مفهوم المنطق الرّياضي

"يدرس المنطق الرّياضي (*Logique Mathematique*) أو المنطق الرّمزي، التّفكير المنطقي (الاستدلال والبرهان)، كما هو منعكس في مناهج المنطق الصّوري أو الحسابات الصّورية، ومن ثمّ فإنّ المنطق الرّياضي يتّخذ المنطق موضوعا له والرّياضة منهجا. ويَتضمّن المنطق الرّياضي المعاصر لسلسلة كاملة من الحسابات المنطقية، وهو النّظريّة التي تنطبق على مثل هذه الحسابات وفروضها وخصائصها وتطبيقاتها"[1]. ويرجع الفضل في البحث الصّوري للمنطق –كما أشرنا من قبل– إلى أرسطو، على حين أنّ فكرة الحسابات المنطقيّة كان ليبنيتز (*Gottfried Wilhelm Leibniz*) [1646م-1716م] أوّل من صاغها.

أصبح المنطق الرّياضي ابتداء من منتصف القرن التّاسع عشر فرعا مستقلاً من فروع العلم بفضل أعمال جورج بول (*George Boole*) [1815م-1864م]، وتواصلت الأبحاث التي أفرزتها حاجة الرّياضة إلى تقديم أساس لمفاهيمها ومناهجها الخاصّة بالبرهنة. ممّا أدّى إلى ظهور تيار آخر في المنطق الرّياضي في نهاية القرن التّاسع عشر. "ويمكن أن نجد منابع هذا التّيار في أعمال جوتلوب فريجه (*Gottlob Frege*) [1848م-1925م]. أما المساهمة الرئيسية في تطوّر هذا الفرع فجاءت على يد برتراند راسل (*Bertrand Russel*) [1872م-1970م] - وايتهد(*Alfred North Whitehead*)[1861م-1947م] في كتاب مبادئ الرياضيات. وجرى انشاء مذهبين منطقيّين رئيسيّين في الوقت نفسه هما حساب القضيّة التقليدي، ودالة الحساب"[2].

إنّ الرّغبة في مسايرة العلوم من جهة، وسدّ نقائص المنطق التّقليدي من جهة ثانيّة كانت من أهمّ العوامل في مواصلة الأبحاث "وبعد محاولات عديدة من أجل انشاء منطق يصلح لكلّ مجالات الفكر انتهت إلى الصّورة التي استقرّت عليها عند كلّ من راسل ووايتهد المتمثّلة في قيام منطق قادر على صورنة الرّياضيات وتقديم أساس منطقي متين لمفاهيمها ومناهجها الخاصّة بالبرهنة. وهذا هو المحتوى المفهومي لِما يُسمّى بالمنطق

1

2

الرّياضي. فهو إذن ليس سِوى تسميّة ثانيّة للمنطق المُصَورن. أي أنّ المنطق المصورن والمنطق الرّياضي هما منطق واحد"[3].

إنّ تطوّر النّظرية المنطقيّة المعاصرة، قد ارتبط باسم برتراند راسل لذلك فمن الضّروري الاطلاع على تعريفه لموضوع بحثنا: "فالمنطق الرّمزي أو الصّوري هما اصطلاحان سأستعملهما مترادفين؛ هو دراسة مختلف الأنواع العامّة للاستنباط. ولقد أَطْلَقتُ كلمة رمزي على هذه الدّراسة لِخاصيّة عرضيّة؛ لأنّ استخدام الرّموز الرّياضية في هذه الدّراسة وفي غيرها هو مجرّد أمر مناسب من النّاحية النّظرية لا تمليه طبيعة الأشياء. والقيّاس المنطقي بجميع أشكاله يتّصل بالمنطق الرّمزي، وكان يمكن أن يكون جميع المنطق الرّمزي لو أنّ جميع الاستنباطات كانت قيّاسيّة كما افترضت التّقاليد المدرسية"[4].

لقد ظهر المنطق الرّياضي إلى الوجود كمحصّلة لمجهودات المناطقة بفعل نقائص المنطق التّقليدي، ليتخلّص من الدّلالات الحدسيّة ليتّجه تدريجيا نحو الصّورانية. وينغي الاشارة إلى أنّ "استعمال الرّموز الرّياضية في المنطق المعاصر ليس هو الذي جعله منطقا رياضيا، وذلك لأن الرموز كانت موجودة في الرّياضيات وفي المنطق قبل ظهور المنطق الرياضي ولم تُوفّر للرياضيات ما كانت تحتاج إليه من صورنة (*Formalisation*) وأُسُس متينة لبنائها"[5]. ذلك أنّ استعمال الرّموز لم يكن على درجة مقبولة من التّجريد؛ فالرّموز التي استعملها أرسطو على سبيل المثال والمأخوذة من الأبجدية اليونانية، Δ، Γ، B، A، إلخ، كانت تشير إلى حدود تعبّر عن أنواع وأجناس بالمفهوم الأرسطي. "أما الرموز المستعملة في المنطق الرياضي فهي رموز مُفرغة كُلّية من أي محتوى. لأنّ مُتغيّرات الأفراد Z، Y، X،... الخ هي رموز لأي شيء فردي في كل العوالم الممكنة. وكذلك مفهوم الدالة f(x)

---

[3]_

[4]_

[5]_

يعني أنّ أي شيء فردي يحمل المحمول (f) الذي يعني أيّة صفة أو خاصّية ممكنة. إنّ هذين المثالين ينطبقان على كل المتغيّرات والمفاهيم المشتركة بين الرّياضيات والمنطق"[6].

ويشمل المنطق المعاصر المحاولات المتعدّدة التي بُذلت من أجل إصلاح المنطق التّقليدي التي بدأت مع لايبنيز وتُوّجت بصدور (*Principia Mathematica*)، كما يشمل كل الأنساق المنطقية التي ظهرت خلال القرن العشرين والمستمرّة في الظّهور إلى أيامنا. وينقسم المنطق المعاصر بدوره إلى:

أ- المنطق الكلاسيكي ويضمّ الأنساق المنطقية القائمة على قيمتي الصّدق والكذب، بالإضافة إلى قبول قانون نفي النّفي كإثبات، والاعتماد على البرهان بالخلف. ويبدأ المنطق الرّياضي في صورته الكلاسيكية حسب روبير بلانشي مع فريغة، حيث "تعدّ سنة 1879م فترة عظيمة بظهور كتاب فريجه: كتابة التصورات(*Begriffsschrift*). إن هذا الكتاب قد خلّص المنطق من اقتران اصطناعي بالرّياضيات، بينما أعدّ في نفس الوقت ترابطا أعمقا بين هذين العلمين"[7].

ب- المنطق اللاكلاسيكي ويشمل كلّ الأنساق المنطقية الثلاثية القيّم، والمتعددة القيم مع امتداداتها المختلفة إلى منطق الجهة ومنطق الأوامر ومنطق الأسئلة ومنطق المعايير إلخ. وتضاف إليها الأنساق المنطقية الثنائية القيمة التي ترفض قانون النّفي المُضاعف في صورته الكلاسيكية؛ بحيث إذا كان صِدق القضيّة يلزم عنه نفي القضيّة الكاذبة فالعكس غير صحيح، أي أنّ نفي القضيّة الكاذبة لا يلزم عنه أنّها صادقة. وينتج عن ذلك بالنسبة إلى البرهنة رفض البرهنة بالخلف وقبول فقط قاعدة الرد إلى الخلف[8].

ويبرز روبير بلانشي خصائص كلّ قسم منهما، إذ انطلق المنطق الرّياضي الكلاسيكي في أواخر القرن التاسع عشر، مشيرا إلى أهم المساهمين فيه على غرار فريجه بألمانيا، وبيانو ومدرسته بإيطاليا، وكانت أبرز مرحلة تجسّد المنطق الرّياضي في صورته الكلاسيكية

---

[6]-

1:

[8]-

هي صدور كتاب(*Principia Mathematica*) لراسل–وايتهد، وتتميّز هذه المرحلة بِتَكُوّن حساب القضايا، وبروز فكرة الدّالة القضويّة، وعندها أصبح المنطق يظهر في شكل نسق استنتاجي، بالإضافة إلى السّعي إلى التّأسيس المنطقي للرّياضيات[9]. أما المرحلة الثانية فتبدأ حوالي 1920م، أي مع ظهور كتاب فيتجينشتاين (رسالة منطقية فلسفية)، وتتميّز هذه المرحلة بالخصائص الثلاث التالية:

– إقامة الاجراءات الصّورية إذ انتقل المناطقة من البديهيات شبه العينيّة؛ أين تقترب الثّوابت المنطقيّة من معناها الحدسي، إلى المصادرات المُصورنة.

– تطوّر الأبحاث المنطقيّة الشّارحة، إذ لفت انتباه المناطقة إلى ضرورة التّمييز بين مستويين: مستوى المنطق، ومستوى ما حول المنطق أين وقع التّساؤل حول خصائص الحسابات بعد بنائها، (الاتّساق، والاكتمال، والقدرة على البتّ)، بالإضافة إلى التّساؤل حول علاقاتها المتبادلة.

– تَفَرُّق المنطق الرّياضي الكلاسيكي بظهور الحسابات اللاكلاسيكية مع لوكاشيفتش وبوست، بالإضافة إلى هايتنغ[10].

---

[9]- *Blanché (Robert): Introduction à la logique contemporaine, op cit, p:.*
[10]- *Ibid. p:.*