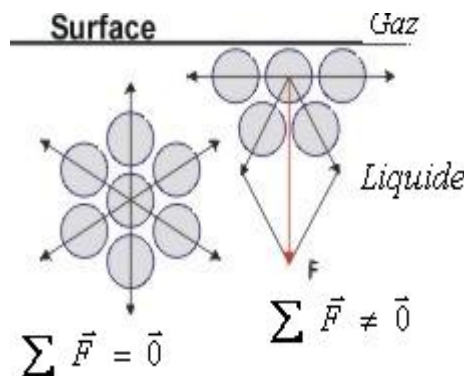


III-1 Introduction :

Contrairement aux gaz, un corps à l'état liquide n'occupe pas tout le volume disponible, ceci à cause des phénomènes de cohésion. La cohésion des liquides est due aux forces d'attraction interatomiques ou intermoléculaires. Ces phénomènes de cohésion tendent à minimiser la surface libre d'un liquide, cette surface semble se comporter comme une membrane élastique tendue, où il existe un phénomène de tension superficielle. A cet égard, plusieurs exemples permettent d'illustrer l'influence de la tension de surface tel que: une aiguille à coudre ou un trombone peut flotter librement dans un verre d'eau, lorsque on met notre mains sur la surface d'un liquide et on le lève progressivement, nous sentons que le liquide nous attire, certains insectes peuvent marcher sur l'eau comme s'ils glissaient sur un film souple, on observe des ménisques sur les bords des verreries (verres, pipettes, récipients...) contenant un liquide et la nature de gouttes de pluie qui ont une forme sphérique...

III-2 Interface liquide-gaz:

Au niveau microscopique, chaque molécule est soumise de la part de toutes celles qui l'entourent, à des forces attractives. Où la résultante de ses forces agissant sur la molécule située à l'intérieur de liquide ou de gaz est nulle. Il y a alors un équilibre statistique des forces $\sum \vec{F} = \vec{0}$. Au contraire, pour les molécules situent à l'interface du liquide (i.e. à une distance de la surface inférieure au rayon moléculaire), elles sont soumises à des forces d'attraction dont la résultante n'est pas nulle $\sum \vec{F} \neq \vec{0}$. En effet, le liquide exerce donc sur ces molécules de surface une force de rappel vers l'intérieur du liquide voir la figure ci-dessous. Afin de minimiser l'aire de l'interface pour diminuer l'énergie potentielle.[4][5][6]

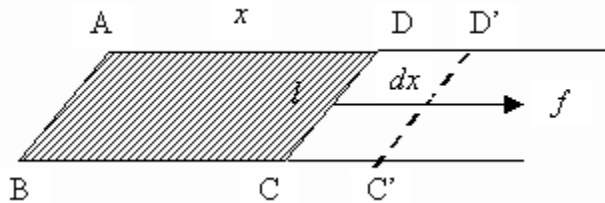


a- Tension superficielle

Chapitre III : Etude des interfaces liquide-gaz (phénomène de surfaces)

1- Force de tension superficielle

A l'intérêt d'obtenir l'expression de la force de tension superficielle, nous supposons une lame savonneuse rectangulaire de longueur l et de largeur x formée dans un fin cadre métallique $ABCD$ dont l'un des côtés CD est mobile.



On note ici que la surface totale de la lame, compte tenu de ses deux faces est $2.x.l$. La lame a tendance à se rétracter, pour maintenir sa surface constante, il faut exercer sur CD une force f .

Cette force est appelée: Force de tension superficielle : $f = \sigma.2l$ [N]

Où σ [N/m] est une constante identique de chaque liquide dite: constante de tension superficielle.

On donne quelques résultats expérimentaux de la tension superficielle en mN/m à différentes températures

Liquide	0°	20°	40°
Eau	75,64	72,75	69,56
Méthanol	24,50	22,65	20,90
Ethanol	24,05	22,27	20,60
Acétone	26,21	23,70	21,16

Remarques

- 1- La constante σ dépend de la température T elle décroît lorsque T augmente.
- 2- De point de vue énergétique: pour déplacer le côté CD d'une longueur dx dans l'exemple précédent il faut fournir le travail: $d\omega = F.dx$. Ce déplacement, à température et volume constant, correspond à un accroissement de la surface de liquide de $dS = 2l.dx$.

Donc $\sigma = d\omega / dS$ [J / m²].

- 3- L'énergie de tension superficielle est donnée par $E_s = \sigma.S$

2- Energie de cohésion

Chapitre III : Etude des interfaces liquide-gaz (phénomène de surfaces)

Dans un liquide pur, les forces d'attractions intermoléculaires sont appelées: *forces de cohésion*. Si on veut séparer ces colonnes (ensemble de molécules), on doit fournir une énergie. Cette énergie s'appelle : *énergie de cohésion* qui est égale à

$$\omega = E_{S_f} - E_{S_i} = \sigma(S_f - S_i).$$

Exemple

De quelle hauteur doit-on laisser tomber une goutte d'eau de diamètre $D = 1 \text{ mm}$ sur une surface hydrophobe (qui ne peut pas être mouillée par l'eau) pour qu'elle se fragmente en 8 gouttelettes identiques?

On donne: $\sigma_{\text{eau}} = 73 \text{ mJ.m}^{-2}$, $\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$, $g = 10 \text{ ms}^{-2}$.

Calcul de la hauteur nécessaire pour que la goutte se fragmente en 8 gouttelettes identiques :

Par définition l'énergie de tension superficielle ω_s est donnée par

$$\omega = E_{S_f} - E_{S_i} = \sigma(S_f - S_i)$$

On note que, pour pulvériser ou fragmenter la goutte, il faut que l'énergie de tension superficielle ω_s égale à l'énergie mécanique $\omega_{\text{méc}}$:

$$\omega_s = \omega_{\text{méc}} \Rightarrow \sigma(S_f - S_i) = mgh.$$

Avec $S_i = 4\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 = \pi D^2$ et $S_f = 8S = \pi d^2$.

Où

S_f : représente la surface totale des gouttes à l'état final.

S_i : est la surface de la goutte dans l'état initiale.

S : est la surface de la gouttelette de diamètre d .

Selon la condition de conservation de la masse, nous écrivons :

$$m_i = m_f \Rightarrow V_i = V_f \Rightarrow \frac{4}{3}\pi\left(\frac{D}{2}\right)^3 = 8 \cdot \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3 \Rightarrow d = \frac{D}{2}.$$

Alors, d'après le résultat précédent on obtient:

$$h = \frac{\sigma(S_f - S_i)}{mg} = \frac{\sigma\pi\left(8\frac{D^2}{4} - D^2\right)}{mg} = \frac{\sigma\pi D^2}{mg} = \frac{6 \cdot \sigma}{\rho g D}.$$

Application numérique $h = \frac{6 \cdot \sigma}{\rho g D} = \frac{6 \cdot 73 \cdot 10^{-3}}{10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3}} = 4,38 \text{ cm}$.

b- Pression de Laplace et ses applications

Chapitre III : Etude des interfaces liquide-gaz (phénomène de surfaces)

Dans cette partie, nous allons voir la loi de Laplace et quelles sont ses applications et son utilité dans la description de quelques phénomènes biophysique[4][5][6], tel que:

1- Les bulles d'air dans un liquide

Pour former une bulle d'air de rayon R à l'intérieur d'un liquide de tension superficielle σ , il faut que la surpression ΔP s'exerçant sur la membrane sphérique de la bulle d'air doive être positive. C'est à dire, la pression interne P_{int} dans la bulle soit supérieure à celle du milieu externe P_{ext} . Où la loi de Laplace, nous permet de donner l'expression de cette surpression $\Delta P = P_{\text{int}} - P_{\text{ext}}$ en fonction de R et de σ . En effet, d'une part, pour augmenter le volume V de la goutte de $dV = SdR = 4\pi R^2 dR$ (on augmente le rayon R de la goutte de dR), on doit fournir un travail des forces de pression $d\omega$ au cours de la variation de volume comme $d\omega = \Delta P \cdot dV = \Delta P 4\pi R^2 dR$.

En d'autre part, on note que cette expression de travail est toute à fait semblable (égale) à celle de travail des forces de tension superficielle $d\omega = \sigma \cdot dS = 8\pi R dR$.

Finalement, avec une simple comparaison, on constate que l'expression de la surpression à l'intérieur d'une bulle d'air dans un liquide est donnée par $\Delta P = \frac{2\sigma}{R}$

Exemple

Une bulle d'air sphérique, de diamètre 0,02 mm, est située à 10m de profondeur dans une cuve de liquide de masse volumique 10^3kg.m^{-3} . La pression absolue à la surface de ce liquide est de 10^5 Pascal. La tension superficielle de liquide est $75 \cdot 10^{-3} \text{N.m}$. Calculer la pression absolue à l'intérieur de la bulle ?

D'une part, d'après la loi de Laplace, on a $\Delta P = P_{\text{int}} - P_{\text{ext}} = P_{\text{int}} - P_a = \frac{2\sigma}{r}$.

En d'autre part, selon la loi hydrostatique $\Delta P = P_a - P_{\text{atm}} = \rho gh$

On constate que $P_{\text{int}} = P_{\text{atm}} + \frac{2\sigma}{r} + \rho gh$

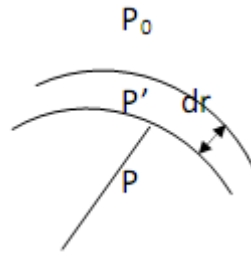
Application numérique : $P_{\text{int}} = 10^5 + \frac{2 \cdot 75 \cdot 10^{-3}}{10^{-5}} + 10^3 \cdot 10 \cdot 10 = 2,15 \cdot 10^5 \text{ Pascal}$

Donc la pression à l'intérieur de la bulle est $2,15 \cdot 10^5 \text{ Pascal}$.

2- Les bulles de savon dans l'air

Chapitre III : Etude des interfaces liquide-gaz (phénomène de surfaces)

Soit une bulle savonnait de tension superficielle σ et de rayon r de la couche intérieure et de rayon $r+dr$ de la couche extérieure.



Avec le même raisonnement que le cas précédent, on peut écrire la surpression due à la couche extérieure comme $P' - P_0 = \frac{2\sigma}{r + dr}$ et la surpression due à la couche intérieure par

$P_0 - P = \frac{2\sigma}{r}$ qui nous donnent la surpression finale de la bulle de savon dans l'air par la

relation suivante $\Delta P = \frac{4\sigma}{r}$, où nous avons supposé que $dr \ll r$.

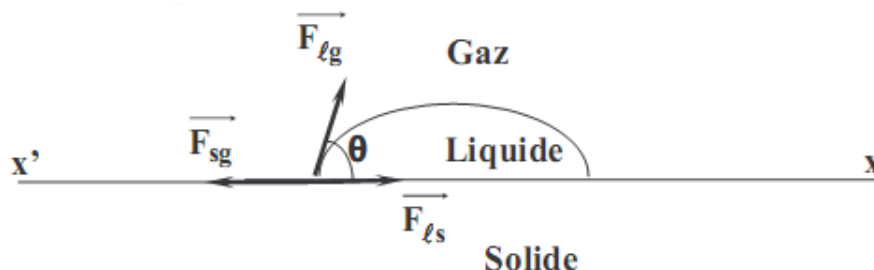
3- Loi de Jurin

Avant de commencer l'étude de cette loi, il est très commode de bien comprendre le rôle de l'angle de contact ou de raccordement liquide-solide. A cet égard, on note qu'il est bien connu que lorsqu'on dépose une goutte de liquide sur une plaque solide plane ou horizontale, il existe trois forces de tension superficielles agissant sur les surfaces de séparation qui se rejoignent à la périphérie de la goutte:

\vec{F}_{lg} est la force exercée sur les molécules de liquide situées sur le pourtour de la goutte par les autres molécules de gaz située sur la surface de séparation liquide-gaz.

\vec{F}_{sg} est la force exercée sur les molécules de liquide situées sur le pourtour de la goutte par les autres molécules de solide située sur la surface de séparation solide-gaz.

\vec{F}_{ls} est la force exercée sur les molécules de liquide situées sur le pourtour de la goutte par les autres molécules de gaz située sur la surface de séparation liquide-solide.

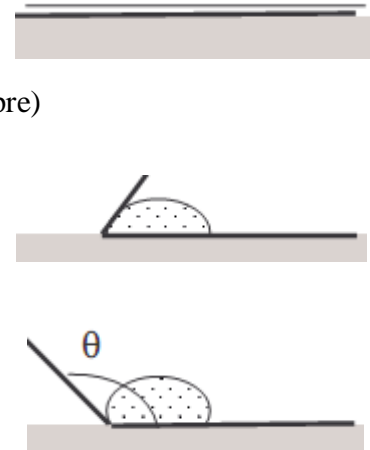


Chapitre III : Etude des interfaces liquide-gaz (phénomène de surfaces)

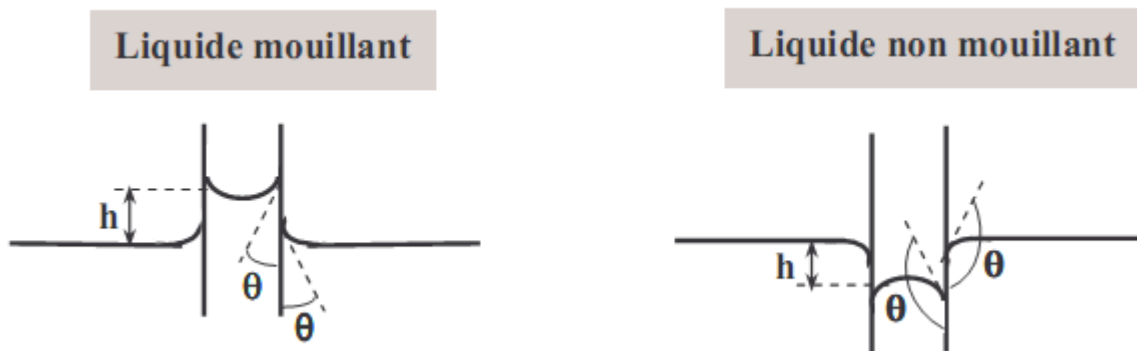
Au point d'équilibre la résultante de ces forces s'écrit: $\vec{F}_{lg} + \vec{F}_{sg} + \vec{F}_{ls} = \vec{0}$, avec une simple projection sur l'axe XX' , on obtient la condition d'équilibre suivante $F_{sg} = F_{lg} \cos \theta + F_{ls}$ qui peut être réécrite sous la forme $\sigma_{sg} = \sigma_{lg} \cos \theta + \sigma_{ls}$.

Remarque

- Si l'angle de raccordement θ vaut 0° , le liquide mouille parfaitement le solide (par exemple de l'eau sur du verre propre)
- Si $\theta < 90^\circ$, le liquide mouille imparfaitement le solide (par exemple l'eau sur du verre sale)
- Si $\theta > 90^\circ$, le liquide ne mouille pas le solide (par exemple le mercure sur du verre).

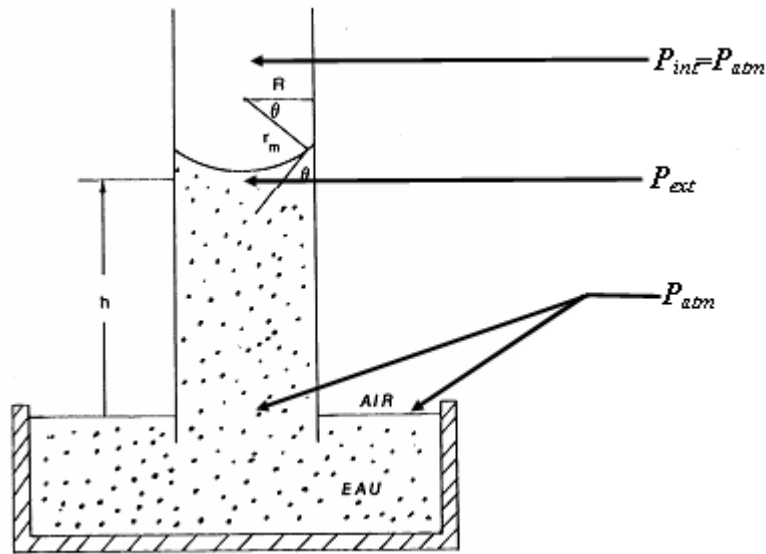


On remarque aussi, que ce phénomène de mouillage se produit également dans le cas d'une paroi du solide verticale, où l'on observe une ascension (avec un ménisque concave vers l'extérieur) ou une descente (avec un ménisque convexe vers l'intérieur).



En 1717 le médecin anglais *James Jurin* a montré que lorsqu'on plonge un tube capillaire de rayon R , ouvert aux deux extrémités, dans un liquide de tension superficielle σ , celui-ci monte ou descend dans le tube d'une hauteur h . où il a constaté que la pression dans le liquide situé juste en dessous du ménisque (courbure de liquide) obéit simultanément à deux lois : la loi hydrostatique dans le liquide s'écrivant la relation de l'écart de pression sous le ménisque par $\Delta P = P_{atm} - P_{ext} = \rho g h$ et la loi de Laplace à travers l'interface constituant le ménisque, qui nous permet de donner l'expression de la surpression

$$\Delta P = P_{\text{int}} - P_{\text{ext}} = P_{\text{atm}} - P_{\text{ext}} = \frac{2\sigma}{r}$$



Où :

R : Rayon intérieur du tube.

ρ : Masse volumique du liquide.

g : Intensité de la pesanteur.

σ : Tension superficielle du liquide.

θ : Angle de raccordement liquide/solide.

Selon ces prédites expressions Jurin a énoncé la relation de la hauteur h en fonction de rayon

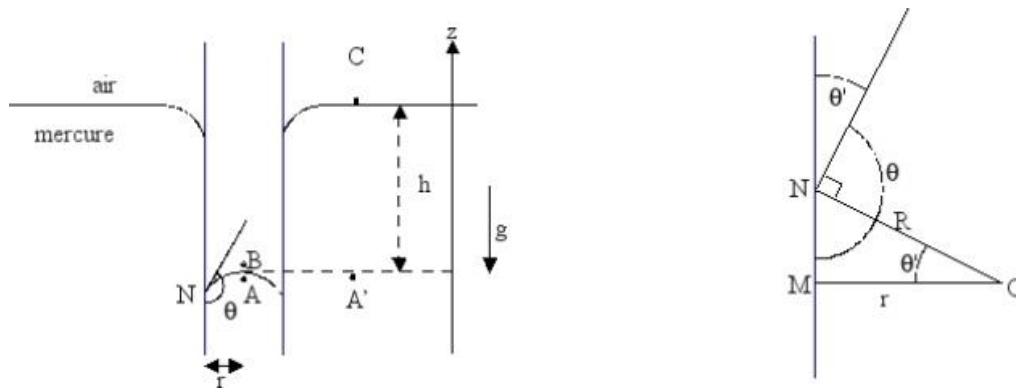
R de tube comme suit $h = \frac{2\sigma \cos \theta}{R\rho g}$.

Où il a utilisé la relation suivante $\cos \theta = \frac{R}{r}$.

Exemple

Lorsqu'on introduit un tube capillaire d'un rayon intérieur $R = 2,5 \text{ mm}$ dans un réservoir de mercure, le niveau du mercure dans le tube se situe à $1,5 \text{ mm}$ sous le niveau du réservoir. L'angle de contact θ verre-mercure vaut 129° et la masse volumique du mercure ρ est de 13600 kg.m^{-3} . Calculer la tension superficielle σ de mercure?

Selon les notions de cet exemple, on note que nous avons un phénomène de capillarité:



D'après la loi de Laplace: $\Delta P = P_{\text{int}} - P_{\text{ext}} = P_A - P_B = \frac{2\sigma}{r}$

Avec $P_{\text{int}} = P_A$ et $P_{\text{ext}} = P_B = P_{\text{atm}}$.

Et d'après l'équation fondamentale de l'hydrostatique entre les deux points A et B, nous aurons: $\Delta P = P_{A'} - P_C = P_A - P_B = \rho gh$.

Substituant les deux prédites expressions, on obtient la relation de la tension superficielle de mercure comme $\rho gh = \frac{2\sigma}{r} = \frac{2\sigma \cos \theta'}{R} \Rightarrow \sigma = \frac{\rho gh R}{2 \cos \theta'}$

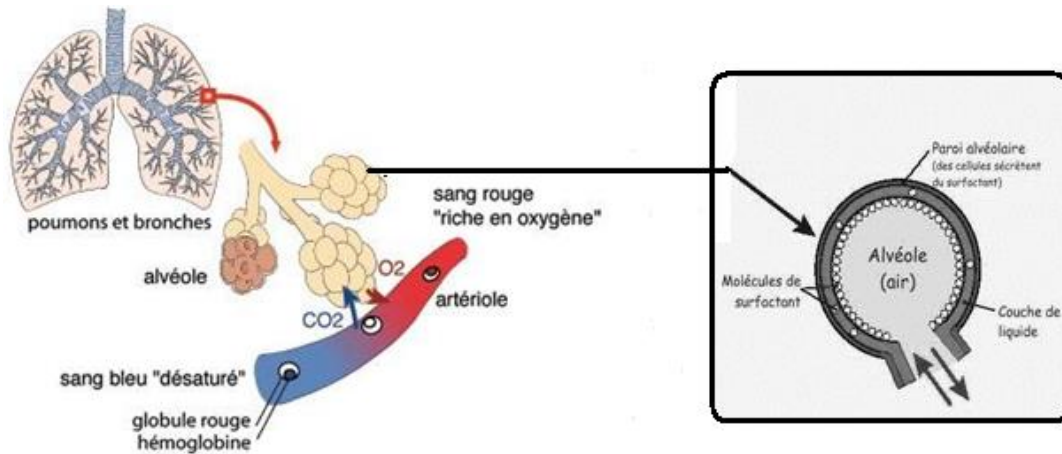
Où nous avons utilisé la relation suivante: $\cos \theta' = \frac{R}{r}$ avec $\theta' = \pi - \theta$.

Application numérique: $\sigma = \frac{13600 \cdot 10 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2,5 \cdot 10^{-3}}{2 \cos(51^\circ)} = 0,397 \text{ Nm}^{-1}$

III-3 Mesure et applications biologiques (L'appareil respiratoire)

Il est bien connu que grâce à l'appareil respiratoire du corps humain qui comprend les voies aériennes et les poumons, nous pouvons absorber (inspirer) l'oxygène contenu dans l'air et éliminer (expirer) le gaz carbonique dans le corps. Les deux poumons qui sont situés dans le thorax et qui sont séparés par un espace appelé médiastin jouent un rôle primordial dans le rythme respiratoire.

Plus précisément, la respiration se fait exactement au niveau des alvéoles pulmonaires qui se situent aux extrémités des bronchioles voir la figure ci-dessous, cela va permettre à l' O_2 et au CO_2 de passer à travers la membrane des alvéoles (couche de liquide) puis de passer dans les vaisseaux sanguins (artérioles). Ces échanges vont s'effectuer par diffusion entre l'air alvéolaire et le sang des capillaires pulmonaire. L'oxygène diffusant vers le sang et le gaz carbonique vers l'alvéole passant de la région où leur pression partielle est la plus élevée vers celle où elle est la plus basse.



Exemple d'application :

D'après la structure des poumons du corps humain qu'est schématiquement dessinée sur la Figure au dessus. Chez un sujet, la surface totale des alvéoles pulmonaires lors de l'expiration est de 75 m^2 et le nombre des alvéoles est de 4.10^8 .

1- Calculer le rayon de ces alvéoles pendant l'expiration ?

Au cours de l'inspiration, le volume alvéolaire est de $4,5 \text{ l}$

2- Quel est alors la surface alvéolaire à l'inspiration ?

Sachant que la surface alvéolaire est recouverte d'un film lipidique avec un coefficient de tension superficielle $\sigma = 2.10^{-2} \text{ N/m}$.

3- Calculer l'énergie nécessaire pour l'augmentation de la surface des alvéoles ?

4- De fait de conséquence pathologique (maladie), la tension superficielle de la surface alvéolaire est $\sigma = 5.10^{-2} \text{ N/m}$. Calculer l'énergie nécessaire à l'inspiration ?

Réponse

1- Calcul de rayon des alvéoles durant l'expiration :

D'une part, on a $S_T = NS_{A_{\text{exp}}}$

Où S_T : représente la surface totale des alvéoles.

N : est le nombre des alvéoles

$S_{A_{\text{exp}}}$: est la surface d'une seule alvéole.

On d'autre part, nous avons $S_{A_{\text{exp}}} = 4\pi r_{\text{exp}}^2$, ce qui nous conduit à

$$r_{\text{exp}} = \sqrt{\frac{S_T}{4\pi N}} = \sqrt{\frac{75}{4.3,14.4.10^8}} = 0,12 \text{ mm.}$$

3- Calcul de la surface alvéolaire au cours de l'inspiration:

Chapitre III : Etude des interfaces liquide-gaz (phénomène de surfaces)

Avec le même raisonnement que le cas précédent, l'expression de volume total des alvéoles V_T s'écrit comme :

$$V_T = NV_A \Rightarrow V_A = \frac{V_T}{N} = \frac{4}{3}\pi r_{ins}^3.$$

Ce qui implique que $r_{ins} = \sqrt[3]{\frac{3V_T}{4\pi N}} = \sqrt[3]{\frac{3.4,5.10^{-3}}{4.3,14.4.108}} = 0,14mm.$

Finalement la surface alvéolaire à l'inspiration est égale à

$$S_{T_{ins}} = N4\pi r_{ins}^2 = 4.3,14.4.108.(14.10^{-5})^2 = 98,17m^2.$$

4- Calcul de l'énergie nécessaire pour augmenter la surface alvéolaire :

D'après la définition de l'énergie de cohésion, on peut écrire

$$\omega = E_{S_f} - E_{S_i} = \sigma(S_f - S_i) = \sigma(S_{ins} - S_{exp}).$$

Application numérique : $\omega = 2.10^{-2}(98,17 - 75) = 0,46J.$

5- Calcul de l'énergie nécessaire à l'inspiration pour des poumons malade :

Nous procédons de la même manière que la troisième question, on trouve

$$\omega' = \sigma'(S_{ins} - S_{exp}) = 5.10^{-2}(98,17 - 75) = 1,15J.$$