

سلسلة التمارين رقم 1

تمرين 1 : أحسب تكاملات ربمان التالية

$$\begin{array}{ll} 1) \int_1^e x \ln x dx & 3) \int x e^x dx \\ 2) \int_0^1 (7x^2 - e^x) dx & 4) \int_0^{\pi/2} \sin^2(x) \cos(x) dx \end{array}$$

ثم أوجد الدوال الأصلية في الخلائث التالية

$$\begin{array}{ll} 1) \int x \sqrt{x^2 + 1} dx & 2) \int \sqrt{3x} \ln x dx. \end{array}$$

تمرين 2 : أدرس فيما التامم التالي

$$I_n = \int_0^1 \frac{\sin(\pi x)}{x + n} dx,$$

من أجل كل $n > 0$

$$-1 \text{ أثبت أن } 0 \leq I_{n+1} \leq I_n$$

$$-2 \text{ أثبت أن } I_n \leq \ln \frac{n+1}{n} \text{ ثم استنتج } \lim_{n \rightarrow +\infty} I_n.$$

$$-3 \text{ أحسب فيما التامم } \lim_{n \rightarrow +\infty} n I_n.$$

تمرين 3 : أحسب النهايات التالية

$$\begin{array}{ll} 1) \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sqrt{x^2 y^2 + 1} - 1}{x^2 + y^2} & 3) \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1} - 1} \\ 2) \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 2}} \frac{\sin xy}{x} & 4) \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow k}} \left(1 + \frac{y}{x}\right)^x \quad k \in \mathbb{R} \end{array}$$

تمرين 4 : أدرس استمرارية الدالة f عند النقطة $(x_0, y_0) = (0, 0)$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

ثم الدالة g عند النقطة $(x_0, y_0) = (0, 1)$

$$g(x, y) = \begin{cases} x + y, & (x, y) \neq (0, 1) \\ 0, & (x, y) = (0, 1) \end{cases}$$