Nacer Amel

الفصل الثالث
التحريك

- عموميات :

إذا كانت الحركيات علما يهتم بوصف حركة جسم أو نقطة مادية والتي تنتقل في الفضاء بدلالة الزمن بدون الأخذ بعين الاعتبار القوى المسببة لهذه الحركة، فإن علم التحريك يهتم بهذه الأسباب

- **الكتلة** : هي مقدار فيزيائي سلمي يعبر عن مقاومة الجسم لحدوث تغير في شكله أو حركته
- **مبدأ العطالة** : وينص على أنه إذا كانت النقطة المادية معزولة أي غير واقعة تحت تأثير أي قوى خارجية، فإنها تحافظ على حالتها الطبيعية إذا كانت في حالة حركة مستقيمة منتظمة أو ساكنة تبقى على حالها.
- **المعالم الغاليلية** : هي كل معلم يتحقق فيه مبدأ العطالة ويسمى أيضا المعلم العطالي. يجدر بالذكر أن كل معلم يتحرك بحركة مستقيمة منتظمة في معلم غاليلي يمكن اعتباره معلما غاليليا

أنواع المعالم الغاليلية

1- **معلم كوبرنيك** : هو معلم مركزه هو مركز عطالة المجموعة الشمسية ومحاوره تتجه إلى ثلاث نجوم ثابتة ويعتبر أفضل المعالم الغاليلية

2- **معلم كيبلر** : هو المعلم الذي مركزه هو مركز عطالة الشمس ومحاوره تتجه إلى ثلاث نجوم ثابتة

3- **المعلم الجيوأرضي** : أو المعلم المركزي الأرضي وهو معلم مركزه عطالة الأرض ومحاوره تتجه إلى ثلاث نجوم ثابتة

4- **المعلم الأرضي** : مبدأه هو نقطة من الأرض ومحاوره الثلاثة مرتبطة بها وهو يدور مع الأرض حول نفسها

- **قوانين نيوتن للحركة** : هي عبارة عن مجموعة من القوانين الفيزيائية والتي تعد أساس الميكانيك الكلاسيكي، وتربط هذه القوانين بين القوى المؤثرة على الجسم وحركته وأول من جمعها هو إسحاق نيوتن وهي كما يلي :

قانون نيوتن الأول:

في معلم غاليلي، إذا كان الجسم معزولا (أي أنه غير خاضع لأية قوى خارجية) أو شبه معزول (أي يخضع لمجموعة قوى محصلتها معدومة) فإنه يبقى ساكنا إذا لم يكن في حالة حركة أو يحافظ على حركته المستقيمة المنتظمة إذا كان في حالة حركة.

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v} = \vec{cst} \text{ (ثابت)}$$

قانون نيوتن الثاني:

إذا أثرت قوة $\vec{F}$ أو مجموعة من القوى $\sum \vec{F}$ على جسم فإنها تكسبه تسارعا $\vec{a}$ (أو نرمز له بـ $\vec{\gamma}$) يكون متناسبا طرديا مع محصلة القوى المؤثرة عليه ومعامل التناسب هو كتلة الجسم m ونكتب:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

قانون نيوتن الثالث:

لكل فعل رد فعل مساوٍ له في الشدة ومعاكس له في الاتجاه.

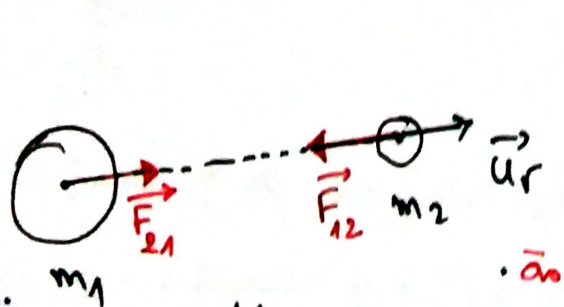
$$\vec{F}_{AB} \text{ (القوة التي تطبقها } A \to B) = -\vec{F}_{BA} \text{ (القوة التي تطبقها } B \to A)$$

- القوة: هي مقدار فيزيائي يصف التأثير المتبادل بين جسمين على الأقل وتحدد تغيير الحالة الحركية للجسم أو تغيير شكله. نميز نوعين من القوى.

القوى ذات التأثير عن بعد:

- قوى الجاذبية: ينص قانون نيوتن للجاذبية على أن قوة الجاذبية بين أي جسمين تتناسب طرديا مع حاصل ضرب الكتلتين وعكسيا مع مربع المسافة الفاصلة بينهما. ونكتب:

$$\vec{F}_{12} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{u}_r$$



تدعى مثل هذه القوى بقوى **الجاذبية العامة**.

عامل التناسب G واحد لكافة الأجسام، لذا يدعى ثابت الجاذبية

$$G = 6{,}67\,10^{-11}\ m^3/Kg\,s^2$$

Naceur Azel

ينتج من ثبات G أن كافة الأجسام التي تبعد عن سطح الأرض بمسافة h تسقط على الأرض بنفس تسارع السقوط الحر.

$$\Rightarrow g(h) = G\,\frac{M_T}{(R_T+h)^2}$$

M_T ← كتلة الأرض

h ← الإرتفاع

R_T ← نصف قطر الأرض

وذلك بغض النظر عن مادتها، يمكننا إيجاد هذا التسارع عند إرتفاع h بدلالة تسارع الجاذبية الأرضية $g_0(h=0)$ وذلك كمايلي:

$$g(h) = G\frac{M_T}{(R_T+h)^2} = \frac{GM_T}{R_T^2}\cdot\frac{R_T^2}{(R_T+h)^2} = g_0(h=0)\cdot\frac{R_T^2}{(R_T+h)^2}$$

$$g(h) = g_0(h=0)\left(\frac{1}{\left(1+\frac{h}{R_T}\right)^2}\right)$$

إذا إعتبرنا الحالة التي تكون فيها $h \ll R_T$ فإن $\frac{h}{R_T} \ll 1$ ومنه

$$g(h) = g_0(h=0)\left[1+\frac{h}{R_T}\right]^{-2} \Rightarrow g(h) = g_0\left(1-\frac{2h}{R_T}\right)$$

$$g(h) = g_0\left(1-3{,}1\,10^{-7}\,h\right)$$

* القوى الكهرو ستاتيكية وتكون بين الشحن الكهربائية:

$$\vec{F}_{q_1\to q_2} = K\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{u}_r = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon r^2}\vec{u}_r$$

$$= q_2\,\vec{E}$$ ← (الحقل الكهربائي)

$\vec{E} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}_r$ وتمثل الحقل الكهربائي الناتج عن q_1 في جميع نقاط الفضاء.

* القوى الكهرو مغناطيسية: وهي القوى المؤثرة على الشحنة والواقعة تحت تأثير حقل كهربائي $\vec{E}$ وحقل مغناطيسي $\vec{B}$ معاً وتدعى قوة لورنتز

$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{V}\wedge\vec{B})$ حيث $\vec{V}$: سرعة الشحنة q.

- الإحتكاك الميوعي :

- القوى ذات التأثير بالإتصال المباشر :

* قوى الإحتكاك تنتج عن التأثير المتبادل بين ذرات وجزيئات سطوح الأجسام المتلامسة ونذكر منها :

- قوى الإحتكاك الصلب .
- " " المائع

- قوى الإحتكاك الصلب :

عندما نحاول زلق جسم مادي A فوق جسم آخر، فإننا نشعر أنه يجب أن نبذل جهداً أكبر فأكبر حتى يبدأ الجسم A بالحركة. نفسر ذلك بوجود قوة إحتكاك تؤدي إلى ضياع في الطاقة وتعمل على توقف الحركة. تتناسب هذه القوة مع قوة رد الفعل $\vec{R}$ حيث يسمى معامل التناسب هنا بمعامل الاحتكاك μ إذاً: نكتب.

$$F = \mu R$$

F ← قوة الإحتكاك ، R ← رد الفعل

أثبتت التجارب أنه هناك نوعين من معاملي الإحتكاك :

- معامل الاحتكاك السكوني μ_s
- " " الحركي μ_c (أو قد يرمز له ب μ_d)

- معامل الإحتكاك السكوني (μ_s)

وهو المعامل الذي إذا ضرب في القوة الناظمية أعطى القوة اللازمة التي تجعل جسمين متلامسين ساكنين أحدهما بالنسبة للآخر. ونرمز له ب : μ_s حيث : $\mu_s = \frac{F_s}{R_N}$ هنا F_s هي مقدار قوة الإحتكاك السكوني و R_N هي المركبة الناظمية لرد الفعل.

- معامل الإحتكاك الحركي μ_c

وهو المعامل الذي إذا ضرب في القوة الناظمية أعطى القوة اللازمة لجعل جسمين متلامسين متحركين الواحد بالنسبة للآخر. ونرمز له ب μ_c حيث : $\mu_c = \frac{F_c}{R_N}$ وهنا F_c تشير إلى مقدار قوة الإحتكاك في حالة الحركة.

ملاحظة : $\mu_s > \mu_c$

Nacer Amel

- الاحتكاك الميوعي:

إذا تحرك جسم في سائل أو غاز فإن حركته تكون إنسيابية وتنشأ قوة مقاومة $\vec{F}_f$ تتناسب مع سرعة الجسم وتعطى بالعبارة:

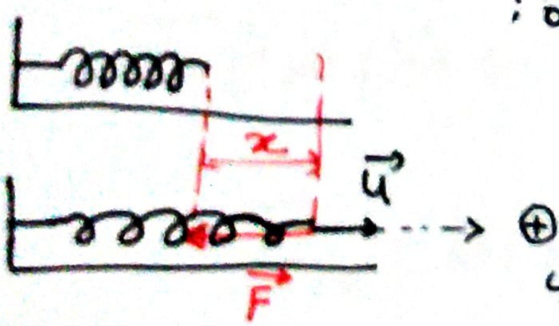
$$\vec{F}_f = -K\eta\vec{v}$$

حيث: $\vec{v}$ شعاع سرعة الجسم. η معامل لزوجة المائع و K مقدار يتناسب مع أبعاد الجسم وتعتمد قيمته على شكل الجسم (مثلا في حالة كرية تتحرك داخل مائع فإن $K = 6\pi R$ هنا: $\vec{F}_f = 6\pi R\eta\vec{v}$
حيث R نصف قطر الكرية)

- قوة المرونة:

نعتبر أنه لدينا نابض ثابت مرونته K. مثبت من أحد طرفيه وهو في حالة راحة، نقوم بعملية سحب هذا النابض من طرفه الحر ويترك لحاله. إذا وحسب قانون نيوتن الثالث (لكل فعل رد فعل يساويه في الشدة ويعاكسه في الإتجاه)

تنشأ قوة تسمى قوة الإرجاع $\vec{F}$ وتعطى بالعبارة:



حيث $\vec{F} = -Kx\vec{u}$

⊕ إتجاه السحب

حيث: $\vec{u}$ شعاع الوحدة المتوجه في نفس إتجاه عملية السحب
x مقدار يمثل مسافة السحب (الإستطالة)

- كمية الحركة والدفع الخطي لنقطة مادية:

- كمية الحركة: تعرف كمية الحركة $\vec{P}$ لنقطة مادية كتلتها m وشعاع سرعتها $\vec{v}$ على أنه حاصل ضرب m في السرعة

$$\vec{P} = m\vec{v} \quad (Kg\,m/s) \quad [P] = MLT^{-1}$$

انطلاقا من هذا القانون يمكن صياغة القانون الأول لنيوتن كما يلي:
النقطة المادية الحرة تتحرك مع ثبات كمية الحركة دائما ($\vec{P} = cste$)
$\Leftrightarrow \vec{v} = cste$

Naceur Amel

- الدفع الخطي :

يتعلق الدفع الخطي ونرمز له بـ $\vec{I}$ بالقوة $\vec{F}$ المؤثرة على الجسم و يعرف على أنه حاصل ضرب القوة $\vec{F}$ في زمن تأثيرها على الجسم Δt ونكتب

$$\vec{I} = \vec{F}\,\Delta t$$

حسب القانون الثاني لنيوتن :

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \vec{F}\,\Delta t = m\,\Delta\vec{V} \Rightarrow \vec{I} = m(\vec{V_2} - \vec{V_1}) = m\vec{V_2} - m\vec{V_1} = \Delta\vec{P}$$

ومنه فإن الدفع الخطي هو التغير في كمية الحركة الخطية للجسم

- مبدأ انحفاظ كمية الحركة :

كمية الحركة الكلية لجملة مركبة من نقطتين ماديتين يخضعان فقط لأفعالهما المتبادلة تكون ثابتة :

$$\vec{P_1} + \vec{P_2} = \vec{cste}$$

بمعنى آخر : كمية الحركة قبل التصادم = كمية الحركة بعد التصادم

- العزم الحركي

يعرف على أنه الجداء الشعاعي بين شعاع الموضع $\vec{OM}$ للنقطة المادية و شعاع كمية الحركة .

$$\vec{L}_{/O} = \vec{OM} \wedge \vec{P}$$

- نص نظرية العزم الحركي :

إن مشتق العزم الحركي بالنسبة للزمن في معلم غاليلي يساوي عزم القوة المؤثرة على النقطة المادية بالنسبة لـ O

$$\frac{d\vec{L}_{/O}}{dt} = \vec{\mathcal{M}}(\Sigma\vec{F}) = \vec{OM} \wedge \Sigma\vec{F}$$

- البرهان :

$$\vec{L}_{/O} = \vec{OM} \wedge \vec{P} = \vec{OM} \wedge m\vec{V}$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{L}_{/O}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\vec{OM} \wedge \vec{P}\right) = \frac{d\vec{OM}}{dt} \wedge m\vec{V} + \vec{OM} \wedge \frac{d(m\vec{V})}{dt}$$

$$= \underbrace{\vec{V} \wedge m\vec{V}}_{=0} + \vec{OM} \wedge m\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{OM} \wedge m\vec{a}$$

$\Sigma\vec{F}$

Nacour Amel

خصائص :

* إذا كان شعاع العزم الحركي ثابت $(\vec{L}_{/O} = \vec{cste})$

فإن $\frac{d\vec{L}_{/O}}{dt} = \vec{\mathcal{M}}(\sum \vec{F}_{ext}) = \vec{OM} \wedge \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \vec{OM} \parallel \sum \vec{F}_{ext} \;/\; \sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\Rightarrow \vec{OM} \parallel m\vec{a}$$

• الحركة ذات **تسارع مركزي** $\Leftarrow$ $\vec{OM} \parallel \vec{a}$

* إذا كان شعاع العزم الحركي معدوم $(\vec{L}_{/O} = \vec{0})$

$$\vec{L}_{/O} = \vec{OM} \wedge \vec{P} = \vec{OM} \wedge m\vec{V} = \vec{0} \Rightarrow \vec{OM} \parallel m\vec{V}$$

• $\vec{OM} \parallel \vec{V}$: الحركة مستقيمة .

Naceur Amel

تطبيقات المبدأ الأساسي للتحريك

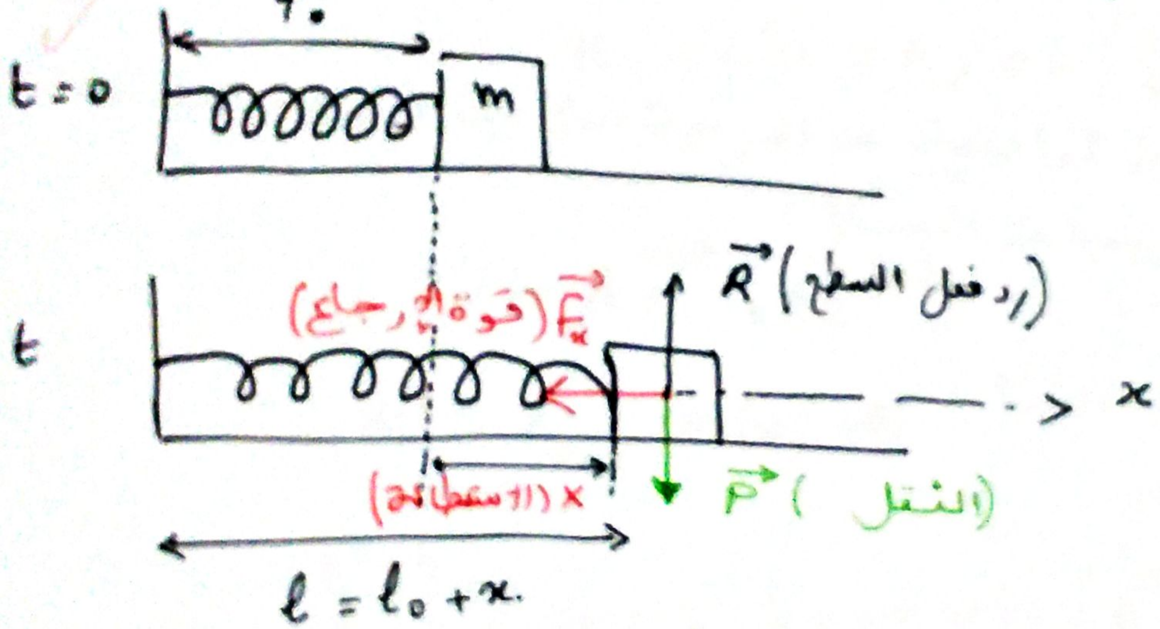
التطبيق الأول : كتلة معلقة بنابض أفقي:

نعتبر نابض ثابت مرونته K و بطول إبتدائي l_0 ، موضوع أفقيا و موصول بكتلة m . نزيح الكتلة عن وضع توازنها قليلا (x=0) و نترك لحالها بدون سرعة إبتدائية.

نفرض أن حركة m تتم بدون إحتكاك اوجد:

- المعادلة الزمنية للحركة.
- دور الحركة بدلالة m,K

Naceur Amel



شعاع الموضع: $\vec{OM} = x\vec{i}$

شعاع السرعة : $\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \dot{x}\vec{i}$

شعاع التسارع : $\vec{\gamma} = \vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2} = \ddot{x}\vec{i}$

القوى المؤثرة على m:

- قوة الإرجاع : (قوة إرجاع النابض)

$\vec{F} = -K\Delta l\,\vec{i} = -Kx\vec{i}$

$\Delta l = l - l_0 / l = l_0 + x$

$\Rightarrow \Delta l = \cancel{l_0} + x - \cancel{l_0} = x$

- الثقل:

$\vec{P} = -mg\vec{j}$

- رد فعل السطح:

$\vec{R} = \vec{R_T} + \vec{R_N} = \vec{R_N}$ (قوة الاحتكاك مهملة)

$\vec{R} = R_N\vec{j}$

II

بتطبيق المبدأ الأساسي للتحريك نجد:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = m\vec{\gamma}$$

$$\Rightarrow \vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = m\vec{a}$$

- بالإسقاط على المحور (oy) نجد:

$$R - P = 0 \Rightarrow R = mg.$$

- بالإسقاط على المحور (ox): نجد:

Nacair Amel

$$F = ma = m\ddot{x} \Rightarrow -Kx = m\ddot{x}$$

$$\Rightarrow \ddot{x} = -\frac{K}{m}x \Rightarrow \ddot{x} + \left(\frac{K}{m}\right)x = 0$$

وهي المعادلة التفاضلية للحركة الجيبية (الدورية) وهي من الشكل

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \; / \; \omega = \sqrt{\frac{K}{m}}.$$

هذه معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية (لوجود المشتق الثاني)

تقبل حل جيبيا من الشكل:

$$x(t) = Ae^{i\omega t} + Be^{-i\omega t}$$

أو من الشكل:

$$x(t) = x_{max}\cos(\omega t + \theta)$$

$$e^{\pm i\omega t} = \cos\omega t \pm i\sin\omega t \; / \; i^2 = -1$$

العدد التخيلي.

السرعة الزاوية

الزاوية $\rightarrow \theta = \omega t$

الزمن

- إيجاد الدور T:

لما $t = T$ الزاوية الممسوحة هي 2π ومنه $\theta = 2\pi$

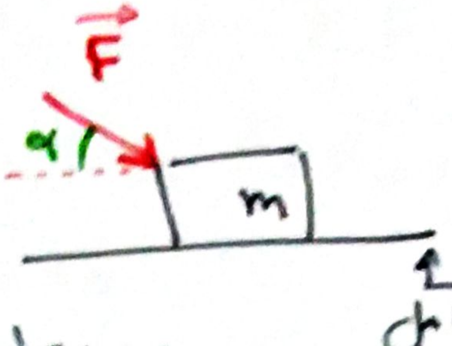
نكتب:

$$2\pi = \omega T \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \; / \; \omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

التطبيق الثاني

نطبق قوة $\vec{F}$ على نقطة مادية، فتتحرك على مستوي أفقي كما في الشكل الموالي:

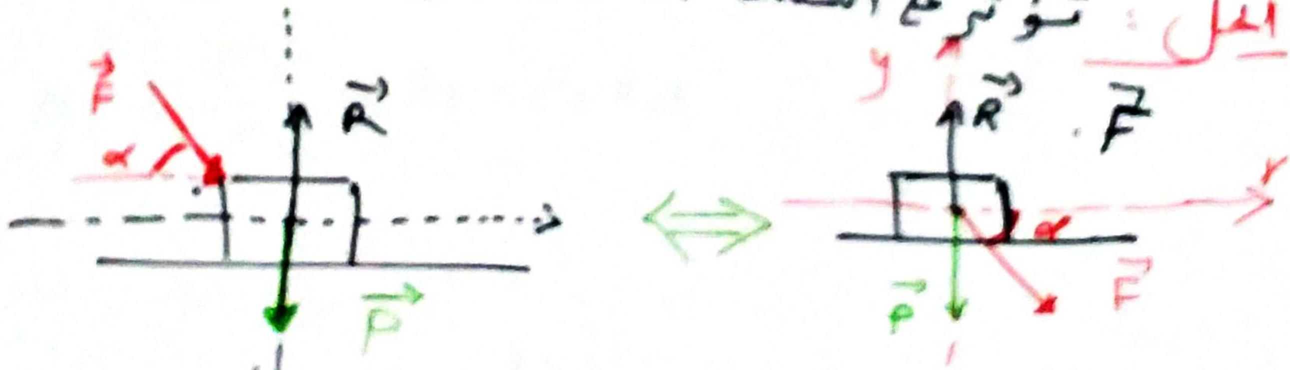


بتطبيق المبدأ الأساسي للتحريك على النقطة المادية أوجد شعاع تسارع النقطة في الحالتين

1- باعتبار المستوي الأفقي أملس (لا يوجد احتكاك)

2- باعتبار المستوي الأفقي خشن (هناك احتكاك)

الحل: تؤثر على الكتلة m ثلاث قوى: الثقل $\vec{P}$ - رد الفعل $\vec{R}$ والقوة



1- المستوي أملس: (لا توجد قوى احتكاك)

بتطبيق المبدأ الأساسي للتحريك نجد:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{a}$$

* بالإسقاط على المحور (oy) نجد:

$$R_N - P - F_y = 0 \;/\; F_y = F\sin\alpha$$

$$\Rightarrow R - mg - F\sin\alpha = 0 \Leftrightarrow \boxed{R_N = mg + F\sin\alpha}$$

* بالإسقاط على المحور (ox):

$$F_y = m\vec{a} \;/\; F_y = F\cos\alpha$$

$$F\cos\alpha = ma \Rightarrow \boxed{a = \frac{F}{m}\cos\alpha}$$