

TP N°2 : Transformée de Laplace

1.1. But de TP

Maitriser la représentation des systèmes asservis de type linéaire continu à partir de leurs modèles mathématiques. Le but de ce TP est de calculer la transformée de Laplace en utilisant Matlab.

Remarque: La variable s est la notation anglo-saxonne de p .

1.2. Fonction de transfert

Définition

Considérons la fonction de transfert

$$\frac{B(s)}{A(s)} = \frac{\text{num}}{\text{den}} = \frac{b_0s^n + b_1s^{n-1} + b_2s^{n-2} + \dots + b_n}{s^n + a_1s^{n-1} + a_2s^{n-2} + \dots + a_n}$$

Ou certains des constantes a_i et b_i peuvent être nuls.

Dans Matlab les vecteurs lignes **num** et **den** spécifient les coefficients du numérateur et du dénominateur de la fonction de transfert. C'est-à-dire :

Num=[.....]

Den=[.....]

- Une fonction de transfert se définit en Matlab par l'instruction
tf(num,den),
- On peut directement écrire

$$G = \text{tf}([\dots], [\dots])$$

- Détermination de la **transformée de Laplace** on utilise l'instruction :
laplace ().

1.3. Fonction de transfert inverse

Pour trouver la **transformée de Laplace inverse** on utilise l'instruction :
ilaplace ().

1.4. Calcule les résidus ('r'), les pôles ('p') et le terme direct ('k') du développement en fraction partielle du rapport de deux polynômes $B(s)$ et $A(s)$.

Le développement en fraction partielle de $B(s)/A(s)$ est donné par :

$$\frac{B(s)}{A(s)} = \frac{r_1}{s - p_1} + \frac{r_2}{s - p_1} + \dots + \frac{r_n}{s - p_n} + K(s)$$

r_1, r_2, \dots, r_n sont les résidus du développement. p_1, p_2, \dots, p_n sont les pôles et $K(s)$ est le terme direct (reste).

La commande résidue (B,A) calcule les résidus, les pôles et le terme direct (reste) de l'expansion du quotient $B(s)/A(s)$. la commande s'écrit :

$$[r,p,k]=\text{residue}(B,A)$$

1.5. Factorisation de la fonction de transfert

On utilise l'instruction sous Matlab:

`zpk(le nom de la fonction)`

1.5. Caractéristique d'une fonction de transfert

- Calcul des pôles: `pole(G)`
- Calcul des zéros: `zero(G)`
- Gain statique : `dcgain(G)`

1.6. Représentation graphique des pôles et zéros dans le plan complexe

On utilise l'instruction sous Matlab :

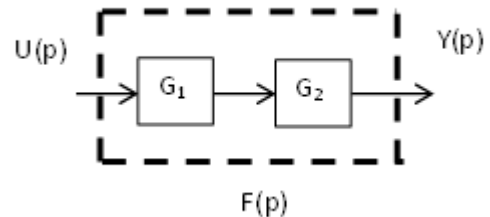
`pzmap(nom de la fonction)`

1.7. Interconnexion de systèmes (Association des fonctions de transfert en Matlab)

En Matlab, les fonctions de transfert peuvent être associées ensemble en cascade, en parallèle, ou en boucle de retour

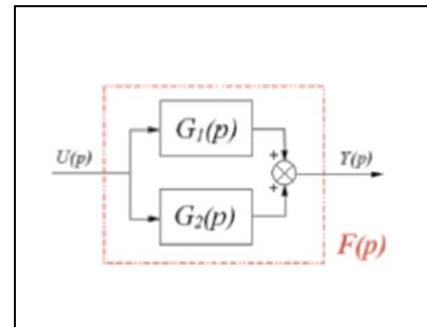
- Mise en série de deux systèmes

F1 = `series(G1,G2)`



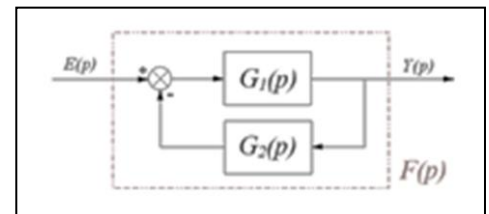
- Mise en parallèle de deux systèmes

F2 = `parallel(G1,G2)`



- Contre-réaction ou boucle de rétroaction

F3 = `feedback(G1,G2)`



où G_1 est le transfert dans la chaîne directe et G_2 celui de la chaîne de retour.

1.8. Travail demandé : (Partie théorique)

Exercice 1 :

Soit un système décrit par l'équation différentielle suivante :

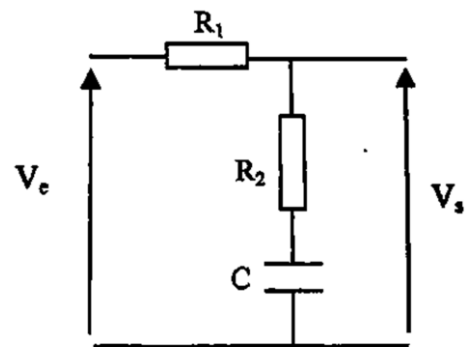
$$3.26 \frac{d^2y(t)}{dt^2} + 17.5 \frac{dy(t)}{dt} + 44.2y(t) = r(t)$$

1. Déterminer la fonction de transfert de ce système (les conditions initiales nulles).
2. Trouver les pôles de l'équation associée, tracer le plan P de la fonction
3. On applique au système une entrée à un échelon unitaire, Donner la réponse de système $y(t)$

Exercice 2 :

Soit la figure ci-contre:

- 1) Trouver la fonction de transfert $H(p)=V_s(p)/V_e(p)$
- 2) Si $R_2C=1ms$, $(R_1+R_2)C=5ms$,
Trouver l'expression numérique de $H(p)$
- 3) Pour des conditions initiales nulles,
Trouver la réponse à un échelon $V_e=10V$



TP N°2 : Transformée de Laplace

Nom et Prénom : ; Groupe :
:

1.9. Travail demandé : (Partie Simulation)

Exercice 1 :

Ecrire ces deux fonctions de transfert dans Matlab/Simulink

$$G(p) = \frac{20(p+2)}{p^3+7p^2+18p+16}; H(p) = \frac{3p+1}{p^2+3p+2}$$

.....
.....
.....

Exercice 2 :

Calculer la transformée de Laplace :

1. t^5 :
2. $\exp(a*t)$:
3. $\sin(w*x)$:

Exercice 3 :

Calculer la transformée de Laplace inverse

1. $1/p$:
2. $1/(p-1)$:

Exercice 4 :

Considérons la fonction de transfert suivante :

$$H(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{p + 2}{(p + 1)(p + 3)(p + 4)}$$

1. Développer cette fonction en fraction simples par calcul manuel, en calculant les racines du dénominateur

.....
.....
.....
.....

2. Trouver ce résultat par la commande **residue (B,A)**. Comparer les résultats

.....
.....
.....
.....
.....

