

قسم مجال العلوم الاقتصادية والتسيير
والعلوم التجارية LMD-SEGC
السنة الأولى



جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية
وعلوم التسيير

مُحاضراتٌ في مِقياسِ الإحصاءِ الرِّياضيِّ.

المحور الثالث: مفاهيم أساسية في نظرية الاحتمال (تابع).

الجزء الثالث: قوانين الاحتمالات (تابع)
(الاحتمال الشرطي، الكلي، السببي).

إعداد الدكتور هاشمي عبايسة.

h.ababsa@univ-biskra.dz

المحور الثالث: مفاهيم أساسية في نظرية الاحتمال. (تابع)

الجزء الثالث: قوانين الاحتمالات (الاحتمال الشرطي، الكلي، السببي).

- قانون الاحتمال الشرطي: مما سبق يمكن القول أن:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad P(A) > 0$$

$$P(A \cap B/C) = \frac{P(A \cap B \cap C)}{P(C)} \quad P(C) > 0$$

$$P(A/B \cap C) = \frac{P(A \cap B \cap C)}{P(B \cap C)} \quad P(B \cap C) > 0$$

وهكذا....

- قانون الاحتمال الكلي:

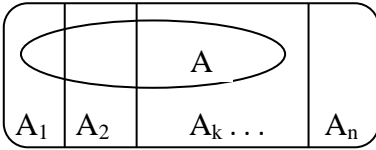
إذا كان A حدثاً¹ ينتج عن أحد أو بعض الأحداث المتنافية $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots, A_n$ فإن احتمال

تحقق الحدث A يعطى كما يلي:

$$P(A) = P(A \cap A_1) + P(A \cap A_2) + P(A \cap A_3) + \dots + P(A \cap A_n)$$

يسمى هذا القانون "قانون الاحتمال الكلي"

الشكل رقم 06: قانون الاحتمال الكلي.



المصدر: محاضرات الأستاذ بوعبد الله صالح

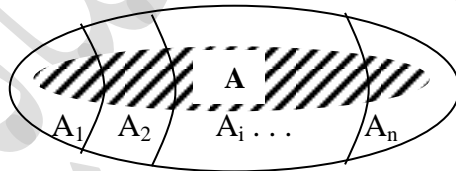
الشكل رقم 07: نظرية بايز.

نظرية "بايز": Théorème

... A_n أحداثاً متنافية

المجموعة الكلية (الأساسية)

عن طريق واحد أو أكثر من



المصدر: محاضرات الأستاذ بوعبد الله صالح

- قانون الاحتمال السببي أو

ou règle de BAYES

لتكن $A_1, A_2, A_3, \dots, A_i$

فيما بينها حيث اتحادها يشكل

Ω ، وليكن A حدثاً ما يتحقق

الأحداث A_i .

إذا علمنا أن A تحقق فعلاً، فإن احتمال تحققه عن طريق الحدث A_i فقط يعطى كما يلي:

$$P(A_i / A) = \frac{P(A_i)P(A / A_i)}{\sum_{i=1}^n P(A_i)P(A / A_i)} = \frac{P(A \cap A_i)}{P(A)}$$

¹ جاء "حدثاً" منصوباً لأنه خبر كان، واسمها هو اسم العلم A في محل رفع.

تسمى هذه النظرية نظرية الاحتمال السببي لأنها تمكّن من حساب احتمال أن يكون حدث ما (A_i) هو السبب في وقوع الحدث (A). وهي عبارة عن قانون الاحتمال الشرطي على قانون الاحتمال الكلي.

مثال 14: لدى مصنع ثلاث آلات M_1, M_2, M_3 ، تنتج على الترتيب 40%، 50%، 10% من إنتاج المصنع. وكانت نسبة الوحدات المنتجة الرديئة لهذه الآلات هي على الترتيب 2%، 4%، 5%. سحبنا عشوائياً وحدة من إنتاج هذا المصنع فوجدناها رديئة. ماهو احتمال أن تكون من الآلة M_1 ؟

الجواب: نفرض أن A حدث يتحقق
الجدول رقم 01: نسب الإنتاج عموماً والرديء خصوصاً لكل آلة. بكون الوحدة المسحوبة رديئة (A)
محقق فعلاً).

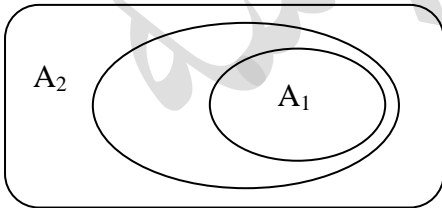
الآلات	M_1	M_2	M_3
الإنتاج	0.40	0.50	0.10
الرديء	0.02	0.04	0.05

المصدر: معطيات المثال 14.

$$P(M_1/A) = \frac{P(M_1) \times P(A/M_1)}{P(M_1) \times P(A/M_1) + P(M_2) \times P(A/M_2) + P(M_3) \times P(A/M_3)}$$

$$= \frac{(0.40)(0.02)}{(0.40)(0.02) + (0.50)(0.04) + (0.10)(0.05)} = 0.24$$

الشكل رقم 08: احتمال حدث محتوي في آخر



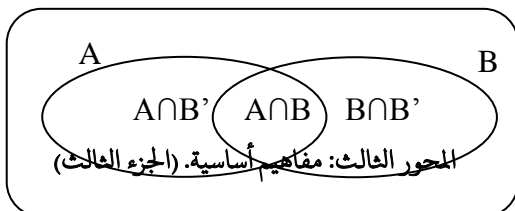
المصدر: محاضرات الأستاذ بوعبد الله صالح

• من أجل $A_1 \subset A_2$ فإن: $P(A_1) \leq P(A_2)$

$$P(A_2 - A_1) = P(A_2) - P(A_1)$$

أنظر الشكل رقم 08.

الشكل رقم 09: احتمال حدث بدلالة حدث آخر ومتممه.



المصدر: محاضرات الأستاذ بوعبد الله صالح

• من أجل A و B حدثان أيًا كانا :

$$P(A \cap B) + P(A \cap B') = P(A)$$

أنظر الشكل رقم 09.

نهاية المحور الثالث.

د. هاشمي عباسي
عباسي