

Travaux Dirigés (Série N° 1)

**Exercice N° 1 :**

Soient  $e_1 (1,0,0)$  ,  $e_2 (0,1,0)$  ,  $e_3 (0,0,1)$  une base de  $R^3$  ; on définit les vecteurs A et B par :

$$A = 4 e_1 + 2 e_2 + e_3 \qquad B = 3 e_1 - 5 e_2 + 2 e_3$$

- 1°) déterminer le produit scalaire  $(A \cdot B)$  des vecteurs A et B.
- 2°) déterminer le produit vectoriel  $(A \wedge B)$  des vecteurs A et B.
- 3°) déterminer le produit tensoriel  $(A \otimes B)$  des vecteurs A et B.
- 4°) déterminer l'angle entre les vecteurs A et B.

Même chose pour les vecteurs  $A = (2, 1, 3)$        $B = (1, 2, 4)$

**Exercice N° 2 :**

On considère la base  $\{f_j\}$  de  $R^3$  définie par les vecteurs suivants :

$$f_1 = (1, 0, 0) \quad f_2 = \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 0\right) \quad f_3 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

et le vecteurs :  $A = 8 e_1 + 6 e_2 + 3 e_3$

- 1°) la base  $\{f_j\}$  est-elle orthonormée ?
- 2°) déterminer les projections du vecteur A sur les axes de vecteurs  $f_1$  ,  $f_2$  et  $f_3$  .
- 3°) déterminer les composantes du vecteur A dans la base  $(f_1, f_2, f_3)$  .

**Exercice N° 3 :**

Montrer que :  $I + (*n)^2 = {}^t(n) (n)$       avec  $n = (n_1, n_2, n_3)$  un vecteur unitaire

**Exercice N° 4 :**

On considère la fonction vectorielle définie par  $F = (u, v, w)$  telle que :

$$\begin{aligned} u &= 8 x_1 + 6 x_2 \\ v &= 10 x_1 - 8 x_2 \\ w &= 12 x_3 \end{aligned}$$

- 1°) Déterminer le tenseur  $\text{Grad } F$  .
- 2°) Déterminer le tenseur transposé du  $\text{Grad } F$  noté  $\text{Grad}^t F$ .
- 3°) Déterminer le tenseur A tel que  $A = (\text{Grad } F + \text{Grad}^t F)/2$ .
- 4°) Déterminer les valeurs propres et les directions propres du tenseur A

**Exercice N° 5 :**

a) Démontrer les propriétés suivantes du gradient, pour des champs de scalaire  $f(x_1, x_2, x_3)$  et  $g(x, y, z)$  :

$$\begin{aligned} \text{Grad}(f+g) &= \text{Grad}(f) + \text{Grad}(g) \\ \text{Grad}(af) &= \alpha \text{Grad}(f) \\ \text{Grad}(f.g) &= g \text{Grad}(f) + f \text{Grad}(g) \end{aligned}$$

b) Soit la fonction scalaire :  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 x_2 (2 + x_2 x_3^3)$

- Déterminer le Gradient de f.  
 Déterminer le Laplacien de f.