EXERCICE 4 ————————————————————————————————————

DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUE ET SCIENCE DE LA NATURE ET DE LA VIE

2 LMD MATH GEOMETRIE

SERIE 04

EXERCICE 1 ————————————————————————————————————

Soit $\Omega = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 / x + y + 4 = 0\}$ et soit l'application

$$\begin{array}{rcl} \phi & : & \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R} \\ ((x, y), (x', y')) & \mapsto & \dfrac{(x' - x) + (y - y')}{2} \end{array}$$

1) Determiner $\phi_{/\Omega\times\Omega}$
2) Montrer que $\phi_{/\Omega\times\Omega}$ define sur Ω un espace affine sur $\mathbb{R}$

EXERCICE 2 ————————————————————————————————————

Soit $\Omega = \mathbb{R}_+^*$ et soit

$$\phi \quad : \quad \Omega \times \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$\binom{x}{y} \longrightarrow \ln\left(\frac{y}{x}\right)$$

Verifier que ϕ define sur Ω un espace affine sur R

EXERCICE 3

Soit $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x + y + 4 = 0\}$
1) F est-il un sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^2$
2) Montrer que F est une varieté affine de $\mathbb{R}^2$

EXERCICE 4 ————————————————————————————————————

Soient $A \in M_{m,n}(\mathbb{R})$, $b \in \mathbb{R}^m$, $F = \{X \in \mathbb{R}^n / AX = b\}$

1) F est-il un sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^n$
2) Montrer que F est une varieté affine de $\mathbb{R}^n$
3) Exprimer la dimension de F en fonction de $rangA$

EXERCICE 5 ————————————————————————————————————

Soit l'application $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$

$$\binom{x}{y} \rightarrow \binom{3x + 5y}{-2x - 3y - 2}$$

1) Montrer que f est affine
2) Trouver les points fixes de f
3) Trouver $f \circ f$

EXERCICE 6 ——————————————————

Soients Ω espace affine sur E , f : $\Omega \longrightarrow \Omega$ application affine

I) Soit l'application

$$g \quad : \quad \Omega \longrightarrow E$$

$$M \longrightarrow g(M) = \overrightarrow{Mg(M)}$$

1) Montrer que g est affine
2) A quelle condition g est elle bijective?

EXERCICE 7 ————————————————————————

Soients : Ω espace affine euclidien sur E , $f : \Omega \longrightarrow \Omega$ application affine conserve la distance, $A \in \Omega$ et $\phi : E \longrightarrow E$ definie comme suit : pour tout $x \in E$, $\phi(x) = \overrightarrow{f(A)f(M)}$ tel que M verifie $x = \overrightarrow{AM}$

1) Montrer que $\phi(0_E) = 0_E$

2) Montrer que $<\phi(x), \phi(y)> = <x, y>$

3) Montrer que $\|\phi(x) - \phi(y)\| = \|x - y\|$

EXERCICE 4 ————————————————————————————

Soit $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x + y + 4 = 0\}$

3) F est-il un sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^2$

4) Montrer que F est une varieté affine de $\mathbb{R}^2$

EXERCICE 5 ————————————————————————————

Soient

$$A \in M_{m,n}(\mathbb{R}), \quad b \in \mathbb{R}^m, \quad F = \{X \in \mathbb{R}^n / AX = b\}$$

4) F est-il un sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^n$

5) Montrer que F est une varieté affine de $\mathbb{R}^n$

6) Exprimer la dimension de F en fonction de $rangA$

EXERCICE 6 ————————————————————————————

Soit l'application

$$\begin{array}{cccc} f & : & \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longrightarrow & \begin{pmatrix} 3x + 5y \\ -2x - 3y - 2 \end{pmatrix} \end{array}$$

4) Montrer que f est affine

5) Trouver les points fixes de f

6) Trouver $f \circ f$

EXERCICE 7 ——————————————

Soient Ω espace affine sur E , $f \ : \ \Omega \longrightarrow \Omega$ application affine

I) Soit l'application

$$\begin{array}{cccc} g & : & \Omega \longrightarrow E \\ M & \mapsto & g(M) = \overrightarrow{Mf(M)} \end{array}$$

1) Montrer que g est affine
2) A quelle condition g est elle bijective?

EXERCICE 8 ——————————————————

Soient : Ω espace affine euclidien sur E , $f : \Omega \longrightarrow \Omega$ application affine conserve la distance, $A \in \Omega$ et $\phi : E \longrightarrow E$ definie comme suit : pour tout $x \in E$, $\phi(x) = \overrightarrow{f(A)f(M)}$ tel que M verifie $x = \overrightarrow{AM}$

4) Montrer que $\phi(0_E) = 0_E$

5) Montrer que $\langle \phi(x), \phi(y) \rangle = \langle x, y \rangle$

6) Montrer que $\|\phi(x) - \phi(y)\| = \|x - y\|$