موضوع امتحانين سابقين في مقياس الإحصاء الرياضي.

طلبتي الافاضل ... طالباتي الفاضلات.. السلام عليكم جميعا وجمعاوات.

ها أنا ذا أضع بين أيديكم امتحانين في الإحصاء الرياضي كما وعدتكم، مصحوبين بالتصحيح النموذجي وتوزيع النقاط، وهما فرصة لتقييم الذات وأخذ صورة عن كيفية صوغ الأسئلة، والاستعداد للاختبار.

لذلك وقبل الاطلاع على الأسئلة، أنصح بأن يُخضِع كل طالب نفسَه لامتحان حقيقي باتباع الخطوات الآتية:

1. لا تطلع على الاسئلة من باب الفضول فقط إلا إذا كنت مستعدا للخضوع فورا لامتحان نفسك بنفسك.
2. اختر وقتا ملائما وجوا هادئا. ثم افتح لاول مرة أحد هذين الموضوعين لمدة لا تزيد عن المدة القانونية للامتحان وهي ساعة ونصف. (وكأنك فعلا في امتحان حقيقي وترى الموضوع لأول مرة)
3. احرص على عدم الاطلاع على الاجابة أو تلقي المساعدة حتى انتهاء الوقت القانوني.
4. بعد الانتهاء قم بتصحيح ورقتك بنفسك، دون تحيز أو قسوة
5. أعد الكرَّة بالخطوات السابقة نفسها مع الموضوع الثاني.
6. أحسب معدلك الذي حصلت عليه في هذين الامتحانين، وستأخذ فكرة قريبة جدا عن نقطتك التي ستحصل عليها في الامتحان الحقيقي.
7. **أخيرا .... لا تبدأ في حل هذين الموضوعين حتى تستوفي مراجعة دروسك كلها، وكأنك أمام امتحان حقيقي.**

تستطيع باتباع هذه النصائح أن تأخذ فكرة قريبة عن أسئلة الامتحان وعن مستوى أدائك المرتقب فيها.

بارطاجي لصحابك.... ولا تنسونا من خالص دعائكم يا شباب.

السلام عليكم.

جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم الاقتصادية و التجارية
و علوم التسييـــر

مجال العلوم الاقتصادية والتسيير
والعلوم التجارية *LMD-SEGC*
السنـــة الأولـــى

الموضوع الأول: امتحان 2016 -2017 في مقياس الإحصاء الرياضي

التاريخ: 2017/05/10
التوقيت: 12:00 – 13:30.
المدة: ساعة ونصف الساعة.
المكان: م. خزار+ ق. من 102 إلى 408

يمنع: القلم الماحي (*effaceur*)، الأحمر، تداول الجداول الإحصائية والأدوات.

التمرين الأول: (4ن)

أجب عن الأسئلة الآتية بدقة واختصار:

1. لنفرض أن لدينا متغيرين عشوائيين X_1 و X_2 يتبعان توزيع كاي-مربع بدرجتي حرية v_1 و v_2 على الترتيب. فلو قسمنا X_1 على X_2 فسينتج لنا متغيرٌ عشوائيٌّ ثالث وليكن Y . **السؤال**: ما هو التوزيع الاحتمالي الذي يخضع له المتغير الجديد Y ؟
2. إذا كان وقوع أحداث معينة يتبع توزيع بواسـون، فإن المدة الزمنية الفاصـلة بين وقوع كل حدثين متتابعين من هذه الأحداث تعتبر متغيرا عشوائيا. **السؤال**: ما هو التوزيع الاحتمالي الذي تخضع له هذه المدة الزمنية العشوائية؟
3. ما هو الفرق الأساسي بين التوزيع الثنائي والتوزيع فوق الهندسي؟
4. ما هو التوزيع الاحتمالي الذي تؤول إليه جل التوزيعات الاحتمالية الأخرى سواءٌ كانت متقطعة أم مستمرة؟

التمرين الثاني: (5.5ن)

تتنافس ثلاث دول A ، B ، C على تنظيم كأس العالم 2026. حظوظ فوز كل دولة بتنظيم المونديال هي على التوالي 50% ، 30% ، 20% .

ترشـحت إحدى الشـركات الإعلامية للتنافس على شـراء حقوق البث التلفزيوني لهذا المونديال، لكن احتمال الفوز بحقوق البث كان مرهونا بالدولة التي سـتنال شـرف تنظيم المونديال. أفاد أحد خبراء التسـويق في هذه الشـركة أن احتمال الفوز بصـفقة البث هو 0.7 في حالة فوز الدولة A بالتنظيم، و 0.5 في حالة فوز الدولة B بالتنظيم، و 0.3 في حالة فوز الدولة C بالتنظيم.

المطلوب: إذا افترضنا أن D هو حدث يتحقق بفوز الشركة بحقوق البث التلفزيوني للمونديال:

1. أحسب احتمال فوز الشركة بحقوق البث التلفزيوني.
2. أحسب احتمال عدم فوز الشركة بحقوق البث التلفزيوني.
3. إذا علمت أن الشركة قد **فازت فعلا** بحقوق البث التلفزيوني للمونديال، أحسب احتمال أن يكون شرف تنظيم المونديال قد عاد إلى:
   أ. الدولة A.
   ب. الدولة B.
   ج. الدولة C.

التمرين الثالث: (8ن)

إذا كانت النفقات السنوية لإحدى الشركات تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط 100 مليون دينار، وانحراف معياري 5 ملايين دينار.

المطلوب: أحسب ما يأتي:

1. احتمال أن تزيد نفقات الشركة عن 95 مليون دينار خلال سنة ما.
2. احتمال أن تقل نفقات الشركة عن 104 مليون دينار خلال سنة ما.
3. احتمال أن تتراوح نفقات الشركة بين 90 مليون دينار و 110 مليون دينار خلال سنة ما.
4. أحسب قيمة الربيع الثالث Q_3 ثم فسر قيمته (ماذا يعني).

اقلب الورقة ...

التمرين الرابع: (2.5ن)

1. أوجد قيمة المتغير العشوائي في كل من الحالات الآتية:

$t\,[p = 0.80 \text{ ، } v = 5\,]$ ، $F\,[p = 0.05 \text{ ، } v_1 = 7 \text{ ، } v_2 = 12]$ ، $\chi^2[p = 0.75 \text{ ، } v = 21]$

2. أوجد المساحة p في كل مما يأتي:

$t\,[p \text{ ، } v = 27\,] = 1.70$ ، $F\,[p \text{ ، } v_1 = 12 \text{ ، } v_2 = 9] = 3.07$ ، $\chi^2[p \text{ ، } v = 15] = 27.5$

انتهى... بالتوفيق.

الموضوع الثاني: امتحان 2013-2014 في مقياس الإحصاء 02

التمرين الأول: (5ن)

تتكون إحدى الشركات من 100 عامل، منهم 60 عاملا غير راضين عن الأجر. سحبت الإدارة عينة عشوائية مكونة من 8 عمال. لنفرض أن X متحول عشوائي يمثل عدد العمال غير الراضين عن الأجر.

1. أحسب احتمال أن تجد الإدارة جميع العمال راضين عن الأجر.
2. أحسب احتمال أن تجد الإدارة 6 عمال غير راضين عن الأجر.
3. أحسب احتمال أن تجد الإدارة 6 عمال على الأقل غير راضين عن الأجر.

التمرين الثاني: (7ن)

أجرت شركة "صومام" دراسة إحصائية على العائلات المكونة من 4 أفراد لمعرفة مقدار مشترياتهم من الحليب خلال شهر. وقد خلصت الدراسة إلى أن استهلاك العائلات المدروسة للحليب يخضع للتوزيع الطبيعي بمتوسط 20 لترا وانحراف معياري 6 لترات.

أرادت الشركة معرفة نسبة أضعف المستهلكين استهلاكا (أي الذين يستهلكون أقل من 10 لترات/الشهر) ونسبة أكبر المستهلكين استهلاكا (أي الذين يستهلكون أكثر من 30 لترا/الشهر).

1. أحسب هاتين النسبتين. (الأضعف استهلاكا و الأكبر استهلاكا)
2. أحسب عدد لترات الحليب التي يشتري أقل منها 75% من العائلات.
3. ما هو العدد الأقصى من لترات الحليب الذي يشتريه نصف هذه العائلات في الشهر؟
4. سحبنا عائلة عشوائيا، أحسب احتمال أن يكون استهلاكها من الحليب بين 25 لترا و 35 لترا في الشهر.

التمرين الثالث: (5ن)

لنفرض أن عينة من 3000 رياضي خضعوا لفحص تناول المنشطات، فإذا علمت أن احتمال اكتشاف حالة تناول للمنشطات من بين المفحوصين هو 0.001 ، لنفرض أن X متحول عشوائي يمثل عدد حالات تناول المنشطات. أحسب احتمال إكتشاف:

1. ولا حالة تناول للمنشطات.
2. أربع حالات تناول للمنشطات.
3. أكثر من حالتي تناول للمنشطات.

التمرين الرابع: (3ن)

1. أوجد قيمة المتغير في كل من الحالات التالية :

$X^2 (p = 0.25 ; v = 40)$; $F (p = 0.01 ; v_1 = 7 ; v_2 = 12)$; $t(p = 0.05 ; v = 20)$

2. أوجد المساحة p في كل مما يأتي:

$X^2 (p ; v = 10) = 3.940$

ملاحظات عامة: - يمنع منعا باتا استخدام اللون الأحمر في الإجابة.

- المطلوب الحفاظ على نظافة ورقة الإجابة، وتجنب الشطب المبالغ فيه، وأي مخالفة تحت طائلة المسؤولية.

بالتوفيق ...أسرة المقياس.

التصحيح النموذجي

وتوزيع النقاط

التصحيح النموذجي للموضوع الأول: امتحان 2016-2017 في مقياس الإحصاء الرياضي

التمرين الأول: (4ن) نقطة على كل إجابة.

الإجابة عن الأسئلة بدقة واختصار:

1. التوزيع الاحتمالي الذي يخضع له المتغير الجديد Y **هو توزيع فيشر بدرجتي حرية v_1 و v_2.**
2. التوزيع الاحتمالي الذي تخضع له هذه المدة الزمنية العشوائية هو **التوزيع الأسي**.
3. الفرق الأساسي بين التوزيع الثنائي والتوزيع فوق الهندسي هو أن الأول يتم فيه **السحب مع الإعادة** (احتمال النجاح **p ثابت**) أما الثاني فإن السحب يتم **فيه بدون إعادة** (أي احتمال النجاح **p غير ثابت**).
4. التوزيع الاحتمالي الذي تؤول إليه جل التوزيعات الاحتمالية الأخرى سواءً كانت متقطعة أم مستمرة **هو التوزيع الطبيعي**.

التمرين الثاني: (6 ن)

1. حساب احتمال فوز الشركة بحقوق البث التلفزيوني: أي حساب احتمال تحقق الحدث D.

نلاحظ أن احتمال تحقق D يخضع **لقانون الاحتمال الكلي**، أي: **.....(0.5)**

$$P(D) = P(A \cap D) + P(B \cap D) + P(C \cap D)$$

$$= P(A) \times P(D/A) + P(B) \times P(D/B) + P(C) \times P(D/C)$$

$$= 0.5\ (0.7) + 0.3\ (0.5) + 0.2\ (0.3)$$

$$= \boxed{0.56} \quad \text{..... (1)}$$

2. حساب احتمال عدم فوز الشركة بحقوق البث التلفزيوني: أي حساب احتمال تحقق متمم الحدث D.

$P(\bar{D}) = 1 - P(D) = 1 - 0.56 = \boxed{0.44}$ **..... (1)**

3. الشركة فازت فعلا، أي D محقق: هنا نستخدم **قانون الاحتمال السببي**: **.....(0.5)**

أ. حساب احتمال أن يكون شرف تنظيم المونديال قد عاد إلى الدولة A.

$$P(A/D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{P(A)P(D/A)}{P(D)} = \frac{0.5 \times 0.7}{0.56} = \frac{0.35}{0.56} = \boxed{0.625} \text{..... (1)}$$

ب. حساب احتمال أن يكون شرف تنظيم المونديال قد عاد إلى الدولة B.

$$P(B/D) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)} = \frac{P(B)P(D/B)}{P(D)} = \frac{0.3 \times 0.5}{0.56} = \frac{0.15}{0.56} = \boxed{0.268} \text{..... (1)}$$

ج. حساب احتمال أن يكون شرف تنظيم المونديال قد عاد إلى الدولة C.

$$P(C/D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{P(C)P(D/C)}{P(D)} = \frac{0.2 \times 0.3}{0.56} = \frac{0.06}{0.56} = \boxed{0.107} \text{..... (1)}$$

التمرين الثالث: (7ن)

1. **حساب احتمال أن تزيد نفقات الشركة عن 95 مليون دينار خلال سنة ما:**

$$P(X \geq 95) = P\left(Z \geq \frac{95-100}{5}\right) = P(Z \geq -1) = P(Z \leq 1) = 0.5 + P(0 \leq Z \leq 1) = \boxed{0.8413} \text{..... (1)}$$

و0.5ن على حساب قيمة Z التي وجدناها تساوي (-1)

2. **حساب احتمال أن تقل نفقات الشركة عن 104 مليون دينار خلال سنة ما:**

$$P(X \leq 104) = P\left(Z \leq \frac{104-100}{5}\right) = P(Z \leq 0.8) = 0.5 + P(0 \leq Z \leq 0.8) = \boxed{0.7881} \text{..... (1)}$$

و0.5ن على حساب قيمة Z التي وجدناها تساوي (0.8)

3. **احتمال أن تتراوح نفقات الشركة بين 90 مليون دينار و 110 مليون دينار خلال سنة ما.**

نلاحظ أن هذا المجال عبارة عن $\mu \pm 2\sigma$ ومنه يمكن استنتاج النسبة أو احتمال أن تتراوح نفقات الشركة بين 90 مليون دينار و 110 مليون دينار خلال سنة ما مباشرة ودون عناء، وهو **0.9545** .**(1).....**

يمكن أيضا استخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري، وإيجاد الاحتمال بالخطوات ذاتها تقريبا التي أجبنا بها في السؤالين السابقين.

4. **حساب قيمة الربيع الثالث Q_3 ثم تفسير قيمته:** نعلم أن المساحة خلف الربيع الثالث إلى $-\infty$ هي 75% أي أن:

$$P(X \leq Q_3) = 0.75 \Leftrightarrow P\left(Z \leq z_i = \frac{Q_3 - 100}{5}\right) = 0.75$$

وعليه نبحث عن قيمة z_i التي تحصر خلفها 75% من المساحة حتى $-\infty$ ، أو تحصر بينها وبين الصفر 25 % من المساحة.

بالعودة إلى جدول التوزيع الطبيعي المعياري، نجد أن المساحة تقع بين 0.2486 و 0.2518 ومنه فإن قيمة Z هي:

$$z_i = \frac{0.67 + 0.68}{2} = \mathbf{0.675} \text{ .....(ن1)}$$ أو نختار إحداهما 0.67 أو 0.68 ... لا باس

$$z_i = \frac{Q_3 - 100}{5} = 0.675 \Rightarrow Q_3 = 100 + (z_i \times 5) = 100 + (0.675 \times 5) = \mathbf{103.375} \text{..... (1)}$$

وتعني هذه القيمة أن 75% من نفقات الشركة خلال سنة ما هي أقل من 103.375 مليون دينار. **(1).....**

التمرين الرابع: (3ن) نصف نقطة لكل إجابة.

1. **إيجاد قيمة المتغير العشوائي في كل من الحالات الآتية:**

$\chi^2[p = 0.75 \text{ ، } v = 21]$ **(χ^2 =24.9)**

$F\ [p = 0.05 \text{ ، } v_1 = 7 \text{ ، } v_2 = 12]$ $\left(F = \frac{1}{F_{0.95}^{12,7}} = \frac{1}{3.57} =\right)$ **0.280**

$t\ [p = 0.80 \text{ ، } v = 5\ ]$ **(t =0.920)**

2. **إيجاد المساحة p في كل مما يأتي:**

$\chi^2[p \text{ ، } v = 15] = 27.5$ **(p = 0.975)**

$F\ [p \text{ ، } v_1 = 12 \text{ ، } v_2 = 9] = 3.07$ **(p = 0.95)**

$t\ [p \text{ ، } v = 27\ ] = 1.70$ **(p = 0.95)**

التصحيح النموذجي للموضوع الثاني: امتحان 2013 – 2014 في مقياس الإحصاء 02

التمرين الأول: (6ن)

X متحول عشوائي يمثل عدد العمال غير الراضين عن الاجر، وهو خاضع **للتوزيع الثنائي**.

$$p(x=k)=C_N^K p^k q^{n-k} \qquad n=8 \qquad p={}^{60}/_{100}=0{,}6$$

4. حساب احتمال أن تجد الإدارة جميع العمال راضين عن الأجر: **(1.5).....**

$$p(x=0)=C_8^0 p^0 q^8=\frac{8!}{0!\times 8!}(0{,}6)^0\times(0{,}4)^8=\mathbf{0{,}00065}$$

5. حساب احتمال أن تجد الإدارة 6 عمال غير راضين عن الأجر: **(1.5).....**

$$p(x=6)=C_8^6 p^6 q^2=\frac{8!}{6!\times 2!}(0{,}6)^6\times(0{,}4)^2=\mathbf{0{,}2090}$$

6. حساب احتمال أن تجد الإدارة 6 عمال على الأقل غير راضين عن الأجر: **(3).....**

$$\begin{aligned}p(x\geq 6)&=p(x=6)+p(x=7)+p(x=8)\\&=C_8^6p^6q^2+C_8^7p^7q^1+C_8^8p^8q^0\\&=\frac{8!}{6!\times2!}(0{,}6)^6\times(0{,}4)^2+\frac{8!}{7!\times1!}(0{,}6)^7\times(0{,}4)^1+\frac{8!}{8!\times0!}(0{,}6)^8\times(0{,}4)^0\\&=0{,}2090+0{,}0858+0{,}01679=\mathbf{0{,}3154}\end{aligned}$$

التمرين الثاني: (7ن)

5. أحسب هاتين النسبتين. (الأضعف استهلاكا و الأكبر استهلاكا)

أ- النسبة الأضعف استهلاكا:

$$p(X\leq 10)=p(Z\leq z_1)$$

$$z_1=\frac{x-\mu}{\sigma}=\frac{10-20}{6}=(\mathbf{-1{,}67})\textbf{.....(0.5)}$$

$$p\big(Z\leq(-1{,}67)\big)=0{,}5-p(0\leq Z\leq 1{,}67)$$

$$=0{,}5-0{,}4525=\mathbf{0{,}0475}\textbf{.....(1)}$$

ب- النسبة الأكبر استهلاكا:

$$p(X\geq 30)=p(Z\geq z_2)$$

$$z_2=\frac{x-\mu}{\delta}=\frac{30-20}{6}=(\mathbf{1{,}67})\textbf{.....(0.5)}$$

$$p(Z\geq 1{,}67)=0{,}5-p(0\leq Z\leq 1{,}67)$$

$$=0{,}5-0{,}4525=\mathbf{0{,}0475}\textbf{.....(1)}$$

6. حساب عدد لترات الحليب التي يشتري أقل منها 75% من العائلات:

$$p(X\leq x_3)=p(Z\leq z_3)=0{,}75$$

$$\Rightarrow z_3\approx\mathbf{0{,}67}$$

$$\Rightarrow x_3=z_3\times\sigma+\mu=(0{,}67)6+20=\mathbf{24{,}02}$$

ومنه: عدد لترات الحليب التي يشتري أقل منها 75% من العائلات هو **24 لترا** **(1).....**

7. العدد الأقصى من لترات الحليب الذي يشتريه نصف هذه العائلات في الشهر:

$p(X \leq x_4) = 0{,}5 \Rightarrow x_4 = \mu = \mathbf{20}$ **.....(1)**

8. حساب احتمال أن يكون استهلاك هذه العائلة من الحليب بين 25 لترا و 35 لترا في الشهر:

$$p(25 \leq X \leq 35) = p\left(\frac{25-20}{6} \leq Z \leq \frac{35-20}{6}\right)$$

$$= p(0{,}83 \leq Z \leq 2{,}50)$$ **.....(1) (نصف نقطة لكل حد من حدي المجال)**

$$= p(0 \leq Z \leq 2{,}50) - p(0 \leq Z \leq 0{,}83)$$

$$= 0{,}4938 - 0{,}2967 = \mathbf{0,1971}$$ **.....(1)**

التمرين الثالث: (**5**ن)

$n = 3000 \geq 50$

$\lambda = n.p = 3000 \times 0{,}001 = 3 < 5$

X متحول عشوائي يمثل عدد حالات تناول المنشطات، وهو خاضع **لتوزيع بواسون** $p(x = k) = \frac{\lambda^k \times e^{-\lambda}}{k!}$ **....(1)**

4. احتمال اكتشاف ولا حالة تناول للمنشطات: **....(1)**

$$p(x = 0) = \frac{3^0 \times e^{-3}}{0!} = \mathbf{0,0498}$$

5. احتمال اكتشاف أربع حالات تناول للمنشطات: **....(1)**

$$p(x = 4) = \frac{3^4 \times e^{-3}}{4!} = \mathbf{0,1680}$$

6. احتمال اكتشاف أكثر من حالتي تناول للمنشطات: **....(2)**

$$p(x > 2) = 1 - [p(x = 0) + p(x = 1) + p(x = 2)]$$

$$= 1 - \left[\frac{3^0 \times e^{-3}}{0!} + \frac{3^1 \times e^{-3}}{1!} + \frac{3^2 \times e^{-3}}{2!}\right]$$

$$= 1 - [0{,}0498 + 0{,}1494 + 0{,}2240]$$

$$= 1 - 0{,}4232 = \mathbf{0,5768}$$

التمرين الرابع: (**2**ن) **(0.5 لكل إجابة صحيحة)**

3. قيمة المتغير في كل من الحالات التالية :

χ^2 (p = 0.25 ; v = 40) $\Rightarrow \chi^2 = \mathbf{33,7}$.

$$F(p = 0{,}01, v_1 = 7, v_2 = 12) = \frac{1}{F(p = 0{,}99, v_1 = 12, v_2 = 7)} = \frac{1}{6{,}47} = \mathbf{0,1545}$$

t(p = 0.05 ; v = 20) = **(-1,72)**

4. في ما يأتي p: المساحة

χ^2 (p ; v = 10) = 3.940 $\Rightarrow$ p = **0,05**

انتهى