Chapitre 1

Equations aux dérivées partielles du premier ordre

1.1 Définitions

Définition 1.1.1 *Une équation aux dérivées partielles est une équation mathématique contenant en plus de la variable dépendante (u ci-dessous) et les variables indépendantes (x, y,... ci-dessous) une ou plusieurs dérivées partielles. Cette équation est ainsi de la forme :*

$$H\left(x, y, ..., u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, ..., \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, ...\right) = 0, \tag{1.1}$$

ou H est une fonction de plusieurs variables. Si n est le nombre de variables indépendantes, alors nous considérons le n-uplet de variables indépendantes $(x, y, ...)$ appartenant a un domaine $\mathcal{D}$ convenable de $\mathbb{R}^n$.

Une solution de l'équation (1.1) est une fonction $u = u(x, y, ...)$ des variables indépendantes $x, y, ...$ dont les dérivées partielles apparaissant dans l'équation existent aux points de $\mathcal{D}$ et telle qu'après avoir substitué cette fonction et ses dérivées partielles dans l'équation (1.1), celle-ci est satisfaite

Définition 1.1.2 *Un problème est bien posé au sens de Hadamard. S'il existe une unique solution qui dépend des données de facon continue.*

La dernière condition est particulièrement significative en physique. Une EDP traduit en général des principes physiques (Comme la conservation de la masse,