Introduction

Les **mathématiques** furent essentiellement créées parce que l'on en avait **besoin**, et elles ont été bien souvent un **outil**, ne l'oublions pas!

De nombreux mathématiciens étaient aussi des philosophes, des astronomes, des historiens et même des poètes, particulièrement en Grèce et en Europe au Moyen Age. Ils furent aussi de grands physiciens jusqu'au XIX$^{\text{ème}}$ siècle.

Aujourd'hui, on est encore obligé de créer de nouveaux concepts mathématiques pour répondre à la demande de la haute technologie. Les mathématiques ont donc été un outil pour les autres sciences, elles les ont souvent suivies.

Quand les mathématiques ne répondirent pas à un réel besoin, elles finirent toujours par permettre de résoudre de nouveaux problèmes qui se posèrent bien plus tard… Il est donc arrivé aussi qu'elles précèdent les grandes découvertes. L'allemand Riemann inventa au XIX$^{\text{ème}}$ siècle une géométrie "non euclidienne" où il n'y a plus de droites parallèles, où la somme des angles des triangles n'est plus de 180°. Cette nouvelle géométrie permit à Einstein de créer ensuite la théorie de la relativité générale.

Actuellement, les mathématiques sont présentes partout, dans toutes les sciences évidemment (physique, chimie, biologie, médecine, informatique, économie, technologie, astronomie, éducation, sciences humaines, sciences médico-sociales, …), mais aussi dans notre vie de tous les jours.

Il est impossible de connaître une science sans en connaître son histoire, l'histoire de ses tâtonnements et de ses erreurs. En effet, en mathématiques, on s'est souvent trompé :

- Pendant près de 1500 ans, l'Europe s'est obstinée à utiliser les chiffres romains qui ne permettaient pratiquement aucun calcul.
- Pendant plus de 2000 ans, on a tenté de résoudre des problèmes insolubles tels que la "quadrature du cercle" ou la "duplication du cube" entre autres à la règle et au compas.

Néanmoins, les recherches faites pour résoudre ces deux derniers problèmes ont été tellement stimulantes qu'elles ont fait naître de nouvelles méthodes et théories mathématiques.

Les mathématiciens ont eu aussi de grandes difficultés :

- On a essayé de démontrer pendant plus de 300 ans le fameux théorème de Fermat et ce n'est qu'en 1994 qu'on y est finalement parvenu.

Etudier l'histoire des mathématiciens, c'est rentrer dans le monde merveilleux des mathématiques, comprendre leur évolution et s'intéresser davantage à l'algèbre, à la géométrie et aux autres sciences.

De même, il faut tenir compte de l'histoire des mathématiques pour pouvoir les enseigner. Un enfant ne doit pas apprendre le calcul ou la géométrie autrement que l'humanité ne les a apprises au cours de son histoire. Il doit donc essayer d'acquérir d'abord les notions qui se sont imposées les premières à l'homme avant de passer à celles qui viennent d'être inventées.

Comment les mathématiques sont-elles nées ?
Pourquoi en a t'on eu besoin ? Comment ont évolué nos chiffres ?
Quels furent les grands peuples mathématiciens ?
Qui furent les premiers grands mathématiciens ?

Nous allons essayer de répondre à ces questions avec un langage simple et en

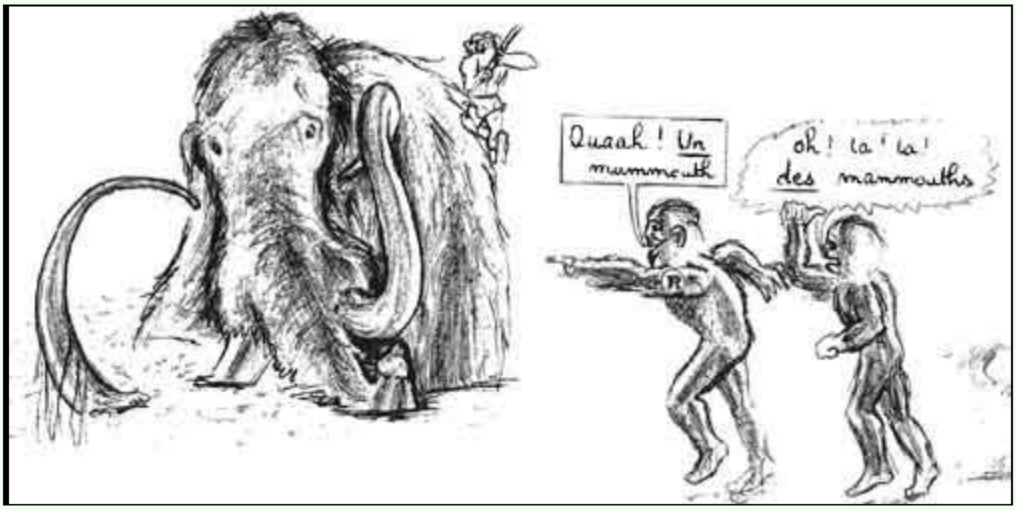
Nous verrons comment les mathématiques évoluent :

- en **Préhistoire** avec les premiers concepts de nombres ;
- dès l'Antiquité (**Mésopotamie**, **Égypte**, **Chine**, **Grèce**, **Mayas** et **Romains**) où on assiste aux fondements du calcul et où on commence à raisonner véritablement ;
- au Moyen-Age (**Inde** et **Arabie**) où naissent nos chiffres et où on fait une véritable synthèse des connaissances des peuples précédents ;
- à la Renaissance et à l'Age Classique (**Europe**) où on progresse dans tous les domaines (calcul numérique, algèbre, géométrie plane, géométrie dans l'espace, trigonométrie, statistiques, probabilités, théorie des nombres, calcul infinitésimal, algèbre de Boole, théorie des ensembles, géométries non euclidiennes) ;
- depuis le XX^ème^ siècle (**Mondialisation**) où les mathématiques se mondialisent, mais où l'Europe continue de fournir le plus grand nombre de mathématiciens.

I. La Préhistoire :

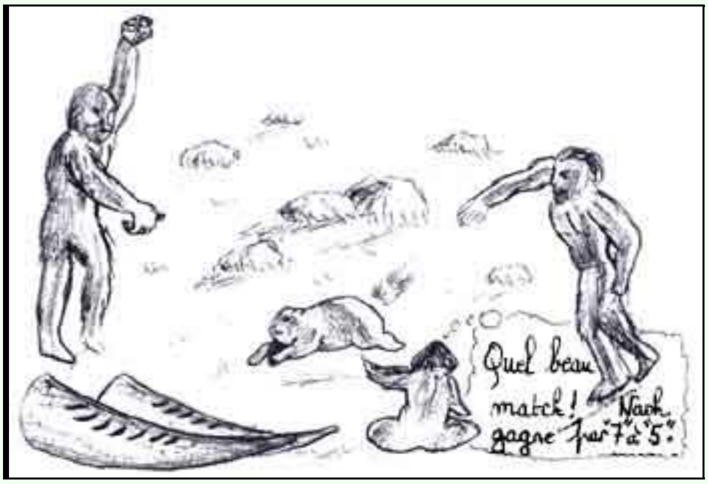
(vers 35000 avant JC – vers 3000 avant JC)

On a retrouvé en Europe des os et des bouts de bois entaillés qui datent parfois de 35000 ans avant JC.
L'homme qui, il y a 20000 ans, a fait 55 encoches sur l'os de loup retrouvé en Tchécoslovaquie était déjà un bon calculateur. C'était peut-être un chasseur qui dénombrait des bisons ou un berger qui comptait ses moutons.

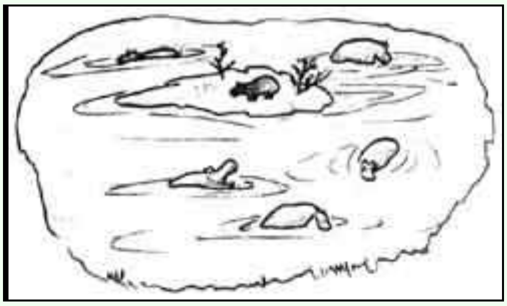


L'homme primitif a dû d'abord distinguer l'unité et la pluralité (nuance entre *un* et *des*).

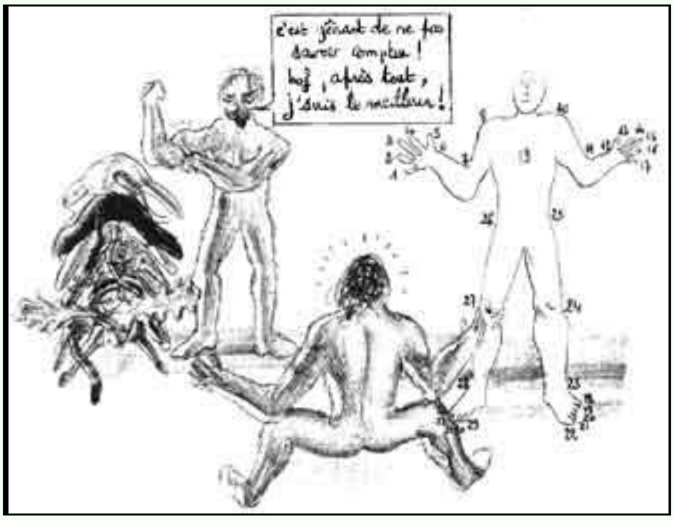
Il a ensuite acquis la notion de paire (deux bras, deux mains, deux pieds, deux yeux, etc...).



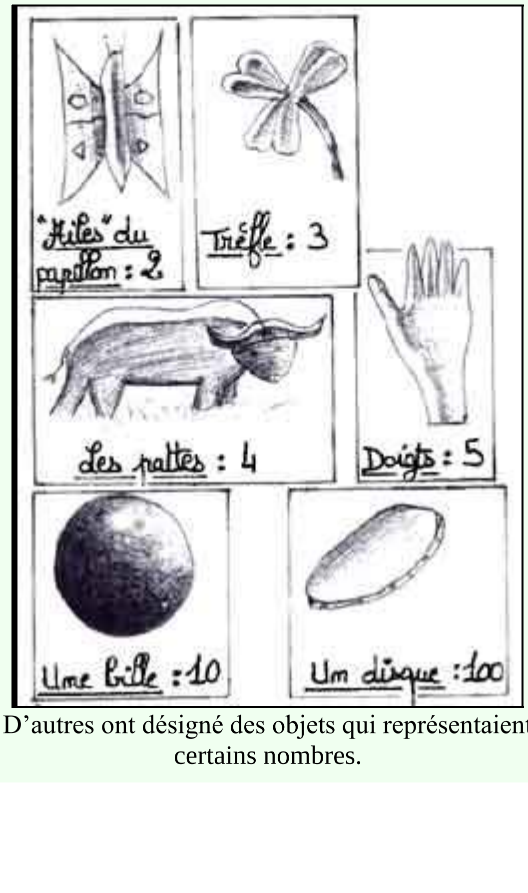
Ceci a dû l'amener à la notion de "correspondance un à un" (entailles sur les os).



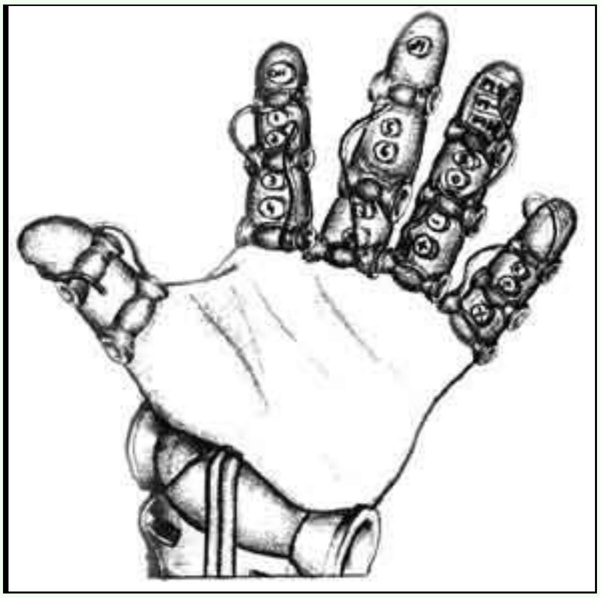
L’homme primitif a aussi adopté, pour dénombrer, l’alignement ou l’entassement de cailloux. Le caillou se dit *calculi* en latin, le mot calcul a ainsi pris naissance dans l’entassement des cailloux. On utilisait aussi à cette époque des coquillages et des osselets.



Certaines tribus ont fait appel à diverses parties du corps pour compter.



D’autres ont désigné des objets qui représentaient certains nombres.



La main, avec ses cinq doigts, fut alors la première machine à calculer.

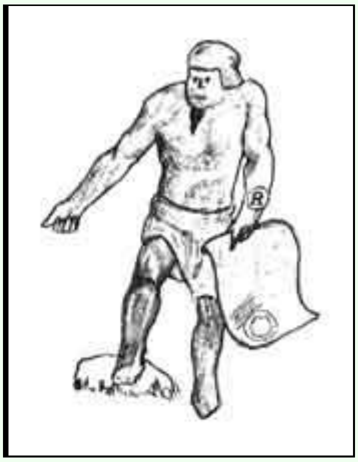
Dans le monde entier, les hommes se sont servis des doigts de leurs mains (et parfois de leurs pieds aussi) pour compter. En Inde et en Russie, on fait encore des multiplications sur les doigts…

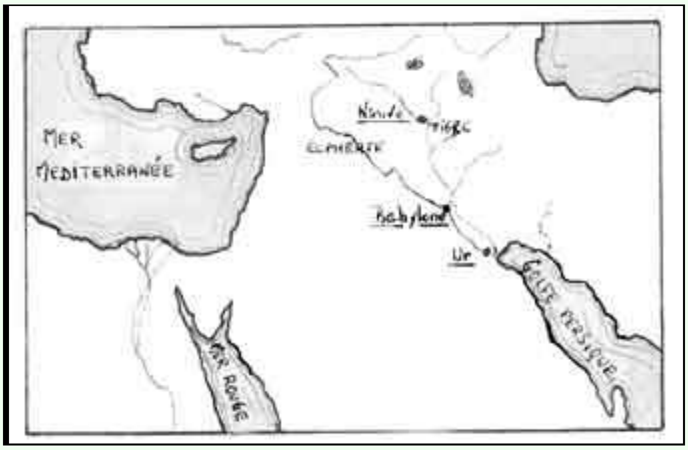

Notre système décimal est dû à l’utilisation des dix doigts de nos mains.

On pense que les premiers hommes ont développé le concept du nombre et des systèmes de numération qui permettent d’effectuer certaines opérations sur les entiers naturels. Ils ont commencé à mesurer des longueurs.

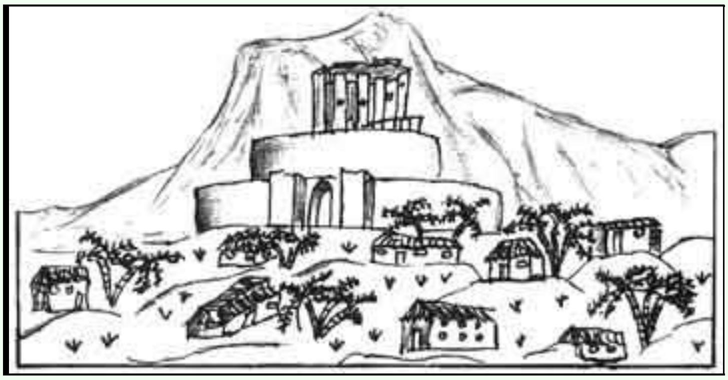
II. En Mésopotamie

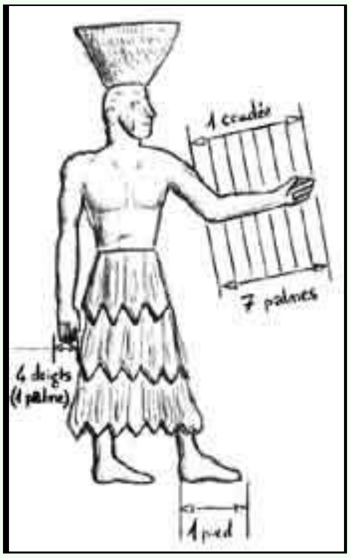
(vers 3000 avant JC - vers 200 avant JC)





Les Mésopotamiens étaient composés de trois grands peuples : les Babyloniens, les Assyriens et les Sumériens. Babylone était le centre culturel du monde entre 2000 et 550 avant JC. Ses ruines se trouvent à 160 km au sud-est de Bagdad. Les jardins suspendus de Babylone, aujourd'hui disparus, étaient l'une des sept merveilles du monde.

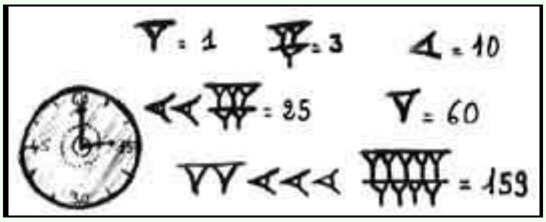




Les Babyloniens ont été les premiers à mettre au point des techniques de calcul.
On mesurait à l'aide des parties du corps (une palme, une coudée, un pied).

Dans des fouilles réalisées au XIX$^{\text{ème}}$ siècle, on a retrouvé à Nippour 300 tablettes d'argile parlant de mathématiques :
celles-ci nous ont permis de faire un point sur les connaissances des Babyloniens.

Les Babyloniens ont résolu des problèmes de partages d'impôts, d'héritages, d'échanges commerciaux, de constructions de canaux, de greniers, etc…
Le début des mathématiques a donc été provoqué par les besoins de la vie économique et sociale.



Les Babyloniens comptaient en base dix et en base soixante :
Un symbole spécial indiquant la place du zéro apparaîtra deux siècles avant JC.
Celui-ci sera toujours placé en milieu de nombre. Il précisait la place vide à l'intérieur d'une écriture.

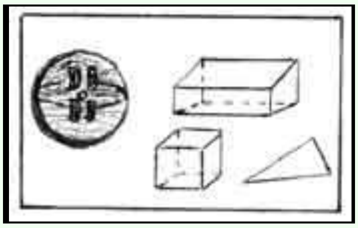
De leur base soixante, nous avons hérité nos calculs d'heures, de minutes, de secondes. 1 h = 60 min; 1 min = 60 s. Le cercle est aussi divisé en 360 °, un multiple de 60.

Les Babyloniens furent les premiers à mettre au point un système de numération de position : désormais, c'est la place occupée par le chiffre qui indique sa valeur. Les multiplications se font par additions successives.

Les astronomes (presque toujours des prêtres) ont été les inventeurs de la géométrie, ils observaient le ciel pour fixer les calendriers :

- les étoiles leur ont donné l'idée du point,
- les configurations stellaires leur ont fourni l'image des rectangles, des triangles...
- la lune leur a fourni l'image du disque. C'est sans doute grâce à cette dernière image que les premiers hommes ont eu l'idée de la roue.

Leur calendrier était un cercle représentant les constellations du zodiaque qui fut plus tard divisé en 360° car l'année ne comptait que 360 jours.



nombres	carrés	cubes
1	1x1 = 1	1x1x1 = 1
2	2x2 = 4	2x2x2 = 8
3	9	27
4	16	64
5	25	125

Ils connaissaient donc la roue et savaient calculer quelques aires et volumes !
Ils avaient des tables de carrés, de cubes, mais aussi d'inverses et de racines carrées.

"$x^2 + 1 = 5$"

$\pi \simeq 3$ (ou 3,125)

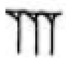
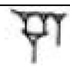
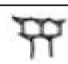
Ils résolvaient déjà des équations et donnaient une valeur approximative de π.

Les Babyloniens n'utilisaient pas le symbole π, mais considéraient que la circonférence d'un cercle est environ 3 fois plus grande que son diamètre.
Ils iront même jusqu'à énoncer nos égalités remarquables :
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;
$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.
Evidemment, ils ne les énoncaient pas de cette façon puisqu'ils ne connaissaient pas nos lettres et chiffres.

Les Babyloniens ont résolu de nombreuses équations et des systèmes d'équations, par contre, ils n'ont que rarement apporté les preuves de tout ce qu'ils ont énoncé.

Compter à Babylone

Les mathématiciens mésopotamiens ont inventé il y a plus de 4000 ans une numération, dont on trouve encore la trace aujourd'hui dans la mesure des angles et des durées. Pour comprendre le calcul babylonien, la meilleure méthode est de suivre le programme et les méthodes d'enseignement des mathématiques dans les écoles de scribes de Mésopotamie. Les écoliers écrivent sur des tablettes d'argile, en utilisant des poinçons. A vos tablettes ! L'écriture des nombres Pour noter les nombres, les Mésopotamiens utilisaient 59 « chiffres » ! Ces « chiffres » étaient obtenus en répétant les deux symboles (1) et (10) autant que nécessaire. Saurez-vous compléter le tableau des 59 « chiffres » de l'écriture mésopotamienne ?

1		2		3		4		5	

6		7		8		9		10	
11		12		13		14		15	
16		17		18		19		20	
21		22		23		24		25	
26		27		28		29		30	
31		32		33		34		35	
36		37		38		39		40	
41		42		43		44		45	
46		47		48		49		50	
51		52		53		54		55	
56		57		58		59			

Pour représenter les nombres supérieurs à 60, la numération obéit à un principe de position à base 60 : une soixantaine s'écrit 1 (en deuxième position).

60		61		62		63		64	
65		66		67		68		69	
70		71		72		73		74	

85	

(85=1x 60+ 25) L'écriture juxtapose donc les chiffres 1 et 25 (nous le noterons aussi 85=1.25)

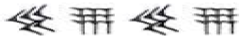
113	

(113=1x 60+ 53) L'écriture juxtapose donc les chiffres 1 et 53 (1.53)

945	

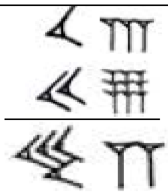
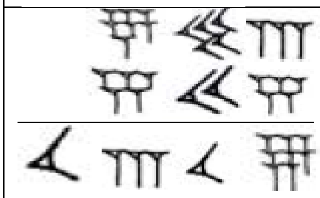
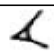
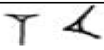
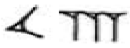
(945=15x 60+ 45) L'écriture juxtapose donc les chiffres 15 et 45 (15.45) Saurez vous écrire les nombres suivants 192   87   359 ?

Quel es le nombre le plus grand nombre qu'on puisse écrire en juxtaposant deux chiffres : c'est le nombre obtenu en juxtaposant les chiffres 59 et 59,

soit le nombre 59x60+59 = 3599 qui s'écrit  ce que nous pourrions noter 59.59 Pour représenter des nombres supérieurs à 3600=60 x 60, il faut introduire des chiffres supplémentaires. 3758=1x 3600+ 2 x60+38 se représentera:  en juxtaposant les chiffres 1, 2 et 38 (1.2.38) Comment lire le nombre  ? Avec notre notation, il s'écrit 52.25.33, il s'agit donc du nombre 52 x 3600+25 x 60+33 = 188733 La numération Babylonienne est donc sexagésimale (elle fait intervenir dans la décomposition d'un nombre les puissances de 60) et positionnelle.

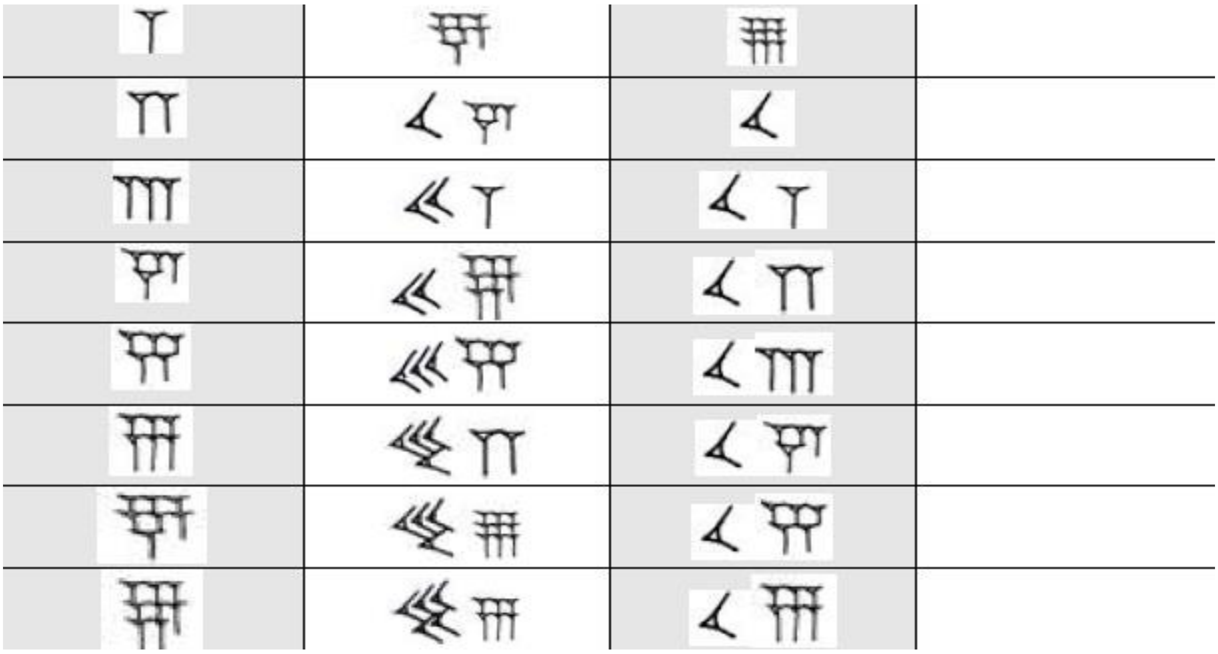
Les opérations

Voici quelques exemples d'addition. Pouvez-vous traduire et vérifier ces additions

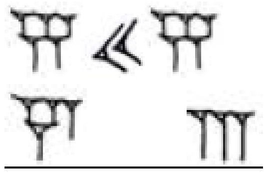
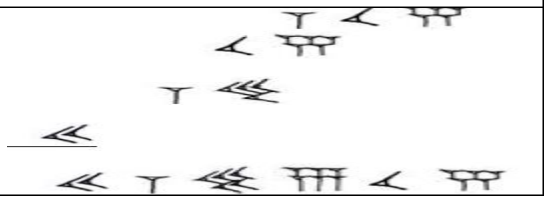
	regroupement de 10  en 1 supplémentaire 
	regroupement des 7  en  , cela porte à 13
	le nombres de caractères  à gauche, ce qui s'écrit 

Et pour multiplier ?

La technique de multiplication est la base de l'entraînement au calcul. Les tables de multiplication représentent environ la moitié des textes mathématiques de niveau élémentaire . Les exercices scolaires retrouvés montrent que la multiplication opère exclusivement sur les nombres positionnels et qu'elle s'appuie sur les produits élémentaires donnés par les tables numériques et mémorisés. Une table de multiplication, à compléter…. Au fait, laquelle ?



Une fois connues les tables de multiplication, nous pouvons nous lancer dans une multiplication plus conséquente : 325 x 243 Décomposons dans l'écriture sexagésimale : 325 = 5x60 + 25 et 243 = 4x60 + 3 Nous allons donc multiplier les nombres 5.25 et 4.3.

	on décompose		
		25x3 :	
		5x3	
		25x4	
		5x4	

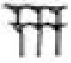
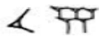
325 x 243 = $(5x60+25)x(41x60+3)=5x4x60^2+(25x4+5x3)x60+25x3$

Nous avons effectué les 4 produits : 5x4, 25x4, 5x3 et 25x3 (résultats d'après les tables mémorisées). Cela permet d'obtenir le résultat final en veillant aux positions des résultats intermédiaires puisque : 325 x 243= $20x60^2+115x60+75 = 21x60^2+56x60+15$ soit 21.56.15

C'est bien le résultat trouvé.

Les inverses

Il n'y a pas de signe écrit pour indiquer l'ordre de grandeur, comme nous le faisons en écrivant des zéros en position finale ou une virgule, nous permettant par exemple de distinguer une unité (1), une dizaine (10), un dixième (0,1). Le signe  peut désigner le nombre 1, ou 60, ou 1/60, ou toute puissance de 60 positive ou négative. Il en est de même pour tous les autres nombres :  peut désigner 2, ou 2×60, ou 2/60, etc. Les nombres sont donc définis à un facteur près (égal à une puissance de 60, d'exposant positif ou négatif). La numération mésopotamienne savante est donc **sexagésimale positionnelle relative**.

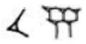
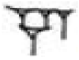
Le produit de  et de  s'écrit . Le produit de  et de  s'écrit . Mais alors, que signifie l'égalité de deux expressions numériques dont l'ordre de grandeur est indéterminé ? En toute rigueur, les écritures suivantes peuvent paraître abusives :

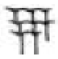
$$2\times30 = 1$$

$$9\times20 = 3$$

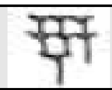
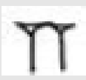
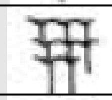
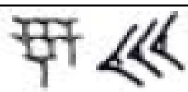
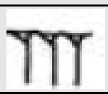
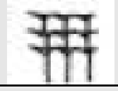
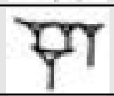
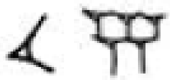
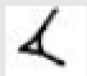
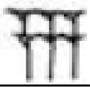
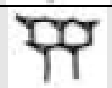
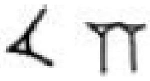
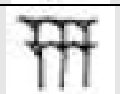
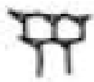
Cependant, dans la mesure où le nombre 1 (ou le nombre 3), par exemple, est considéré non comme une quantité absolue, mais comme un ensemble de valeurs définies à facteur (une puissance 60) près, cette écriture est acceptable. Ici, le signe « = » signifie : « s'écrit comme ». Il serait sans doute préférable de remplacer le signe « = » par un signe de congruence. Deux nombres forment donc une **paire d'inverses** si leur produit est 1 (ou toute autre puissance de 60, positive ou négative).

<u>Exemples :</u> 30 est l'inverse de 2 car 2×30 = 1 (on peut dire aussi : 1/2 heure représente 30 minutes ou 1/30 heure représente 2 minutes)

 (15) est l'inverse de  (4) car leur produit (60) s'écrit  (Soit « 4×15 = 1 »

 (450) est l'inverse de  (8) car leur produit (3600) s'écrit aussi .

Vérifiez que le tableau ci-dessous donne, lorsque c'est possible la liste des inverses des premiers entiers naturels :

			Pas d'inverse
			
			
			
			Pas d'inverse
			

Certains nombres n'ont pas d'inverse ! Précisons la définition d'un nombre inversible : un entier naturel a admet un inverse s'il existe un entier naturel b et un entier naturel n tel que $ab=60^n$. L'inverse de a est alors le plus petit entier b vérifiant cette propriété.

<u>Théorème</u> *: Les entiers naturels qui admettent un inverse sont ceux dont la décomposition en facteurs premiers ne comprend que les facteurs 2, 3 et 5.*

La décomposition en facteur premier de 60 est : $60=2^2 \times 3 \times 5$.

Si a admet un facteur premier p différent de 2, 3 ou 5, a ne peut pas admettre d'inverse car on aurait alors p divise ab, donc p divise 60^n , ce qui est impossible puisque p n'est pas dans la liste des diviseurs premiers de 60.

Sinon, il existe des entiers naturels i, j et k tels que $a = 2^i \times 3^j \times 5^k$

$60^n = 2^{2n} \times 3^n \times 5^n$, pour pouvoir écrire $ab=60^n$, n doit vérifier $i \leq 2n$, $j \leq n$ et $k \leq n$.

Si i est pair, on choisit n=max (i/2, j, k), si i est impair, on choisit n=max ([i/2]+1,j, k) ([i/2] désigne la partie entière de i/2)

Soit $\quad 60^n = a.\ 2^{2n-i} \times 3^{n-j} \times 5^{n-k}$

Les exposants 2n-i, n-j,n-k sont des entiers naturels donc $b= 2^{2n-i}x3^{n-j}x5^{n-k}$ est bien un entier naturel tel que $ab=60^n$, donc a est inversible. De plus le choix de n assure que b est le plus petit entier vérifiant cette propriété, nous avons donc déterminé l'inverse de a.

Exemple : 1-Déterminer l'inverse de 12000.

$12000=2^5 \times 3^3 \times 5$ $\qquad 60^3 = 2^6 \times 3^3 \times 5^3$

l'inverse de 12000 est donc $2 \times 5^3 =16$

2-Déterminer l'inverse de

 et 

i) $8b=2^3b =(60)^n$ alors $b=2^{2n-3}3^n5^n$ et donc pour n=2 on obtient l'inverse de 8 qui est $b= 2.3^25^2 =450$ 7.60+30 

ii) Et pour 7 on a un deviseur défirent de 2,3 et 5 donc il na pas d'inverse .

Diviser par un nombre c'est multiplier par son inverse. Les tables d'inverses jouent donc un rôle clé dans le calcul. Pouvez-vous effectuer selon ces principes 340/48 ?

Exercice 1 : écrire des nombres

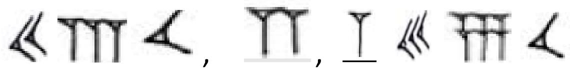
1°) Ecrire : 34 - 47 - 54 - 3

2°) Ecrire, après avoir transformé chacun des nombres comme dans l'exemple :

69 - 92 - 3672 - 1 2 5 - 7895 - 180 - 1 2 1 - 62 Que remarquer sur les 3 derniers nombres ?

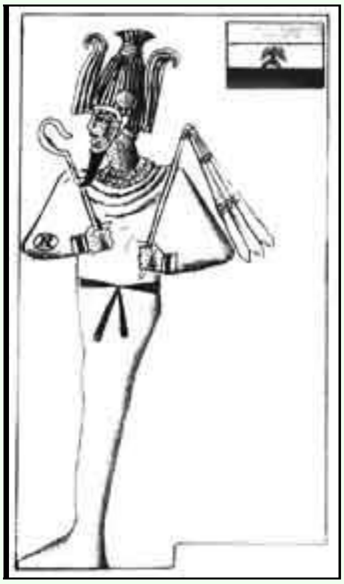
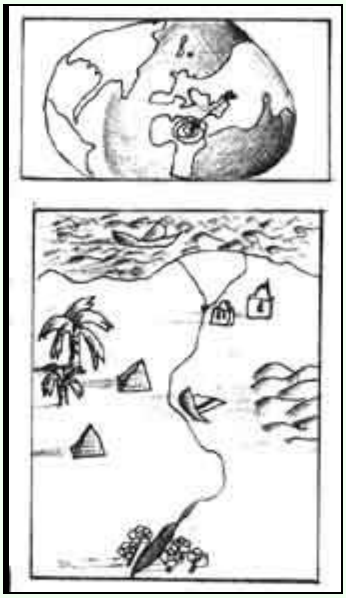
Exercice 2 : écrire des nombres

Lire les nombres suivants



III. En Egypte

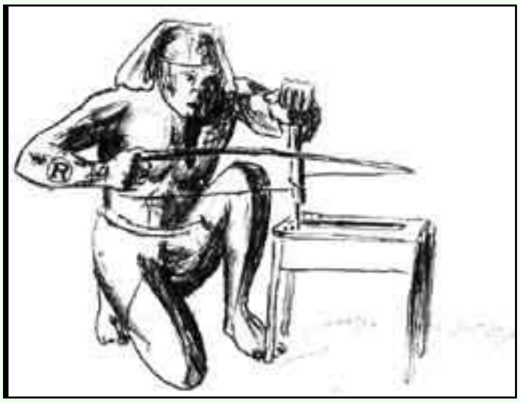
(vers 3000 avant JC - vers 330 avant JC)

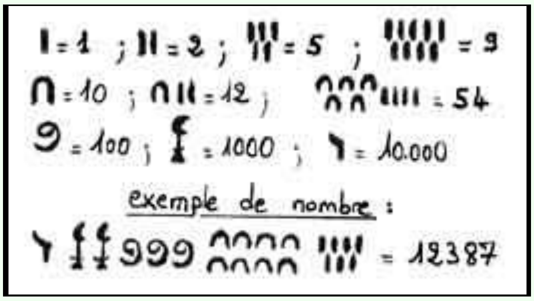




Les Egyptiens ont beaucoup travaillé sur la numération et sur la résolution de problèmes concrets avec le calcul, mais n'avaient que quelques rares connaissances en géométrie.

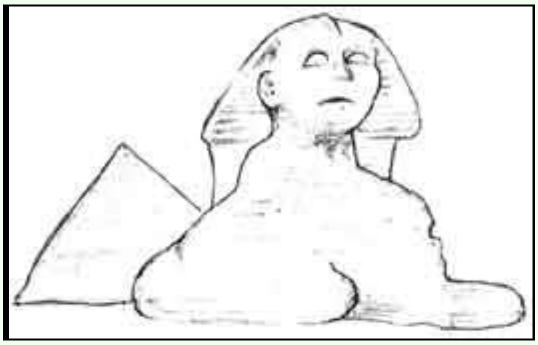
On a découvert une tablette d'argile qui raconte, comment en 2850 avant JC, le père d'une jeune fille proposait une tractation au père du futur mari sur le "prix" de la fiancée. On y lit qu'elle "valait" 15 sacs d'orge, 30 sacs de blé, 60 sacs de haricots, 40 sacs de lentilles et 15 volatiles !

La découverte du papyrus Rhind, collection de 85 problèmes rédigés en écriture hiéroglyphique, écrits par le scribe Ahmès vers 1650 avant JC, mais déchiffrés seulement en 1868, nous a permis de mieux connaître l'évolution des mathématiques égyptiennes. Certains autres papyrus ou rouleaux de cuir ont confirmé ces larges connaissances.



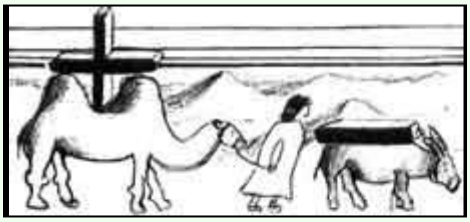


On voit ici certains nombres écrits au moyen de hiéroglyphes : les Égyptiens dessinaient une fleur de lotus pour 1 000, un doigt levé pour 10 000, un têtard pour 100 000 et un homme agenouillé pour 1 000 000. La numération égyptienne est non positionnelle.



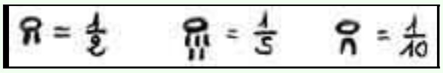
On avait essentiellement besoin de calculer pour troquer, car il n'y avait pas d'argent. Au temps des pharaons, des arpenteurs accompagnés de scribes utilisaient des cordes pour mesurer des surfaces cultivées afin de calculer le montant de l'impôt. Les Égyptiens ont employé des unités de longueur telles que la *coudée*, la *paume* et le *doigt*. Ils décidèrent même d'une unité de poids, le *béqa*. Ils ont aussi mis au point un calendrier proche du nôtre.

On ne calculait qu'avec des additions et des soustractions. Comment effectuait-on 7×17 ?



On savait doubler un nombre :
$1 \times 17 = 17$
$2 \times 17 = 34$
$4 \times 17 = 68$
or, $7 = 4 + 2 + 1$
$7 \times 17 = 68 + 34 + 17$
donc, $7 \times 17 = 119$.

Les Égyptiens n'utilisaient que quelques **fractions** :



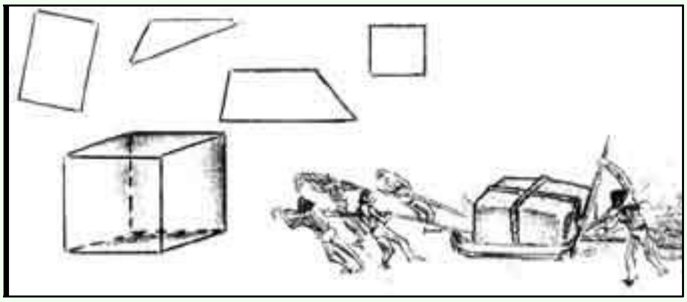
Les **fractions** employées étaient essentiellement les inverses des nombres simples.

Pour eux, $\pi \approx \frac{16}{9} \times \frac{16}{9} \approx 3{,}1605$.

$\frac{16}{9}$ s'écrit $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9}$.

Ils se posaient déjà quelques problèmes d'équations.

En géométrie, les calculs sont dûs aussi à des problèmes matériels.
Par exemple, il fallait redistribuer les terres après chaque inondation du Nil.



On savait calculer l'aire d'un carré, d'un rectangle, d'un triangle ou d'un trapèze. De même, on pouvait évaluer le volume d'un cube, d'un cylindre de révolution ou d'un prisme droit.

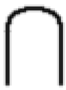
On a trouvé aussi sur certains papyrus le volume d'un tronc de pyramide à base carrée. La construction des pyramides fut l'occasion pour les Égyptiens d'utiliser certains éléments de la trigonométrie.

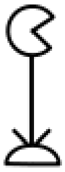
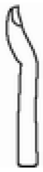
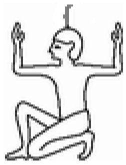
Numération égyptienne:

La numération égyptienne.

Les Égyptiens, vers 1 600 av. J.-C., utilisaient deux systèmes d'écriture.

- L'un, hiéroglyphique, utilisé sur les monuments et les pierres tombales, est d'ordre pictural. Chaque symbole, représente un objet.
  La numération hiéroglyphique est à base 10, non positionnelle. On dispose de symboles différents tirés de la faune et de la flore du Nil, pour désigner 10, 100, 1 000, etc., on répète un symbole, autant de fois que nécessaire.
- L'autre, hiératique, une langue en signes cursifs bien plus pratique d'utilisation que les célèbres hiéroglyphes.
  La numération hiératique est aussi décimale, mais des signes spéciaux supplémentaires évitent la répétition des symboles du système hiéroglyphique.

-
  - : pour le 1.
  -  : pour 10.
  -  : pour 100 (Représente une corde).

-  : pour 1 000 (Représente un lotus).
-  : pour 10 000 (Repr
-  : pour 100 000 (Représente un têtard).
-  : pour 1 000 000.

Par exemple le nombre 1 232 s'écrit : 

Les symboles identiques sont parfois disposés les uns sur les autres pour gagner de la place.

têtard pour 100 000 et un homme agenouillé pour 1 000 000.

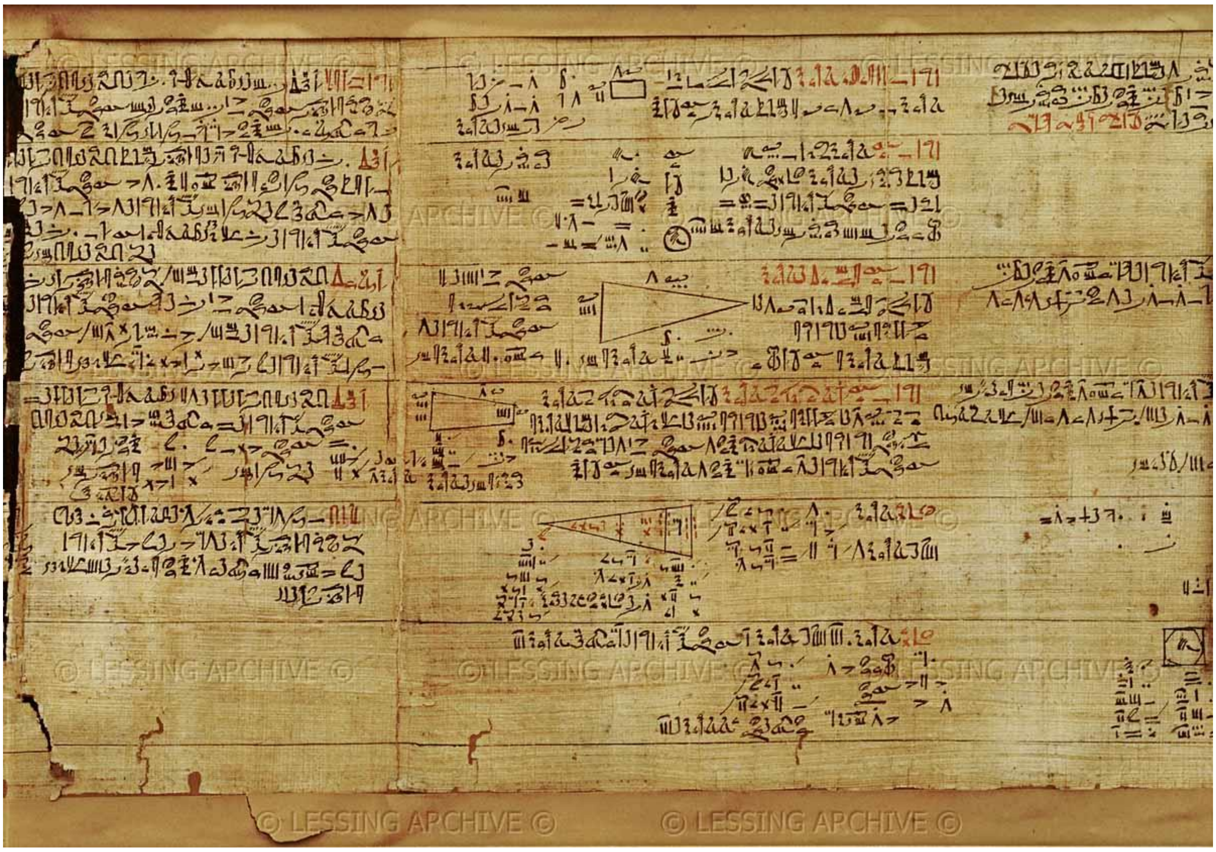
Le Papyrus de Rhind.

Cette écriture hiératique prédomine sur les papyrus, qui sont la principale source de renseignements sur les mathématiques égyptiennes.
Les plus célèbres sont :

- Le *Papyrus de Moscou,* écrit vers 1 850 av. J.-C et découvert en 1893 par le russe Vladimir Semionovitch Golenichtchev (1856-1947). Conservé au *Musée des Beaux-arts* de Moscou.
- Le *Rouleau de cuir des mathématiques égyptiennes.* Mis à plat en 1927, il comporte 26 additions de fractions unitaires. Il est conservé au British Museum de Londres, n° 10 250.
- Et surtout, le célèbre *Papyrus de Rhind*. Conservé aussi au British Museum de Londres, n° 10 057.

En 1858, Alexander Henry RHIND (1833-1863), un avocat écossais et égyptologue, achète à un antiquaire de Louxor un papyrus récemment découvert dans un petit monument proche du Ramesseum de l'antique Thèbes, aujourd'hui Louxor.
Thèbes est le nom grec (Thebai) de la ville d'Égypte antique Ouaset.

Ce document datant 1650 avant notre ère, serait une copie effectuée par le scribe Ahmès d'un original vieux de deux siècles.
Rhind est mort dans son sommeil à l'âge de 30 ans. Il lègue alors une bibliothèque de 1600 volumes à la Société des Antiquaires d'Ecosse, qui, selon ses dernières volontés, revend le papyrus au British Museum de Londres.
On peut encore y voir aujourd'hui un fragment de 199,5 cm sur 32 cm, dans la salle 90 (Ref. EA 10057).



Écrit en hiératique, le papyrus Rhind comporte une introduction, une table de décomposition de fractions de type 2/n, et une liste de 86 problèmes avec leurs solutions.

- Au recto, le texte traite de la division : division du nombre 2 par des nombres impairs de 3 à 101, et division des nombres 1 à 9 par 10 ;
- au verso, il donne 87 problèmes avec leur solution : problèmes portant sur les quatre opérations, la calcul des volumes, résolution d'équations, etc.
  => Pour des compléments, consultez la page : Les fractions égyptiennes.

La table de "deux" du Papyrus de Rhind.

Le papyrus de Rhind comportait 87 problèmes, d'arpentage, d'arithmétique ou de géométrie, qui nécessitaient pour leur résolution, de savoir décomposer une fraction de la forme 2/n en somme de fractions unitaires (de numérateur 1).

Plusieurs tables de décomposition étaient à disposition des lecteurs et une de ces tables, la table dite "de deux", se trouve en première position sur le Papyrus de Rhind. Elle répertorie les fractions dont le numérateur est 2 et dont le dénominateur varie de 3 à 101, et donne leur équivalent en somme de fractions unitaires.

Par exemple :

- 2/5 = 1/3 + 1/15
- 2/7 = 1/4 + 1/28
- 2/9 = 1/6 + 1/18
- 2/11 =1/6 + 1/66
- 2/13 = 1/8 + 1/52 + 1/104
- ...
- 2/101= 1/101 + 1/202 + 1/303 + 1/606

Voici la table complète :

2/3 = 1/2 + 1/6	2/5 = 1/3 + 1/15	2/7 = 1/4 + 1/28
2/9 = 1/6 + 1/18	2/11 = 1/6 + 1/66	2/13 = 1/8 + 1/52 + 1/104
2/15 = 1/10 + 1/30	2/17 = 1/12 + 1/51 + 1/68	2/19 = 1/12 + 1/76 + 1/114
2/21= 1/14 + 1/42	2/23 = 1/12 + 1/276	2/25 = 1/15 + 1/75
2/27 = 1/18 + 1/54	2/29 = 1/24 + 1/58 + 1/174 + 1/232	2/31 = 1/20 + 1/124 + 1/155
2/33 = 1/22 + 1/66	2/35 = 1/30 + 1/42	2/37 = 1/24 + 1/111 + 1/296
2/39 = 1/26 + 1/78	2/41 = 1/24 + 1/246 + 1/328	2/43 = 1/42 + 1/86 + 1/129 + 1/301
2/45 = 1/30 + 1/90	2/47 = 1/30 + 1/141 + 1/470	2/49 = 1/28 + 1/196
2/51 = 1/34 + 1/102	2/53 = 1/30 + 1/318 + 1/795	2/55 = 1/30 + 1/330
2/57 = 1/38 + 1/114	2/59 = 1/36 + 1/236 + 1/531	2/61 = 1/40 + 1/244 + 1/488 + 1/610
2/63 = 1/42 + 1/126	2/65 = 1/39 + 1/195	2/67 = 1/40 + 1/335 + 1/536
2/69 = 1/46 + 1/138	2/71 = 1/40 + 1/568 + 1/710	2/73 = 1/60 + 1/219 + 1/292 + 1/365
2/75 = 1/50 + 1/150	2/77 = 1/44 + 1/308	2/79 = 1/60 + 1/237 + 1/316 + 1/790
2/81 = 1/54 + 1/162	2/83 = 1/60 + 1/332 + 1/415 + 1/498	2/85 = 1/51 + 1/255
2/87 = 1/58 + 1/174	2/89 = 1/60 + 1/356 + 1/534 + 1/890	2/91 = 1/70 + 1/130
2/93 = 1/62 + 1/186	2/95 = 1/60 + 1/380 + 1/570	2/97 = 1/56 + 1/679 + 1/776
2/99 = 1/66 + 1/198	2/101 = 1/101 + 1/202 + 1/303 + 1/606	

Une valeur approchée du nombre pi au dixième par Ahmès !

Dans les problèmes 48 et 50, Ahmès étudie le rapport liant l'aire d'un disque à son diamètre en cherchant à ramener l'aire du disque à celle d'un carré équivalent.

En cela, le papyrus Rhind propose une première approche de la célèbre *quadrature du cercle*, c'est à dire la construction d'un carré de même aire qu'un disque donné. C'est seulement en 1882 que le mathématicien allemand Ferdinand von LINDEMANN (1852-1939), parvint finalement à démontrer que la quadrature du cercle est impossible.

Le scribe Ahmes utilise alors le carré de côté 8d /9 où d est le diamètre du cercle ; en d'autres termes, l'aire d'un cercle de diamètre 9 unités est presque égale à l'aire d'un carré de 8 unités.

$\boldsymbol{\pi R^2 \approx (8 \times 2R/9)^2}$

Ainsi, on obtient une valeur approchée du nombre pi, au dixième car :

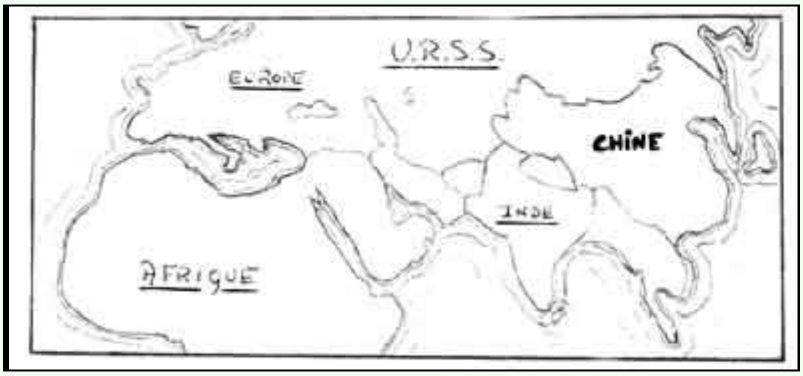
$\pi \approx (16/9)^2$
$\pi \approx 256/81$
$\pi \approx 3 + 1/9 + 1/27 + 1/81$
$\boldsymbol{\pi \approx 3{,}160}$.

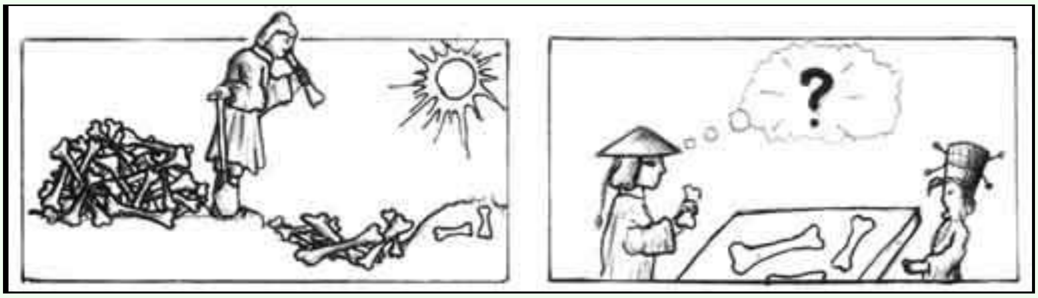
Sources.

- British Museum.
- [DaDaPe] : A.DAHAN-DALMEDICO/J.PEIFFER, Une histoire des mathématiques, Seuil, Paris, 1986.
- [TanHs30] : Tangente, Histoire des mathématiques de l'Antiquité à l'an Mil, HS n°30, Pole, Paris, 2007.
- [Guedj2] : Denis GUEDJ, L'empire des nombres, Découvertes Gallimard, Sciences.

IV. En Chine

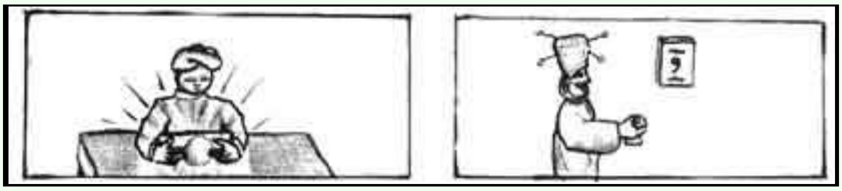
(vers 1300 avant JC - vers 1300 après JC)





En Chine, l'usage des nombres est très ancien. Des inscriptions sur os datant du XIII[ème] siècle avant JC comportaient déjà des indications astronomiques.

Chez les Chinois, les nombres restent un peu magiques : On travaillait sur les **carrés magiques** (dans lequel la somme des nombres par ligne, par colonne et par diagonale est la même) et d'après la légende, l'empereur Yu le Grand (2200 avant JC) aurait aperçu une configuration de **carré magique** (Luoshu) sur la carapace d'une tortue divine...



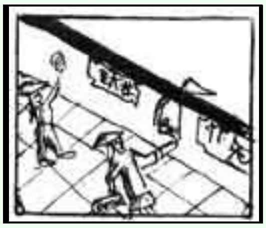
Le calcul reposait sur des pratiques divinatoires.
Il était lié à l'établissement du calendrier (fait par les rois).

Les mathématiques restaient très proches :

de la bureaucratie

des problèmes de comptabilité

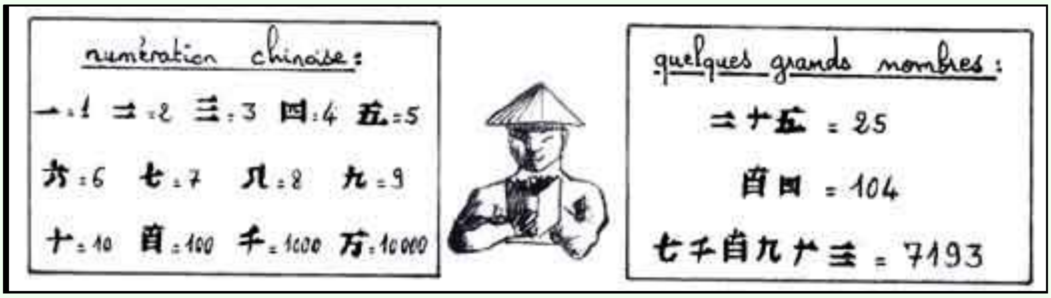
du calcul des impôts et des taux de change.

Dans le livre de mathématiques "Chiu Chang", qui date du I^{er} siècle après JC, on trouve :

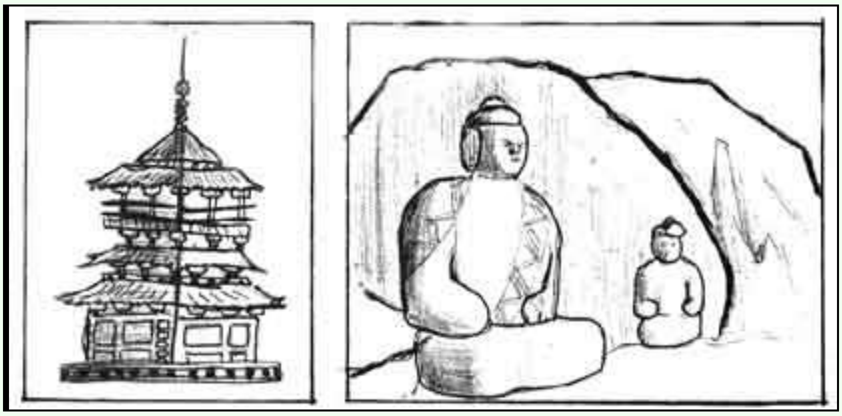
- des additions et soustractions de fractions et des pourcentages pour l'arpentage ;
- des suites de nombres et la règle de trois pour les distributions proportionnelles ;
- des racines carrées et cubiques pour les mesures des champs ;
- des volumes de solides dans un texte pour les ingénieurs ;
- des résolutions de systèmes d'équations à deux inconnues ;
- des problèmes sur la longueur des côtés d'un triangle rectangle.

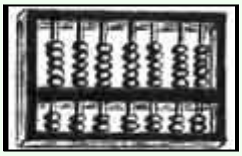
Dès l'origine, les nombres s'exprimaient dans un système de position avec un symbole pour chaque chiffre de 1 à 10. Vers 250 après JC, les Chinois ont aussi utilisé un **système de numération** avec des traits horizontaux et verticaux.



En arithmétique, les Chinois savaient déjà au $\text{II}^{\text{ème}}$ siècle avant JC travailler sur les fractions (les simplifier, les réduire au même dénominateur) alors qu'en **Europe** , on ne saura le faire qu'au $\text{XV}^{\text{ème}}$ et $\text{XVI}^{\text{ème}}$ siècle. Les mathématiciens chinois utilisent même déjà quelques nombres négatifs.

Les Chinois pratiquaient l'algèbre sans utiliser les symboles, en écrivant tout en mots. Dès les années 1000, ils ont mis au point un système de notations qui leur permettait de manipuler des équations jusqu'au neuvième degré. Ils savaient résoudre les systèmes d'équations à deux inconnues et les équations du second degré. Vers 1100, les Chinois ont travaillé sur le fameux triangle que l'on a attribué plus tard à **Pascal** .





Après l'usage des cailloux, des entailles sur les os, des entassements d'objets divers, le boulier chinois "suanpan" est la *première machine à calculer*. On l'utilise vers le XIIème siècle. Le calcul avec les nombres chinois n'est pas très simple, c'est peut-être ce qui a incité les Chinois à utiliser le boulier.

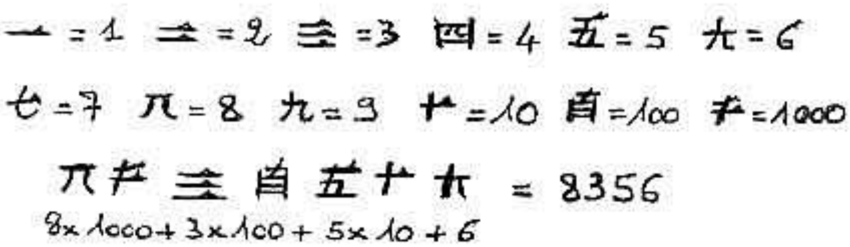
Quelques grands mathématiciens chinois :

LIU HUI (vers 250), chinois : Il trouve $\pi \approx 3{,}14159$ en considérant un polygone régulier de 172 côtés. Il détermine le volume d'un tronc de pyramide à base carrée.
TSU CH'UNG-CHIH (430 - 501), chinois : Il donne un encadrement extraordinaire : $3{,}1415926 < \pi < 3{,}1415927$ qui ne sera dépassé qu'au XVème siècle.
CHOU CHI-KIE (vers 1300), chinois : Il traite d'équations jusqu'au degré 14. Il évalue aussi la somme des premiers carrés : $1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = n(n+1)(2n+1)/6$, ce qui a été trouvé parallèlement en **Arabie** .

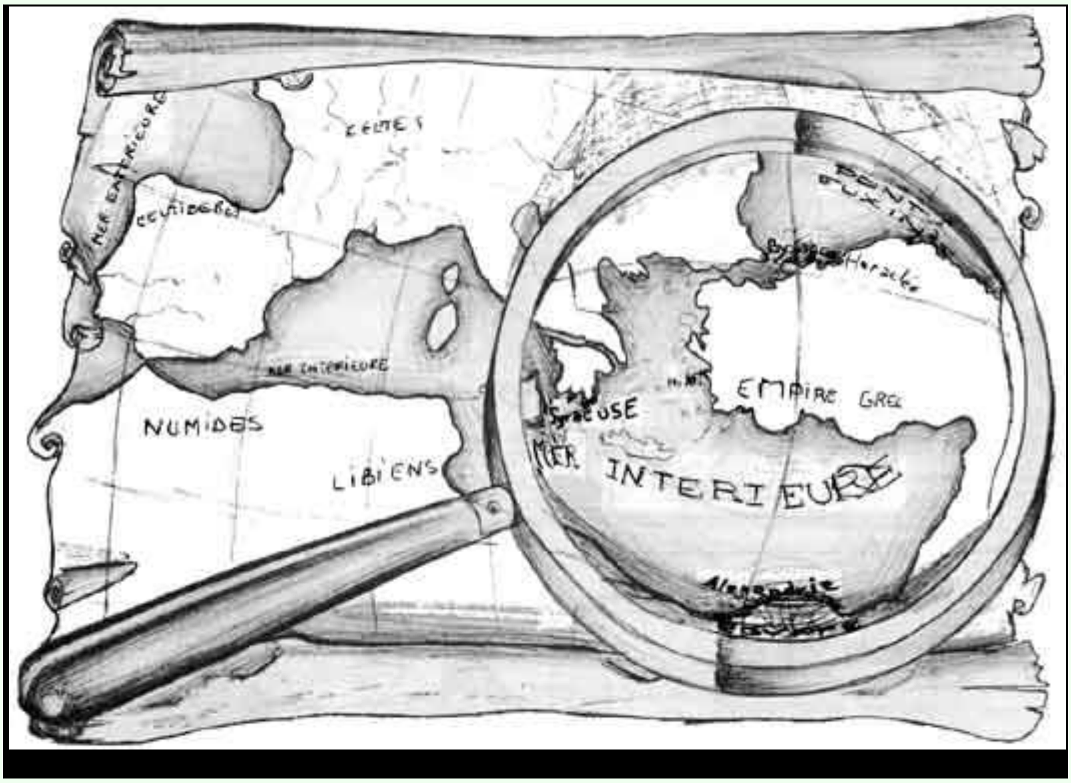
Numération chinoise :

(entre 1300 avant JC et 1300 après JC)

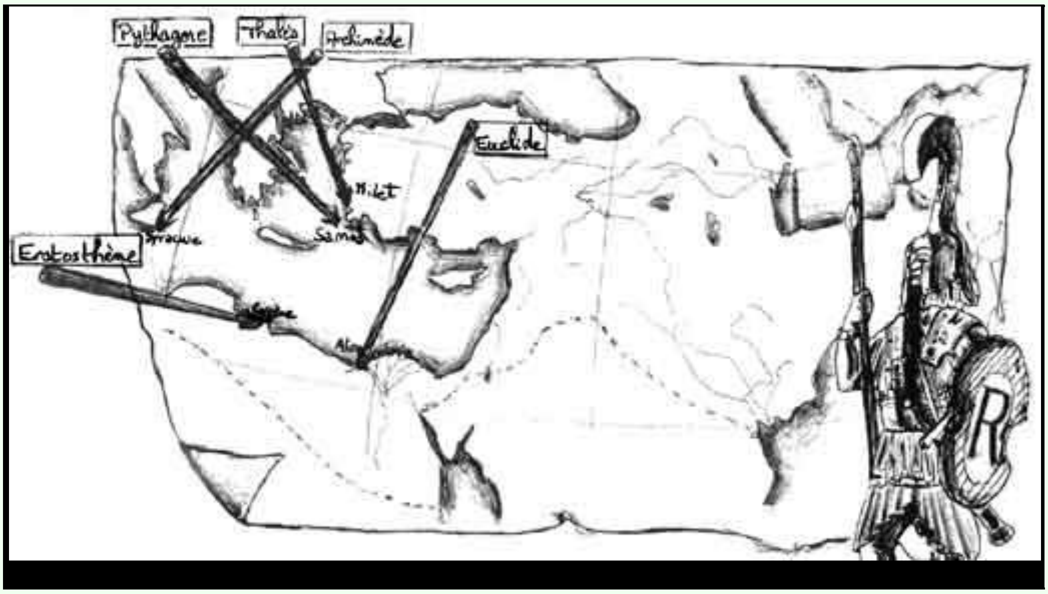
Dès l'origine, les nombres s'expriment dans un système de position avec un symbole pour chaque chiffre de 1 à 10. Il y a aussi des symboles pour 100 et 1000.
Vers 250 après JC, les **Chinois** ont aussi utilisé un système de numération avec des traits horizontaux et verticaux.



Iv. En Grèce, (vers 700 avant JC - vers 500 après JC)



Les Grecs firent progresser la géométrie et l'étude des nombres, mais dédaignèrent le calcul. Leurs notions fondamentales des mathématiques étaient celles des figures et des nombres. On peut dire que c'est en Grèce qu'apparurent les premiers mathématiciens, jusque là, il n'y avait que des scribes ou des comptables.



La découverte fondamentale des mathématiciens grecs fut leur méthode de raisonnement systématique... Leurs soucis principaux étant la clarté et l'ordre.

Les Grecs se sont passionnés pour les constructions à la règle et au compas.

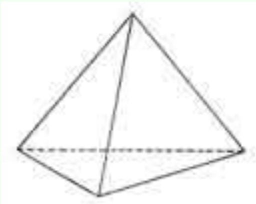
Trois problèmes les ont vraiment ennuyés :

- la quadrature du cercle (construction d'un carré d'aire égale à celle du disque),
- la duplication du cube (construction d'un cube de volume double d'un cube donné),
- la trisection de l'angle (construction d'un angle égal au tiers d'un angle donné).

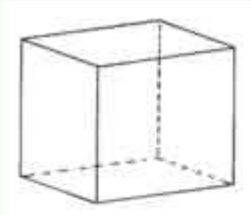
Ce n'est que 2000 ans plus tard, au XIXème siècle, que l'impossibilité de ces constructions a été établie.

Ils n'ont pas réfléchi qu'à la géométrie plane, ils ont aussi abordé la géométrie dans l'espace et arrivèrent même à démontrer qu'il n'existe que cinq *polyèdres réguliers convexes* grâce à Platon (427 avant JC - 347 avant JC).

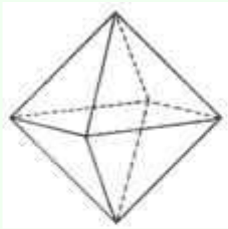
Celui-ci les associa aux éléments (air, eau, feu, terre) auquel il adjoignit l'Univers :



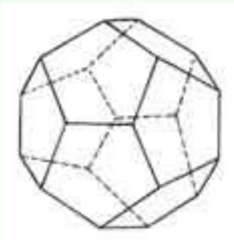
tétraèdre régulier : 4 faces qui sont des *triangles équilatéraux*



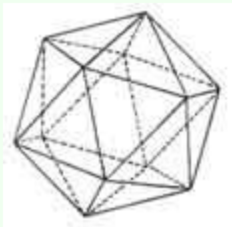
cube : 6 faces qui sont des *carrés*



octaèdre régulier : 8 faces qui sont des *triangles équilatéraux*



dodécaèdre régulier : 12 faces qui sont des *pentagones réguliers*

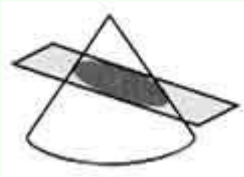


icosaèdre régulier : 20 faces qui sont des *triangles équilatéraux*

Les Grecs se sont aussi intéressés à des questions relatives à l'infiniment petit et à l'infiniment grand. Le philosophe Zénon d'Élée (vers 490 avant JC - 430 avant JC) a énoncé de nombreux paradoxes dont ceux d'Achille et de la tortue et celui de la flèche :

- Achille cherche à rattraper une tortue, lorsqu'il arrive à l'endroit où elle se situait au moment du départ, elle a elle-même avancé. Lorsque Achille est à ce nouvel endroit, la tortue est un peu plus loin et ainsi de suite... Il ne la rattrape donc jamais.
- Une flèche est lancée vers une cible, elle parcourt d'abord la moitié de la distance jusqu'à la cible. Puis, elle parcourt la moitié de ce qui reste, et ainsi de suite en parcourant toujours la moitié de ce qui reste. Elle n'atteindra donc jamais la cible.

N'oublions pas les recherches d'Apollonius sur les coniques, sections d'un cône par un plan :



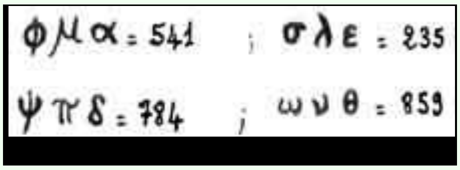
ellipse

parabole

hyperbole

Les mathématiciens grecs ont fait d'énormes recherches sur les nombres, notamment grâce à Pythagore. Ils ont étudié les nombres premiers, les nombres "irrationnels" . Ils ont donné une valeur approchée du nombre π, ont résolu quelques équations et ont fait progresser la trigonométrie.

Voici quelques exemples de nombres grecs :



Quelques grands mathématiciens grecs :
Voici un bref résumé de ce qu'ont réalisé ces grands scientifiques, en dehors de Thalès, Pythagore, Euclide, Archimède et Eratosthène dont la vie est détaillée à part :

THALÈS (624 avant JC - 546 avant JC), grec.

Thalès, on ne te tient pas en laisse !

(624 avant JC −546 avant JC)

Savant, mathématicien, astronome et physicien grec, Thalès de Milet crée l'école d'Ionie. Il fait partie des sept sages de la Grèce. C'est le premier homme à acquérir une renommée au titre de mathématicien.

Avant lui, il y avait des mages, des scribes, des comptables, des conteurs qui faisaient des calculs ou récitaient des prières. Thalès s'est posé des tas de questions et a essayé d'y apporter des réponses.

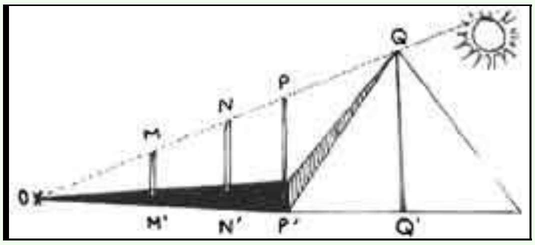
Il est le fondateur de la géométrie grecque et a permis à tous les futurs savants de passer du stade de l'observation et de l'expérience à celui de la méthode et de la théorie.

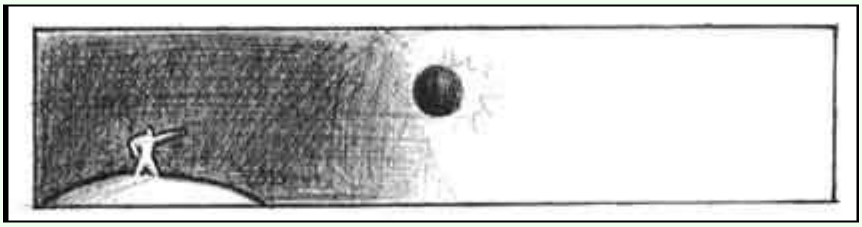
Pour lui, l'élément premier est l'eau :
L'eau est la base de toute chose, elle engendre l'air et de là, le feu.
Par exemple, il s'interroge sur les causes de la pluie : ce n'est pas un dieu qui fait pleuvoir, c'est l'air qui se change en eau et il faudrait comprendre pourquoi...

Il introduit la géométrie en Grèce avec le théorème qu'on lui attribue :
le théorème de Thalès.

$$\frac{MN}{PQ} = \frac{M'N'}{P'Q'} \text{ et } \frac{OM'}{OQ'} = \frac{MM'}{QQ'}.$$

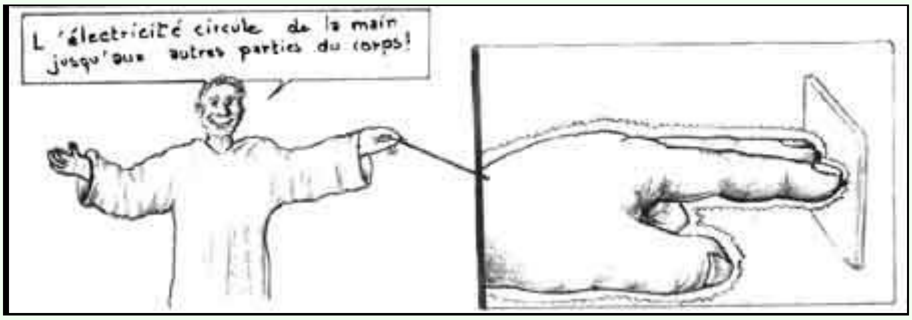
Il arrive à calculer la hauteur des pyramides d'Égypte, à l'époque déjà vieilles de 2000 ans, grâce à leur ombre portée.
La légende dit que c'est sur la demande du roi d'Égypte que Thalès dut faire ce calcul et qu'il impressionna la cour et les prêtres.





Il doit sa célébrité à la prédiction d'une éclipse de soleil (sans doute celle de 585 avant JC).
Il se rend compte que l'année dure 365 jours.
Il enseigne l'astronomie dans son école.

Thalès savait se servir de ses observations. Il avait prévu, après un hiver très rigoureux, que la récolte d'olives serait bonne. Il acheta tous les pressoirs à huile du pays, ce qui assura sa fortune à la récolte suivante.

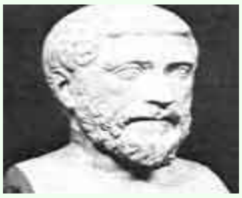


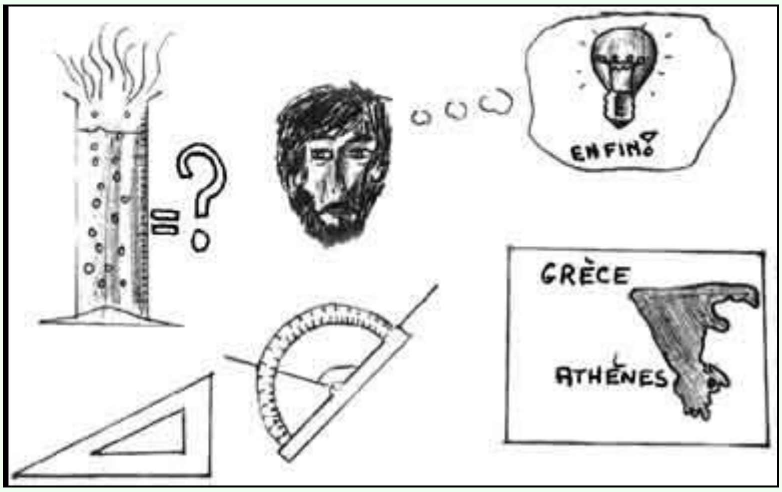
Thalès est l'un des premiers à décrire le phénomène électrique.

Il travaille beaucoup sur la géométrie qui traite des droites, des angles et des triangles en ayant le souci du raisonnement.

Il énoncera plusieurs propositions telles :
"le diamètre du cercle le coupe en deux parties égales",
"un angle inscrit dans un demi-cercle est un angle droit",
"pour chaque triangle, il y a un cercle circonscrit",
"les angles opposés par le sommet sont égaux",
"les angles situés à la base d'un triangle isocèle sont égaux".

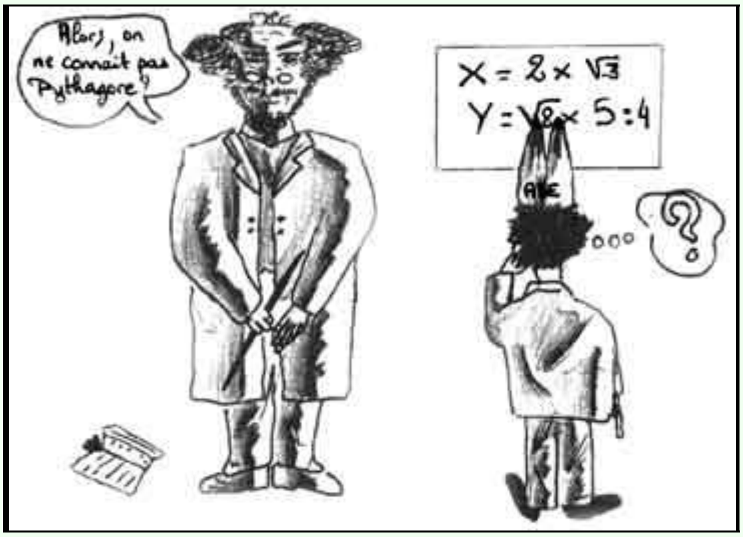
PYTHAGORE (569 avant JC - 500 avant JC), grec.



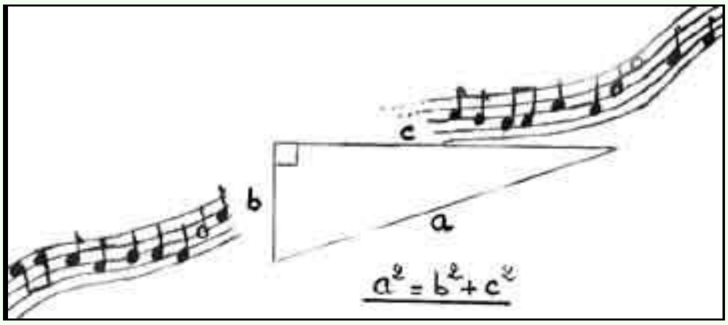


Pythagore est un grand mathématicien et philosophe grec né ŕ Samos. On dit qu'il fut élčve de **Thalčs**. Il est le premier grand philosophe de l'histoire, il est d'ailleurs ŕ l'origine du mot philosophie, c'est ŕ dire ami (Philos) de la sagesse (Sophia). Il a le souci de transformer l'étude pratique des mathématiques en une science ŕ portée philosophique.

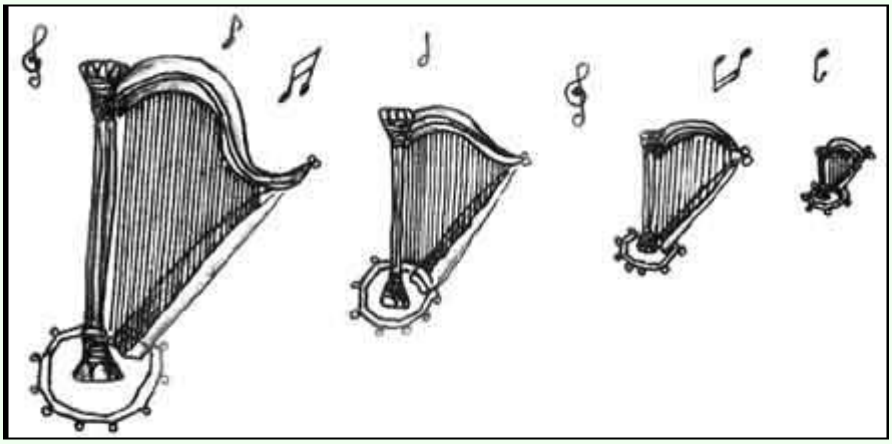
A 18 ans, il participe aux jeux olympiques et emporte toutes les compétitions de pugilat. Il part ensuite dans plusieurs pays puis restera plusieurs années en **Égypte** oů il aura le temps d'acquérir le savoir des prętres égyptiens. Les Perses envahissent le pays et l'emmčnent en tant que prisonnier ŕ **Babylone** , il en profitera sur place pour étudier le savoir des scribes babyloniens.



C'est fort des connaissances qu'il avait et de celles qu'il a acquises en **Égypte** et en **Mésopotamie** , qu' à l'âge de 55 ans, Pythagore fonde une école très importante à Crotone pendant son exil en Italie du Sud ("Grande-Grèce").



On lui attribue le célèbre théorème de Pythagore utilisable dans un triangle rectangle :
"Le carré de l'hypoténuse, est égal, si je ne m'abuse, à la somme des carrés des deux autres côtés..."
Ce théorème aurait été pressenti par les Babyloniens et ne sera démontré que beaucoup plus tard, notamment par **Euclide**. Pythagore a été le premier à théoriser cette loi.
On pense qu'il y a déjà eu plus de 300 démonstrations de ce théorème. Les triplets pythagoriciens comme (3 ; 4 ; 5) tels que $3^2 + 4^2 = 5^2$ étaient déjà connus des **Babyloniens** vers 1600 avant JC.
Le grec **Diophante** (325 - 409) donna un moyen de les trouver tous.
Voici quelques autres triplets Pythagoriciens : (5 ; 12 ; 13) ; (8 ; 15 ; 17) ; (7 ; 24 ; 25) ; (20 ; 21 ; 29) ; (15 ; 36 ; 39) ; (12 ; 35 ; 37) ; (119 ; 120 ; 169).



Pythagore découvre la relation qui existe entre la longueur d'une corde vibrante et la hauteur de la note émise. Il fait l'expérience des notes musicales avec des verres ou pots remplis plus ou moins d'eau.

Il démontre certains théorèmes sur les triangles, par exemple le fait que la somme des angles d'un triangle soit égale à 180°.
Il s'occupe des proportions et sait calculer des moyennes.
Il établit que les seuls polygones réguliers permettant la construction d'un dallage avec des formes identiques sont : le triangle équilatéral, le carré et l'hexagone régulier.

Les Pythagoriciens forment une secte scientifique, philosophique, politique et religieuse. L'histoire des Pythagoriciens s'étale sur plus de 150 années. Il y eut 218 membres de cette "secte". Pour eux, le nombre est sacré et explique toute chose ! Les Pythagoriciens adorent donc les nombres. Ils s'intéressent ŕ la divisibilité des nombres entiers et aux nombres premiers. Pythagore disait : "Les nombres gouvernent le monde".

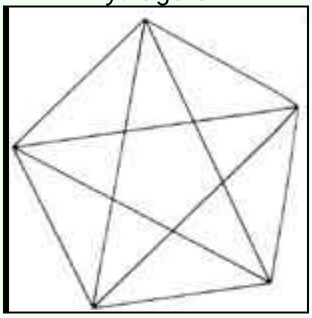
Pythagore et ses disciples étudient les nombres parfaits : (ces nombres sont égaux à la somme de leurs diviseurs stricts)
6 = 1 + 2 + 3 ;
28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14.

Ils se consacrent aussi aux nombres amicaux : (284 est égal à la somme des diviseurs stricts de 220, et réciproquement)
284 = 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 ;
220 = 1 + 2 + 4 + 71 + 142.

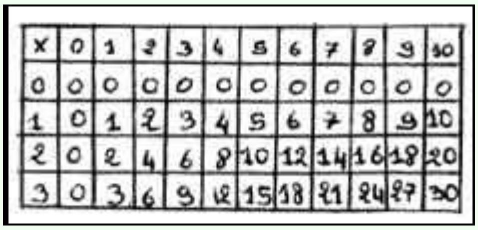
10 est un nombre sacré, il est la clé de toute chose :
10 = 1 + 2 + 3 + 4 (il est la somme des 4 premiers nombres),
10 = 4 + 6 (il est la somme du premier carré pair et du premier nombre parfait),
10 = 1 + 9 (il est la somme de UN et du premier carré impair),
10 = 2 + 3 + 5 (il est la somme des trois premiers nombres premiers).

Le *pentagone régulier* (polygone régulier ŕ cinq côtés) a toujours été difficile ŕ construire. Pythagore et ses disciples ont toujours été considérés comme des magiciens, car ils ont été les premiers ŕ savoir le dessiner et ils ont bien caché leur secret. Leur signe de reconnaissance était l'étoile ŕ cinq branches qui s'inscrit dans le pentagone. L'astuce de Pythagore a été de tracer et découper cinq triangles équilatéraux afin de construire une pyramide ŕ cinq faces. A l'aide d'un crayon, il dessina les contours de la base de la pyramide ainsi obtenu et il obtint un pentagone régulier.

Voici l'étoile de Pythagore :



Une table de Pythagore est une table de multiplication à deux entrées, en voici un extrait :



x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30

Les racines carrées ont posé de sérieux problèmes aux Pythagoriciens :
En effet, ces derniers avaient démontré que des nombres tels que $\sqrt{2}$ et $\sqrt{3}$ ne pouvaient pas s'écrire sous forme de fraction. Il existait donc des longueurs que l'on ne pouvait partager en parties égales fractionnaires.
Or, cela était contradictoire avec la théorie de l'atome que l'on tenait à l'époque (coupez une pomme en deux parties... Puis recommencez avec l'une des parties, et ainsi de suite. Quand vous ne pourrez plus la couper, vous serez en présence d'un atome). Cette théorie indiquait que toute longueur pouvait se partager en parties égales fractionnaires.
Devant un tel dilemme, Pythagore et ses disciples cachèrent ces nombres et ce n'est que bien plus tard que l'on se remit à les étudier. L'un des membres des Pythagoriciens rompit le silence, il fut mis à mort et les premiers qui dévoilèrent ce secret périrent tous dans un naufrage.

Pythagore sera assassiné avec plusieurs de ses disciples vers 500 avant JC. La communauté lui survivra pendant plus d'un siècle.

DÉMOCRITE (460 avant JC - 370 avant JC), grec :
Il fonde une théorie sur la matière formée "d'atomes" et établit que le volume d'une pyramide est égal au tiers du volume d'un prisme de même base et de même hauteur.

PLATON (427 avant JC - 347 avant JC), grec :
Il travaille sur la théorie des nombres et met au point l'axiomatique. Il étudie les fameux "solides de Platon" (polyèdres réguliers convexes) en démontrant qu'il n'en existe que cinq (le tétraèdre régulier avec 4 faces, l'hexaèdre régulier avec 6, l'octaèdre régulier avec 8, le dodécaèdre régulier avec 12 et l'icosaèdre régulier avec 20).
Platon aurait été consulté par des architectes qui devaient répondre à une demande du dieu Apollon sur le problème de la duplication du cube. En effet, pour éviter la peste, les habitants avaient été amenés à construire un autel de volume double de celui qui existait et de même forme cubique.
Platon en déduisit que les dieux ne voulaient pas qu'on néglige la géométrie.
Il a écrit à l'entrée de son Académie (école philosophique) : "Que nul n'entre ici s'il n'est géomètre".

ARISTOTE (384 avant JC - 322 avant JC), grec :
Élève de Platon , il aborde la logique, le hasard, la notion de continuité et d'infini.

EUCLIDE (330 avant JC - 275 avant JC), grec.

avant grec qui enseignait les mathématiques à Alexandrie, en **Égypte** où il avait fondé la plus célèbre école de l'Antiquité. Euclide enseigne à l'école. Le roi Ptolémée Ier lui propose une récompense. Euclide la refuse car il pense qu'un savant doit enseigner sans viser un cadeau.

L'œuvre d'Euclide est constituée en particulier des "Éléments", ensemble de 13 livres qui servent encore de modèle de nos jours à nos savants les plus illustres. Cette œuvre est, après, celle qui a eu le plus d'éditions (plus de 800).

Elle comprend :

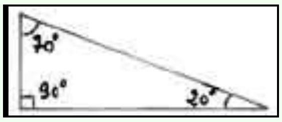
Les livres I, II, III, IV traitent uniquement de géométrie plane, le livre V de proportions et le livre VI des figures semblables.
Les livres VII, VIII et IX sont consacrés à l'arithmétique et plus spécialement à la théorie des nombres, le livre X aux nombres transcendants.
Les livres XI, XII et XIII parlent de géométrie dans l'espace avec les solides géométriques, les aires, les volumes et enfin les polyèdres réguliers.

Euclide y fait une synthèse de toutes les découvertes précédentes. Il y apporte lui-même des énoncés, des constructions, des définitions, des axiomes, des postulats, des propositions et des démonstrations. On y compte 130 définitions et 465 énoncés. On retrouve les théorèmes de **Thalès** et de **Pythagore**, les solides de **Platon**, les polygones réguliers avec les cercles circonscrits et inscrits, etc...

Pour Euclide, les nombres sont représentables par des segments, leur produit par des rectangles et la multiplication de trois entiers est représentée par un solide.

Euclide fait presque toutes les démonstrations des résultats géométriques connus à son époque.

En géométrie, il reprend la démonstration de **Pythagore** qui prouve que la somme des angles d'un triangle est égale à 180°.
70° + 90° + 20° = 180°.



En optique, il étudie la puissance visuelle de l'œil et la propriété des miroirs plans.

Voici les cinq postulats (ou axiomes) d'Euclide :

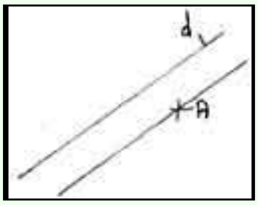
1er postulat :
"Par deux points, il passe une droite".

2^{e} postulat :
"Tout segment peut être prolongé autant qu'on le souhaite".

3^{e} postulat :
""De tout point, on peut tracer un cercle de n'importe quel rayon".

4^{e} postulat :
"Tous les angles droits sont égaux."

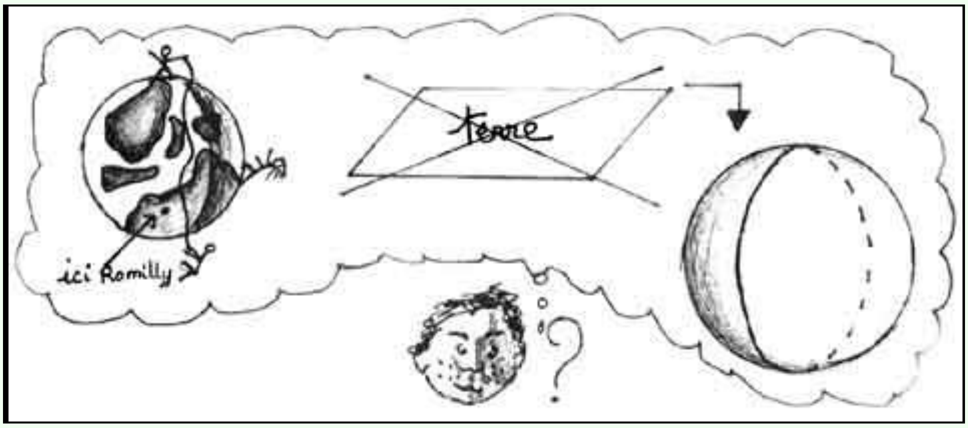
5^{e} postulat :
"Il existe une seule droite parallèle à d passant par A."



En calcul, il nous laisse la division euclidienne et donc son égalité : $316 = 51 \times 6 + 10$.

L'algorithme d'Euclide est un procédé qui permet de déterminer le P.G.C.D. (Plus Grand Commun Diviseur) de deux nombres entiers sans avoir à dresser la liste de leurs diviseurs.

Euclide a commencé à réfléchir à la forme de la Terre.



Euclide nous a laissé une œuvre considérable qui a inspiré de nombreux autres mathématiciens, nous lui devons de nombreux résultats nouveaux, dans les "Éléments", mais aussi dans d'autres ouvrages. Son nom est attribué à de nombreux concepts mathématiques (axiome d'Euclide, division euclidienne, égalité euclidienne, espace euclidien, géométrie euclidienne, algorithme d'Euclide, anneau euclidien...).

ARISTARQUE (310 avant JC - 230 avant JC), grec :
Il affirme, 17 siècles avant Copernic , que les planètes tournent autour du soleil. Il sera un précurseur de la trigonométrie. Il donne une approximation de la mesure de la Lune et essaye même grâce à la trigonométrie de donner une valeur approchée de la distance Terre-Lune et de la distance Terre-Soleil.

ARCHIMÈDE (287 avant JC - 212 avant JC), grec.

Archimède est un scientifique grec né à Syracuse.

Jeune encore, il va suivre des cours avec **Euclide** ou ses successeurs à Alexandrie.

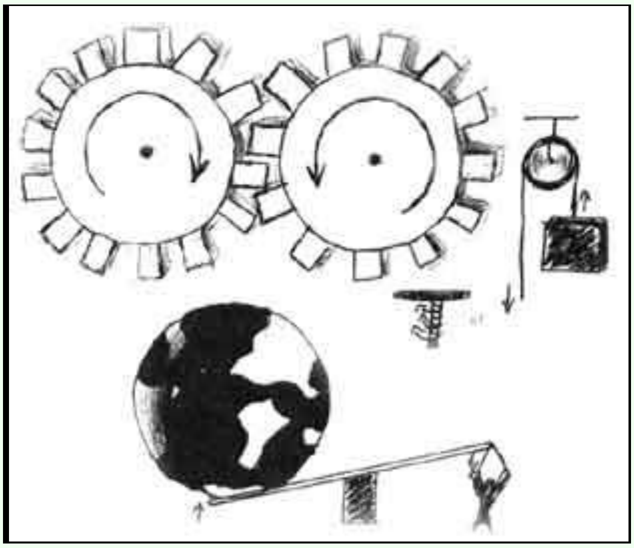
Ce fut sans doute le savant le plus brillant de l'Antiquité. Il est le champion des mathématiques appliquées.

Le roi demande à Archimède de vérifier que sa couronne n'est composée que d'or pur.

Grâce au fait que "le volume d'un corps plongé dans l'eau est égal au volume de la quantité d'eau déplacée", Archimède parvient à évaluer le volume de la couronne.

Comme il avait déterminé le poids spécifique de l'or (en pesant un petit cube d'or de volume donné), il put ainsi savoir si la couronne était uniquement composée d'or pur ou non.

C'est à partir de ce problème qu'Archimède a découvert le principe qui porte son nom.



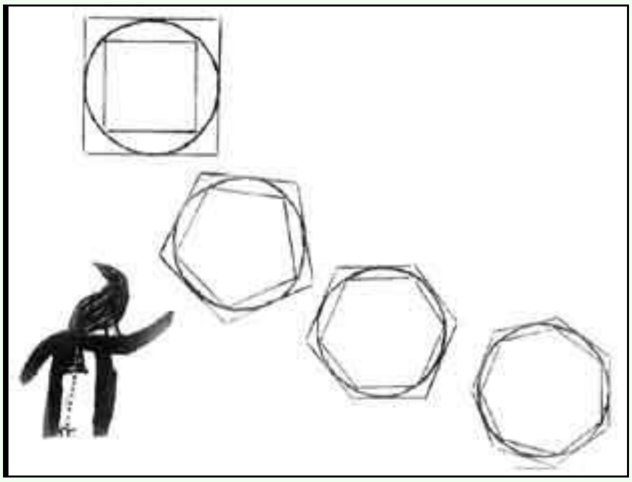
On lui attribue certaines inventions :

- la roue dentée;
- la vis sans fin;
- la poulie mobile;
- et surtout, la théorie du levier.

"Donnez-moi un point d'appui et je soulèverai le monde".

Il étudie déjà la mécanique, l'optique, la statique et l'hydrostatique.

On découvrit en 1906 par hasard, un manuscrit, vieux de plus de 2000 ans, contenant plus de 185 feuillets sur l'œuvre d'Archimède. Au XIII^ème^ siècle, des moines l'avaient effacé pour y substituer des prières. On y trouva une grande part de ses créations et inventions.

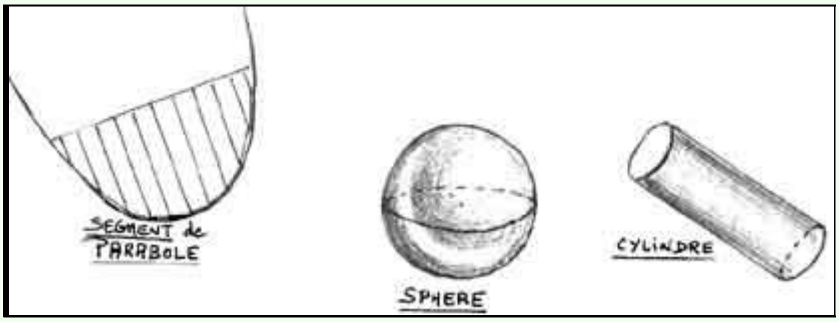


Archimède est le premier à donner une méthode permettant d'obtenir une valeur approchée du nombre π...

Pour cela, il construit des polygones réguliers se rapprochant de plus en plus du cercle de rayon 1.

Il inscrit et circonscrit au cercle un polygone régulier de 96 côtés.

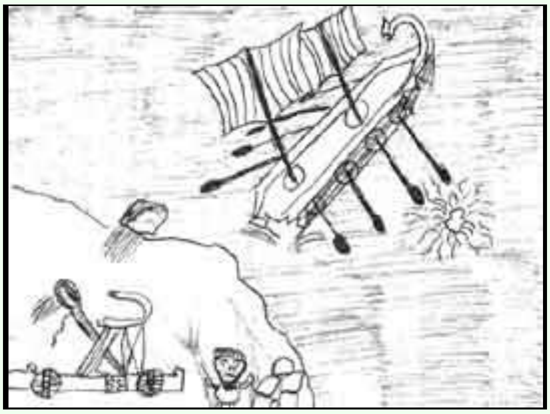
Archimède avait trouvé les trois premières décimales du nombre π.
$\pi \approx 3{,}141$.
Il donne donc une bonne approximation du périmètre du cercle.
Il est aussi novateur puisqu'il réussit à passer de la formule du périmètre du cercle $(2\pi\, r)$ à la formule de l'aire du disque $(\pi\, r^2)$ par une méthode de développement de l'aire.
Il est le premier à calculer certaines aires avec des procédés que l'on peut considérer comme les prémices du calcul intégral, il trouve en particulier l'aire de la sphère $(4\pi\, r^2)$.

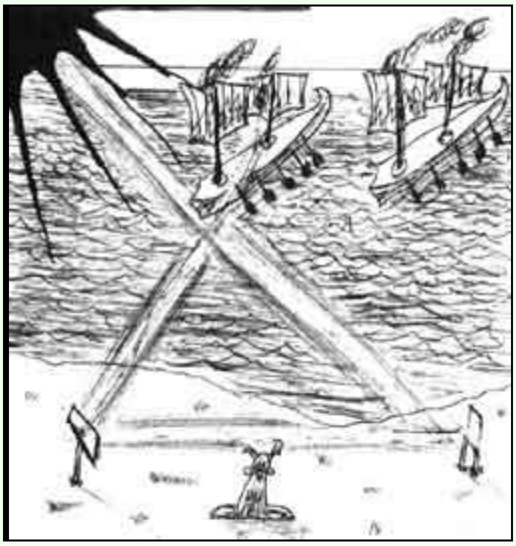


Il détermine aussi de nombreux volumes, par exemple le volume de la boule $(4\pi\, r^3 \div 3)$.

C'est Archimède qui a le premier écrit la formule de l'aire d'un triangle en fonction de ses trois côtés a, b et c.
Si p est le demi-périmètre du triangle, $p = (a + b + c) \div 2$.
L'aire du triangle est :
$A = \sqrt{\,p(p - a)(p - b)(p - c)}$.
On l'appelle la formule de Héron (mathématicien grec du Ier siècle après JC). Archimède est aussi un fin stratège, il dirige la défense de Syracuse : Archimède fait alors construire des catapultes Les Romains s'apprêtent à attaquer Syracuse. Il enflamme les vaisseaux au moyen de miroirs

.
.

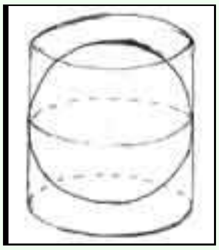




Ses machines de guerre permettront à la ville de Syracuse de résister trois ans au siège des Romains. Après, ceux-ci envahirent la ville.

Archimède mourut dans une situation spéciale. Le général romain Marcellus avait ordonné à ses soldats de laisser la vie sauve au savant.

Archimède étudiait alors un problème et ne voulait pas répondre à un soldat…
Ce dernier, pris de rage, le transperça d'une lance.



En particulier, Archimède avait été très fier de prouver que le volume de la boule ($4\pi\, r^3 \div 3$) est égal aux $2/3$ du volume du cylindre circonscrit ($2\pi\, r^3$).

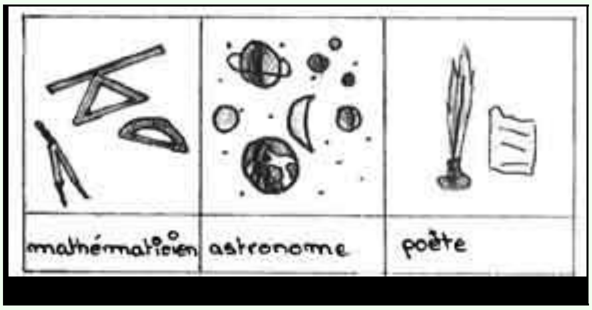
Les Romains lui dressèrent une tombe sur laquelle ils dessinèrent une sphère inscrite dans un cylindre.

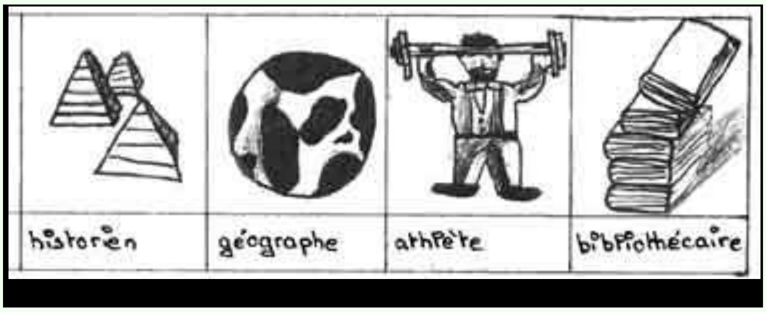
ÉRATOSTHÈNE (276 avant JC - 194 avant JC), grec.

Ératosthène est un scientifique grec né à Cyrène.

A Alexandrie, il s'occupe de l'éducation du fils du souverain Ptolémée III et dirige la célèbre bibliothèque de la ville.

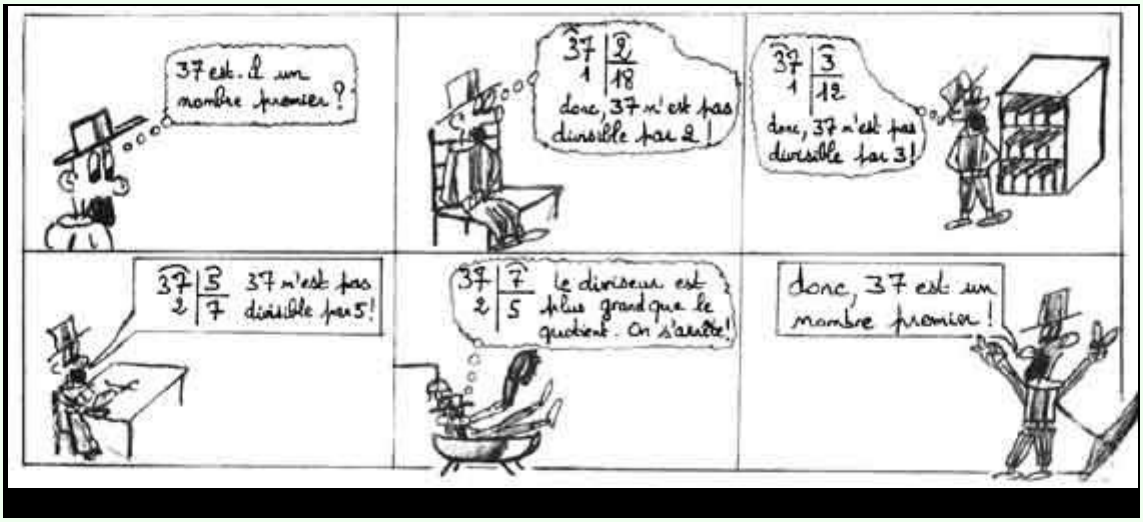
Il est :



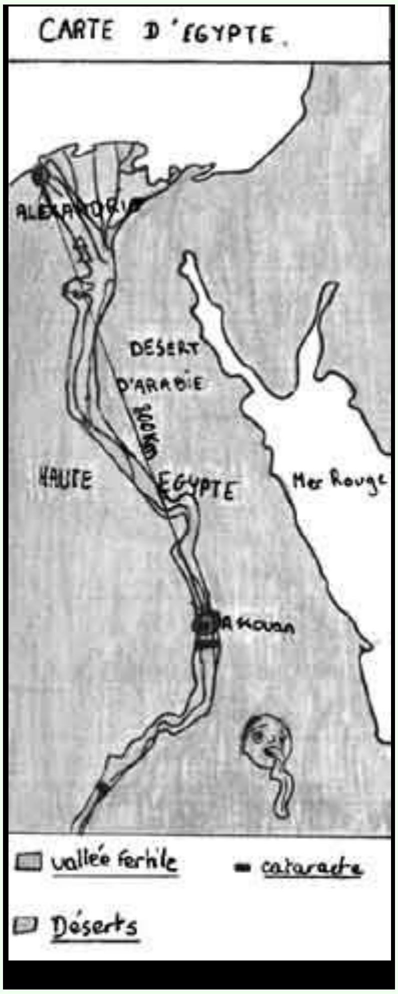


Ératosthène détermine la méthode pour trouver **les nombres premiers** :
2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23...
(nombres qui ne sont divisibles que par 1 et par eux-mêmes)

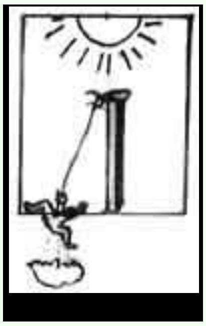
Voici le *crible d'Ératosthène* :



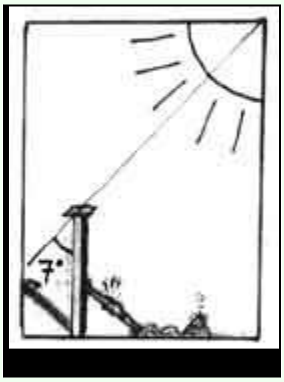
Alors que très peu de scientifiques pensent que notre planète est ronde, Ératosthène soutient cette hypothèse et essaie de mesurer la circonférence de la Terre. Comment Ératosthène y parvient-il ?



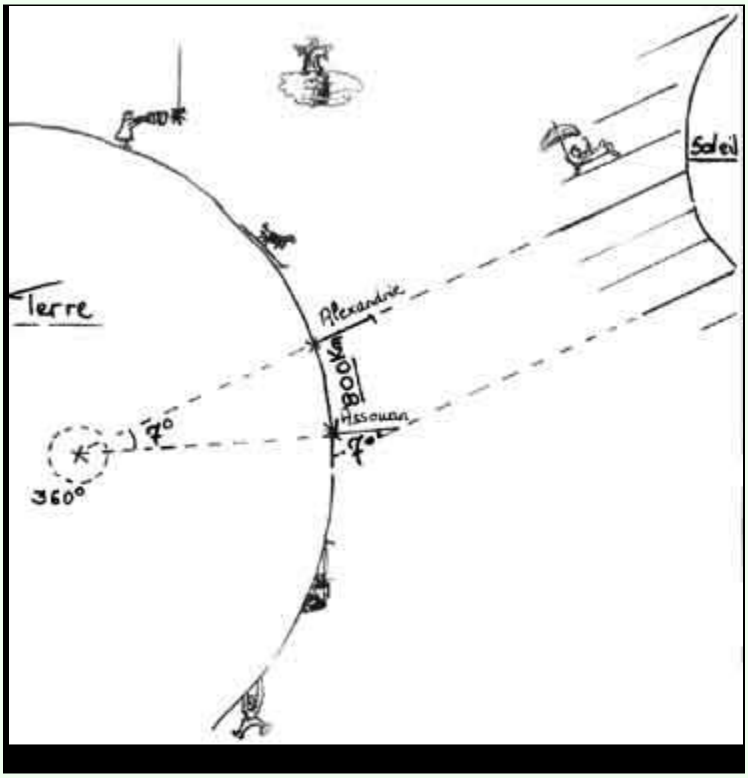
A Assouan, au solstice d'été, il n'y a pas d'ombre



Au même moment, à Alexandrie, il y a une ombre.
Ératosthène mesure l'angle entre le rayon du soleil et le piquet.



Ératosthène tient le raisonnement suivant :



Si pour 7°, il y a 800 km, alors pour 360°, la terre mesure : 800 × 360 / 7 ≈ 41 142 km.

Ératosthène resta célèbre pour ses travaux sur la chronologie qui ont permis de dater des documents mais aussi de distinguer certaines légendes des faits réellement vécus. Il devint aveugle à la fin de sa vie et préféra se suicider

APOLLONIUS (262 avant JC - 190 avant JC), grec :
Il effectue un travail colossal sur les coniques : sections de cône par un plan (parabole, ellipse, hyperbole…). Il invente les dénominations de ces sections coniques et son étude approfondie servira à Kepler vers 1600 pour analyser le mouvement des planètes.

MÉNÉLAÜS (vers 100), grec :
Il étudie les cordes dans un cercle et donne les premiers résultats de trigonométrie sphérique. Il donne les prémices d'une géométrie non euclidienne en s'apercevant que la somme des angles d'un triangle sphérique est supérieure à 180°.

PTOLÉMÉE (85 - 165), grec :
Il détermine que $\pi \approx 3 + 17/120 \approx 3{,}14166...$ Ptolémée place la Terre en un point fixe au centre du monde. Malgré cela, son œuvre en astronomie et en trigonométrie jouera plus tard un rôle considérable. Il établit une table des sinus et étudie les projections.

DIOPHANTE (325 - 409), grec :
Il introduit une nouvelle approche de l'arithmétique en tentant de résoudre des problèmes numériques. En particulier, il donne une méthode pour trouver les triplets pythagoriciens comme (3 ; 4 ; 5). Il est auteur de traités sur les équations à une ou plusieurs inconnues. Il introduit même une équation de degré 3.

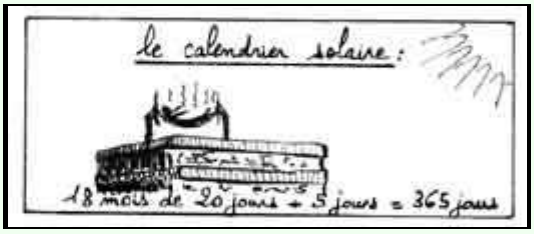
Mayas !

(vers 300 avant JC – vers 900 après JC)

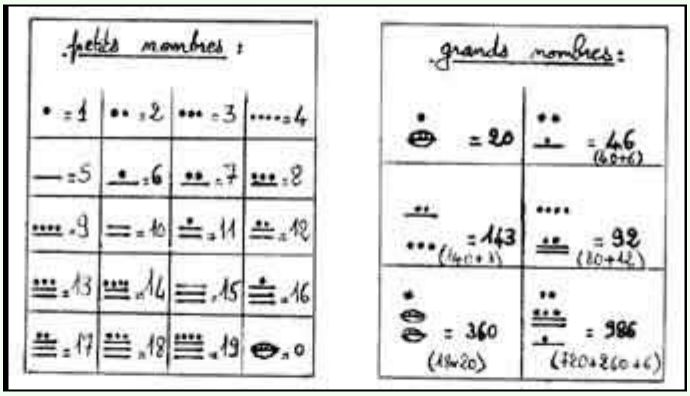
Les Mayas se révélèrent d'excellents géomètres et constructeurs.

C'étaient des Indiens de l'Amérique centrale : Honduras, Guatemala, Yucatan.

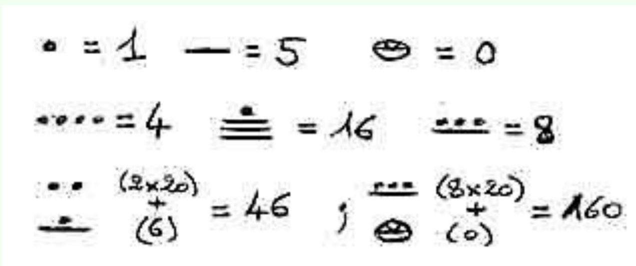
Les Mayas ont eu besoin des mathématiques pour l'astronomie et la chronologie.
Sachant prévoir le cours des astres, ils réalisèrent deux calendriers d'une extrême précision.
D'après l'alignement de leurs monuments et certains autres indices, on pense qu'ils connaissaient déjà les mouvements du Soleil, de Vénus et de la Lune.



Les Mayas comptaient en base vingt (*système vigésimal* ou *vicésimal*).
Leur numération était positionnelle à écriture verticale.
Cette numération vigésimale a été utilisée un petit peu au moyen-âge mais a été vite abandonnée.

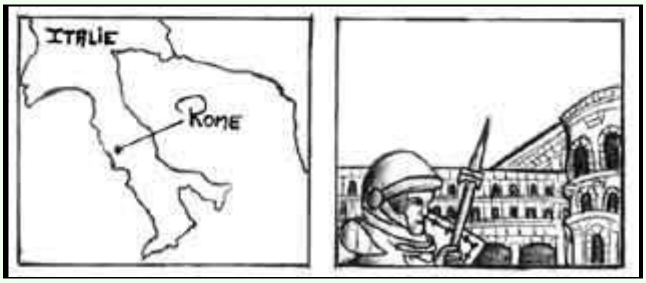


Déjà, vers le Vème siècle après JC, les Mayas, qui n'avaient aucune communication avec la Mésopotamie ou l'Inde, découvrirent le concept du zéro.
On ne peut être qu'émerveillés devant ces prêtres et astronomes qui, loin de l'Ancien Monde, surent trouver des résultats astronomiques remarquables, faire de réelles découvertes intellectuelles et construire de merveilleuses œuvres d'art. Les **Mayas** comptent en base vingt (système vigésimal ou vicésimal).
Leur numération est positionnelle à écriture verticale.

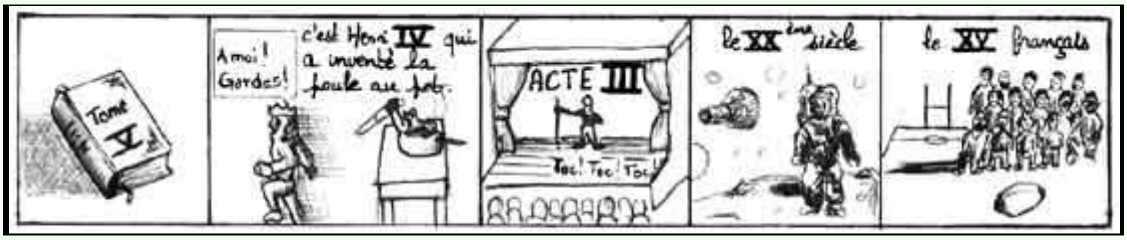


Les **Romains**,

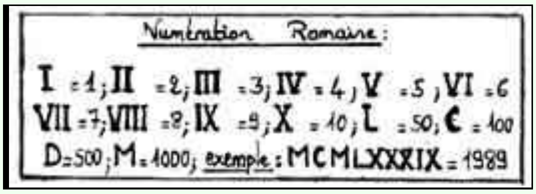
(vers 100 avant JC - vers 400 après JC)



Les Romains furent de grands guerriers, mais de piètres mathématiciens.
Ils étaient trop occupés à conquérir le monde pour s'attarder aux choses de l'esprit...



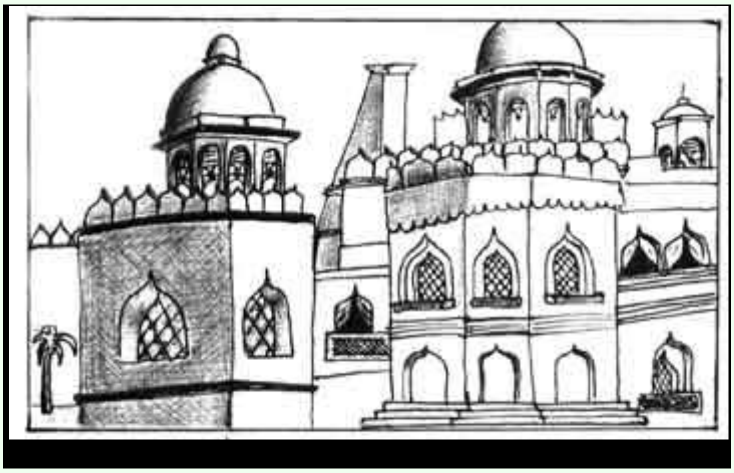
Les Romains se contentèrent de diffuser les travaux grecs.
Ils se servirent d'une numération, qui bien que peu évoluée, est toujours utilisée...



Leur numération était additive, avec des symboles permettant d'écrire des nombres inférieurs à 5000. Au delà, tout nombre surmonté d'un trait représentait les milliers.
Les Romains ne savaient pas multiplier.

Les calculs romains se faisaient sur une planche à compter appelée abaque.
Les calculateurs déposaient des jetons dans des creux correspondant aux unités, aux dizaines, aux centaines...

En Inde, *(vers 200 – vers 1200)*



La contribution des savants indiens est considérable en mathématiques :
ils ont créé notre **système numéral actuel** , précisé les techniques de calcul, amélioré la trigonométrie et la théorie des nombres...
On peut nommer indifféremment les habitants de l'Inde des Indiens ou des Hindous. Pour ne pas donner une connotation religieuse au mot, nous choisirons Indien.

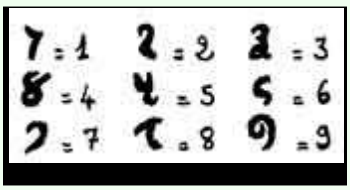
En Inde, vers 300 avant JC, il y eut déjà quelques premiers systèmes de numération, l'un avec des symboles pour dix et vingt et l'autre avec des symboles pour un, quatre, neuf, dix, cent, mille, ..., mais il n'y avait guère à cette époque de recherche mathématique.

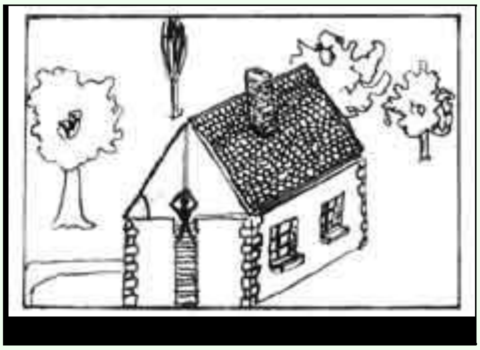
Les chiffres indiens (1 à 9) ont été écrits pour la première fois vers les années 400.

La plus grande découverte des Indiens est certainement celle de l'utilisation du ***signe zéro*** (0).
Ils lui donnent la forme ronde qu'on lui connaît.
On présume qu'il fut créé vers le Vème siècle.

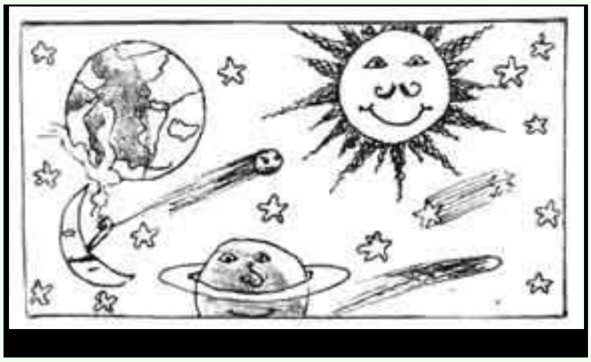
Un **zéro** avait déjà été employé par les **Babyloniens**, mais les Indiens en font un *chiffre de position* qui permet de multiplier un autre chiffre par 10. C'est non seulement le "vide", mais le "rien" ou la "quantité nulle". C'est donc un nombre à part entière. Avec ce **zéro** numérique, les Indiens inventèrent l'algèbre. Avec seulement dix symboles (0 à 9), les hommes pouvaient représenter n'importe quel nombre aussi grand soit-il. Ce petit **zéro** allait permettre de développer les mathématiques, les sciences et les techniques.

Voici les fameux chiffres indiens qui ont été transmis en **Arabie**, puis en **Europe** : on les appelle des chiffres "indo-arabes".





A partir de certaines distances, les Indiens arrivaient à calculer des angles (étude de la trigonométrie avec la fonction sinus).

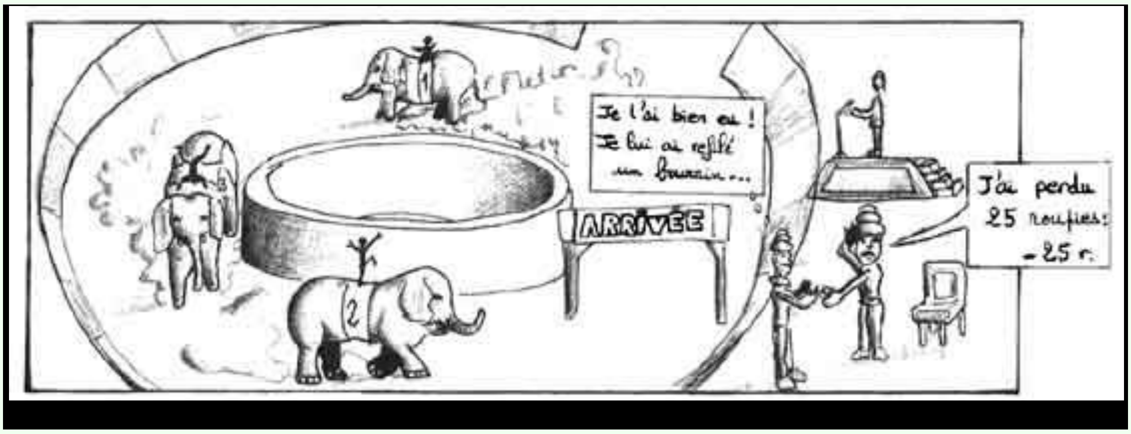


Les Indiens ont essayé de prévoir les éclipses et le retour de certaines constellations...
Ils calculaient la position et la vitesse des planètes.

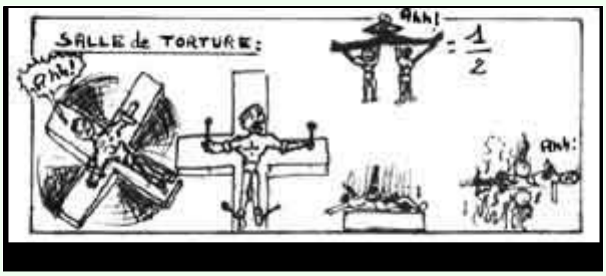
:

Les Indiens, très doués pour le calcul, aimèrent jongler avec les nombres, les combiner et les écrire !

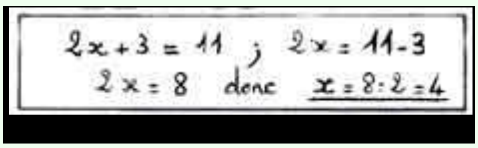
.



Le plus grand mathématicien indien, Brahmagupta , introduit vers 628 pour la première fois les négatifs pour représenter les dettes !...
Il énoncera des règles sur les produits de nombres négatifs.



Les Indiens ont énoncé les 4 opérations fondamentales et fait du calcul avec des **fractions**.



La mathématique est la science du calcul : ils ont travaillé sur les équations.

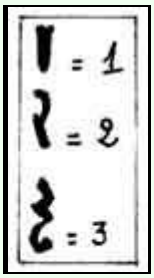
Quelques grands mathématiciens indiens (ou hindous) :

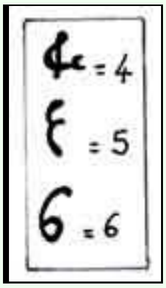
ARYABHATA (476 - 550), indien : Il détermine $\pi \approx 3{,}1416$ et trouve les solutions en nombres entiers de l'équation $ax + by = c$. Il développe la trigonométrie.
BRAHMAGUPTA (598 - 660), indien : Il utilise les racines carrées et cubiques, introduit les nombres négatifs pour représenter des dettes et fait usage du signe zéro, déjà introduit par Aryabhata. On lui attribue la "règle de trois". Il classe déjà les équations par catégorie : simple, carrée, cubique, quatrième degré. Il s'intéresse aux systèmes d'équations et aux équations du deuxième degré.
BHASKARA (1114 - 1185), indien : Il se passionne pour l'astronomie et les mathématiques. Il utilise correctement le **zéro** dans son algèbre et dans son arithmétique. Il introduit des calculs avec l'infini et manie avec facilité les opérations sur les racines carrées.

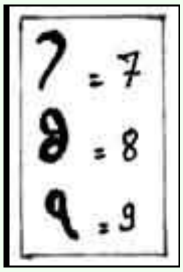
En Arabie, quelle zizanie !

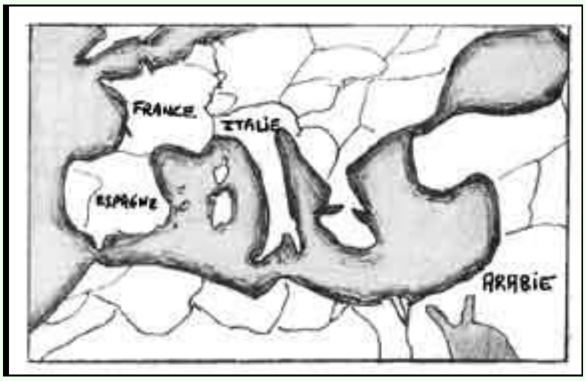
(vers 700 - vers 1400)

Ils continueront à évoluer jusqu'à leur passage en Europe où vers les XV$^{\text{ème}}$ et XVI$^{\text{ème}}$ siècles, ils prendront la forme qu'on leur connaît aujourd'hui. Les Arabes ont utilisé le système de numération indien et permis une très large diffusion des chiffres en Occident.

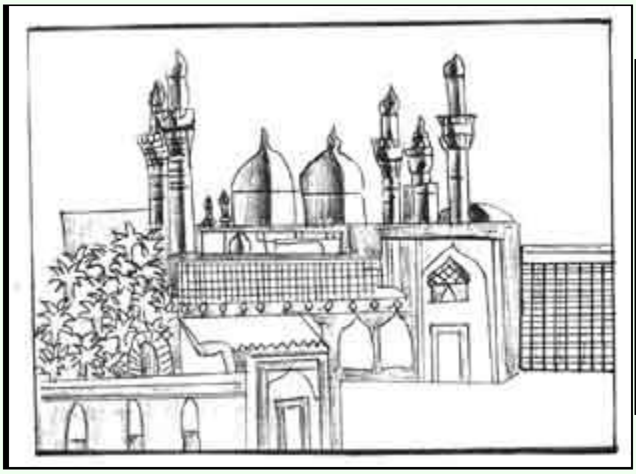








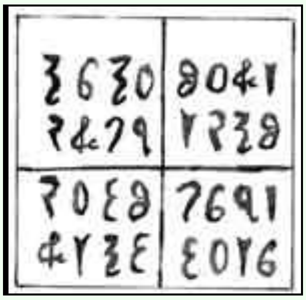
Le peuple arabe a joué un rôle fondamental dans l'histoire des mathématiques : en reprenant les acquis des sciences grecques et indiennes et en les améliorant, il a permis le renouveau scientifique européen en algèbre comme en géométrie...
Bagdad (Irak actuel) fut même la capitale culturelle du monde.
Les deux grandes réussites des mathématiques musulmanes sont :
l'algèbre moderne et l'aboutissement de la trigonométrie.

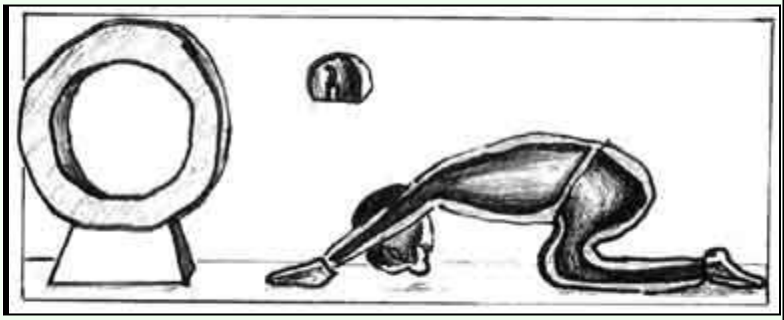


Les Arabes reprirent les chiffres utilisés en Inde (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9).

Avec les connaissances des Indiens, ils initièrent notre **système numéral actuel**.

Voici un extrait de la table des chiffres "indo-arabes" :





Ils utilisèrent le zéro pour indiquer un ordre... (exemple : 109)
Le zéro était appelé en arabe "*Sifr*" qui devint le mot chiffre.

Les mathématiciens arabes ont étudié **les nombres premiers**
(ceux qui ne sont divisibles que par 1 et par eux-mêmes)
exemples : 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 19; 31...
Ils ont ainsi poursuivi les recherches des **Grecs**.

Ils établirent que tout **nombre entier** peut s'écrire en produit de facteurs premiers.

Les Arabes manient très aisément les opérations de base sur les **nombres entiers** et **les fractions** et fondent l'algèbre moderne. Ils seront des spécialistes des équations.

Un mathématicien ira même jusqu'à résoudre un système de 210 équations à 10 inconnues.

Un autre émet l'idée que l'équation $x^3 + y^3 = z^3$ n'a pas de solutions entières, ce qui deviendra plus tard la célèbre conjecture de **Fermat**.

On commence à user de la méthode par récurrence, en particulier dans les formules :

$$1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2};$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6};$$

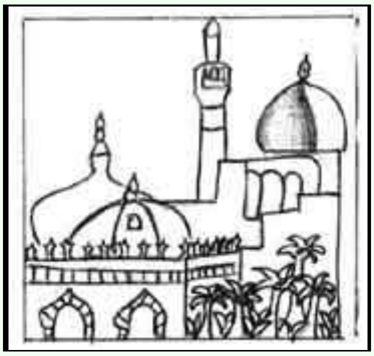
$$1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = (1 + 2 + 3 + ... + n)^2.$$

Les Arabes développent considérablement la trigonométrie. Ils définissent clairement les sinus, cosinus, tangente et établissent les fameuses formules :

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}\ ; (\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1;$$

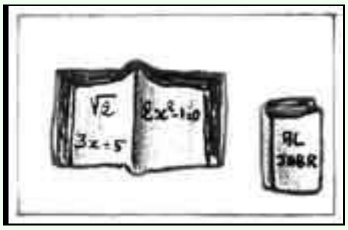
$$\cos (a + b) = \cos a \times \cos b - \sin a \times \sin b;$$
$$\sin (a + b) = \sin a \times \cos b + \sin b \times \cos a;$$
$\cos 2\alpha = 1 - 2(\sin \alpha)^2$; $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$; etc...
Jusque là, la trigonométrie n'avait été qu'une difficile méthode basée sur les arcs de cercle et utilisée par le grand astronome grec **Ptolémée**.

Les Arabes travaillent aussi sur les entiers et découvrent d'autres couples de **nombres amicaux*** que (220 ; 284) : (17296 ; 18416) et (9363584 ; 9437056).
*voir **Pythagore**

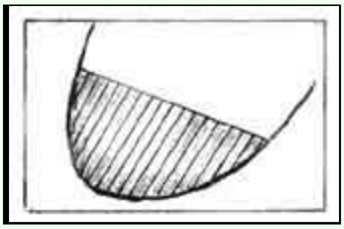
Quelques grands mathématiciens arabe :

AL-KHWARIZMI ou ***HUWARIZMI*** (788 - 850), persan :
Il écrit un livre "Al-Jabr" d'où vient le mot Algèbre.
Cet ouvrage est considéré comme le meilleur exposé élémentaire de l'algèbre jusqu'à l'avènement des temps modernes.
Il traite aussi d'arithmétique, d'astronomie, de géographie et de calendrier dans d'autres livres.
Il établit des tables de sinus.
C'est du nom "Al-Khwarizmi" latinisé que vient le mot Algorithme, procédé de calcul de caractère répétitif.



THABIT-BEN-QURRA (826 - 901), arabe :

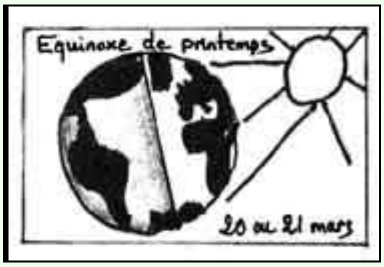
C'est un célèbre traducteur des œuvres grecques. Entre autres, il précise à nouveau l'aire d'un segment de parabole (déjà approximé par **Archimède**). Il écrit sur la théorie des nombres et l'adapte aux rapports entre quantités géométriques. Il prouve aussi la théorie des leviers.
Il nous a légué une généralisation du théorème de **Pythagore** .



AL-BATTÂNÎ (850 - 929), arabe :

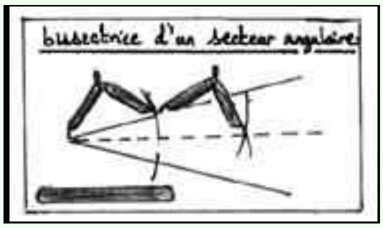
Il écrit un recueil d'observation d'astronomie!...
Il y fait un grand usage de la trigonométrie (sinus, cosinus, tangente et cotangente).
On lui doit la formule :

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} .$$



ABOUL-WAFA (940 - 998), iranien :

Il effectue les constructions fondamentales à l'aide de la règle et du compas et améliore la trigonométrie.
On lui doit les formules :
$\sin(a + b) = \sin a \times \cos b + \sin b \times \cos a$;
$\cos 2\alpha = 1 - 2(\sin \alpha)^2$;
$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$;...



AL-KARKHI (vers 960 - 1024), persan :
Son œuvre ouvre la porte à des études systématiques des équations de degré 3 et 4.

AL-BIRUNI (973 - 1048), persan :
Il est l'auteur d'une histoire de l'**Inde** qui fournit le meilleur compte-rendu que nous possédons sur les mathématiques indiennes.

Omar KHAYYÂM (1048 - 1123), persan : Il est à la fois homme de lettres, astronome, mathématicien et physicien. C'est l'un des plus grands poètes persans. Il écrit 14 ouvrages scientifiques. Seuls deux nous sont parvenus. Le premier traite de la géométrie d'**Euclide** et de ses postulats (ou axiomes). Dans l'autre, il étudie les équations du second degré, mais aussi celles du troisième et quatrième degré. Khayyâm utilise assez souvent un équivalent du triangle de **Pascal** mais donne aussi certaines solutions géométriques aux équations. Il est à l'origine de la notion de polynôme. Il considère déjà que le rapport de deux grandeurs de même nature est toujours un nombre.
AL-TUSI (1201 – 1274), persan : Il fait de nombreuses traductions et adaptations d'ouvrages mathématiques antiques en arabe et en persan. Il est certainement le plus célèbre maître de la trigonométrie plane et sphérique.
AL-KASHI (vers 1400, mort en 1429), persan : Il fait la synthèse des mathématiques arabes depuis sept siècles : les liens entre l'algèbre et la géométrie, les liens entre l'algèbre et la théorie des nombres, la trigonométrie, l'analyse combinatoire (étude des différentes façons de combiner des éléments), la résolution des équations par radicaux (seulement avec les quatre opérations et les racines carrées, cubiques...). Il réussit un calcul de π avec 16 décimales, record qui ne sera dépassé qu'à la fin du XVIème siècle.

En Europe,
(vers 900 - aujourd'hui)

Du Xème siècle au XVème siècle, les mathématiciens européens acquièrent quelques connaissances des peuples précédents (celles des Grecs, des Indiens et des Arabes).
Au Moyen âge, l'Europe avait un retard scientifique assez considérable sur les civilisations orientales. Elle le combla grâce aux croisades, puis à travers les contacts entre scientifiques.

Les mathématiques étaient alors nécessaires pour traverser les océans, pour concevoir des fortifications, pour favoriser l'artillerie et le développement du commerce. Il fallait améliorer les méthodes de calcul. L'Église avait condamné les chiffres "indo-arabes", mais leur utilité évidente les rendait désormais indispensables.

Après l'invention de l'imprimerie vers 1450, donc la diffusion d'œuvres antiques et une période de traductions et de mises au point, on arrive à l'aube d'un siècle exceptionnel pour les mathématiques : le XVIIème siècle...

Les mathématiques se modernisent alors énormément et continuent à évoluer tout au long desXVIIIème, XIXème et XXème siècles. Encore de nos jours, des progrès considérables sont réalisés.

Depuis le XVème siècle jusqu'à ce jour, l'Europe fournit le plus grand nombre de mathématiciens de renom.
Les États-Unis et d'autres pays comptent de très grands mathématiciens depuis 1930.

On peut caractériser chaque siècle ainsi :

XIVème et XVème siècle :

- étude des connaissances grecques, indiennes et arabes;
- résolution des équations (1er et 2e degré);
- travail sur la science des nombres et des opérations (calcul écrit).

XVIème siècle :

- travail sur l'algèbre élémentaire (équations du 3e et du 4e degré);
- découverte des nombres imaginaires (appelés plus tard nombres complexes);
- grands progrès des notations symboliques.

XVIIème siècle :

- invention des logarithmes;
- création de la géométrie analytique (lien entre algèbre et figures);
- découverte du calcul infinitésimal (différentiel et intégral);
- étude de la théorie des nombres;
- travail sur les probabilités et statistiques.

XVIIIème siècle :

- âge d'or de l'analyse avec les fonctions;
- étude des courbes et du calcul des variations;
- résolution d'équations classiques ou différentielles;
- travail en trigonométrie sphérique et en mécanique.

XIXème siècle :

- étude approfondie des nombres complexes;
- invention des groupes et des matrices;
- création de la géométrie projective;
- réflexion sur des géométries non euclidiennes;
- découverte de l'algèbre de Boole et de la théorie des ensembles.

XXème siècle :

- utilisation de théorie des groupes et des ensembles;
- progrès considérables dans tous les secteurs des mathématiques.

Les signes et symboles que nous connaissons ont été inventés par les Européens :

- Le français Nicolas Chuquet crée les notations des exposants tels que "24" vers 1480.
- L'allemand Widmann emploie les signes "+" et "−" vers 1490, mais ils sont généralisés par l'allemand Stifel vers 1555.
- L'allemand Rudolff invente le symbole "√ " vers 1525.
- L'italien Bombelli utilise les parenthèses "(" et ")" dans les calculs algébriques vers 1550.
- L'anglais Recorde propose le signe "=" vers 1555.
- Le français François Viète utilise le premier des lettres dans les équations vers 1580.
- L'anglais Harriot crée les symboles "<" et ">" vers 1625.
- L'anglais Oughtred introduit le signe "×" vers 1630.
- Le français René Descartes invente le mot "équation" vers 1635. Il prendra a, b, c pour les valeurs connues et x, y, z pour les inconnues.
- L'anglais John Wallis invente le symbole "∞" vers 1650.

Pour l'expression 5 + 3x,

- l'italien Rafaele Bombelli , vers 1550, aurait écrit : 5.p.3^1;
- le français François Viète , vers 1580, aurait écrit : 5 + in A;
- le français René Descartes , vers 1630, aurait écrit : 5 + 3 z.

Il est intéressant de noter que parmi les conjectures faites il y a de nombreuses années, certaines ont été très longues à démontrer et d'autres que l'on ne peut contredire, n'ont encore jamais été démontrées :

Prenons le cas de la *conjecture de Fermat*. La plupart des mathématiciens essayèrent d'en faire la preuve et il fallut plus de 400 ans avant qu'elle ne soit démontrée (Voir *Pierre de FERMAT*).

Prenons aussi la *conjecture de Goldbach* (1690 - 1764) : "tout entier pair est la somme de deux nombres premiers". On peut facilement s'y essayer :
8 = 3 + 5; 24 = 11 + 13; 34 = 17 + 17; 48 = 19 + 29; etc...
Personne n'a pu prouver que cette conjecture soit fausse, on n'a jamais trouvé de nombre pair qui ne soit pas la somme de deux nombres premiers, mais on n'a jamais non plus réussi à en faire la démonstration.

Une petite remarque sur l'influence de l'Europe, et plus spécialement de la France dans l'unification du système de mesure.
Depuis l'Antiquité, diverses unités de mesures, toutes plus originales les unes que les autres, sont employées dans chaque civilisation et dans chaque pays. C'est pendant la Révolution française que le système métrique international est créé.
A partir d'une unité de base, les autres mesures sont exprimées en puissances de 10 de cette unité.
Par exemple, pour la longueur, on a le mètre et pour la masse, on a le kg
(1 hm = 102 m; 1 g = 10−3 kg).
Pour le temps, on a fait une exception, on a conservé le système babylonien et on compte en base 60. Les Français avaient pourtant essayé de réformer le mois en trois décades de dix jours, puis le jour en dix heures de cent minutes chacune, mais cela était trop impopulaire. Il reste encore certains pays qui conservent le vieux système de l'empire anglais : livres, yards, pintes, quarts...