Université Mohamed Khider, Biskra 2010/2021

Faculté des Sc. Exactes et Sc. de la Nature et la Vie

Master 1: **Tests Statistiques**

Devoir N°1 : à rendre avant le 30 décembre

Soit $X_1, ..., X_n$ une suite de variables aléatoires gaussiennes indépendantes centrées réduites. On pose

$$\overline{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i \text{ (la moyenne empirique)}$$

et

$$S_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} \left(X_i - \overline{X}_n \right)^2 \text{ (la variance empirique).}$$

1. Montrer que pour chaque n, les deux variables aléatoire $\overline{X}_n$ et S_n^2 sont indépendantes.
2. Montrer que $\overline{X}_n$ est une variable aléatoire Gaussienne centré de variance $1/n$.
3. Montrer que $(n-1) S_n^2$ suite la de qui-deux à $n-1$ degré de liberté. Notation

$$(n-1) S_n^2 \rightsquigarrow \chi^2 (n-1) .$$

Indication: les réponses à ces questions se trouvent dans le polycopié que je vous ai envoyé. Je vous demande donc de rédiger le devoir à votre manière.