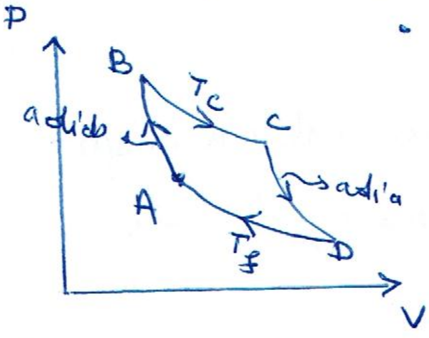
- Si le cycle est décrit de façon réversible :

$$\boxed{\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0.}$$

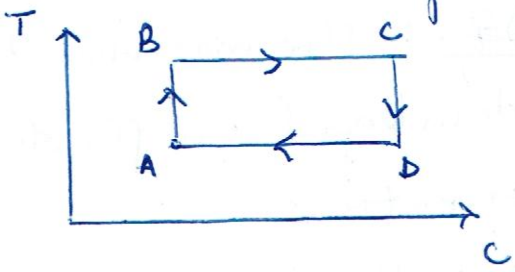
3°/ Le cycle de Carnot :

Le cycle de Carnot est un cycle réversible décrit par une machine ditherme.

Il comporte : • 2 évolutions Isothermes aux T^es. T_f et T_c.
• 2 évolutions adiabatiques.



Diag. de Clapeyron



Diag. Entropique.

Remarque :

• 1 cycle est moteur si $W<0$ (Décrit ds le sens des aiguilles d'une montre).

• 1 cycle est résistant si $W>0$ (Sens trigonométrique).

4/ Classification des machines thermiques dithermes :

1.) Moteur thermique : C'est une machine thermique qui : • fournit un travail ($W<0$)

• Reçoit un transfert therm. d'1 source chaude ($Q_c>0$).

• fournit efficacement un transfert therm. à une source froide ($Q_f<0$).

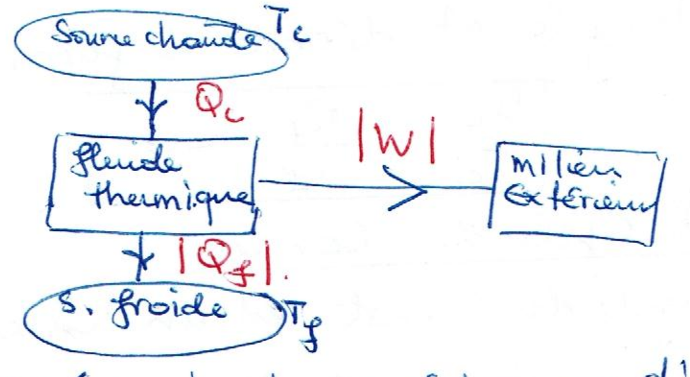


Schéma représentant les échanges d'énergie

2) Réfrigérateur et une Pompe à Chaleur :

Ils :
- reçoivent W ($W>0$).
- fournissent Q_c ($Q_c<0$).
- reçoivent efficacement un transfert therm. d'1 source froide ($Q_f>0$).

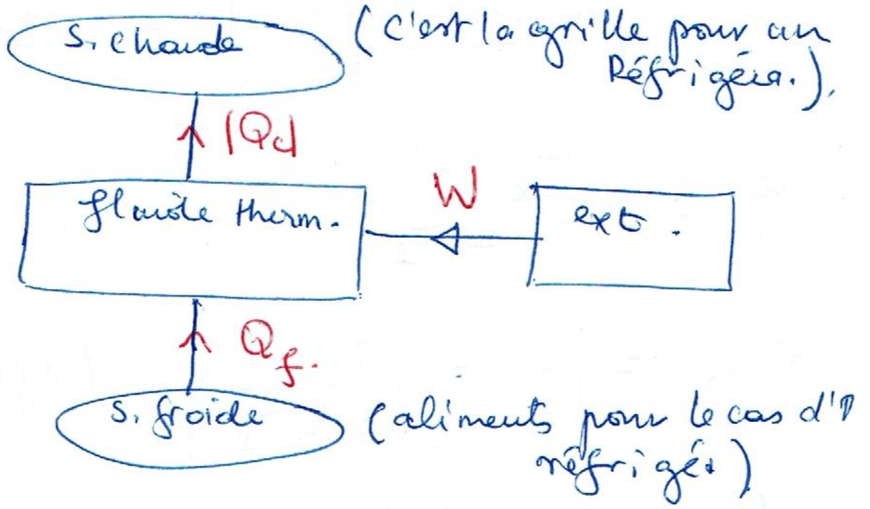


Schéma d'1 Réfriger. (ou Pompe à Chaleur).

- Rendement d'1 moteur : (ou efficacité) :

$$\eta = \frac{|\text{énergie Utile}|}{|\text{énergie Dépensée}|} = \frac{|W|}{Q_c} = -\frac{W}{Q_c}.$$

1er PPE. : $W + Q_c + Q_f = 0 \Rightarrow W = -Q_f - Q_c$.

Donc : $\eta = 1 + \frac{Q_f}{Q_c}$

si : les sources de chaleur sont des thermostats ;

l'inégalité de Clausius : $\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0$.

$\Leftrightarrow \frac{Q_f}{Q_c} \leq -\frac{T_f}{T_c}$.

et donc : $\boxed{\eta \leq 1 - \frac{T_f}{T_c}}$ $(\eta \leq 1)$.

Si cycle réversible (Cycle de Carnot) :

$$\eta_c = 1 - \frac{T_f}{T_c} \;\rightarrow \eta \text{ maximal}.$$

Rq. : Tous les moteurs thermiques dithermes réversibles ont le même rendement de Carnot.

- Efficacité d'un Réfrigérateur :

$$e = \left|\frac{\text{énergie Utile}}{\text{énergie Dépensée}}\right| = \frac{Q_f}{W}.$$

$$\boxed{e \leq \frac{T_f}{T_c - T_f}.}$$

$$e_{max} = \boxed{e_c = \frac{T_f}{T_c - T_f}.} \quad \text{(Efficacité de Carnot)}.$$

- Efficacité d'1 pompe à chaleur : (ou coefficient de Performance : C.O.P).

$$e = -\frac{Q_c}{W} = \frac{Q_c}{Q_c + Q_f} = \frac{1}{\frac{Q_f}{Q_c} + 1}.$$

$$e \leq \frac{T_c}{T_c - T_f}.$$

et $\boxed{e_c = \frac{T_c}{T_c - T_f}}$, (e peut être supérieur à 1).

Récapitulation :

Machine Thermique	W	Q_c	Q_f	Efficacité	Efficacité de Carnot.
Moteur (η)	<0	>0	<0	$e = -\frac{W}{Q_c}$	$e_c = 1 - \frac{T_f}{T_c}$.
Refrigérateur	>0	<0	>0	$e = \frac{Q_f}{W}$	$e_c = \frac{T_f}{T_c - T_f}$.
Pompe à Chaleur (C.O.P).	>0	<0	>0	$e = -\frac{Q_c}{W}$	$e_c = \frac{T_c}{T_c - T_f}$.

Rq. : η ou e = $\dfrac{\text{Ce qu'ont veut}}{\text{Ce qu'on dépense pour l'obtenir}}$

Exemple de cycle réel : Le moteur à explosion :

Introduction : Inventé par Beau de Rochas (1815-1893).

Le moteur se compose de : 1 cylindre, d'1 piston mobile et deux soupapes.

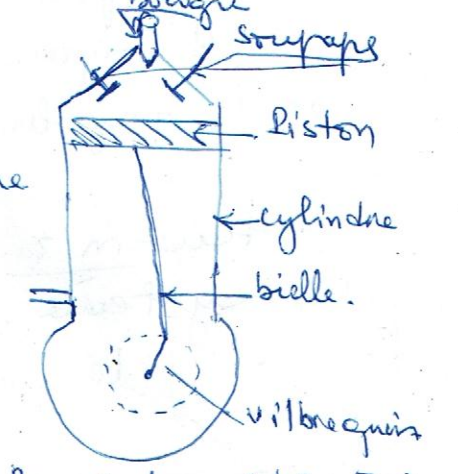
- Il fonctionne suivant un cycle à 4 temps :

- 1) Entrée des gaz "frais" par la soupape d'admission.

2°/ Les gaz ~~sont~~ comprimés par le piston et l'étincelle de la bougie provoque la réaction chimique de Combustion.

3°/ Les produits gazeux de combustion se détendent en repoussant le piston.

4°/ Le piston remonte en refoulant les gaz brûlés à travers la soupape d'échappement.



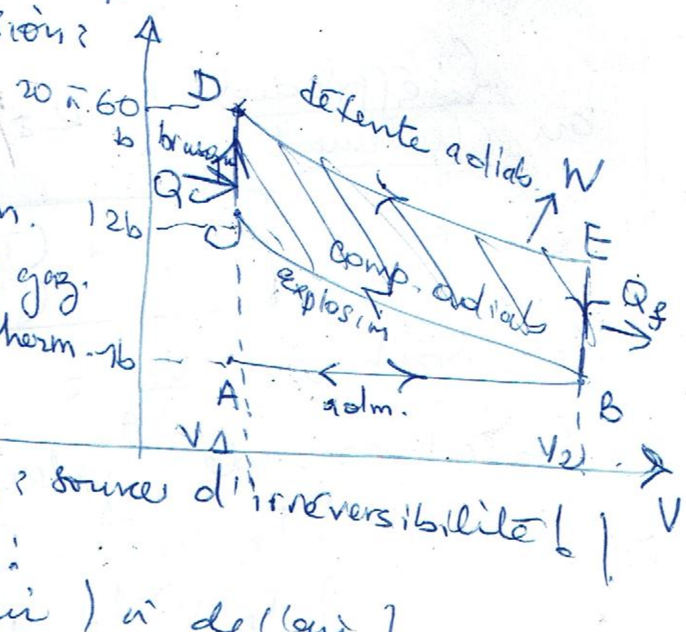
Representao schématique du moteur à explosion

En pratique : l'association de 4 cylindres dont les quatre temps sont décalés permet un bon fonctionnement du moteur. (1 temps : correspond à 1 course totale du Piston)

1) Modélisao : Le cycle de Beau de Rochas comporte 2 adiab. et 2 isochores.

1. Premier temps : l'admission :

$P = cte$, $T = cte$. (AB).



2. 2ème temps : La compression.

Le piston remonte en comprimant les gaz.

opérat. rapide → Pas d'échange therm.

→ (BC) : adiabatique.

(On néglige les frottements : source d'irréversibilité !)

(BC) : isentropique :

(on assimile le (carburant + air) à de l'air).

3. 3ème temps : la détente :
soupapes fermées : 1) La P augmente brusquement à V = cste.
(CD) : isochore. (combustion à V = cste ; très rapide !
2) Détente rapide, adiab (DE).
(production du travail.)

4ème temps : Échappement :
la soupape d'échap. s'ouvre : 2 étapes : 1) La pression P chute (EB).
et les gaz brûlés s'échap. P = cste, T = cste.) (BA).

Attention : le cycle de Beau de Rochas met en jeu un système ouvert. (AB).
- le cycle BCDEB : syst. fermé (les 2 soupapes sont fermées).

2°/- Efficacité du cycle de Beau de Rochas : le gaz = air

1er PPe : $\Delta U_{cy} = 0 = W + Q_f + Q_c$ $\left\{ \begin{array}{l} Q_f < 0 \\ Q_c > 0. \end{array} \right.$

(BC) et (DE) adiab ($Q = 0$)

(CD) : isoch : $W_{CD} = 0$; $\Delta U_C^D = Q_{CD} = C_V(T_D - T_C) = Q_C$. $(T_D > T_C)$.

(EB) : isoch : $W_{EB} = 0 \Rightarrow \Delta U_E^B = C_V(T_B - T_E) = Q_f$. $(T_B < T_E)$

$\rightarrow W = -Q_c - Q_f = -C_V(T_D - T_C) - C_V(T_B - T_E)$.

L'efficacité ou rendement : $e = -\dfrac{W}{Q_c} = \dfrac{(T_D - T_C) + (T_B - T_E)}{T_D - T_C}$

$\Rightarrow$ $\boxed{e = 1 + \dfrac{(T_B - T_E)}{(T_D - T_C)}}$.

Soit $\alpha = \dfrac{V_B}{V_A}$ = taux de compression (rapport volumét.)

Les relations de Laplace : les adiab. (BC) et (DE)

$$\left\{ \begin{array}{l} T_B V_B^{\gamma-1} = T_C \cdot V_C^{\gamma-1} \\ T_D V_D^{\gamma-1} = T_E \cdot V_E^{\gamma-1} \end{array} \right.$$

Sachant : $V_A = V_C = V_D$ et $V_B = V_E$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{T_C}{T_B} = \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} = \alpha^{\gamma-1} \\ \text{et } \frac{T_D}{T_E} = \left(\frac{V_E}{V_D}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} = \alpha^{\gamma-1} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{T_C}{T_B} = \frac{T_D}{T_E} = \frac{T_C - T_D}{T_B - T_E} = \alpha^{\gamma-1}$$

On aura :

$$e = 1 - \frac{1}{\alpha^{\gamma-1}} \Rightarrow \boxed{e = 1 - \alpha^{1-\gamma}}$$

$$\left.\begin{array}{l} \gamma = 1,4 \\ \alpha \text{ entre } 8 \text{ et } 10 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{e \simeq 0,58}$$

(α ne doit pas dépasser 10 sinon il y aurait une autoinflammation) → qui nuit au moteur !

- Rq :. Le rendement théorique du cycle de Beau de Rochas ne dépend que du taux de compression α.

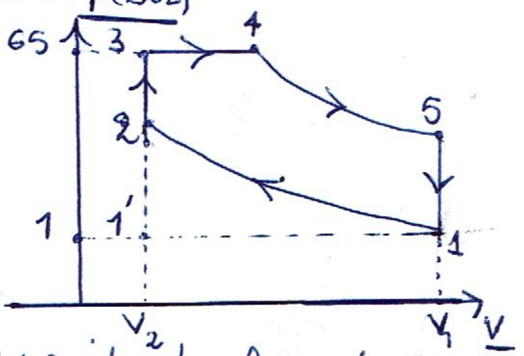
$e \nearrow$ qd $\alpha \nearrow$

- Le rendement de Beau de Rochas reste tjs inférieur à celui d'une machine fonctionnant suivant le cycle de Carnot. : $e_c = 1 - \frac{T_f}{T_c}$ (ici : $1 - \frac{T_B}{T_D}$).

(on prend les T° extrêmes !).

2°/ Cycle d'un moteur Diesel à double Combustion.

Dans les moteur Diesel actuels, à vitesse de rotation élevée, le cycle décrit par l'air est celui représenté sur la figure ci dessous dans le diagramme de Clapeyron.



Après la phase d'admission de 1' à 1, l'air subit une compression isentropique de 1 à 2. Après l'injection du Carburant en 2, la combustion s'effectue d'abord de façon isochore de 2 à 3 puis se poursuit de façon isobare de 3 à 4. La phase combustion est suivie d'une détente isentropique de 4 à 5 puis d'une phase d'échappement isochore de 5 à 1 et de refoulement isobare de 1 à 1'. La pression en 1 est 1 bar et la t^{re} est 293 K. La pression maximale est 65 bar et la t^{re} maximale en 4 est 2173 K.

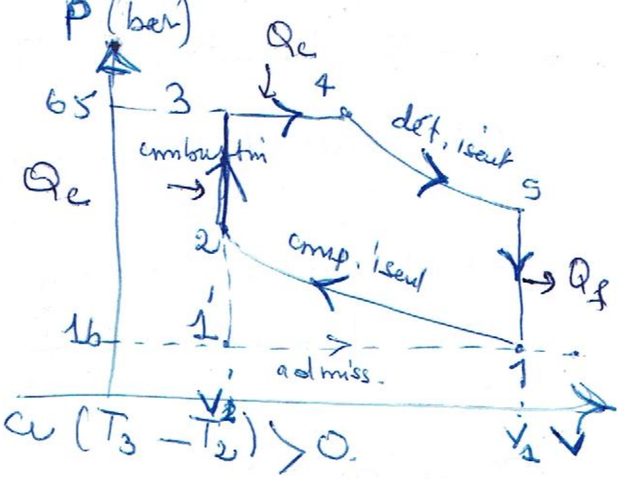
On suppose que l'air est un gaz parfait diatomique et on appelle α_v le rapport volumétrique de compression

$$\alpha_v = \frac{V_1}{V_2} = 19.$$

1. Exprimer en fct. de γ et des différents t^{res}, l'efficacité e.
2. Calculer T_2, T_3 et T_5. En déduire la valeur de e.
3. Déterminer le transfert thermique Q_c reçu par une masse d'air d'1 Kg lors de la Combustion de 2 à 4.
4. Déterminer le transfert thermique Q_f fourni par une masse d'air d'1 Kg lors de l'évolution de 5 à 1.
5. Déterminer le travail W fourni par une masse d'air d'1 Kg au cours d'un cycle.

__Donnée :__ $M_{air} = 29\ g \cdot mol^{-1}$.

Solution : Moteur Diesel à Double Combustion -



1) L'efficacité : (ou rendement).

$$e = -\frac{W}{Q_{reçu}}$$

$1 \to 2$: isentrop. : $Q_{1\to2} = 0$.

$2 \to 3$: isochore : $\Delta U_2^3 = Q_{2-3} = C_v (T_3 - T_2) > 0$.

$3 \to 4$ isob. : $Q_{34} = \Delta H_3^4 = C_p (T_4 - T_3) > 0$.

$4 \to 5$ isentrop. : $Q_{4\to5} = 0$

$5 \to 1$: isoch : $Q_{5-1} = \Delta U_5^1 = C_v (T_1 - T_5) < 0$.

Le transfert thermique reçu : $Q_{2-3} + Q_{3-4}$.

le 1er PPe : $W + Q_{2-3} + Q_{3-4} + Q_{5-1} = 0 = \Delta U_{cy}$

$\Rightarrow W = -(Q_{2-3} + Q_{3-4} + Q_{5-1})$.

$$e = \frac{Q_{2-3} + Q_{3-4} + Q_{5-1}}{Q_{2-3} + Q_{3-4}} = 1 + \frac{Q_{5-1}}{Q_{2-3} + Q_{3-4}}$$

$$= 1 + \frac{C_v (T_1 - T_5)}{C_v (T_3 - T_2) + C_p (T_4 - T_3)}.$$

Pour le gaz parfait : $\begin{cases} C_v = \frac{nR}{\gamma - 1} \\ C_p = \frac{n\gamma R}{\gamma - 1} \end{cases}$ et $\frac{C_p}{C_v} = \gamma$.

$$\boxed{e = 1 + \frac{T_1 - T_5}{T_3 - T_2 + \gamma (T_4 - T_3)}}$$

2. Calcul de T_2, T_3, T_5 :

$1 \to 2$: isentr. : $T_1 V_1^{\gamma - 1} = T_2 V_2^{\gamma - 1}$

$\Rightarrow \boxed{T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}} \Rightarrow T_2 = 293 (19)^{0,4}$ $\boxed{T_2 = 951\,K}$

de (2) et (3) : Conservation de la matière : (V_2).

$\frac{P_3 \cancel{V_3}}{T_3} = \frac{P_2 \cancel{V_2}}{T_2} \Rightarrow T_3 = T_2 \frac{P_3}{P_2}$.

P_2 se calcule à partir de $1 \to 2$: isent.

$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \Rightarrow P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = 1 \times (19)^{1,4}$

$\boxed{P_2 = 61,7 \text{ bar}}$

d'où $T_3 = 951 \times \frac{65}{61,7} \Leftrightarrow \boxed{T_3 = 1002\,K}$.

- 4 – 5 isentr. $T_4^{\gamma} P_4^{1-\gamma} = T_5^{\gamma} P_5^{1-\gamma}$

Conservao. de la matière (1–5) : $\frac{P_1 \cancel{V_1}}{T_1} = \frac{P_5 \cancel{V_5}}{T_5}$ (isoch).

2 éqts. à 2 inconnues P_5 et T_5 : $P_5 = \frac{P_1 T_5}{T_1}$ et $P_5 = \left(\frac{T_4}{T_5}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \cdot P_4$

On trouve :

$$\boxed{T_5 = T_4^{\gamma} \cdot P_4^{1-\gamma} \cdot \frac{T_1^{1-\gamma}}{P_1^{1-\gamma}}} \Leftrightarrow \boxed{T_5 = 912\,K}$$

On déduit :

$$e = 1 + \frac{293 - 912}{(1002 - 951) + 1,4\,(2173 - 1002)}$$

AN $\boxed{e = 0,63}$.

3. Le transfert thermique $Q_c = Q_{2-3} + Q_{3-4}$

$= C_v(T_3 - T_2) + C_p(T_4 - T_3)$.

Pour gaz diatomique :

or : $\begin{cases} C_v = \frac{5}{2} nR = \frac{nR}{\gamma - 1} \\ C_p = \frac{7}{2} nR = \frac{n\gamma R}{\gamma - 1} \end{cases}$.

- n = ? $n = \frac{m}{M_{air}} = \frac{1000}{29} = 34,5$ mol.

$$\boxed{Q_c = \frac{5}{2} nR(T_3 - T_2) + \frac{7}{2} nR(T_4 - T_3)}$$

AN $\boxed{Q_c = 1212\text{ kJ}}$.

4. $Q_f = Q_{5-1} = C_v(T_1 - T_5) = \frac{5}{2} nR\,(T_1 - T_5)$

$\boxed{Q_f = -444\text{ kJ}}$

5. $W = -Q_c - Q_f$ (1er PP).

$\boxed{W = -768\text{ kJ}}$ (fourni)

Remarques Générales :

Les moteurs à Combustion : → moteurs à allumage Commandé
→ moteurs à allumage par compression.

1°/ Les moteurs à allumage Commandé sont des moteurs à essence. c'est l'allumage grâce à l'étincelle du mélange (air + Carburant) qui provoque la combustion.

2°/ Les moteurs à allumage par compression :
Les moteurs Diesel. : L'air et le Combustible sont admis séparément dans la Chambre de Combustion. Mis en contact avec l'air porté à haute t^{re}. par compression, le Combustible s'enflamme !

Donc : • Cycle de Beau de Rochas (ou OTTO)
↓
cycle à allumage Commandé.

• cycle Diesel ⟶ cycle théorique des moteurs à allumage par Compression.

Remarque : les cycles de Beau de Rochas et de Diesel sont des cycles réversibles intérieurement. Ils ne sont pas entièrement réversibles. ⟶ $\eta < \eta_{carnot}$.

- Cycle de Carnot :

  - Le cycle de Carnot n'est pas pratique.
  - Il a le plus haut rendement.
  - Pour réaliser une compression isotherme, il faudrait disposer d'échangeurs de chaleur immenses et de beaucoup de temps !

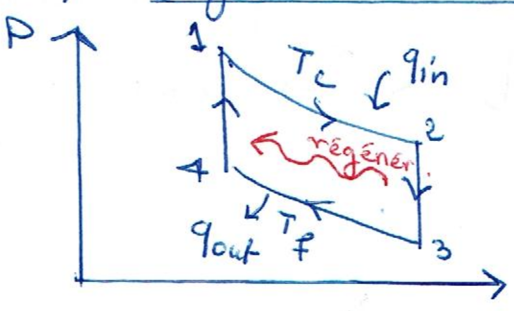
Mais, il sert d'étalon auquel les cycles réels sont comparés !

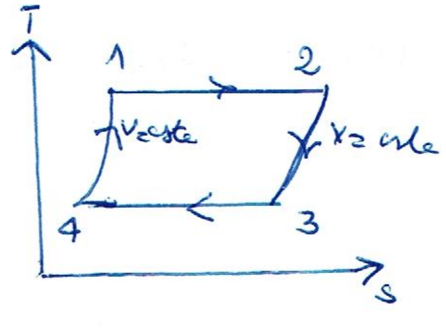
- Cycles à régénération :

Déf. La régénération est l'évolution qui consiste à transmettre de la chaleur du fluide moteur à un accumulateur thermique appelé "un régénérateur" pendant une partie du cycle pour la récupérer pendant une autre partie du cycle.

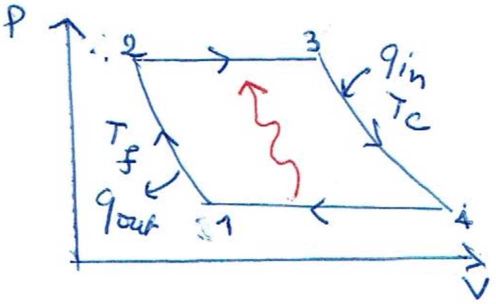
Exemples : Cycle de Stirling et cycle d'Ericson ⟶ Ce sont des cycles Réversibles.

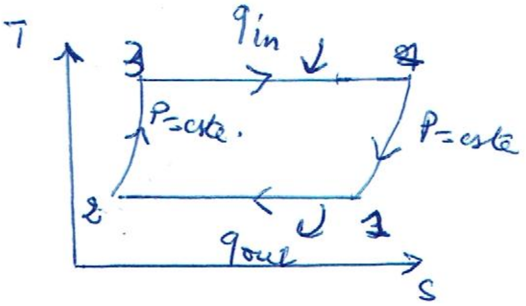
1°/ Cycle de Stirling :





cycle d'Ericson :





Question : Démontrer que le rendement du cycle d'Ericson est égal au rendement de Carnot entre les même réservoirs thermiques.

Réponse : On a : $\eta = -\frac{W}{Q_c}$ et $W + Q_f + Q_c = 0$

donc : $\eta = 1 + \frac{Q_f}{Q_c}$.

Analyse des transformations :

- (1 – 2) : Isotherme : $\Delta U = 0 \Rightarrow W_{12} = -Q_{12}$

$$W_{12} = -Q_{12} = nRT_f \ln\frac{V_1}{V_2} \quad \text{---(1)}$$

$W_{12} > 0$ et $Q_{12} = -nRT_f \ln\frac{V_1}{V_2} < 0 \ (= Q_f)$.

- (2 – 3) : Isobare : $Q_{23} = \Delta H = C_p(T_c - T_f) > 0$
- (3 – 4) : Isoth. $Q_{34} = -nRT_c \ln\frac{V_3}{V_4} > 0 \ (= Q_c)$
- (4 – 1) : Isob. : $Q_{41} = \Delta H = C_p(T_f - T_c) < 0$.

On voit que : $Q_{23} = -Q_{41}$: régénérateur.

et donc : $\eta = 1 + \frac{Q_f}{Q_c} = 1 + \frac{\left(-nRT_f \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)\right)}{-nRT_c \ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right)}$

or : $\frac{V_1}{V_2} = \frac{P_2}{P_1}$.

et $\frac{V_3}{V_4} = \frac{P_4}{P_3} = \frac{P_1}{P_2}$.

et donc : $\eta = 1 - \frac{T_f}{T_c} \frac{\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)}{\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)}$

$$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{T_f}{T_c} = \eta_c.$$